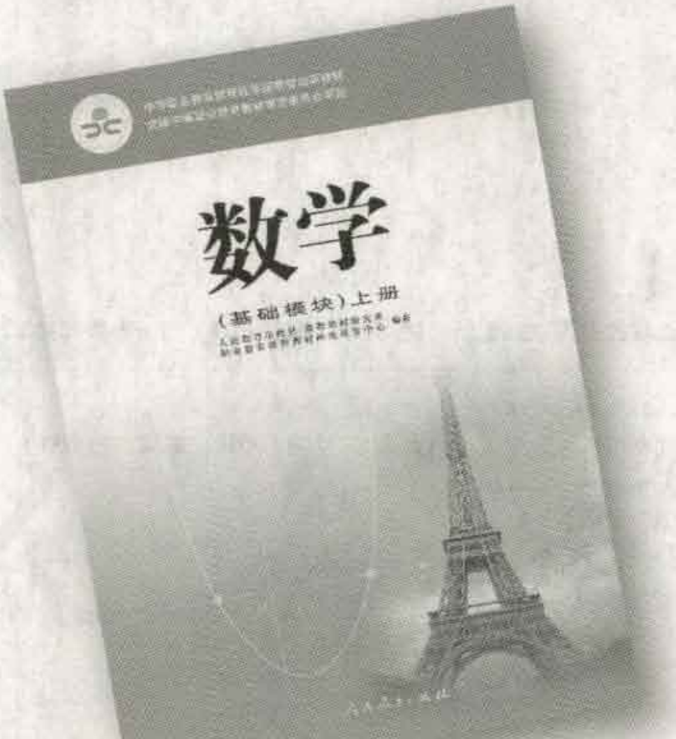
中等职业教育课程改革国家规划新教材

数学（基础模块）上册

教师教学用书

人民教育出版社 课程教材研究所
职业教育课程教材研究开发中心 编著



人民教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学教师教学用书：基础模块. 上册／人民教育出版社，课程教材研究所职业教育课程教材研究开发中心编著. —北京：人民教育出版社，2009. 7（2019.7重印）
中等职业教育课程改革国家规划新教材
ISBN 978-7-107-21964-1

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①人… ②课… Ⅲ. ①数学课—中等专业学校—教学参考资料 Ⅳ. ①G633. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 037392 号

中等职业教育课程改革国家规划新教材 数学（基础模块）上册 教师教学用书

出版发行 人民教育出版社
（北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编：100081）
网　址 http://www.pep.com.cn
经　销 全国新华书店
印　刷 北京天宇星印刷厂
版　次 2009 年 7 月第 1 版
印　次 2019 年 7 月第 8 次印刷
开　本 787 毫米 × 1092 毫米 1/16
印　张 12.75
字　数 270 千字
定　价 30.00 元

说 明

本书是根据2009年秋季开始使用的《中等职业教育课程改革国家规划新教材数学（基础模块）上册》编写的教师教学用书.

这本教学参考书的编写原则是：

1. 努力体现中等职业教育课程改革数学教材的指导思想，帮助教师钻研教材，理解教材的编写意图.

2. 从当前中等职业学校教学实际出发，根据教学内容尽力指出教材中的难点、重点，帮助教师克服教学中的一些困难.

3. 明确各章的教学要求.

4. 尽力吸收中等职业学校的数学教学经验.

这本教学参考书每章包括教学要求，教材分析和教学建议，教学设计，测验题及答案，习题的答案、提示和解答等5部分.

本书在教材分析和教学建议中，先介绍本章的内容结构，说明编写意图和编写指导思想，并指出教学的重点和难点，然后分小节进行内容分析并提出教学建议. 教学设计是根据教材内容做的课堂教学设计，供教师教学时参考使用. 测验题是一份课堂考试卷，可在学生自测的基础上进行，它反映了教材对本章教学的基本要求. 由于各专业教学要求不尽相同，这份考试卷仅供参考，教师可根据实际情况另拟考试题目. 习题的答案、提示和解答部分，一般简单题只给答案；中等难度题只给提示；难题给出解答，一般只给出常规解法.

这套教材把通过学习算法解决实际问题与学习数学的基本思想方法、知识放在同样重要的地位. 在教材中，把一些常用到的数学方法总结成为算法步骤. 例如不等式（组）的解法，配方法等，学生可以根据这些算法按部就班地求解问题. 教师要重视上述基本算法的教学，要在教学中经常有意识地讲解上述方法的应用.

在教学中，要贯彻“温故而知新”的原则. 中等职业学校贯彻这一原则有一定的困难. 但要使学生学好数学，教学中非得贯彻这一原则不可. 根据中等职业学校学生的实际状况和数学教学对基础知识的要求较高，基础薄弱难于继续学习的特点，在教材编写中，主要采取循环方式编写来贯彻这一原则. 由于单纯性复习效果不好，对学生的心理影响也不利，教材采用了在讲新内容的同时，紧密结合新知识复习旧知识. 教师在教学中还要根据学生的具体情况，灵活地设计教案，以新带旧搞好课堂教学，提高教学质量.

主　　编：孙明红.

编　　者：叶思义、牟正道、王智海、陆泽贵、祁志卫、鹿继梅、刘学卫、秦一梅、徐刚、刘爱武、贾艳、栾允、韩强、周丽萍、娇宁.

责任编辑：王旭刚.

这本教学参考书一定存在不少缺点、错误，恳切希望教师、教研人员和有关专家提出意见，以便再版时修改、订正.

职业教育课程教材研究开发中心

2009年7月

目　录

第一章　集合

Ⅰ　教学要求

1. 理解集合的概念；理解用符号表示元素与集合之间关系的方法.

2. 掌握表示集合的列举法和性质描述法.

3. 理解空集、子集、全集和补集的概念；掌握集合的相等与包含关系，理解集合的交、并、补的简单运算.

4. 了解充分条件、必要条件和充要条件；了解子集与推出的关系.

Ⅱ　教材分析和教学建议

本章主要内容包括集合的概念，集合的表示方法，集合之间的关系以及集合的交、并、补等运算，充要条件，子集与推出的关系等.

本章教材共分两节. 第一节是在学过初中数学，并对基本数集(自然数集、整数集、有理数集、实数集)和点集(几何图形)已有相当感性认识的基础上，正式介绍了集合的概念，集合的表示方法，讨论了两个集合之间的关系(子集、相等、包含)，逐一介绍了集合的交、并、补运算以及这些运算的一些简单性质.

集合知识是数学的基础之一. 集合的术语是数学的通用语言，它可以帮助学生更准确、更深刻地理解有关数学知识，为学好数学打下基础.

第二节介绍了充分条件，必要条件和充要条件的意义，还把"子集与推出的关系"作为选学内容，进行了简单的讨论.

通过对充要条件的研究，可以为学生在今后的学习中，全面地理解概念，正确地表述、判断和推理以及在日常生活和工作中认识、研究有关问题打下良好基础. 对"子集与推出的关系"的讨论，有助于深化对集合间关系的认识.

本章提出的概念、术语和符号较多，是数学中最基本和最重要的内容之一. 学生学好这一章，对学好以下各章有重要的意义.

本章重点是集合性质描述法和子集概念.

本章的难点是对性质描述法及充要条件的理解.

对刚从初中升入到中等职业学校学习的学生，面临内容繁多，抽象性强的教学内容，一时较难适应. 因此教学中，要注意初中与中等职业学校数学知识之间的衔接. 在教学中要注意以下几点：

1. 要注意从实例出发，引入概念应注意从学生熟悉的事物入手，激发学生的注意力与兴趣. 教师每讲授一个新概念时，要给学生提供能反映概念本质属性的素材，使普通学生对概念有正确的感性认识，使较高水平的学生能从丰富的表象中抽象概括出概念，感到其合理性和必要性. 对容易混淆的概念，适当采用对比的方法，使学生从正误两种例子中加深对概念的理解.

2. 温故而知新. 在引进和运用新知识时，尽量复习已学过的知识，使已学过的知识得到不断的重现而加以巩固；要有意识地应用集合的符号和术语.

3. 教材对练习的配备，分为A、B两组. A组为基本教学要求的练习题，B组用于对学有余力的同学更多训练. 两组练习题并未作严格的难易区分. 教学时，教师可根据实际情况从中选择题目.

4. 一定要注意，对学生要求不要过高. 开始只要求学生了解基本概念与运算即可. 只有通过不断的应用，才能逐步地掌握. 随着基础数学的发展和计算机的广泛应用，集合已逐渐成为人们工作和学习的通用语言. 学好这一章的内容对学生继续学习及今后参加工作都有重要作用，希望教师要教育学生重视本章的学习，并在以后的教学中注意巩固与提高.

本章教学约需9课时，其中必学内容8课时，具体分配如下(仅供参考)：

1.1.1	集合的概念	1课时
1.1.2	集合的表示法	1课时
1.1.3	集合之间的关系	2课时
1.1.4	集合的运算	2课时
1.2.1	充要条件	1课时
1.2.2	子集与推出的关系(选学内容)	1课时
小结与复习		1课时

1.1.1 集合的概念

1. 集合理论的创始人德国数学家康托尔(1845—1918)称**集合为一些确定的，不同的东西的总体**，人们能意识到这些东西，并能判断一个东西是否属于这个总体. 根据康托尔的这个提法，教材把集合描述为“一些能够确定的对象的全体”，并指出集合中的元素必须是确定的、互异的.

2. 集合是数学中最原始的概念之一，和几何中的点、线、面等概念一样，只能作描述性说明，不能用其他更基本的概念给它下定义，所以叫它为不定义的概念或原始概念. 虽然学生在初中已接触过集合的概念，但不太了解这个词的意义. 为了便于学生接受集合的概念，教学时应该从学生已有的知识出发，多举实例来说明集合的概念如同其他数学概念一样，也是从现实世界中来的.

3. 要理解集合的“确定性”和“互异性”，这两点是正确理解集合概念的关键. 关于集合概念的确定性和互异性可以这样来理解：

确定性 设 A 是一个给定的集合，x 是某一具体对象，则 x 或者是集合 A 的元素，或者不是集合 A 的元素，二者必居其一，不允许模棱两可．例如，教材中所举的班上高个子同学的全体就不能构成集合，这是因为"高个子"没有划分标准．

互异性 互异性是指属于这个集合的元素互不相同．因此，一集合中，相同的对象应看作是同一元素，列举时不应重复出现．例如，五位数 23243 中所用阿拉伯数字全体构成的集合应写成 $\{2, 3, 4\}$，而不能写成 $\{2, 3, 2, 4, 3\}$；又例如，新闻台某天播报新闻，在不同时段可能多次报道了某条消息，在考虑这一天，新闻台报道的新闻所组成的集合时，这条消息在此集合中，只能列举一次．

4. 教材中明确了"属于"和"不属于"这两个概念．$a \in A$ 还是 $a \notin A$，取决于 a 是不是 A 的元素．根据集合中元素的确定性，可知对任何 a 与 A，在 $a \in A$ 与 $a \notin A$ 这两种情况中，有且只有一种成立．应使学生初步掌握符号 $a \in A$ 和 $a \notin A$ 的意义．

5. 教材给出了有限集和无限集的概念，指出以数为元素的集合，叫做数集．教材中所列举的 $\mathbf{N}$，$\mathbf{N}_+$，$\mathbf{Z}$，$\mathbf{Q}$，$\mathbf{R}$ 等符号所代表的数集是最重要、最常用的数集．对它们各自代表的意义，应要求学生熟记．这里要注意：0 是自然数．

1.1.2 集合的表示法

1. 本小节的主要内容是表示集合的列举法和性质描述法，难点是集合的特征性质．在本小节中，只要求学生理解什么是集合的特征性质和特征性质描述法的意义，在以后的应用中再要求学生巩固与掌握．

2. 用列举法表示集合时，一般不必考虑元素之间的顺序．在此，可结合集合元素的"确定性""互异性"指出集合元素的"无序性"．但在表示数之类的集合时，它的元素，最好从小到大或从大到小进行列举．集合 $\{2, 3, 6, 8\}$ 一般不写成 $\{2, 3, 8, 6\}$ 或其他形式．

有时为了形象、直观地表示一个集合，可用平面上的一条封闭曲线所包含的区域表示集合或集合与集合之间的关系．这种方法，通常称作**维恩(Venn)图法**．

3. 用描述法表示集合的一种常用形式是

$$\{x \in U \mid p(x)\}.$$

竖线前面的 $x \in U$ 表示该集合中的元素及元素 x 的取值范围；竖线后面的 $p(x)$ 表示元素 x 所具有的特征性质，即上述形式表示在集合 U 中，由所有具有特征性质 $p(x)$ 的那些元素构成的集合．在某种约定下，x 的取值范围可略去不写．例如，在实数集 $\mathbf{R}$ 中取值，就常常略去不写，$\{x \mid p(x)\}$ 表示在实数集 $\mathbf{R}$ 中，具有特征性质 $p(x)$ 的元素构成的集合．

设 $A=\{x \in U \mid p(x)\}$，则在集合 U 内，如果 x 具有性质 $p(x)$，则 x 属于 A，如果 x 属于 A，则具有性质 $p(x)$．换句话说，集合 U 中的元素，属于集合 A 中的元素 x 具有性质 $p(x)$，集合 A 外的元素都不具有性质 $p(x)$．在教学中，一定要讲清一个集合的特征性质的意义．通过这一内容的学习使学生懂得，认识事物的关键是抓住事物的本质属性．例如，可要求学生用特征性质描述学生本人所在的城镇的集合．教学时要引导学生去寻找

学生所在城市的特征性质. 把它写成

$$\{x \in U \mid p(x)\}$$

的形式. 教学时，要激发学生通过讨论加深对集合特征性质的理解.

4. 一个集合是用列举法表示还是用性质描述法表示，一般要看我们研究问题的性质与可能而定. 当要着重研究集合的特征性质时，用性质描述法比较好. 当只是观察集合的一些元素，又可用列举法方便地列出该集合的元素时，则可用列举法. 习题中，要求学生用适当的方法表示集合，就是要求学生用两种方法中较好的一种来表示集合. 但学生不论用哪种方法表示集合，都应当算正确. 这里要求不要过高.

5. 由方程 $y^2=2x$ 的所有解构成的集合，可记作 $\{(x, y) \mid y^2=2x\}$. 对只要求完成基本教学要求的教学班，建议可暂不讲有序对集合. 例 2 第 3 小题涉及到点的集合，要结合此例讲清点集的概念.

6. 在教学中，随时纠正学生常犯的一些错误. 例如，集合 $\{x \mid x$ 是整数$\}$ 不应写成 {全体整数}，因为花括号对“{}”已表示“全体”的意思；还有集合 $\{(1, 2)\}$ 不能写成 $\{1, 2\}$ 或 $\{x=1, y=2\}$，实数集 $\mathbf{R}$，不能写成 $\{\mathbf{R}\}$ 等.

1.1.3 集合之间的关系

1. 本节是两个集合之间的包含关系和相等关系，其中最重要的是包含关系. 子集是本节的重点，教学时要注意包含关系的符号和它的使用方法.

2. 要正确阐述子集的概念，防止偏差. “A 是 B 的子集”的意义是，A 的任何元素都是 B 的元素，即由 $x \in A$，可推出 $x \in B$. 不能把 A 是 B 的子集解释成 A 是由 B 中的部分元素所构成的集合. 因为 B 的子集也包括它本身，而这个子集是由 B 的全体元素构成的. 要讲清子集和真子集的区别. 真子集的特征性质“A 是 B 的子集，且 B 中至少有一个元素不属于 A”中的两个条件是缺一不可的. 在子集的教学中，对概念的解释，语言必须确切.

3. 要注意区别包含于、包含、真包含这些概念的不同的含义和不同的表示方法. $A \subseteq B$ 是 $A \subsetneqq B$ 的必要条件而非充分条件. 而 $A \subseteq B$ 与 $B \supseteq A$ 是同义的. $A \subseteq B$ 包括 $A \subsetneqq B$ 或 $A=B$ 两种情况，其中有且必有一种成立. $A \subseteq B$ 与 $A \supseteq B$ 一般不同时成立，如果同时成立，则 $A=B$.

4. 关于“两个集合相等”这一概念，教材中是通过两个集合的元素完全相同的例子来说明的. 用“如果两个集合的元素完全相同，那么我们就说这两个集合相等”来描述两个集合相等的本质比较直观，容易理解. 实际上，因为 $A \subseteq B$，所以 A 的元素都是 B 的元素；又因为 $B \subseteq A$，所以 B 的元素又都是 A 的元素. 这就是说，集合 A 与集合 B 的元素完全相同，因而我们说 A 与 B 是相等的集合. 这样讲有利于学生理解两个集合相等的合理性. 由此，我们还可得到一种证明方法：如果要证明 $A=B$，只要证明 $A \subseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 都成立即可. 但一般不要求学生使用上述方法证明两集合相等，只要求学生明白两个集合相等的含义即可.

5. 教学中要提醒学生注意"$\in$"与"$\subseteq$"这两种符号的不同含义. 其中$\in$是属于符号，它与$\notin$是互否的，它们只能用在元素与集合的关系上，而包含于符号"$\subseteq$"只能用在两个集合之间，表示集合间的包含关系. 对此必须引起学生的注意，不要用错. 还应注意，不要混淆数0，$\{0\}$与集合中的空集$\varnothing$. 数0不是集合，$\{0\}$只含一个数0的集合，而空集是不含任何元素的集合.

1.1.4 集合的运算

1. 本小节主要内容是集合的交、并、补运算，难点是运算的性质和混合运算.

2. 交集.

(1) 教材首先用实例给出两个集合的交集，进而用文字的叙述给出了交集的定义. 由交集的定义，教材又给出了以下性质：

①$A\cap B=B\cap A$；②$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；③$A\cap A=A$；④$A\cap\varnothing=\varnothing\cap A=\varnothing$.

(2) 对交集概念的教学，可通过图示引导学生进行讨论.

图示两个集合A，B之间关系的各种情况(图1-1)：

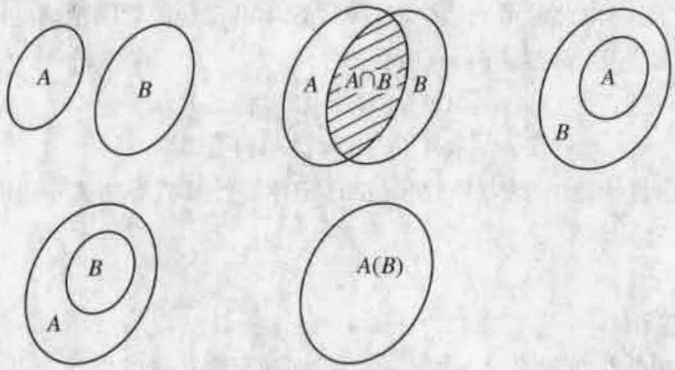


图1-1

由此可见，对任意两个集合A和B，$A\cap B$都有意义.

3. 并集.

(1) 教材由本节开始提出的问题引出两个集合并集的概念，也可通过其他实例引出.

(2)A与B的公共元素在$A\cup B$中只能出现一次，因此$A\cup B$是由至少属于A，B两者之一的所有元素组成的集合. 在这时可复习元素的互异性.

(3) 由并集的定义可直接推出以下性质：

①$A\cup B=B\cup A$；②$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$；③$A\cup A=A$；④$A\cup\varnothing=A$.

4. 补集.

(1) 讲补集的概念，首先要让学生了解全集的概念，全集视我们研究问题的范围而定. 例如，在研究自然数的因数分解时，我们把自然数作为全集；在解不等式时，我们把实数作为全集.

(2) 注意要让学生理解补集的记号“$\complement_U A$”表示 A 在全集 U 中的补集，它是一个相对概念，离开了全集无所谓补集，一般不要简单地说成“A 的补集”. 教学中要着重指出，补集的运算是全集 U 和集合 A 之间的运算. 运算条件是 $A\subseteq U$，并让学生理解“$\complement_U A \cup A=U$”这条性质.

对于补集的定义可以这样来理解，如果从全集 U 中取出它的一个子集 A 的全部元素，则所剩下来的元素组成的集合就是 $\complement_U A$. 由此，我们很容易想起“差”的概念，事实上，补集 $\complement_U A$ 就是全集 U 与它的一个子集 A 的差集.

(3) 由补集的定义可推出以下性质：

①$A\cup \complement_U A=U$；②$A\cap \complement_U A=\varnothing$.

5. 学过集合概念以后，可以对过去学过的一些概念，用集合术语重新叙述，以巩固学过的集合语言，并加深对过去学过知识的理解. 例如，平面集合中“到线段两端点距离相等的点的轨迹是该线段的垂直平分线”可叙述为“到线段两端点距离相等点的集合组成该线段的垂直平分线”等. 又例如，“1 是自然数”，“正方形是矩形”，“两组对边分别平行的四边形是平行四边形”虽然都用到“是”这个字，但这三句话中的“是”的精确意义是不同的. 可分别用集合语言表述为：$1\in \mathbf{N}$，{正方形}$\subseteq${矩形}，{两组对边分别平行的四边形}$=${平行四边形}，由此可帮助学生加深对“数学语言是最简明精确的语言”的理解.

6. 习题 8 和习题 14 都提到两条等式

$$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap \complement_U B$$
$$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup \complement_U B$$

这两条等式也称作德·摩根(De Morgen) 定律、计算机等相关专业的学生可以介绍一下，其他专业宜忽略.

1.2.1　充要条件

1. 本小节要求学生理解充分条件、必要条件和充要条件的概念，并能正确地将“如果 p，则 q”形式的真命题改写为用充分条件或必要条件表述的命题. 能对两个命题的同一逻辑关系作不同形式的表达.

2. 在学生已学过的知识范围内，要求学生能根据给出的条件，判断一个命题是另一个命题的什么条件，但一般不要求证明. 判断 p 是 q 的什么条件，主要根据是“$p\Rightarrow q$”或“$q\Rightarrow p$”是否成立. 若“$p\Rightarrow q$”为真，则 p 是 q 的充分条件或 q 是 p 的必要条件. 如果“$p\Rightarrow q$”且“$q\Rightarrow p$”同时成立，则 p 是 q 的充要条件或 q 是 p 的充要条件.

3. 要注意，在本教材中命题“如果 p，则 q”为真时，才与“p 推出 q”和“p 是 q 的充分条件”是同义.

4. 充分或必要条件不是新的知识，只是“推出”的另一种说法. 教学开始时，只要求学生能把形如“$p\Rightarrow q$”的正确命题改用“p 是 q 充分条件”或“q 是 p 的必要条件”来叙述就可以了. 不要在“充分”和“必要”两个词上作过多的解释. 这两个词在日常生活中也经常用到，并且表达的意义与数学中的意义相同. 即使如此，学生也未必对这两个词有清楚的理

解. 如果过多地用自然语言进行解释，反而会使学生糊涂. 教师只要指出，“$p \Rightarrow q$”与“p 是 q 的充分条件”、“q 是 p 的必要条件”这三句话表达的是同一逻辑关系就可以了. 经过一段练习，学生能逐步加深对充分条件、必要条件的理解.

5. “当且仅当”是充要条件的等价说法，在教学用语中使用的也相当广泛，要求学生理解它的逻辑涵义.

6. 本节中的例题的结论为“r 是 q 的充分条件”，并没排除“r 也可能是 q 的必要条件”所以结论不宜说是“r 是 q 的充分不必要条件”，关于这一点，教师应该清楚，但不必要给学生作太多解释.

1.2.2 子集与推出的关系

1. 本小节讨论了子集与“如果…则…”. 要求学生正确理解这一关系，会用“推出”判断“子集”关系. 本节的难点也是利用推出判断“子集”关系.

2. 这节教学的关键是，要使学生理解集合与它的特征性质. 一个集合与它的特征性质是等价的，即

$$x \in A \Leftrightarrow x \in U,\ 且\ x\ 具有特征性质\ p(x).$$

为帮助学生理解这个关系，教师可给学生复习集合的特征性质描述法. 属于集合 A 的元素一定具有集合 A 的特征性质；反之，集合 U 中，凡是具有集合 A 的特征性质的对象一定属于集合 A.

3. 教材详细分析了“子集”与“推出”的关系. 设

$$A=\{x \mid p(x)\},$$
$$B=\{x \mid q(x)\},$$

则 $A \subseteq B$ 与 $p(x) \Rightarrow q(x)$ 不过是同一件事的两种不同说法，是从不同的侧面反映事物之间的关系. 教学时，“子集”和“推出”的关系可先用维恩图说明，然后通过例子巩固，使学生掌握这两者之间的关系. 例如，因为北京人是中国人的子集，所以由我是北京人可推出我是中国人的结论. 这个关系可帮助学生理解推理的基本规则.

Ⅲ 教学设计

1.1.1 集合的概念

【教学目标】

1. 初步理解集合的概念；理解集合中元素的性质.
2. 初步理解“属于”关系的意义；知道常用数集的概念及其记法.
3. 引导学生发现问题和提出问题，培养独立思考和创造性地解决问题的意识.

【教学重点】

集合的基本概念，元素与集合的关系.

【教学难点】

正确理解集合的概念.

【教学方法】

本节课采用问题教学和讲练结合的教学方法，运用现代化教学手段，通过创设情景，引导学生自己独立地去发现、分析、归纳，形成概念.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	师生共同欣赏图片"中国所有的大熊猫"、"我们班的所有同学".	师："物以类聚"；"人以群分"；这些都给我们以集合的印象. 引入课题.	联系实际； 激发兴趣.
新课	课件展示引例： (1) 某学校数控班学生的全体； (2) 正数的全体； (3) 平行四边形的全体； (4) 数轴上所有点的坐标的全体.	师：每个例子中的"全体"是由哪些对象构成的？这些对象是否确定？ 你能举出类似的几个例子吗？ 学生回答. 教师引导学生阅读教材，提出问题如下： (1) 集合、元素的概念是如何定义的？ (2) 集合与元素之间的关系为何？是用什么符号表示的？ (3) 集合中元素的特性是什么？ (4) 集合的分类有哪些？ (5) 常用数集如何表示？	从具体事例直观感知集合，为给出集合的定义做好准备. 老师提出问题，放手让学生自学，培养自学能力，提高学生的学习能力.
	1. 集合的概念 (1) 一般地，把一些能够确定的对象看成一个整体，我们就说，这个整体是由这些对象的全体构成的集合(简称为集). (2) 构成集合的每个对象都叫做集合的元素.	教师检查学生自学情况，梳理本节课知识，并强调要注意的问题. 教师要把集合与元素的定义分析透彻. 请同学举出一些集合的例子，并说出所举例子中的元素.	检查自学、梳理知识阶段，穿插上讲解难点、强调重点、举例说明疑点等环节，使学生真正掌握所学知识.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(3) 集合与元素的表示方法：一个集合，通常用大写英文字母 A，B，C，…表示，它的元素通常用小写英文字母 a，b，c，…表示. 2. 元素与集合的关系 (1) 如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作 $a\in A$，读作“a 属于 A”. (2) 如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a\notin A$. 读作“a 不属于 A”. 3. 集合中元素的特性 (1) 确定性：作为集合的元素，必须是能够确定的. 这就是说，不能确定的对象，就不能构成集合. (2) 互异性：对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的. 这就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象. 4. 集合的分类 (1) 有限集：含有有限个元素的集合叫做有限集. (2) 无限集：含有无限个元素的集合叫做无限集. 5. 常用数集及其记法 (1) 自然数集：非负整数全体构成的集合，记作 $\mathbf{N}$； (2) 正整数集：非负整数集内排除 0 的集合，记作 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$； (3) 整数集：整数全体构成的集合，记作 $\mathbf{Z}$； (4) 有理数集：有理数全体构成的集合，记作 $\mathbf{Q}$； (5) 实数集：实数全体构成的集合，记作 $\mathbf{R}$.	教师强调：“$\in$”的开口方向，不能把 $a\in A$ 颠倒过来写. 教师强调集合元素的确定性. 师：高一(1)班高个子同学的全体能否构成集合？ 生：不能构成集合. 这是由于没有规定多高才算是高个子，因而“高个子同学”不能确定. 教师强调：相同的对象归入同一个集合时只能算作集合的一个元素. 请学生试举有限集和无限集的例子. 师：说出自然数集与非负整数集的关系. 生：自然数集与非负整数集是相同的. 师：也就是说，自然数集包括数 0.	

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 1　判断下列语句能否构成一个集合，并说明理由. (1) 小于 10 的自然数的全体； (2) 某校高一(2) 班所有性格开朗的男生； (3) 英文的 26 个大写字母； (4) 非常接近 1 的实数.	师：出示例题，引导学生讨论、思考. 生：讨论，回答，明确说出理由.	通过具体例子，师生的问答，巩固集合概念及其元素特性.
	练习 1　判断下列语句是否正确？ (1) 由 2，2，3，3 构成一个集合，此集合共有 4 个元素； (2) 所有三角形构成的集合是无限集； (3) 周长为 20 cm 的三角形构成的集合是有限集； (4) 如果 $a\in\mathbf{Q}$，$b\in\mathbf{Q}$，则 $a+b\in\mathbf{Q}$.	生：模仿练习；讨论并口答. 师：点拨、解答学生疑难.	通过练习进一步强化学生对集合中元素特性的理解.
	例 2　用符号“∈”或“∉”填空： (1) 1 ____ $\mathbf{N}$，0 ____ $\mathbf{N}$， -4 ____ $\mathbf{N}$，0.3 ____ $\mathbf{N}$； (2) 1 ____ $\mathbf{Z}$，0 ____ $\mathbf{Z}$， -4 ____ $\mathbf{Z}$，0.3 ____ $\mathbf{Z}$； (3) 1 ____ $\mathbf{Q}$，0 ____ $\mathbf{Q}$， -4 ____ $\mathbf{Q}$，0.3 ____ $\mathbf{Q}$； (4) 1 ____ $\mathbf{R}$，0 ____ $\mathbf{R}$， -4 ____ $\mathbf{R}$，0.3 ____ $\mathbf{R}$.	师：出示例题，请学生填写. 生：口答各题结果. 师：引导学生进行订正，并说明错误原因.	通过例题 2 和练习 2，加深对特殊数集的理解以及元素与集合关系的理解与表示，既突出重点又分解难点.
	练习 2　用符号“∈”或“∉”填空： (1) -3 ____ $\mathbf{N}$；(2) 3.14 ____ $\mathbf{Q}$； (3) $\frac{1}{3}$ ____ $\mathbf{Z}$；(4) $-\frac{1}{2}$ ____ $\mathbf{R}$； (5) $\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{R}$；(6) 0 ____ $\mathbf{Z}$.	学生模仿练习； 老师订正、点拨.	
小结	本节课学习了以下内容： 1. 集合的有关概念：集合、元素. 2. 元素与集合的关系：属于、不属于. 3. 集合中元素的特性. 4. 集合的分类：有限集、无限集. 5. 常用数集的定义及记法.	学生畅谈本节课的收获，老师引导梳理，总结本节课的知识点.	梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结.
作业	教材 P4，练习 A 组第 1～3 题.	学生课后完成.	巩固拓展.

1.1.2 集合的表示方法

【教学目标】

1. 掌握集合的表示方法；能够按照指定的方法表示一些集合.

2. 发展学生运用数学语言的能力；培养学生分析、比较、归纳的逻辑思维能力.

3. 让学生感受集合语言的意义和作用，学习从数学的角度认识世界；通过合作学习培养学生的合作精神.

【教学重点】

集合的表示方法，即运用集合的列举法与描述法，正确表示一些简单的集合.

【教学难点】

集合特征性质的概念，以及运用描述法表示集合.

【教学方法】

本节课采用实例归纳，自主探究，合作交流等方法. 在教学中通过列举例子，引导学生讨论和交流，并通过创设情境，让学生自主探索一些常见集合的特征性质.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 集合、元素、有限集和无限集的概念是什么? 2. 用符号“$\in$”与“$\notin$”填空白： (1) 0 __ **N**; (2) $-\sqrt{2}$ __ **Q**; (3) $-\sqrt{2}$ __ **R**.	师：刚才复习了集合的有关概念，这节课我们一起研究如何将集合表示出来.	回顾旧知； 学习新知.
新课	1. 列举法 当集合元素不多时，我们常常把集合的元素列举出来，写在大括号“{}”内表示这个集合，这种表示集合的方法叫列举法. 例如，由1，2，3，4，5，6这6个数组成的集合，可表示为 {1，2，3，4，5，6}. 又如，中国古代四大发明构成的集合，可以表示为 {指南针，造纸术，活字印刷术，火药}. 有些集合元素较多，在不发生误解的情况下，可列几个元素为代表，其他元素用省略号表示.	师：强调要注意的问题. (1) 注意区别 a 与 $\{a\}$. a 是集合 $\{a\}$ 的一个元素，而 $\{a\}$ 表示一个集合. 例如，某个代表团只有一个人，这个人本身和这个人构成的代表团是完全不同的； (2) 用列举法表示集合时，不必考虑元素的前后顺序. 师：集合{1，2}与{2，1}表示同一个集合吗? 生：是.	按集合元素不多和集合元素较多分类讲解，便于学生接受. 多举实例也有利于概念的理解.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	如：小于 100 的自然数的全体构成的集合，可表示为 $\{0, 1, 2, 3, \cdots, 99\}$.		
	例 1　用列举法表示下列集合： (1) 所有大于 3 且小于 10 的奇数构成的集合； (2) 方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集. 解　(1) $\{5, 7, 9\}$； (2) $\{2, 3\}$.	多媒体展示例题 1.	通过一组简单的口答题，掌握集合的列举法. 通过例 1，巩固列举法的使用.
	练习 1　用列举法表示下列集合： (1) 大于 3 小于 9 的自然数全体； (2) 绝对值等于 1 的实数全体； (3) 一年中不满 31 天的月份全体； (4) 大于 3.5 且小于 12.8 的整数的全体.	学生口答.	
	2. 性质描述法 给定 x 的取值集合 I，如果属于集合 A 的任意元素 x 都具有性质 $p(x)$，而不属于集合 A 的元素都不具有性质 $p(x)$，则性质 $p(x)$ 叫做集合 A 的一个特征性质，于是集合 A 可以用它的特征性质描述为 $\{x \in I \mid p(x)\}$，它表示集合 A 是由集合 I 中具有性质 $p(x)$ 的所有元素构成的. 这种表示集合的方法，叫做性质描述法. 使用特征性质描述法时要注意： (1) 特征性质明确； (2) 若元素范围为 $\mathbf{R}$，“$x \in \mathbf{R}$”可以省略不写.	通过教师讲解、师生问答，详细说明什么是特征性质. 出示例子：正偶数构成的集合. 它的每一个元素都具有性质“能被 2 整除且大于 0”，而这个集合外的其他元素都不具有这种性质，性质“能被 2 整除，且大于 0”就是此集合的特征性质. 引导学生根据上面的描述总结集合的特征性质是什么？	集合性质描述法的理解是难点，此处通过举例，由特殊到一般，便于学生突破这一思维障碍.
	例 2　用性质描述法表示下列集合： (1) 大于 3 的实数的全体构成的集合；	师生共同归纳出性质描述法. 教师强调用特征性质描述法时应注意的两个要点.	
	(2) 平行四边形的全体构成的集合；	讲解例题 2，板书详细的解题过程.	

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(3) 平面 α 内到两定点 A，B 距离相等的点的全体构成的集合. 解 (1) $\{x \mid x>3\}$； (2) $\{x \mid x$ 是两组对边分别平行的四边形$\}$； (3) $l=\{P\in\alpha \mid \lvert PA\rvert=\lvert PB\rvert$，$A$，$B$ 为 α 内两定点$\}$. 练习 2 用性质描述法表示下列集合： (1) 目前你所在班级所有同学构成的集合； (2) 正奇数的全体构成的集合； (3) 绝对值等于 3 的实数的全体构成的集合； (4) 不等式 $4x-5<3$ 的解构成的集合； (5) 所有的正方形构成的集合.	师：(1) 一个集合的特征性质不是唯一的．如平行四边形全体也可表示为 $\{x \mid x$ 是有一组对边平行且相等的四边形$\}$. (2) 在几何中，通常用大写字母表示点(元素)，用小写字母表示点的集合. 学生模仿练习．请学生在黑板上写下答案，引导全班学生统一订正. 老师点拨、解答学生疑难.	通过例 2，让学生掌握由描述法表示集合的不同类型：有限集、无限集或代数、几何的表示方法，并使学生规范解题步骤. 通过练习，进一步突出重点，深化两种表示方法的灵活运用.
小结	本节课学习了以下内容： 1. 列举法. 2. 性质描述法. 3. 比较两种表示集合的方法，分析它们所适用的不同情况.	师生共同分析总结： 1. 有些集合的公共属性不明显，难以概括，不便用描述法表示，只能用列举法. 如：集合$\{2\}$. 2. 有些集合的元素不能无遗漏地一一列举出来，或者不便于、不需要一一列举出来，常用描述法. 如：集合$\{x\in\mathbf{Q} \mid 1\leqslant x\leqslant 4\}$.	以学生为主体，关注学生对本节课的体验.
作业	教材 P9，练习 B 组 第 1、2 题.	学生课后完成.	巩固拓展.

1.1.3 集合之间的关系(一)

【教学目标】

1. 理解子集、真子集概念；掌握子集、真子集的符号及表示方法；会用它们表示集合间的关系.

2. 了解空集的意义；会求已知集合的子集、真子集并会用符号及 Venn 图表示.

3. 培养学生使用符号的能力；建立数形结合的数学思想；培养学生用集合的观点分析问题、解决问题的能力.

【教学重点】

子集、真子集的概念.

【教学难点】

集合间包含关系的正确表示.

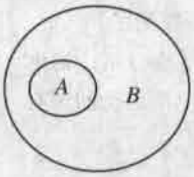
【教学方法】

本节课采用讲练结合、问题解决式教学方法，并运用现代化教学手段辅助教学. 设计典型题目，并提出问题，层层引导学生探究知识，让学生在完成题目的同时，思维得以深化；切实体现以人为本的思想，充分发挥学生的主观能动性，培养其探索精神和运用数学知识的意识.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	已知：$M=\{-1, 1\}$，$N=\{-1, 1, 3\}$，$P=\{x \mid x^2-1=0\}$. 问 1. 哪些集合表示方法是列举法? 2. 哪些集合表示方法是描述法? 3. 集合 M 中元素与集合 N 有何关系? 集合 M 中元素与集合 P 有何关系?	师：出示三个集合，并根据这些集合提出一组问题. 生：思考并回答问题， 师：通过回答上面的问题，我们发现了：集合 M 与集合 N；集合 M 与集合 P 通过元素建立了某种关系，本节课，我们就来研究有关两个集合之间关系的问题.	温故而知新，以旧带新，便于引导学生在已有的基础上去探求新知识，使学生对出现的概念不至于感到突然，符合学生的认识规律，很自然地引入本节课内容.
新课	1. 子集定义 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集. 记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$； 读作“A 包含于 B”，或“B 包含 A”. 2. 真子集定义 如果集合 A 是集合 B 的子集，并且集合 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 是集合 B 的真子集. 记作 $A \subsetneqq B$(或 $B \supsetneqq A$)； 读作 “A 真包含于 B”， 或“B 真包含 A”.	师：通过对引例中元素与集合关系的分析，得出子集的定义. 请学生举满足“$A \subseteq B$” 的实例. 在理解了“子集” 定义的基础上，引导学生根据元素与集合的关系，试叙述“真子集” 的定义. 老师总结，得出真子集的定义.	启发学生对引例进行深入分析、提炼，从而为概念的形成作好铺垫. 遵循从特殊到一般的认知规律，归纳出定义. 集合间包含关系的正确理解与表示是难点，通过让学生举例可以突破这一难点，增进学生对定义的理解.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
	3. Venn图表示 集合 B 同它的真子集 A 之间的关系，可用Venn图表示如下.  	介绍用Venn图表示集合及集合间关系的方法. 请学生画图表示：$A \subsetneqq B$.	渗透数形结合的数学思想，提高学生的数学能力.
	4. 空集定义 不含任何元素的集合叫空集. 记作 $\varnothing$. 如，$\{x \mid x^2 < 0\}$；$\{x \mid x+1 = x+2\}$，这两个集合都为空集.	请学生举空集的例子.	
新课	5. 性质 (1) $A \subseteq A$. 任何一个集合是它本身的子集. (2) $\varnothing \subseteq A$. 空集是任何集合的子集. (3) 对于集合 A，B，C，如果 $A \subseteq B$，$B \subseteq C$，则 $A \subseteq C$. (4) 对于集合 A，B，C，如果 $A \subsetneqq B$，$B \subsetneqq C$，则 $A \subsetneqq C$.	师：能否把子集说成是由原来集合中的部分元素组成的集合？ 生：分组讨论，派代表发表各组看法. 解疑：不能. 因为集合的子集也包括它本身，而这个子集是由它的全体元素组成的. 空集是任一个集合的子集，而这个集合中并不含有 B 中的元素.	通过置疑、解疑的过程，深刻理解子集的概念. 通过分组讨论，关注学生的自主体验，分解了难点.
	例1 判断：集合 A 是否为集合 B 的子集，若是则在( )打"√"，若不是则在( )打"×". (1)$A=\{1, 3, 5\}$，$B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ( ) (2)$A=\{1, 3, 5\}$，$B=\{1, 3, 6, 9\}$ ( ) (3)$A=\{0\}$，$B=\{x \mid x^2+2=0\}$ ( ) (4)$A=\{a, b, c, d\}$，$B=\{d, b, c, a\}$ ( )	师：出示题目，请学生思考、判断. 生：根据定义作出判断. 师：引导全班学生进行订正，加深对定义的理解.	在学习定义之后紧跟上一组根据定义进行判断的题目，利于加深学生对定义的理解，巩固新知.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例2 (1) 写出集合 $A=\{1, 2\}$ 的所有子集及真子集. (2) 写出集合 $B=\{1, 2, 3\}$ 的所有子集及真子集. 解 (1) 集合 A 的所有子集是 $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$. 在上述子集中，除去集合 A 本身，即 $\{1, 2\}$，剩下的都是 A 的真子集. (2) 集合 B 的所有子集是 $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3\}$. 在上述子集中，除去集合 B 本身，即 $\{1, 2, 3\}$，剩下的都是 B 的真子集. 练习 写出集合 $A=\{a, b, c\}$ 的所有子集及真子集.	生：尝试解答例题. 师：引导学生订正；请学生归纳“写出一个集合的所有子集”的步骤. 学生模仿练习，进一步理解子集及真子集的概念.	在板书的过程中，突出解题思路，体现解题步骤. 通过练习，进一步突出重点.
小结	本节课主要学习的知识点： 1. 子集. 2. 真子集.	在学生归纳、总结的基础上，老师梳理总结.	以学生为主体，培养学生的数学能力.
作业	教材 P12，练习 A 组第 3、4 题.	学生课后完成.	巩固拓展.

1.1.3 集合之间的关系(二)

【教学目标】

1. 理解两个集合相等概念. 能判断两集合间的包含、相等关系.
2. 理解掌握元素与集合、集合与集合之间关系的区别.
3. 学习类比方法，渗透分类思想，提高学生思维能力，增强学生创新意识.

【教学重点】

1. 理解集合间的包含、真包含、相等关系及传递关系.
2. 元素与集合、集合与集合之间关系的区别.

【教学难点】

弄清元素与集合、集合与集合之间关系的区别.

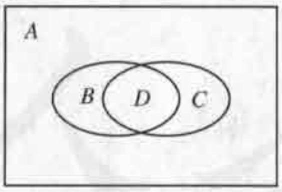
【教学方法】

本节课采用讲练结合、问题解决式教学方法，并运用现代化教学手段进行教学. 初步经历使用最基本的集合语言表示有关数学对象的过程，体会集合语言，发展运用数学语言进行交流的能力. 精心设计问题情境，引起学生强烈的求知欲望，通过启发学生，使学生的思考、发现、归纳等一系列的探究活动始终处于自主的状态中.

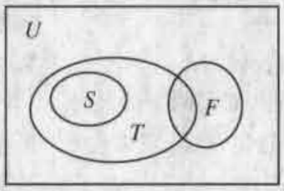
【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	课件展示下列集合： (1) $A=\{1, 3\}$，$B=\{1, 3, 5, 6\}$； (2) $C=\{x \mid x是长方形\}$，$D=\{x \mid x是平行四边形\}$； (3) $P=\{x \mid x是菱形\}$，$Q=\{x \mid x是正方形\}$； (4) $S=\{x \mid x>3\}$，$T=\{x \mid 3x-6>3\}$； (5) $E=\{x \mid (x+1)(x+2)=0\}$，$F=\{-1, -2\}$.	师提出问题： 1. 第(1)(2)(3)题中两个集合的关系如何？ 2. 第(4)(5)题中，第二个集合是不是第一个集合的子集？第一个集合是不是第二个集合的子集？ 生：观察并回答问题. 师继续提出问题：第(4)(5)题中，两个集合中的元素有什么特点？	复习旧知； 引入新知. 在引导学生思考、回答问题的过程中，顺利引出新课.
新课	如果两个集合的元素完全相同，那么我们就说这两个集合相等. 记作：$A=B$. 读作：集合 A 等于集合 B. 如果 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，那么 $A=B$； 反之，如果 $A=B$，那么 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$. 例 1　指出下面各组中集合之间的关系： (1) $A=\{x \mid x^2-9=0\}$， $B=\{-3, 3\}$； (2) $M=\{x \mid \lvert x\rvert=1\}$，$N=\{-1, 1\}$. 解　(1) $A=B$； (2) $M=N$. 例 2　判断以下各组集合之间的关系： (1) $A=\{2, 4, 5, 7\}$，$B=\{2, 5\}$；	师：可见，集合 $A=B$，是指 A，B 的所有元素完全相同. 如，$\{1, -1\}=\{-1, 1\}$. 师：如果集合 $A=B$，根据子集的定义判断：$A\subseteq B$ 成立吗？ 生：讨论，得出结论. 学生容易得出：$A=B$. 请学生在黑板上板书.	从具体实例直观感知集合相等. 有效设置问题，理解用子集的观点来理解集合相等. 及时巩固集合相等的定义.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(2) $P=\{x \mid x^2=1\}$，$Q=\{-1, 1\}$； (3) $C=\{x \mid x$ 是正奇数$\}$，$D=\{x \mid x$ 是正整数$\}$； (4) $M=\{x \mid x$ 是等腰直角三角形$\}$， $N=\{x \mid x$ 是有一个角是 $45°$ 的直角三角形$\}$. 解 (1) $B \subsetneqq A$；(2) $P=Q$； (3) $C \subsetneqq D$；(4) $M=N$. 练习 1 用适当的符号（$\in$，$\notin$，$=$，$\subsetneqq$，$\supsetneqq$）填空： (1) a ___ $\{a, b, c\}$； (2) $\{4, 5, 6\}$ ___ $\{6, 5, 4\}$； (3) $\{a\}$ ___ $\{a, b, c\}$； (4) $\{a, b, c\}$ ___ $\{b, c\}$； (5) $\varnothing$ ___ $\{1, 2, 3\}$； (6) $\{x \mid x$ 是矩形$\}$ ___ $\{x \mid x$ 是平行四边形$\}$； (7) 5 ___ $\{5\}$； (8) $\{2, 4, 6, 8\}$ ___ $\{2, 8\}$. 例 3 指出下列各集合之间的关系，并用 Venn 图表示： $A=\{x \mid x$ 是平行四边形$\}$，$B=\{x \mid x$ 是菱形$\}$，$C=\{x \mid x$ 是矩形$\}$，$D=\{x \mid x$ 是正方形$\}$. 解  练习 2 集合 U，S，T，F 如图所示，下列关系中哪些是对的？哪些是错的？	教师引导学生订正后，总结集合与集合的关系. 师：出示题目，请学生思考、试做. 生：分析、试做. 师：出示答案订正，请学生核对做题情况，改正错题并找出自己出错的原因. 生：交流做错的题目与出错的原因. 师：汇总、强调学生容易出错的问题，引起全班同学重视. 师：出示问题，请学生分组讨论，并画图. 生：请学生将答案画到黑板上，全班同学讨论订正. 师：点评，给以赏识性评价. 首先学生分组讨论，最后各选一个代表回答本组讨论结果，其余同学补充.	放手让学生独立完成，培养自学能力，既提高学生的学习能力，又进一步巩固了集合之间的关系. 用符号表示元素与集合的关系、集合间关系是难点，通过学生试做、老师订正、学生反思、师生纠错多个环节，学生兴趣盎然，在思考与争论中得到正确答案，学生之间交流，教师与学生之间的交流达到了高潮，有效地突破难点. 通过例 3 和练习 2，渗透数形结合思想，强化学生的画图、读图能力；培养学生用 Venn 图解决集合间关系问题的意识.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 (1) $S \subsetneqq U$；(2) $F \subsetneqq T$； (3) $S \subsetneqq T$；(4) $S \supsetneqq F$； (5) $S \subsetneqq F$；(6) $F \supsetneqq U$.	最后教师公布答案，加以点评.	
小结	1. 子集，真子集，集合相等； 2. 元素与集合、集合与集合的关系.	让学生畅谈本节课的收获，老师引导梳理，总结本节课的知识点.	便于学生掌握本节课的知识，利于学生对知识进行反馈、记忆.
作业	教材 P12，练习 B组第 1、2、3 题.	学生课下完成.	巩固拓展.

1.1.4 集合的运算(一)

【教学目标】

1. 理解交集与并集的概念和性质.

2. 掌握交集和并集的表示法，会求两个集合的交集和并集.

3. 发展学生运用数学语言进行表达、交流的能力；培养学生观察、归纳、分析的能力.

【教学重点】

交集与并集的概念和运算.

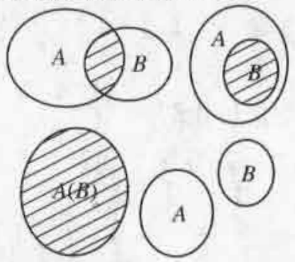
【教学难点】

交集和并集的概念、符号之间的区别与联系.

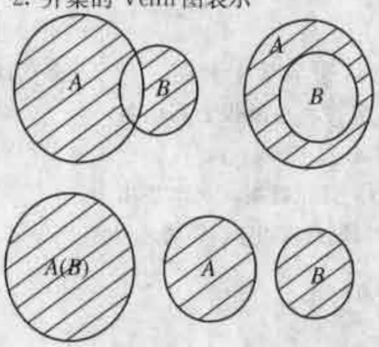
【教学方法】

这节课主要采用发现式教学法和自学法．运用现代化教学手段，通过创设情景，提出问题，引导学生自己独立地去发现问题、分析归纳、形成概念．并通过对比，自学相似概念，深化对概念的理解.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	实例引入，以我校食堂每天买菜的品种构成的集合为例，引出集合运算的定义. 第一天买菜的品种构成的集合记为 $A=\{$黄瓜，冬瓜，鲫鱼，虾，茄子$\}$； 第二天买菜的品种构成的集合记为 $B=\{$黄瓜，猪肉，毛豆，芹菜，虾，土豆$\}$.	师：提出问题： 1. 两天共同买的菜的品种构成的集合记为 C，则集合 C 等于什么？ 2. 两天买过的所有菜的品种构成的集合记为 D，则集合 D 等于什么？ 生：思考，感知集合运算.	联系实际，引出集合运算： 问题中新得到的集合 C，D 是由已知集合的元素组成的. 我们就把由已知集合，按照某种指定的法则，构造出一个新的集合，称为集合的运算.
新课	一、集合的交 1. 交集的定义 给定两个集合 A，B，由既属于 A 又属于 B 的所有公共元素所构成的集合，叫做 A，B 的交集. 记作 $A\cap B$， 读作"A 交 B". 2. 交集的 Venn 图表示  3. 交集的性质 (1) $A\cap B$___$B\cap A$； (2) $(A\cap B)\cap C$___$A\cap(B\cap C)$； (3) $A\cap A=$___； (4) $A\cap\varnothing=\varnothing$___$A=$___. 例 1(1)　已知：$A=\{1,\ 2,\ 3\}$，$B=\{3,\ 4,\ 5\}$，$C=\{5,\ 3\}$， 则 $A\cap B=$______； $B\cap C=$______；	启发学生观察引入中的例子，并发现结论：集合 C 中的元素是集合 A 与 B 的公共元素，即集合 C 是由既属于 A 又属于 B 的元素构成的. 出示四组图片，请学生讨论：如何根据交运算的定义，用阴影表示出"$A\cap B$". 以填空的形式出示各条性质. 请学生根据交集的定义和上面的 Venn 图进行讨论，填写性质. 想一想，如果 $A\subseteq B$，那么 $A\cap B=$___. 师：出示例 1(1) 生：口答.	引导学生感知、归纳、总结，形成概念. 通过画图，深化理解交集定义中"公共元素"的含意. 加强学生间的合作交流； 通过讨论，深化对交集定义的理解 通过一组简单的有限集求交集的口答题，使学生初步掌握交集的定义.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
	$(A\cap B)\cap C=$______. 例2(1)　已知$A=\{x\mid x$是奇数$\}$，$B=\{x\mid x$是偶数$\}$，$\mathbf{Z}=\{x\mid x$是整数$\}$，求$A\cap\mathbf{Z}$，$B\cap\mathbf{Z}$，$A\cap B$. 解　$A\cap\mathbf{Z}=\{x\mid x$是奇数$\}\cap\{x\mid x$是整数$\}=\{x\mid x$是奇数$\}=A$； $B\cap\mathbf{Z}=\{x\mid x$是偶数$\}\cap\{x\mid x$是整数$\}=\{x\mid x$是偶数$\}=B$； $A\cap B=\{x\mid x$是奇数$\}\cap\{x\mid x$是偶数$\}=\varnothing$.	师：出示例2(1)，引导学生弄清： (1) 整数的分类； (2) $\{x\mid x$是整数$\}$，$\{x\mid x$是奇数$\}$，$\{x\mid x$是偶数$\}$各集合之间的关系. 生：试画出Venn图，并解答此题.	借助Venn图解答题目，数形结合深化对交集的理解.
新课	二、集合的并 1. 并集的定义 给定两个集合A，B，把它们所有的元素合并在一起构成的集合，叫做A与B的并集 记作$A\cup B$， 读作"A并B". 2. 并集的Venn图表示 	在引例中，集合D是集合A与B的什么运算？ 师：出示自学提纲： (1) 并集的定义是什么？其记法与读法如何？ (2) 如何用Venn图表示集合A与B的并集. (3) 并集有哪些性质？ 生：自学教材P14～15——集合的并，每四人为一组，讨论并回答自学提纲中提出的问题. 师：以提问的方式检查学生自学情况，订正学生回答的问题结果，并出示各知识点. 想一想：如果$A\subseteq B$，那么$A\cup B=$___. 给学生以赏识性评价.	通过类比，得出并集的定义，提高学生的自学能力. 通过学生自己画图，深化理解并集定义中"所有元素"的含意. 以学生填空和自己画图的方法，调动学生自己类比交集，并主动参与到教学中来.
	3. 并集的性质 (1) $A\cup B$___$B\cup A$； (2) $(A\cup B)\cup C$___$A\cup(B\cup C)$； (3) $A\cup A=$___； (4) $A\cup\varnothing=\varnothing$___$A=$___. 例1(2)　已知：$A=\{1，2，3\}$，$B=\{3，4，5\}$，$C=\{5，3\}$.	师：出示例1(2)，例2(2)	通过一组简单的

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	则 $A\cup B=$________； $B\cup C=$________； $(A\cup B)\cup C=$________.	生：口答.	有限集求并集的口答题，使学生初步掌握并集的定义.
	例2(2)　已知 $A=\{x\mid x$是奇数$\}$，$B=\{x\mid x$是偶数$\}$，$\mathbf{Z}=\{x\mid x$是整数$\}$，求 $A\cup\mathbf{Z}$，$B\cup\mathbf{Z}$，$A\cup B$. 解　$A\cup\mathbf{Z}=\{x\mid x$是奇数$\}\cup\{x\mid x$是整数$\}=\{x\mid x$是整数$\}=\mathbf{Z}$； $B\cup\mathbf{Z}=\{x\mid x$是偶数$\}\cup\{x\mid x$是整数$\}=\{x\mid x$是整数$\}=\mathbf{Z}$； $A\cup B=\{x\mid x$是奇数$\}\cup\{x\mid x$是偶数$\}=\{x\mid x$是整数$\}=\mathbf{Z}$.	师：请学生对比交、并运算定义的不同，强调定义中“公共元素”与“所有元素”的不同含义.	通过例1(1)，例2(1)与例1(2)，例2(2)的对比，帮助学生区别交集、并集的定义.
	三、综合应用 例3　已知 $C=\{x\mid x\geqslant 1\}$，$D=\{x\mid x<5\}$，求 $C\cap D$，$C\cup D$. 解　$C\cap D=\{x\mid x\geqslant 1\}\cap\{x\mid x<5\}$ $=\{x\mid 1\leqslant x<5\}$； $C\cup D=\{x\mid x\geqslant 1\}\cup\{x\mid x<5\}$ $=\mathbf{R}$.		通过综合应用，让学生进一步掌握求交集、并集的方法，并与前面学过的知识结合，使学生对学过的集合有更新的认识.
	练习1　已知 $A=\{x\mid x$是锐角三角形$\}$，$B=\{x\mid x$是钝角三角形$\}$. 求 $A\cap B$，$A\cup B$. 练习2　已知 $A=\{x\mid x$是平行四边形$\}$，$B=\{x\mid x$是菱形$\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$. 练习3　已知 $A=\{x\mid x$是菱形$\}$，$B=\{x\mid x$是矩形$\}$，求 $A\cap B$.	师：引导学生画图、讨论、解答，在黑板上写出各题答案. 师：订正答案，对学生出现的问题给以纠正、讲解.	
	例4　已知 $A=\{(x,\ y)\mid 4x+y=6\}$，$B=\{(x,\ y)\mid 3x+2y=7\}$，求 $A\cap B$. 解　$A\cap B=\{(x,\ y)\mid 4x+y=6\}\cap\{(x,\ y)\mid 3x+2y=7\}$ $=\left\{(x,\ y)\middle\vert \begin{cases}4x+y=6\\3x+2y=7\end{cases}\right\}$ $=\{(1,\ 2)\}$.	例4教师首先引导学生分析得出：$A\cap B$的元素是集合A与集合B中两方程所构成的方程组的解，然后板书详细的解题过程，并强调注意点集的表示方法.	在板书例4的过程中，使学生明确初中方程组的解的含义.

续表

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>小结</td><td><table><tr><th></th><th>定义</th><th>记法</th><th>图示</th><th>性质</th></tr><tr><td>交集</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>并集</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td>1. 学生读书、反思：
读教材 P13 ～ 16，总结本节课收获.
2. 教师引导梳理，出示表格．学生填表，巩固所学内容.</td><td>通过对比，加深理解，强化记忆.
梳理总结也可对学生薄弱或易错处强调总结.</td></tr>
<tr><td>作业</td><td>教材 P16 练习 A 组第 1 ～ 4 题.</td><td>学生课后完成.</td><td>巩固拓展.</td></tr>
</table>

1.1.4 集合的运算(二)

【教学目标】

1. 了解全集的意义；理解补集的概念，掌握补集的表示法；理解集合的补集的性质；会求一个集合在全集中的补集.

2. 发展学生运用数学语言进行表达、交流的能力；培养学生建立数形结合的思想，将满足条件的集合用 Venn 图或数轴一一表示出来；提高学生观察、比较、分析、概括的能力.

3. 鼓励学生主动参与“教”与“学”的整个过程，激发其求知欲望，增强其学习数学的兴趣与自信心.

【教学重点】

补集的概念与运算.

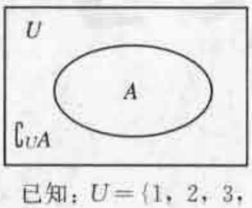
【教学难点】

全集的意义；数集的运算.

【教学方法】

本节课采用发现式教学法，通过引入实例，进而对实例的分析，引导学生寻找、发现其一般结果，归纳其普遍规律.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 复习提问：集合的交运算与并运算. 2. 实例引入，以我校食堂每天买菜的品种构成的集合为例： 计划购进的品种构成的集合记为 $U=${黄瓜，冬瓜，鲫鱼，虾，茄子，猪肉，毛豆，芹菜，土豆}； 已经购进的品种构成的集合记为 $A=${黄瓜，鲫鱼，茄子，猪肉，芹菜，土豆}.	师：提问上节课知识，并引出新问题之后，引入课题. 生：感受到数学在生活中处处存在. 师：出示引例，提出问题： 问题1：集合 A 与集合 U 什么关系？ 问题2：没有购进的品种构成的集合是什么？	温故而知新，便于引导学生在已有的基础上去探求新知识. 联系实际，使学生对将要学习的概念有感性认识，符合学生的认识规律.
新课	一、全集 1. 定义：我们在研究集合与集合之间的关系时，如果一些集合都是某一给定集合的子集，那么称这个给定的集合为这些集合的全集. 通常用字母 U 表示. 2. 特征：全集是一个相对的概念，是一个给定的集合，在研究不同问题时，全集也不一定相同. 我们在研究数集时，常常把实数集 **R** 作为全集. 二、补集 1. 定义 如果 A 是全集 U 的一个子集，由 U 中的所有不属于 A 的元素构成的集合，叫做 A 在 U 中的补集. 记作 $\complement_U A$. 读作“A 在 U 中的补集”. 2. 补集的 Venn 图表示  例1　已知：$U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$，$A=\{1, 3, 5\}$.	师：提出问题，请学生观察并回答：集合 A 与集合 U 之间关系怎样？ 生：观察集合间的关系，得出：集合 A 是集合 U 的子集. 师：通过上例，介绍全集的定义与特征. 师：通过引导学生回答引例中的问题2“没有购进的品种构成的集合是什么？”，得出补集的定义和特征；介绍补集的记法和读法. 生：根据定义，试用阴影表示补集. 师：订正、讲解补集 Venn 图表示法. 生：对例1口答填空.	从引例的集合关系中直观感知全集涵义. 通过引导学生回答问题1，得出全集的定义和特征. 从引例集合关系中直观感知补集涵义. 通过画图来理解补集定义，突破难点. 借助简单题目使学生初步理解补集定义.

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>新
课</td><td>则 $\complement_U A =$ ______；
$A \cap \complement_U A =$ ______；
$A \cup \complement_U A =$ ______.
解　$\{2,4,6\}$；$\varnothing$；U.
例 2　已知 $U=\{x \mid x$ 是实数$\}$，$\mathbf{Q}=\{x \mid x$ 是有理数$\}$.
则 $\complement_U \mathbf{Q} =$ ______；
$\mathbf{Q} \cap \complement_U \mathbf{Q} =$ ______；
$\mathbf{Q} \cup \complement_U \mathbf{Q} =$ ______.
解　$\{x \mid x$ 是无理数$\}$；$\varnothing$；U.
3. 补集的性质
(1)$A \cup \complement_U A = U$；
(2)$A \cap \complement_U A \varnothing$；
(3) $\complement_U(\complement_U A) = A$.
例3　已知全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x \mid x>5\}$，求 $\complement_U A$.
解　$\complement_U A = \{x \mid x \leqslant 5\}$.
练习 1
(1) 已知全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x \mid x<1\}$，求 $\complement_U A$.
(2) 已知全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x \mid x \leqslant 1\}$，求 $\complement_U A$.
练习 2　设 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{5,2,1\}$，$B=\{5,4,3,2\}$．求 $\complement_U A$；$\complement_U B$；$\complement_U A \cap \complement_U B$；$\complement_U A \cup \complement_U B$.
练习 3　已知全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x \mid -1<x<1\}$．求 $\complement_U A$，$\complement_U A \cap U$，$\complement_U A \cup U$，$A \cap \complement_U A$，$A \cup \complement_U A$.</td><td>师：引导学生画出例 2 的 Venn 图，明确集合间关系，请学生观察并说出结果.

师：以填空的形式出示各条性质.
生：填写性质.

师：结合数轴讲解例 3.

学生解答练习 1，并总结解题规律.

学生做练习 2、3，老师点拨、解答学生疑难.</td><td>例 2 中补充两问，为学生得出性质做铺垫.

结合具体例题和 Venn 图，使学生自己得出补集的各个性质，深化对补集概念的理解.

培养学生数形结合的数学意识.

通过练习加深学生对补集的理解.</td></tr>
<tr><td>小
结</td><td><table><tr><td></td><td>补　集</td></tr><tr><td>定义</td><td></td></tr><tr><td>记法</td><td></td></tr><tr><td>图示</td><td></td></tr><tr><td>性质</td><td></td></tr></table></td><td>1. 学生读书、反思，说出自己学习本节课的收获和存在问题.
2. 老师引导梳理，总结本节课的知识点，学生填表巩固.</td><td>让学生读书、反思，培养学生形成良好的学习习惯，提高学习能力.</td></tr>
<tr><td>作
业</td><td>教材 P17，练习 A 组第 1～4 题.</td><td>学生课后完成.</td><td>巩固拓展.</td></tr>
</table>

1.2.1 充要条件

【教学目标】

1. 使学生正确理解充分条件、必要条件和充要条件三个概念.
2. 能在判断、论证中灵活运用上述三个概念.
3. 培养学生思维的严密性.

【教学重点】

正确理解充分条件、必要条件和充要条件三个概念.

【教学难点】

正确区分充分条件、必要条件.

【教学方法】

本节课采用启发式教学和讲练结合的教学方法，引导学生分析归纳，形成概念.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	问题：判断命题“如果 $x=y$，则 $x^2=y^2$”是否正确.	师生一起感受命题推理.	联系实际；激发兴趣.
新课	1. 命题与推出 在数学中，我们经常遇到“如果 p，则 q”形式的命题，这种命题的真假要通过推理来判断. 如果 p 真，证明 q 也为真，那么“如果 p，则 q”就是真命题. 这时我们就说，由 p 可推出 q. 符号记作：$p \Rightarrow q$， 读作：“p 推出 q”. 2. 推出与充分、必要条件 p 推出 q，通常还可表述为 p 是 q 的充分条件； q 是 p 的必要条件. 这就是说， 如果 p，则 q；(真) $p \Rightarrow q$； p 是 q 的充分条件； q 是 p 的必要条件. 这四句话表达的都是同一意义. 例 1 (1)“如果 $x=y$，则 $x^2=y^2$”(真) 这个命题还可表述为哪几种形式?	生：结合引例，阅读教材 P21 第 1 行到第 15 行，每四人为一组讨论：p 推出 q 还有几种表达方式? 根据学生的回答，教师引导学生弄清几个关键词：推出，充分条件，必要条件；同时强调这四句话表达的都是同一意义.	从实例直观感知概念. 培养学生自学能力和逻辑思维能力. 几种表达方式的理解是难点，通过观察、自学、类比、思考突破学生这一思维障碍.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(2)“在$\triangle ABC$中，如果$AB=AC$，则$\angle B=\angle C$”(真)这个命题还可表述为哪几种形式? 解 (1)“如果$x=y$，则$x^2=y^2$”(真)这个命题还可表述为： $x=y\Rightarrow x^2=y^2$； 或 $x=y$是$x^2=y^2$的充分条件； 或 $x^2=y^2$是$x=y$的必要条件. (2)“在$\triangle ABC$中，如果$AB=AC$，则$\angle B=\angle C$”(真)这个命题还可表述为： 在$\triangle ABC$中，$AB=AC\Rightarrow\angle B=\angle C$； 或 在$\triangle ABC$中，$AB=AC$是$\angle B=\angle C$的充分条件； 或 在$\triangle ABC$中，$\angle B=\angle C$是$AB=AC$的必要条件. 练习1 教材P22练习A组第1题. 练习2 教师写出四种等价说法中的一种，学生说出其他三种. 3. 充要条件 观察例1(2)“在$\triangle ABC$中，如果$AB=AC$，则$\angle B=\angle C$”. 反过来，“在$\triangle ABC$中，如果$\angle B=\angle C$，则$AB=AC$”这个命题是否正确?若正确，用刚学过的“推出符号”和充分、必要条件怎么叙述? 引出充要条件的概念. 如果p是q的充分条件($p\Rightarrow q$)，p又是q的必要条件($q\Rightarrow p$)，则称p是q的充分且必要条件，简称充要条件. 记作：$p\Leftrightarrow q$. 显然，如果p是q的充要条件，那么q也是p的充要条件. 又常说成q当且仅当p，或p与q等价. 例如：两个三角形对应角相等是两个三角形相似的充要条件.	师：板书例题，引导学生用四种不同的表述方法表述同一命题. 让各个学生参与到练习中来. 教师分析例1中的(2)，引导学生得出充要条件的定义. 生：比较例1中(1)和(2)的不同，得出充分条件、必要条件、充要条件的判断方法：仅看“前推后”是不够的，还要看“后推前”. 师：你能举出几个充要条件的例子吗?	通过例题1，熟练使用四种不同表达方式，加深对充分条件，必要条件的理解. 练习2使学生熟悉四种等价说法的相互转换，为例3做准备. 在分析例(2)，的基础上得出“充要条件”的概念，使学生明确充分条件，必要条件，充要条件的关系. 培养学生思维的严密性品质.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	4. 综合练习 例 2　用充分条件、必要条件或充要条件填空： (1) x 是整数是 x 是有理数的____； (2) $x=3$ 是 $x^2=9$ 的____； (3) 同位角相等是两直线平行的________； (4) $(x-2)(x-3)=0$ 是 $x-2=0$ 的________；	师：引导学生总结解题思路，可简记为： 1. 前推后充分； 2. 后推前必要； 3. 互推充要.	引导学生用刚学过的数学语言描述初中的等价命题，培养数学语言的应用意识.
	练习 3　教材 P22，A 组第 2 题. 例3　已知 p 是 q 充分条件，s 是 r 必要条件，p 是 s 充要条件. 求 q 与 r 的关系. 解　根据已知可得 $p\Rightarrow q$，$r\Rightarrow s$，$p\Leftrightarrow s$. 所以 $r\Rightarrow s\Leftrightarrow p\Rightarrow q$. 所以 $r\Rightarrow q$. 即，r 是 q 的充分条件，q 是 r 的必要条件.	练习 3 学生模仿练习. 师：出示例题. 生：讨论，理清各命题之间的关系. 师：总结学生发言，梳理解题思路，板书解题过程.	在板书例 2 的过程中，突出解题思路与步骤. 通过例 3，将不同表达方式的转化运用到判定中，加深充分条件，必要条件，充要条件的理解.
	练习 4　用充分而不必要条件、必要而不充分条件、充要条件、既不充分也不必要条件填空： (1) $a=b$ 是 $ac=bc$ 的________； (2) 两个三角形全等是两个三角形相似的________； (3) 四边形的对角线相等是四边形是矩形的________； (4) $a+5$ 是无理数是 a 是无理数的________.	生：思考、讨论，说出练习 4 各题的结果. 师：引导学生订正答案，并说明原因，加深对各种条件的理解.	加深对充分条件，必要条件，充要条件的理解，形成技能.
小结	1. 前推后充分. 2. 后推前必要. 3. 互推充要. 4. 不能推，既不充分又不必要.	学生阅读教材 P21 ~ 22，畅谈本节课的收获，老师引导梳理，总结本节课的知识点.	梳理总结，针对学生薄弱或易错处强调总结.
作业	教材 P25，习题第 1、2 题.	学生课后完成.	巩固拓展.

1.2.2 子集与推出的关系

【教学目标】

1. 正确理解子集和推出的关系.

2. 掌握通过"推出"判断集合的关系.

3. 启发学生能够发现问题和提出问题，善于独立思考，学会分析问题和解决问题，通过教师指导发现知识结论，培养学生抽象概括能力和逻辑思维能力.

【教学重点】

理解子集和推出的关系.

【教学难点】

理解通过"推出"判断集合的包含关系.

【教学方法】

本节课采用启发式教学和讲练结合的教学方法，并运用现代化教学手段进行教学. 通过创设情景，普遍联系观点审视事物，引导学生自己独立地去发现分析归纳，形成概念. 穿插有针对性的练习并讲解，并配以题组训练模式，使学生边学边练，及时巩固，深化对概念的理解.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 口答下列各题： (1) 什么情况下 p 是 q 的充要条件? (2) 什么情况下 p 是 q 的充分条件? (3) 什么情况下 p 是 q 的必要条件? 2. 用充分条件、必要条件或充要条件填空： (1) x 是整数是 x 是有理数的_______；(2) $x>5$ 是 $x>3$ 的_______.	师：提问. 生：回答. 师：设置情景，引入新知. 从推出观点看：x 是整数 $\Rightarrow x$ 是有理数； 从两个集合关系看：整数集是有理数集的子集. 生：感受从推出和两个集合关系两个角度，了解两者关系.	复习旧知识导入新课. 联系实际； 激发兴趣. 启发学生能够从不同角度发现问题和提出问题，善于独立思考.
新课	1. 已知 $\mathbf{Q}=\{x \mid x$ 是有理数$\}$，$\mathbf{R}=\{x \mid x$ 是实数$\}$，$\mathbf{Q}$ 是 $\mathbf{R}$ 的子集. 命题"如果 x 是有理数，则 x 是实数"正确. 即：x 是有理数 $\Rightarrow x$ 是实数. 反过来，如果上述命题正确，那么有理数集 $\mathbf{Q}$ 也一定是实数集 $\mathbf{R}$ 的子集. 2. 山东省公民构成的集合一定是中国公民构成的集合的子集.	师：展示实例，引导学生观察、思考. 生：观察两种形式，感受通过两个集合之间的关系来判断命题的逻辑关系. 师：继续展示实例，逐步引导学生得出结论：我们可	利用实例直观感知，让学生体会通过判断两个集合之间的关系来判断它们的特征性质之间的关系，便于学生接受新知. 两种表达方式的理解是难点，通过

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	命题 “如果我是山东省公民，则我是中国公民”正确. 一般地，设 $A=\{x \mid p(x)\}$，$B=\{x \mid q(x)\}$，如果 $A\subseteq B$，则 $x\in A\Rightarrow x\in B$.	以通过判断两个集合之间的关系来判断它们的特征性质之间的关系. 师：以填空的形式出示二者关系，引导学生得出结论；	实例突破学生这一思维障碍. 教师指导学生发现知识结论，培养学生抽象概括能力和逻辑思维能力.
	于是 x 具有性质 $p\Rightarrow x$ 具有性质 q，即 $p\Rightarrow q$； 反之，如果 A 中的所有元素 x 都具有性质 $q(x)$，则 A 一定是 B 的子集.	生：讨论、举例. 师生共同分析、判定学生举例的正误.	通过学生举例，深化理解的同时分解难点.
	例1　判断下列集合 A 与 B 的关系. (1) $A=\{x \mid x$ 是 12 的约数$\}$，$B=\{x \mid x$ 是 36 的约数$\}$；(2) $A=\{x \mid x>3\}$，$B=\{x \mid x>5\}$； (3) $A=\{x \mid x$ 是矩形$\}$，$B=\{x \mid x$ 是有一个角为直角的平行四边形$\}$.	师：出示例题. 生：讨论分析，试判断. 师：请学生发表各自想法后梳理解题思路，板书解题过程；引导学生理解子集和推出之间的关系.	通过学生讨论、教师点拨，顺利帮助学生归纳总结解题思路.
	解　(1) 因为　x 是 12 的约数 $\Rightarrow x$ 是 36 的约数， 所以　$A\subseteq B$. (2) 因为　$x>5\Rightarrow x>3$， 所以　$B\subseteq A$. (3) 因为　x 是矩形 $\Leftrightarrow x$ 是有一个角为直角的平行四边形， 所以　$A\Leftrightarrow B$. 练习 1 教材 P24 练习 A 组第 1 题.	学生模仿练习.	通过例题和练习，加深学生对子集和推出关系的理解，熟练进行性质之间的推出关系与对应的集合之间关系的转化.
	例2　已知 $A=\{x \mid x$ 是等腰三角形$\}$，$B=\{x \mid p(x)\}$，试确定一个集合 B，使 $A\subseteq B$. 解　因为　$A\subseteq B$， 则　x 是等腰三角形 $\Rightarrow x$ 具有性质 $p(x)$， $p(x)$：x 是三角形， 所以　$B=\{x \mid x$ 是三角形$\}$. 练习 2 教材 P24，练习 A 组第 2 题.	生：思考、讨论，分析解题思路，发表自己的看法. 师：对点拨、解答学生疑难；对学生得出的多种正确结论予以肯定，并进行鼓励，给以赏识性评价. 学生模仿练习.	提高学生分析问题和解决问题的能力. 巩固学生对子集和推出关系的理解，形成技能.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	本节课学习了以下内容： 我们可以通过判断两个集合之间的关系来判断它们的特征性质之间的关系. 设 $A=\{x \mid p(x)\}$，$B=\{x \mid q(x)\}$，如果 $p\Rightarrow q$，则 $A\subseteq B$. 反之亦然.	学生阅读教材 P23 ~ 24，畅谈本节课的收获老师引导梳理，总结本节课的知识点.	梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结.
作业	教材 P26，习题第 4 题.	学生课后完成.	巩固拓展.

Ⅳ 测 验 题

1. 已知 $A=\{2, 3\}$，$B=\{1, 5\}$，全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，填空：
   (1) $A\cap B=$______；
   (2) $A\cup B=$______；
   (3) $\complement_U A\cap\complement_U B=$______.
2. 用符号“$\subseteq$”“$\supseteq$”“$=$”填空：
   (1) $\{1, 2\}$______$\{1, 2, 3\}$；
   (2) $\{x \mid x^2=9\}$______$\{-3, 3\}$；
   (3) $\{x \mid x(x-1)(x+1)=0\}$______$\{0, 1\}$；
   (4) $\{x \mid x^2<0\}$______$\{x \mid x^2=1\}$.
3. 判断下列关系式是否正确(分别在题后的括号内填上“正确”或“错误”)：
   (1) $3\in\mathbf{N}$ (　　)
   (2) $\sqrt{2}\in\mathbf{Q}$ (　　)
   (3) $\{0\}=\varnothing$ (　　)
   (4) $a\in\{a\}$ (　　)
4. 用性质描述法表示下列集合：
   (1) 由上海一个城市构成的集合；
   (2) 平行四边形全体构成的集合；
   (3) 偶数全体构成的集合.
5. 用充分条件，必要条件或充要条件填空：
   (1) “$a=0$”是“$ab=0$”的________；

(2) "$a+b$ 是自然数" 是"a 和 b 都是自然数" 的________;

(3) "$a=0$ 且 $b=0$" 是"$a^2+b^2=0$" 的________;

(4) "$x^2+2x-3=0$" 是"$x=1$" 的________.

6. 已知全集$U=\mathbf{R}$. $A=\{x|x<3\}$, $B=\{x|x<1\}$, 求$A\cap B$, $\complement_U B$, $A\cup\complement_U B$.

7. 如图1-2, 集合A, B, U, S分别是{四边形}, {平行四边形}, {菱形}, {矩形} 中的某一个, 试分别确定A, B, U, S.

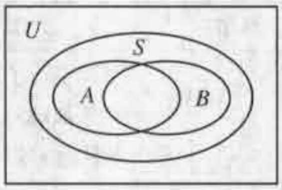


图 1-2

测验题答案

1. (1) $\varnothing$;　(2) $\{1, 2, 3, 5\}$;　(3) $\{4\}$.
2. (1) $\subseteq$;　(2) $=$;　(3) $\supseteq$;　(4) $\subseteq$.
3. (1) 正确; (2) 错误; (3) 错误; (4) 正确.
4. (1) $\{x \mid x$ 是地处中国黄浦江边的最大工业城市$\}$;
   (2) $\{x \mid x$ 是两组对边分别平行的四边形$\}$;
   (3) $\{x \mid x=2n,\ n\in\mathbf{Z}\}$.
5. (1) 充分条件; (2) 必要条件; (3) 充要条件; (4) 必要条件.
6. $A\cap B=\{x|x<1\}$;
   $\complement_U B=\{x|x\geqslant 1\}$;
   $A\cup\complement_U B=\mathbf{R}$.
7. $A=$ {菱形}, $B=$ {矩形},
   $U=$ {四边形}, $S=$ {平行四边形},
   或　$A=$ {矩形}, $B=$ {菱形},
   $U=$ {四边形}, $S=$ {平行四边形}.

V　习题答案、提示和解答

练习 A 组(第 4 页)

1. (1) 是;　(2) 否;　(3) 是;　(4) 否.
2. 分别用 $\mathbf{N}$, $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ 表示, 它们都是无限集.
3. (1) ×;　(2) √;　(3) ×;　(4) √;
   (5) √;　(6) √.

练习 B 组(第 5 页)

1. (1) $\notin$;　(2) $\in$;　(3) $\notin$;
   (4) $\in$;　(5) $\in$;　(6) $\in$.
2. (1) ×;　(2) √;　(3) ×;　(4) √.

练习 A 组(第 8 页)

1. (1) $\{4, 6, 8, 10\}$;　(2) $\{-1, 1\}$;　(3) $\{5\}$;
   (4) {1 月, 3 月, 5 月, 7 月, 8 月, 10 月, 12 月};

(5) $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$；

(6) $\{-2, 2\}$；　　　(7) $\{-1, 3\}$；　(8) 略.

2. (1) 略；

(2) $\{x \mid x = 2n-1, n \in \mathbf{N}_+\}$；

(3) $\{x \mid x \leqslant 3\}$；

(4) $\{x \mid |x| = 3\}$；

(5) $\{M \in$ 平面 $\alpha \mid |MO| = 3\text{ cm}\}$；

(6) $\{x \mid x$ 是有一个内角为直角的平行四边形$\}$.

练习 B 组(第 9 页)

1. (1) $\{\text{m, a, t, h, e, i, c, s}\}$；

(2) $\{-3, -2\}$；

(3) $\{2, 3, 5, 7\}$；

(4) $\{x \mid x = 2n-1, n \in \mathbf{N}_+$，且 $n \leqslant 500\}$；

(5) $\{-3, 0, 1\}$；

(6) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

2. (1) $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$；

(2) $\{x \mid x = 2n+1, n \in \mathbf{Z}\}$；

(3) $\{x \mid x = 3n+2, n \in \mathbf{N}\}$；

(4) $\{x \mid x$ 是有一组对边平行，另一组对边不平行的四边形$\}$；

(5) $\{x \mid x$ 是邻边相等的平行四边形$\}$；

(6) $\{x \mid x$ 是邻边相等的矩形$\}$.

练习 A 组(第 12 页)

1. (1) $\in$；　　　(2) $=$；　　　(3) $\subsetneqq$；

(4) $\supsetneqq$；　　　(5) $\subsetneqq$；　　　(6) $\subsetneqq$；

(7) $\in$；　　　(8) $\supsetneqq$.

2. 子集有 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{b, c\}$，$\{a, b, c\}$，除 $\{a, b, c\}$ 外，其余都是真子集.

3. (1) $A \subsetneqq B$；　　　(2) $C = D$.

4. $D \subsetneqq B \subsetneqq A$；　　　$D \subsetneqq C \subsetneqq A$.

如图 1-3 所示：

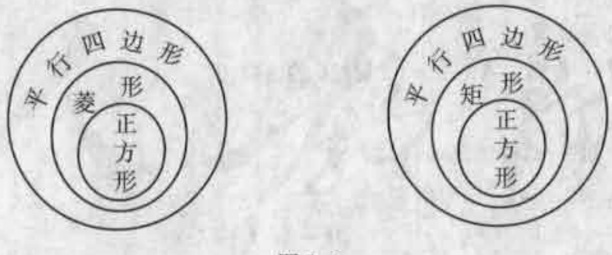


图 1-3

练习 B 组(第 12 页)

1. (1) $=$；　　　(2) $=$；　　　(3) $\subsetneqq$；　　　(4) $=$.

2. (1) $F = E$；　　　(2) $H \subsetneqq G$.

3. $A \supsetneqq B \supsetneqq C \supsetneqq D$，图略.

4. (1)√； (2)×； (3)√；

(4)×； (5)×； (6)√.

练习 A 组(第 16 页)

1. $A \cap B=\{3, 4\}$，$A \cup B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
2. $A \cap B=\{b, d\}$，$A \cup B=\{a, b, c, d, e, f\}$.
3. 略.
4. $A=\{-3, 3\}$，$B=\{3\}$，

$A \cap B=\{3\}$，$A \cup B=\{-3, 3\}$.

练习 B 组(第 16 页)

1. 当 $A=B$ 时，$A \cap B=A$，$A \cup B=A$，$A \cap B=A \cup B$，故原式不总成立.
2. $A \cap B=\varnothing$，$A \cup B=\{x \mid x$ 是锐角或钝角三角形$\}$.
3. $A \cap B=\left\{(x, y) \,\middle|\, \begin{cases}2x+3y=1\\3x-2y=3\end{cases}\right\}=\left\{\left(\frac{11}{13}, -\frac{3}{13}\right)\right\}$.
4. $A \cap B=\{x \mid 1<x<2\}$，$A \cup B=\{x \mid -1<x<3\}$.

练习 A 组(第 17 页)

1. $\complement_U A=\{4, 5, 6, 7, 8\}$，$\complement_U B=\{1, 2, 7, 8\}$.
2. $\complement_U A=\{x \mid x \geqslant 5\}$.
3. $\complement_U A=\{x \mid x \leqslant -1$，或 $x \geqslant 1\}$；

$\complement_U A \cap U=\{x \mid x \leqslant -1$，或 $x \geqslant 1\}=\complement_U A$；

$\complement_U A \cup U=\mathbf{R}$；$A \cap \complement_U A=\varnothing$；$A \cup \complement_U A=\mathbf{R}=U$.

4. $\complement_U A=B$，$\complement_U B=A$.

练习 B 组(第 18 页)

1. $\complement_U A=\{3, 4, 6\}$；$\complement_U B=\{1, 6\}$；

$\complement_U A \cap \complement_U B=\{6\}$；$\complement_U A \cup \complement_U B=\{1, 3, 4, 6\}$.

2. $\complement_U A=\{\alpha \mid 90^\circ \leqslant \alpha<180^\circ\}$；

$\complement_U B=\{\alpha \mid 0^\circ<\alpha \leqslant 90^\circ\}$；

$\complement_U A \cap B=B$；

$\complement_U A \cup \complement_U B=\{\alpha \mid 0^\circ<\alpha<180^\circ\}=U$；

$\complement_U(A \cup B)=\{x \mid x$ 是直角$\}$.

3. $\complement_U A=\{x \mid x$ 是偶数$\}$；$B \cap \complement_U A=\{x \mid x$ 是 10 的倍数$\}$.

习题(第 18 页)

1. (1) {红色，黄色}； (2) {珠穆朗玛峰}；

(3) $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$；

(4) $\{1, 2, 3\}$； (5) $\{x \mid x=3k+1, k \in \mathbf{Z}\}$；

(6) $\{1, 3, 5, 15\}$； (7) $\{-2, 2\}$；

(8) $\{-3, 3\}$.

2. (1) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$； (2) $\{-5\}$；

(3) $\{1, 4\}$;　　(4) $\left\{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right\}$.

3. (1)×;　(2)√;　(3)√;

(4)×;　(5)×;　(6)√.

4. (1) $A \cap B = \{3, 4\}$, $B \cap C = \{6, 7\}$, $A \cap C = \varnothing$;

(2) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,

$B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,

$A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$.

5. 略.

6. $A \cap B = \{x \mid x$ 是正方形$\}$.

7. $A \cap B = B$, $A \cup B = A$.

8. (1) $\complement_U A = \{1, 2, 6, 7, 8\}$,

$\complement_U B = \{1, 2, 3, 5, 6\}$,

$\complement_U A \cap \complement_U B = \{1, 2, 6\}$,

$\complement_U A \cup \complement_U B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$;

(2) 略.

9. (1) $\{x \mid x+1=1\} = \{0\}$, 有限集;

(2) $\{(x, y) \mid x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 无限集;

(3) $\{x \mid x^2+1=0\} = \varnothing$;

(4) $\{x \mid x^2-2x-3=0\} = \{3, -1\}$, 有限集.

10. (1) $\in$;　(2) $\supseteq$;　(3) $\subseteq$;　(4) $\subseteq$.

11. (1) $\complement_U B \cap A$;　(2) $(A \cap \complement_U B) \cup (\complement_U A \cap B)$.

12. (1) 5;

(2) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13;

(3) 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39.

13. $\complement_U P \cap Q = \{x \mid x$ 是会飞的雌鸟$\}$;

$P \cap \complement_U Q = \{x \mid x$ 是不会飞的雄鸟$\}$.

14. 略.

练习 A(第 22 页)

1. (1) “$x-1=0$”是“$x^2-1=0$”的充分条件,

“$x^2-1=0$”是“$x-1=0$”的必要条件;

(2) 对 $x, y \in \mathbf{R}$,

“$x^2+y^2=0$”是“$x=0$, 且 $y=0$”的充要条件,

“$x=0$ 且 $y=0$”是“$x^2+y^2=0$”的充要条件;

2. (1) 充分条件; (2) 充分条件;

(3) 必要条件; (4) 必要条件.

练习 B(第 23 页)

1. (1) 充分条件; (2) 充要条件;

(3) 必要条件; (4) 充分条件.

2. (1) 假；(2) 真；

(3) 假；(4) 假.

练习 A(第 24 页)

1. (1)$A\subseteq B$；(2)$B\subseteq A$.
2. 可取 $B=\{x \mid x$ 是三角形$\}$

练习 B(第 25 页)

1. (1) $A\subseteq B$；　(2) $A=B$.
2. 可取 $M=\{x \mid x$ 是菱形$\}$.

习题(第 25 页)

1. (1) “四边形的一组对边平行且相等”是“这个四边形是平行四边形”的充要条件，“一个四边形是平行四边形”是“这个四边形的一组对边平行且相等”的充要条件；

(2) “四边形 $ABCD$ 是正方形”是“四边形 $ABCD$ 四边相等”的充分条件，“四边形 $ABCD$ 四边相等”是“四边形 $ABCD$ 是正方形”的必要条件；

(3) “两个三角形相似”是“两个三角形对应角相等”的充要条件，“两个三角形对应角相等”是“两个三角形相似”的充要条件；

(4) “$\angle A=30^\circ$”是“$\sin A=\dfrac{1}{2}$”的充分条件，“$\sin A=\dfrac{1}{2}$”是“$\angle A=30^\circ$”的必要条件.

2. (1) 充分条件；(2) 充分条件；(3) 必要条件；(4) 充要条件；(5) 充分条件；(6) 必要条件.
3. (1) 假；(2) 假；(3) 真；(4) 真.
4. (1) $B\subseteq A$；(2) $A\subseteq B$；(3) $A=B$；(4) $A=B$.
5. (1) p 是 q 的必要条件；(2) p 是 q 的充分条件；(3) p 是 q 的充分条件；(4) 充要条件.

第二章　不等式

Ⅰ　教学要求

1. 掌握实数大小的基本性质和不等式的重要性质，了解用比较法和综合法证明一些简单的不等式的方法.

2. 掌握"作差""配方"两个求解问题的基本方法.

3. 掌握一元一次不等式与一元一次不等式组的解法，掌握一元二次不等式的解法，了解含有绝对值的不等式的解法.

4. 能用不等式知识解决简单的实际问题.

5. 能用计算器、计算机进行有关计算.

Ⅱ　教材分析和教学建议

本章主要内容包括：一元一次不等式(组)、一元二次不等式与含绝对值不等式的解法及不等式的简单应用.

本章第一大节，首先通过数形结合，说明实数可从小到大排列的有序性质. 在此基础上，给出比较实数大小的方法，即通过计算两个实数的差来比较它们的大小. 接着根据实数的基本性质推出不等式的三个重要性质. 在证明不等式重要性质时，介绍了证明不等式的常用方法：比较法和配方法.

本章第二大节先介绍了区间的概念，接下来复习一元一次不等式及不等式组的解法，归纳了解题步骤. 然后通过实数乘法运算的符号法则，介绍了如何把一元二次不等式转化为一元一次不等式组求解，最后介绍了含绝对值不等式的解法，讲述了不等式有关概念及解题步骤. 以解决实际问题为主线，贯穿始终.

本章第三大节介绍了不等式的简单应用，并介绍了均值定理及其应用.

本章的重点是，不等式的解法与不等式的基本性质. 难点是它们的应用，即问题模型的解决以及不等式的证明.

本章教学约需 9 课时，具体分配如下(仅供参考)：

2.1.1	实数的大小	1 课时
2.1.2	不等式的基本性质	1 课时
2.2.1	区间的概念	1 课时
2.2.2	一元一次不等式(组) 的解法	1 课时

2.1.1　实数的大小

1. 本小节的主要内容是比较实数的大小．重点是比较法．要求学生掌握这个方法．

2. 这一节首先利用实数与数轴上点的一一对应关系及数轴上点的有序性来说明实数的有序性，即实数可以比较大小这一重要性质．数轴上点的位置关系直观形象地显示了实数大小的关系，实数的有序性是不等式的理论基础．

3. 实数大小的基本性质：

$$a-b>0 \Leftrightarrow a>b,$$
$$a-b<0 \Leftrightarrow a<b,$$
$$a-b=0 \Leftrightarrow a=b,$$

反映了实数运算的性质和实数大小顺序之间的关系，它是本章整个内容的出发点，是不等式证明和解不等式的主要依据．比较两个实数 a 和 b 的大小，可归结为判断 a 与 b 差的符号．因此实数运算的符号法则是学习不等式的基础，对此可根据情况作简要的复习．

4. 本节的例2与例3是比较两个代数式的大小，教材中已加注说明．比较两个代数式的大小，实际上是比较它们值的大小，在开始学习不等式时，应使学生建立这种概念．在讲例题时，一定要说明代数式中字母的取值范围，一般不要省略．取值范围是实数集的可以省略不写，但最好强调一下，提醒学生不要忘记字母的取值范围．

2.1.2　不等式的基本性质

1. 本小节的主要内容是不等式的性质，举例说明了不等式证明的基本方法．在证明三个基本性质时，主要使用比较法，用实数大小的基本性质推导．在讲推论1到推论3时，主要使用的是综合法，由三个基本性质推导．教学中只要求学生会证明一些最简单的不等式．

2. 本节依据实数大小的基本性质，证明了不等式的三个重要性质：性质1(不等式的传递性)；性质2(加法法则)又叫做加法的单调性或保序性；性质3(乘法法则)通常叫做乘法的单调性．这三个不等式的重要性质是推演其他不等式性质的基础．

3. 在证明不等式性质的基础上，总结出证明不等式的基本方法——比较法．比较法的实质是实数大小的基本性质．证明不等式有好几种方法，教材中只使用了比较法和综合法两种．这样做重点突出，便于学生了解这两种方法．用比较法证明的一般步骤是：作差→变形→判断符号．综合法是使用不等式的性质和已证明的不等式去直接推证．

4. 本节中有一些练习是用举反例去否定一个不等式的正确性．建议在课堂上，举一个不等式不成立的例子，复习一下如何否定一个带有全称量词的命题．

2.2.1　区间的概念

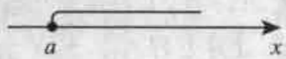
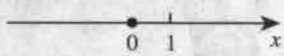
1. 这一节的主要内容是区间的概念和用区间表示不等式的解集．这些内容要求学生切实掌握．

2. 不等式解集的名称及数轴表示，归纳起来可分为两种情形：

(1) a，$b\in\mathbf{R}$，$a<b$

不等式的解集	名称	区间	数轴表示
$\{x\mid a<x<b\}$	开区间	$(a,\ b)$	
$\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$	闭区间	$[a,\ b]$	
$\{x\mid a\leqslant x<b\}$	半开半闭区间	$[a,\ b)$	
$\{x\mid a<x\leqslant b\}$	半开半闭区间	$(a,\ b]$	

(2) $a\in\mathbf{R}$

集合	区间	数轴表示
$\{x\mid x>a\}$	$(a,\ +\infty)$	
$\{x\mid x<a\}$	$(-\infty,\ a)$	
$\{x\mid x\geqslant a\}$	$[a,\ +\infty)$	
$\{x\mid x\leqslant a\}$	$(-\infty,\ a]$	
$x\in\mathbf{R}$	$(-\infty,\ +\infty)$	

3. 开区间、闭区间的区别必须让学生分清，今后不等式的解集也可以用区间表示．

2.2.2　一元一次不等式(组) 的解法

1. 本小节的教学兼有复习和提高两方面作用，主要是复习一元一次不等式(组) 的解法．

一元一次不等式(组) 的解法，是解各种不等式(组) 的基础，这部分内容虽然在初中已经学过，但学生不一定掌握得很好，我们要通过复习、练习，力求使学生熟练掌握解题

步骤．要特别强调“两边同乘(除)以一个正数，不等号方向不变；两边同乘(除)以一个负数，不等号方向改变”，力求使学生达到正确、熟练掌握的程度．

2. 教材以两个问题引入，而问题2又是问题1的变形和提高，其目的有两个：第一，唤起学生的注意力；第二，告诉学生数学来源于现实生活又服务于现实生活，提高学生学习数学的兴趣．在教学时要给予足够的重视．

3. 解一元一次不等式组的关键是求出各不等式的解集后再求出它的公共部分(交集)，教学时要给予充分重视．可以补充讲解集合、数集等概念，以及求各集合公共部分(交集)的方法，要强调数轴表示法，力求使学生正确掌握．

2.2.3　一元二次不等式的解法

1. 本小节通过一个实际问题引出一元二次不等式的概念和一般形式，然后，通过例题讲解，把一元二次不等式转化为一元一次不等式组求解或用“配方法”求解，最后归纳出一元二次不等式的一般解法和解题步骤．

2. 教授本节时，要注意培养学生的代数分析和转化能力．在初中，学生学习数学常常是靠模仿和记忆，到了高中，学生的思考能力开始增强，要及时培养他们分析思考能力．要使学生了解一元二次不等式的解法原理，仍是依据实数大小的基本性质．要使学生理解一元二次方程和一元二次不等式以及它们解法的联系和区别，以求加深记忆，正确熟练地解决问题．

3. 在解一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 或 $ax^2+bx+c<0$ $(a\neq0)$ 时，要向学生强调以下几点：

(1) 首先判断 $a>0$ 还是 $a<0$，如果是 $a<0$，则在已知不等式两端同乘上 -1，不等号改变方向，化为 $a>0$ 的情况求解；

(2) 计算方程 $ax^2+bx+c=0$ 的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的值；

(3) 根据 $\Delta>0$，$\Delta=0$，$\Delta<0$ 三种不同情况，选择教材解题步骤 S2 中的一种，求出不等式的解，并且要通过一定量的训练，使学生熟练掌握．

4. 本小节是本章的重点内容，可复习因式分解和一元二次方程等知识．

2.2.4　含有绝对值的不等式

1. 如何求解含有绝对值的不等式对学生是个难点，本小节由实数 a 的绝对值 $|a|$ 的意义，引出不等式 $|x|\leqslant3$ 和 $|x|>3$ 的解集，然后推广为 $|x|\leqslant a$ 和 $|x|>a$ 的求解，从常量到变量，从特殊到一般，是为了突破难点，便于学生掌握．

2. 两个例题分别介绍了 $|ax+b|<c$ 和 $|ax+b|\geqslant c(c>0)$ 的解法，要强调去绝对值后的不等式与原不等式的等价性．

3. 教学时可复习不等式的基本性质3及其推论1和两个集合的并集等知识，使学生减少运算过程中的错误．

2.3　不等式的应用

1. 本小节例 1 和例 2 是企业生产计划的安排问题，分别介绍了一元一次不等式和一元一次不等式组的应用. 追求效益的最大化是人们的普遍愿望，例 3 是一个求最大值的实际问题. 通过例题的教学，使学生明白数学知识既来源于实际问题，又具有广泛的应用价值，有利于提高学生的学习兴趣.

2. 本小节采用几何说明的方法介绍均值定理，既考虑到均值定理的广泛应用，又避免抽象的证明，便于学生接受.

3. 例 3 除了应用均值定理求解外，教学时可补充采用一元二次不等式求解的方法，说明一元二次不等式的应用.

略解：$S=xy=x(50-x)=-(x-25)^2+625\leqslant 625$，

当 $x=y=25$ 时，$S_{\max}=625$.

4. 采用知识延伸的方式介绍等周问题，旨在启发学生思维，培养学生探究能力.

Ⅲ　教学设计

2.1.1　实数的大小

【教学目标】

1. 理解并掌握实数大小的基本性质，并初步学习用作差比较法来比较两个实数或代数式大小.

2. 从学生身边的事例出发，体会由实际问题上升为数学概念和数学知识的过程.

3. 培养学生勤于分析、善于思考的优秀品质. 善于将复杂问题简单化也是我们应该着意培养的一种优秀的思维品质.

【教学重点】

理解实数的大小的基本性质，初步学习作差比较的思想.

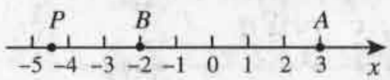
【教学难点】

用作差比较法比较两个代数式的大小.

【教学方法】

这节课主要采用讲练结合法. 通过联系公路上的限速标志，引入不等式问题，并且从关注数字的大小入手，引导学生学习用作差比较法来比较两个实数、代数式的大小. 通过穿插有针对性的练习，引导学生边学边练，及时巩固，逐步掌握作差比较法.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	右面是公路上对汽车的限速标志，表示汽车在该路段行驶的速度不得超过 40 km/h．若用 v km/h 表示汽车的速度，那么 v 与 40 之间的数量关系用怎样的式子表示？ 右面是公路上对汽车的限速标志，表示汽车在该路段行驶的速度不得低于 50 km/h．若用 v km/h 表示汽车的速度，那么 v 与 50 之间的数量关系用怎样的式子表示？	学生根据生活经验回答情境问题． 答：$v\leqslant 40$． 答：$v\geqslant 50$．	从学生身边的生活经验出发进行新知的学习，有助于调动学生学习积极性．
新课	研究实数与数轴上的点的对应关系．  观察：点 P 从左向右移动，对应实数大小的变化． 呈现结论： 数轴上的任意两点中，右边的点对应的实数比左边的点对应的实数大． $a>b\Leftrightarrow a-b>0$ $a=b\Leftrightarrow a-b=0$ $a<b\Leftrightarrow a-b<0$ 含有不等号（$<$，$>$，$\leqslant$，$\geqslant$，$\neq$）的式子，叫做不等式． 练习 1　在数学表达式： ① $-5<1$；　② $2x+4>0$； ③ x^2+1；　④ $x=6$； ⑤ $y\neq 4$；　⑥ $a-2\geqslant a$． 中，不等式的个数是（　　）． (A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5 练习 2　把下列语句用不等式表示： (1) y 是负数； (2) x^2 是非负数； (3) 设 a 为三角形的一条边长，a 是正数；	师：实数与数轴上的点的关系是怎样的？ 点 A 对应的实数与点 B 对应的实数各是多少？哪个大？ 生：实数与数轴上的点是一一对应的． 点 A 表示实数 3，点 B 表示实数 -2，点 A 在点 B 右边，$3>-2$． 当点 P 在不同的位置，学生分别比较点 P 对应的实数与点 A，点 B 对应实数的大小． 个别学生口答，其他学生评价，遇到问题，小组讨论解决．	通过动画演示提高学生学习的兴趣，活跃学生的思维． 在复习初中知识的基础上加以提升．

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
	(4) b为非正数.		
	例1　比较下列各组中两个实数的大小： (1) -3和-4；　(2) $\frac{6}{7}$和$\frac{5}{6}$； (3) $-\frac{7}{11}$和$-\frac{10}{17}$；(4) 12.3和$12\frac{1}{3}$. 解　(1) 因为 $(-3)-(-4)=-3+4=1>0$， 所以　$-3>-4$； (2) 因为$\frac{6}{7}-\frac{5}{6}=\frac{36}{42}-\frac{35}{42}=\frac{1}{42}>0$， 所以　$\frac{6}{7}>\frac{5}{6}$.	教师引导，学生口答，共同完成(1)和(2). 学生完成(3)(4).	因为例题1较为简单，讲解两个，剩余两个让学生练习，使学生在参与中学习使用作差比较的方法．但仅限于使用，不必强调要求学生掌握这个方法.
新课	例2　对任意实数x，比较$(x+1)(x+2)$与$(x-3)(x+6)$的大小. 解　因为 $(x+1)(x+2)-(x-3)(x+6)$ $=(x^2+3x+2)-(x^2+3x-18)$ $=20>0$. 所以$(x+1)(x+2)>(x-3)(x+6)$.		初步学习用作差比较法判断两个代数式的大小.
	练习3 (1) 比较$(a+3)(a-5)$与$(a+2)(a-4)$的大小； (2) 比较$(x+5)(x+7)$与$(x+6)^2$的大小.	学生仿照例题进行练习，教师巡视指导.	
	例3　比较$(x^2+1)^2$与x^4+x^2+1的大小. 解　因为 $(x^2+1)^2-(x^4+x^2+1)$ $=(x^4+2x^2+1)-x^4-x^2-1$ $=x^2\geqslant 0$， 所以$(x^2+1)^2\geqslant x^4+x^2+1$，当且仅当$x=0$时，等式成立.	学生复习$(a+b)^2$的展开式.	
	练习4 (1) 比较$2x^2+3x+4$和x^2+3x+3的大小； (2) 比较$(x+1)^2$和$2x+1$的大小.	学生仿照例题进行练习，教师巡视指导.	

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	作差法的步骤：作差 → 变形 → 定号（与 0 比较大小）→ 结论.		
作业	必做题：教材 P33，练习 A 组第 3 题. 选做题：教材 P34，练习 B 组第2(2)(5)(6) 题.		

2.1.2 不等式的性质

【教学目标】

1. 掌握不等式的三条基本性质以及推论，能够运用不等式的基本性质将不等式变形解决简单的问题.

2. 进一步掌握应用作差比较法比较实数的大小.

3. 通过教学，培养学生合作交流的意识和大胆猜想、乐于探究的良好思维品质.

【教学重点】

不等式的三条基本性质及其应用.

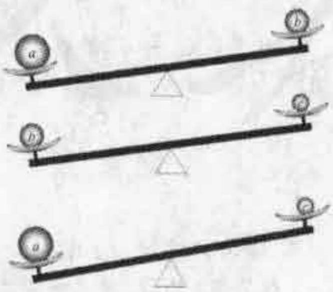
【教学难点】

不等式基本性质 3 的探索与运用.

【教学方法】

这节课主要采用讲练结合法与分组探究教学法. 通过引导学生回顾玩跷跷板的经验，师生共同探究天平两侧物体的质量的大小，引导学生理性地认识不等式的三条基本性质，并运用作差比较法来证明之. 通过题组训练，使学生逐步掌握不等式的基本性质，为后面运用不等式的基本性质解不等式打下理论基础.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	【课件展示情境 1】 	创设天平情境问题： 观察课件，说出物体 a 和 c 哪个质量更大一些？ 由此判断： 如果 $a>b$，$b>c$，那么 a 和 c 的大小关系如何？	从学生身边的生活经验出发进行新知的学习，有助于调动学生学习的积极性.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	性质1(传递性) 如果 $a>b$，$b>c$，则 $a>c$. 分析　要证 $a>c$，只要证 $a-c>0$. 证明　因为　$a-c=(a-b)+(b-c)$， 又由　$a>b$，$b>c$，即　$a-b>0$，$b-c>0$， 所以　$(a-b)+(b-c)>0$. 因此　$a-c>0$. 即　$a>c$. 【课件展示情境2】  性质2(加法法则) 如果 $a>b$，则 $a+c>b+c$. 证明　因为　$(a+c)-(b+c)=a-b$， 又由　$a>b$，即　$a-b>0$， 所以　$a+c>b+c$. 思考：如果 $a>b$，那么 $a-c>b-c$ 是否正确? 不等式的两边都加上(或减去)同一个数，不等号的方向不变. 推论1　如果 $a+b>c$，则 $a>c-b$. 证明　因为　$a+b>c$， 所以　$a+b+(-b)>c+(-b)$， 即　$a>c-b$. 不等式中任何一项，变号后可以从一边移到另一边. 练习1 (1) 在 $-6<2$ 的两边都加上9，得________； (2) 在 $4>-3$ 的两边都减去6，得________； (3) 如果 $a<b$，那么 $a-3$______$b-3$； (4) 如果 $x>3$，那么 $x+2$______5； (5) 如果 $x+7>9$，那么两边都____，得 $x>2$.	学生思考、回答得出性质1. 引导学生判断： 不等式的两边都加上(或减去)同一个数，不等号的方向是否改变? 学生口答，教师点评.	创设一种情境，给学生提供了想象的空间，为后续学习做好了铺垫. 让学生在“做”数学中学数学，真正成为学习的主人.把课堂变为学生再发现、再创造的乐园. 对不等式的性质及时练习，进行巩固.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	小组合作探究： 学生4人一组，把不等式$5>2$的两边同时乘以任意一个不为0的数，观察不等号的方向是否改变. 多试几次，你发现什么规律了吗？	学生猜想结果后，小组内合作探究、交流，教师巡回指导.	把猜想作为教学的出发点，启发学生积极思维，探索规律.
	性质3（乘法法则） 如果$a>b$，$c>0$，那么$ac>bc$；如果$a>b$，$c<0$，那么$ac<bc$. 证明　因为　$ac-bc=(a-b)c$， 又由　$a>b$，即　$a-b>0$， 所以　当$c>0$时，$(a-b)c>0$，即$ac>bc$； 所以　当$c<0$时，$(a-b)c<0$，即$ac<bc$. 如果不等式两边都乘同一个正数，则不等号的方向不变，如果都乘同一个负数，则不等号的方向改变. 思考：如果$a>b$，那么$-a$ ______ $-b$.	学生代表进行口答，其他学生评价.	
	练习2 (1) 在$-3<-2$的两边都乘以2，得______； (2) 在$1>-2$的两边都乘以-3，得______； (3) 如果$a>b$，那么$-3a$ ______ $-3b$； (4) 如果$a<0$，那么$3a$ ______ $5a$； (5) 如果$3x>-9$，那么x ______ -3； (6) 如果$-3x>9$，那么x ______ -3. 练习3 判断下列不等式是否成立，并说明理由. (1) 若$a<b$，则$ac<bc$.　(　) (2) 若$ac>bc$，则$a>b$.　(　) (3) 若$a>b$，则$ac^2>bc^2$.　(　) (4) 若$ac^2>bc^2$，则$a>b$.　(　) (5) 若$a>b$，则$a(c^2+1)>b(c^2+1)$.　(　)	练习2前3个小题由学生思考后口答；后3个小题同桌之间讨论，回答.	性质3学生容易出错，用练习及时巩固，通过相互评价学习效果，及时发现问题、解决知识盲点.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	要点：不等式的三条基本性质. 方法：作差比较法. 注意点：不等式的两边同时乘以同一个负数时，不等号的方向必须改变.		回顾、总结、矫正、提高．帮助学生形成本节课的知识网络.
作业	必做题：教材 P36，练习 A 组. 选做题：教材 P36，练习 B 组.		

2.2.1 区间的概念

【教学目标】

1. 理解区间的概念，掌握用区间表示不等式解集的方法，并能在数轴上表示出来.

2. 通过教学，渗透数形结合的思想和由一般到特殊的辩证唯物主义观点.

3. 培养学生合作交流的意识和乐于探究的良好思维品质，让学生从数学学习活动中获得成功的体验，树立自信心.

【教学重点】

用区间表示数集.

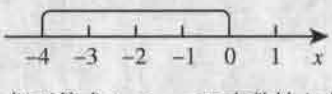
【教学难点】

对无穷区间的理解.

【教学方法】

本节课主要采用数形结合法与讲练结合法．通过不等式介绍闭区间的有关概念，并与学生一起在数轴上表示两种不同的区间，学生类比得出其他区间的记法．在此基础上引导学生用区间表示不等式的解集，为学习用区间法求不等式组的解集打下坚实的基础.

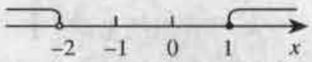
【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	教师提问： (1) 用不等式表示数轴上的实数范围；  (2) 把不等式 $1 \leqslant x \leqslant 5$ 在数轴上表示出来.	学生思考、回答，并在练习本上作出图象.	复习初中所学旧知，有助于学生在已有知识的基础上建构新的知识.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	设 a，b 是实数，且 $a<b$. 满足 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的全体，叫做闭区间，记作 $[a, b]$，如图. a，b 叫做区间的端点. 在数轴上表示一个区间时，若区间包括端点，则端点用实心点表示；若区间不包括端点，则端点用空心点表示.  $a\leqslant x\leqslant b$ $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ $[a, b]$ 闭区间  $a<x<b$ $\{x\mid a<x<b\}$ (a, b) 开区间  $a<x\leqslant b$ $\{x\mid a<x\leqslant b\}$ $(a, b]$ 半开半闭区间  $a\leqslant x<b$ $\{x\mid a\leqslant x<b\}$ $[a, b)$ 半开半闭区间 全体实数也可用区间表示为 $(-\infty, +\infty)$，符号"$+\infty$"读作"正无穷大"，"$-\infty$"读作"负无穷大".  $x\geqslant a$ $\{x\mid x\geqslant a\}$ $[a, +\infty)$  $x\leqslant a$ $\{x\mid x\leqslant a\}$ $(-\infty, a]$  $x>a$ $\{x\mid x>a\}$ $(a, +\infty)$  $x<a$ $\{x\mid x<a\}$ $(-\infty, a)$ 例 1　用区间记法表示下列不等式的解集： (1) $9\leqslant x\leqslant 10$；　(2) $x\leqslant 0.4$. 解　(1) $[9, 10]$；(2) $(-\infty, 0.4]$. 练习 1　用区间记法表示下列不等式的解集，并在数轴上表示这些区间： (1) $-2\leqslant x\leqslant 3$；　(2) $-3<x\leqslant 4$； (3) $-2\leqslant x<3$；　(4) $-3<x<4$； (5) $x>3$；　(6) $x\leqslant 4$.	教师讲解闭区间、开区间的概念、记法和图示，学生类比得出半开半闭区间的概念、记法和图示. 用表格呈现相应的区间，便于学生对比记忆. 教师强调"∞"只是一种符号，不是具体的数，不能进行运算. 学生在教师的指导下，得出结论，师生共同总结规律. 学生抢答，巩固区间知识.	教师只讲两种区间，给学生提供了类比、想象的空间，为后续学习做好了铺垫. 学生理解无穷区间有些难度，教师要强调"∞"只是一种符号，并结合数轴多加练习. 三个例题之间，穿插类似的练习题组，使学生掌握不等

<table>
<tr><th>教学环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr>
<td>新
课</td>
<td>例 2　用集合的性质描述法表示下列区间：
(1) $(-4, 0)$；　(2) $(-8, 7]$.
解　(1) $\{x \mid -4 < x < 0\}$；(2) $\{x \mid -8 < x \leqslant 7\}$.
练习 2　用集合的性质描述法表示下列区间，并在数轴上表示这些区间：
(1) $[-1, 2)$；　(2) $[3, 1]$.

例 3　在数轴上表示集合 $\{x \mid x < -2$ 或 $x \geqslant 1\}$.
解　如图所示.

练习 3　已知数轴上的三个区间：$(-\infty, -3)$，$(-3, 4)$，$(4, +\infty)$. 当 x 在每个区间上取值时，试确定代数式 $x+3$ 的值的符号.</td>
<td>学生代表板演，其他学生练习，相互评价.

同桌之间讨论，完成练习.</td>
<td>式记法、区间记法、数轴表示三者之间的相互转化.
逐层深入，及时练习，使学生熟练区间的应用.</td>
</tr>
<tr>
<td>小
结</td>
<td>填制表格：
<table>
<tr><th>集合</th><th>区间</th><th>区间名称</th><th>数轴表示</th></tr>
<tr><td>$\{x \mid a < x < b\}$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\{x \mid a \leqslant x < b\}$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\{x \mid a < x \leqslant b\}$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
<table>
<tr><th>集合</th><th>区间</th><th>数轴表示</th></tr>
<tr><td>$\{x \mid x > a\}$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\{x \mid x < a\}$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\{x \mid x \geqslant a\}$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\{x \mid x \leqslant a\}$</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>师生共同完成表格.</td>
<td>通过表格归纳本节知识，有利于学生将本节知识条理化，便于记忆.</td>
</tr>
<tr>
<td>作
业</td>
<td>必做题：教材 P39，练习 A 组.
选做题：教材 P40，练习 B 组第 1 题.</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

2.2.2 一元一次不等式(组) 的解法

【教学目标】

1. 了解一元一次不等式(组) 概念，掌握一元一次不等式(组) 的解法.

2. 通过教学，体会数形结合、类比等数学思想方法.

3. 通过对不等式有关概念的学习，培养学生的知识迁移能力和建模意识，以及合作学习的意识.

【教学重点】

一元一次不等式(组) 的解法.

【教学难点】

用数轴确定不等式(组) 的解集.

【教学方法】

本节课主要采用讲练结合法．首先介绍了一元一次不等式的有关概念，接着介绍了一元一次不等式的解法及相应的步骤，这是解一元一次不等式组的基础．最后引导学生在数轴上用区间表示各不等式的解集，在此基础上求出相应不等式组的解集.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	展示本章的章前语关于全球通和神州行的服务资费问题. 问题1　如果只考虑本地通话的费用，则通话时间为多少时，神州行方式的费用小于全球通方式的费用? 解　设本地通话时间为 x min，由题意得 $0.6x<50+0.4x$. 解这个不等式的步骤依次为： $0.6x-0.4x<50$,　(移项) $0.2x<50$,　(合并同类项) $x<250$.（两边同除以 0.2，不等号的方向不变) 所以，在本地通话时间小于 250 min时，神州行方式的费用小于全球通方式的费用.	设置实际生活情境问题. 教师适当点拨，直至得出不等式. 此次活动中，教师应重点关注：讨论要有足够的时间和空间，学生在小组讨论交流时，发表自己的想法.	情境在课本中起导入新课作用，考虑学生实际情况(分析应用题能力尚欠缺) 和题目难度，设置层层递进的问题，以降低难度.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	1. 一元一次不等式 未知数的个数是1，且它的次数是1的不等式叫做一元一次不等式. 例1 解不等式$2(x+1)+\frac{x-2}{3}>\frac{7x}{2}-1$. 解 由原不等式可得 $12(x+1)+2(x-2)>21x-6$, (原式两边乘6) $12x+12+2x-4>21x-6$, (分配律) $12x+2x-21x>-12+4-6$, (移项) $-7x>-14$, (合并同类项) $x<2$. (不等式性质) 所以，原不等式的解集是$\{x \mid x<2\}$，即$(-\infty, 2)$. 解一元一次不等式的步骤： S1 去分母； S2 去括号； S3 移项； S4 合并同类项，化成不等式($ax>b$或$ax<b$)($a\neq 0$)的形式； S5 不等式两边都除以未知数的系数，得出不等式的解集为$\left\{x \mid x>\frac{b}{a}\right\}$(或$\left\{x \mid x<\frac{b}{a}\right\}$). 练习1 求下列不等式的解集： (1) $x+5>2$; (2) $\frac{y+1}{3}-\frac{y-1}{2}\geqslant\frac{y-1}{6}$. 2. 一元一次不等式组 一般地，由几个一元一次不等式所组成的不等式组，叫做一元一次不等式组. 问题2 某塑料制品加工厂为了制定某产品第四季度的生产计划，收集到该产品的信息如下： (1) 此产品第四季度已有订货数4 000袋；	学生根据初中所学知识，在教师指导下，集体口答完成. 教师强调不等式解集的书写格式. 结合例1，师生共同总结解一元一次不等式的步骤. 学生完成练习，相互评价. 学生在教师的指导下，分析问题2，结合以前的知识，解决问题.	依据不等式有关性质，对不等式进行同解变形. 类比一元一次方程的解法，总结步骤. 学生通过练习由易到难，掌握一元一次不等式的解法. 让学生从已有的数学经验出发，从生活中建构数学模型，

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(2) 每袋需要原料 0.1 t，可供原料 410 t； (3) 第四季度生产此产品的工人至多有 5 人，每人的工时至多 504 工时，每人每工时生产 2 袋. 请你根据以上的数据，决定第四季度该产品可能的产量. 解：设该产品第四季度产量为 x 袋： 由题意知 $\begin{cases}x\geqslant 4\,000\\ x\leqslant 4\,100\\ x\leqslant 5\,040\end{cases}$ 解得 $4\,000\leqslant x\leqslant 4\,100$. 所以，第四季度该产品的产量应不少于 4 000 袋且不多于 4 100 袋. 例 2 解下列不等式组： (1) $\begin{cases}-3x+2x\geqslant 5\\ x+\frac{1}{3}x\leqslant -1\end{cases}$ (2) $\begin{cases}5x-7x\leqslant -4x-2\\ \frac{1}{2}x-\frac{1}{3}x+2>0\end{cases}$ 解：(1) 由原不等式组可得 $\begin{cases}-x\geqslant 5\\ \frac{4}{3}x\leqslant -1\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x\leqslant -5\\ x\leqslant -\frac{3}{4}\end{cases}$ 所以 $x\leqslant -5$. 即原不等式的解集为 $\{x \mid x\leqslant -5\}$. (2) 由原不等式 $\begin{cases}2x\leqslant -2\\ \frac{1}{6}x>-2\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x\leqslant -1\\ x>-12\end{cases}$	教师强调 x 的取值范围应当同时满足 3 个不等式. 师：解由几个不等式组成的不等式组，就是求这几个不等式的解集的公共部分. 教师指导学生利用数轴求解不等式组的解集. 学生在教师的引导下，完成第(2) 题.	体现了数学生活化、生活数学化的思想.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
	所以　$-12<x\leqslant -1$. 即原不等式组的解集为$\{x\mid -12<x\leqslant -1\}$. 解一元一次不等式组的步骤： S1　求这个不等式组中各个不等式的解集； S2　求出这些不等式的解集的公共部分，即求出了这个不等式组的解集. 练习 2 解不等式组： $\begin{cases}4x>2x-6\\10+3x>7x-30\end{cases}$	师生共同总结解一元一次不等式组的步骤. 学生独立完成，小组交流后，全班订正.	通过练习，巩固一元一次不等式组的解法.
小结	解一元一次不等式的步骤； 解一元一次不等式组的步骤.		
作业	必做题：教材 P43，练习 A 组. 选做题：教材 P44，练习 B 组.		

2.2.3　一元二次不等式的解法(一)

【教学目标】

1. 理解一元二次不等式的概念，掌握一元二次不等式的解法，体会一元二次方程与一元二次不等式的关系.

2. 进一步理解用数轴表示不等式解集的方法，体会数形结合、转化、分类讨论等数学思想方法，提高运算能力、逻辑思维能力.

3. 激发学习数学的热情，培养勇于探索、勇于创新的精神，同时体会事物之间普遍联系的辩证思想.

【教学重点】

一元二次不等式的解法.

【教学难点】

将一元二次不等式转化为同解的不等式组.

【教学方法】

本节课主要采用启发式教学法. 首先通过旅馆客房的租金问题引入一元二次不等式的解法问题，然后，介绍了一元二次不等式的有关概念，并教学生学习用化归的思想，把一元二次不等式转化为同解的一元一次不等式组，从而求出其解集.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 解一元二次方程： (1) $x^2-15x+50=0$； (2) $x^2-x-12=0$. 2. 解一元一次不等式组： (1) $\begin{cases}x>3\\x>7\end{cases}$　(2) $\begin{cases}x>-1\\x>3\end{cases}$ (3) $\begin{cases}x<-3\\x<2\end{cases}$　(4) $\begin{cases}x<1\\x<-4\end{cases}$	教师展示问题，学生快速解答.	复习一元二次方程及一元一次不等式组的解法，为本节课的学习打下基础.
新课	问题　一家旅社有客房300间，每间客房的日租金为30元，每天都客满，如果一间客房的日租金每增加2元，则客房每天出租会减少10间. 不考虑其他因素，旅社将每间客房的日租金提高到多少元时，可以保证每天客房的总租金不少于10 000元. 解　设每间客房的日租金增加 x 个2元，即客房的日租金为 $(30+2x)$ 元，这时将有 $300-10x$ 房间租出. $(300-10x)(30+2x)\geqslant 10\,000$, $-20x^2+600x-300x+9\,000\geqslant 10\,000$, $x^2-15x+50\leqslant 0$, $(x-5)(x-10)\leqslant 0$, 本不等式等价于不等式组： (Ⅰ) $\begin{cases}x-5\geqslant 0\\x-10\leqslant 0\end{cases}$ 或(Ⅱ) $\begin{cases}x-5\leqslant 0\\x-10\geqslant 0\end{cases}$ 解不等式组(Ⅰ)，得 $5\leqslant x\leqslant 10$； 解不等式组(Ⅱ)，得其解集为空集. 所以原不等式的解集为 $[5, 10]$. 即旅社将每间客房的日租金提高40到50元时，可以保证每天客房的总租金不少于10 000元. 1. 一元二次不等式的概念 只含有一个未知数，未知数的最高次项的次数是2，且系数不为0的整式不等式叫做一元二次不等式. 它的一般形式是 $ax^2+bx+c>0$ 或 $ax^2+bx+c<0$ $(a\neq 0)$.	教师引导，师生共同进行分析，解题，教师规范地板书解题过程. 学生在教师指导下，分析一元二次不等式的定义. 学生对比一元二次方程理解一元二次不等式的概念.	本问题中的题目难度较大，所以教师要进行恰当地引导. 知识呈现的序列性，从易到难，使学生“列不等式”能力实现螺旋上升. 采用生活情境作为导入内容，然后层层推进，步步设问，环环相扣，直至推出不等式的概念及解法.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习1　判断下列不等式是否是一元二次不等式? (1) $x^2-3x+5\leqslant 0$;　(2) $x^2-9\geqslant 0$; (3) $3x^2-2x>0$;　(4) $x^2+5<0$; (5) $x^2-2x\leqslant 3$;　(6) $3x+5>0$; (7) $(x-2)^2\leqslant 4$;　(8) $x^2<4$. 2. 解一元二次不等式 例1　解下列不等式: (1) $x^2-x-12>0$; (2) $x^2-x-12<0$. 解　因为 $\Delta=(-1)^2-4\times 1\times(-12)=49>0$, 方程 $x^2-x-12=0$ 的解是 $x_1=-3$, $x_2=4$, 则 $x^2-x-12=(x+3)(x-4)>0$. 同解于一元一次不等式组: $(\text{Ⅰ})\begin{cases}x+3>0\\x-4>0\end{cases}$或$(\text{Ⅱ})\begin{cases}x+3<0\\x-4<0\end{cases}$ 不等式组(Ⅰ)的解集是$\{x\mid x>4\}$; 不等式组(Ⅱ)的解集是$\{x\mid x<-3\}$. 故原不等式的解集为$\{x\mid x<-3或x>4\}$. 练习2　解一元二次不等式: (1) $(x+1)(x-2)<0$; (2) $(x+2)(x-3)>0$; (3) $x^2-2x-3>0$; (4) $x^2-2x-3<0$.	学生口答,进行解题. 教师分析: 怎样把一元二次不等式转化成一元一次不等式组? 学生根据实数乘法法则,在教师的引导下,分析出等价的一元一次不等式组. 学生仿照例1(1),独立完成例1(2). 学生独立练习,部分学生板演.	通过练习,辨析一元二次不等式. 教师讲解一元二次不等式的解法,给出解一元二次不等式的步骤. 通过练习让学生掌握一元二次不等式的解法.
小结	$ax^2+bx+c>0$ 或 $ax^2+bx+c<0$ $(a\neq 0)$ 中. 当 $b^2-4ac>0$ 时进行求解: (1) 两边同除以 a,得到二次项系数为1的不等式; (2) 分解因式变为$(x+x_1)(x+x_2)>0$或$(x+x_1)(x+x_2)<0$的形式.	结合例题及练习,师生共同总结一元二次不等式的解法.	梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结.
作业	教材P48,练习A组第2题.	学生课后完成.	巩固拓展.

2.2.3 一元二次不等式的解法(二)

【教学目标】

1. 进一步学习一元二次不等式的解法，体会一元二次方程与一元二次不等式的关系.

2. 体会数形结合、转化、分类讨论等数学思想方法，提高运算能力、逻辑思维能力.

3. 激发学习数学的热情，培养勇于探索、勇于创新的精神，同时体会事物之间普遍联系的辩证思想.

【教学重点】

一元二次不等式的解法.

【教学难点】

根据一元二次方程的解的情况写出相应的一元二次不等式的解集.

【教学方法】

本节课主要采用启发式教学法．首先回顾了完全平方公式，复习初中学习的配方法，接着用例题介绍了用因式分解法和配方法解一元二次不等式的步骤，基本思想仍然是把二次不等式转化为一次不等式(组)来求解．最后给出了解一元二次不等式的一般步骤.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. $(a+b)^2=$________； $(a-b)^2=$________. 2. 把下面的二次三项式写成$a(x+m)^2+n$的形式： (1) x^2+2x+4；　(2) x^2-2x+1. 3. 解下列一元二次不等式： (1) $x^2+8x+15>0$； (2) $-x^2-3x+4>0$； (3) $2x^2-3x-2>0$.	学生通过练习，复习一元二次不等式的解法. 教师巡视指导.	复习初中学习的完全平方公式和配方法，为本节课的教学打下基础. 复习巩固上一节的内容.
新课	例2　解下列不等式： (1) $x^2-4x+4>0$；(2) $x^2-4x+4<0$. 解(1) 由于$x^2-4x+4=(x-2)^2\geqslant 0$，所以原不等式的解集为$\{x\mid x\neq 2\}$； (2) 由(1)可知，没有一个实数$x$使得不等式　$(x-2)^2<0$ 成立，所以原不等式的解集为$\varnothing$. 例3　解不等式： (1) $x^2-2x+3>0$；(2) $x^2-2x+3<0$. 解　(1) 对于任意一个实数x，都有 $x^2-2x+3=(x-1)^2+2>0$， 即不等式对任何实数都成立，	学生在教师的引导下，运用初中所学的配方法，进行配方，通过分析求出一元二次不等式的解集. 学生根据教师讲解，完成例2(2). 学生根据教师讲解，完成例3(2).	学生根据已有的知识，探索$\Delta=0$时一元二次不等式的解法. 探索$\Delta<0$时一元二次不等式的解法.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	所以原不等式的解集为 **R**. (2) 对于任意一个实数 x，不等式 $(x-1)^2+2<0$ 都不成立，所以原不等式的解集为 $\varnothing$. 练习 1　解下列不等式： (1) $x^2-2x+3\leqslant 0$； (2) $x^2+4x+5>0$； (3) $x^2-2x+1>0$. 解一元二次不等式的步骤： S1　求出方程 $ax^2+bx+c=0$ 的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的值. S2　(1) $\Delta>0$，则二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a>0)$ 有两个不等的根 x_1，x_2（设 $x_1<x_2$），则 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$. 不等式 $a(x-x_1)(x-x_2)>0$ 的解集是 $(-\infty,\ x_1)\cup(x_2,\ +\infty)$； 不等式 $a(x-x_1)(x-x_2)<0$ 的解集是 $(x_1,\ x_2)$. (2) $\Delta=0$，通过配方得 $a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$. 由此可知，$ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $\left(-\infty,\ -\frac{b}{2a}\right)\cup\left(-\frac{b}{2a},\ +\infty\right)$； $ax^2+bx+c<0$ 的解集是 $\varnothing$. (3) $\Delta<0$，通过配方得 $a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}\left(\frac{4ac-b^2}{4a}>0\right)$. 由此可知，$ax^2+bx+c>0$ 的解集是 **R**；$ax^2+bx+c<0$ 的解集是 $\varnothing$. 练习 2　解下列不等式： (1) $4x^2+4x-3<0$； (2) $3x\geqslant 5-2x^2$； (3) $9x^2-5x-4\leqslant 0$； (4) $x^2-4x+5>0$.	学生对于 $\Delta=0$，$\Delta<0$ 两种情况进行练习，掌握各种情况. 师生结合前面学过的例题和做过的练习共同总结. 教师强调对于 $a<0$ 的情况，通过在已知不等式两端乘上 -1，可化为 $a>0$ 的情况求解. 学生对一元二次不等式的所有情况进行综合练习.	学生仿照例题求出类似不等式的解集. 总结各类情况下解一元二次不等式的步骤，培养学生分类讨论的思想. 通过练习使学生进一步掌握一元二次不等式的解法.
小结	解一元二次不等式的步骤.	师生共同回顾.	
作业	教材 P55，习题第 8 题.		

2.2.4 含有绝对值的不等式

【教学目标】

1. 理解绝对值的几何意义；掌握简单的含有绝对值的不等式的解法.

2. 掌握含有绝对值的不等式的等价形式.

$|x| \leqslant a \Leftrightarrow -a \leqslant x \leqslant a$；$|x| \geqslant a \Leftrightarrow x \leqslant -a$ 或 $x \geqslant a$ $(a>0)$.

3. 通过教学，体会数形结合、等价转化的数学思想方法.

【教学重点】

含有绝对值的不等式的解法.

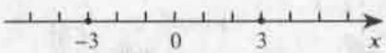
【教学难点】

理解绝对值的几何意义.

【教学方法】

本节课主要采用数形结合法与讲练结合法．首先复习绝对值的概念和不等式的基本性质，并与学生一起在数轴上把几个不相同的数的绝对值表示出来，然后师生共同探讨能否在数轴上把满足 $|x|>3$ 的 x 表示出来，从而逐步引导学生学习简单的含有绝对值的不等式的解法.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 不等式的基本性质有哪些？ 2. $|a|=\begin{cases} \underline{\qquad\quad} & (a>0) \\ \underline{\qquad\quad} & (a=0) \\ \underline{\qquad\quad} & (a<0) \end{cases}$	教师用课件展示问题，学生回答.	以提问形式复习旧知识，引出新问题.
新课	一、$|a|$ 的几何意义 数 a 的绝对值 $|a|$，在数轴上等于对应实数 a 的点到原点的距离. 例如，$|-3|=3$，$|3|=3$.  二、$|x|>a$ 与 $|x|<a$ 的几何意义 问题 1 (1) 解方程 $|x|=3$，并说明 $|x|=3$ 的几何意义是什么？ (2) 试叙述 $|x|>3$，$|x|<3$ 的几何意义，你能写出其解集吗？	学生结合数轴，理解 $|a|$ 的几何意义. 每个问题都请学生思考后回答，教师给与恰当的评价并给出正确答案. (1) $|x|=3$ 的几何意义是：在数轴上对应实数 3 的点到原点的距离等于 3，这样的点有二个：对应实数 3 和 -3 的点； (2) $|x|>3$ 的几何意义是到原点的距离大于 3 的点，其解集是	类比旧知识，教师提出新问题，学生解答. 逐步帮助学生推出解含绝对值不等式的方法并且归纳出来.

续表

<table>
<tr><th>教学环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>新
课</td><td>结论：
$|x|>a$ 的几何意义是到原点的距离大于 a 的点，其解集是 $\{x|x>a$ 或 $x<-a\}$.
$|x|<a$ 的几何意义是到原点的距离小于 a 的点，其解集是 $\{x|-a<x<a\}$.
三、解含有绝对值的不等式
练习 1　解下列不等式
(1) $|x|<5$；　(2) $|x|-3>0$；
(3) $3|x|>12$.
例 1　解不等式 $|2x-3|<5$.
解　由 $|2x-3|<5$，得
$-5<2x-3<5$，
不等式各边都加 3，得
$-2<2x<8$，
不等式各边都除以 2，得
$-1<x<4$.
所以原不等式解集为 $\{x|-1<x<4\}$.
例 2　解不等式 $|2x-3|\geqslant 5$.
解　由 $|2x-3|\geqslant 5$ 得
$2x-3\leqslant -5$ 或 $2x-3\geqslant 5$，
分别解之，得
$x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 4$，
所以原不等式解集为
$\{x|x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 4\}$.
四、含有绝对值的不等式的解法总结
$|ax+b|<c\ (c>0)$ 的解法是
先化为不等式组 $-c<ax+b<c$，再由不等式的性质求出原不等式的解集.
$|ax+b|>c\ (c>0)$ 的解法是
先化为不等式组 $ax+b>c$ 或 $ax+b<-c$，再由不等式的性质求出原不等式的解集.</td><td>$\{x|x>3$ 或 $x<-3\}$；
$|x|<3$ 的几何意义是到原点的距离小于 3 的点，其解集是
$\{x|-3<x<3\}$.
师：试归纳写出 $|x|>a$，$|x|<a\ (a>0)$ 的几何意义及解集.
学生结合数轴进行讨论，作出回答.
学生练习，教师巡视指导.
教师分析时．可采用整体代换的思想：
设 $z=2x-3$，则由 $|z|<5$，可得
$-5<z<5$，
所以 $-5<2x-3<5$，然后求解.
师：在解 $|ax+b|>c$ 与 $|ax+b|<c\ (c>0)$ 型不等式的时候，一定要注意 a 的正负．当 a 为负数时，可先把 a 化成正数再求解.</td><td>通过启发学生，尽量让学生自己归纳出解法，锻炼学生的总结概括能力并加深学生对该知识点的理解.
通过练习，使学生进一步掌握 $|x|>a$ 与 $|x|<a$ 两类不等式的解法.
讲解例题，通过这两道例题的分析，让学生能够熟悉并总结出解含绝对值不等式的方法、步骤.
通过启发学生，尽量让学生结合两例题自己归纳出解法，锻炼学生的总结概括能力并加深学生对该知识点的理解.</td></tr>
</table>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习 2　解下列不等式 (1) $\|x+5\| \leqslant 7$；(2) $\|5x-3\| > 2$.	让全体同学在练习本上做，教师巡视，并请几位同学在黑板上做.	使学生进一步掌握含绝对值不等式的解法.
小结	(1) 解含绝对值的不等式关键是转化为不含绝对值符号的不等式； (2) 去绝对值符号时一定要注意不等式的等价性，即去掉绝对值符号后的不等式（组）与原不等式是等价的.	学生畅谈本节课的收获，老师引导梳理，总结本节课的知识点.	梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结.
作业	必做题：教材 P50，A 组第 2 题. 选做题：教材 P50，B 组第 1 题.		

2.3 不等式的应用

【教学目标】

1. 能够根据实际问题中的数量关系，列一元一次不等式组解决实际问题.

2. 通过例题教学，让学生学会从数学的角度提出问题、理解问题、认识问题，学会从实际问题中抽象出数学模型.

3. 让学生认识数学与人类生活的密切联系，培养学生应用所学数学知识解决实际问题的意识.

【教学重点】

能够根据实际问题中的数量关系，列出一元一次不等式组解决实际问题.

【教学难点】

审题，根据实际问题列出不等式组.

【教学方法】

本节课主要采用讲练结合法．紧密联系学生熟悉的生产和生活实际，有针对性地选择了几个可以用一元一次不等式组解决的问题，师生共同研究，巩固了一元一次不等式的解法，并且特别强调，要注意实际问题中未知数的取值范围，使学生的思维更加周密，提高了运用所学数学知识解决实际问题的意识或能力.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	不等式的性质是什么?	师：今天我们研究如何利用所学的不等式知识来解决有关实际问题.	引入课题.
新课	例1　某工厂生产的产品单价是80元，直接生产成本是60元，该工厂每月其他开支是50 000元. 如果该工厂计划每月至少获得200 000元的利润，假定生产的全部产品都能卖出，问每月的产量至少是多少? 解　设每月生产x件产品，则总收入为$80x$，直接生产成本为$60x$，每月利润为 $80x-60x-50\,000=20x-50\,000$(元)， 依据题意，得 $$20x-50\,000\geqslant 200\,000,$$ 解得 $$x\geqslant 12\,500.$$ 所以每月产量不少于12 500件. 例2　某公司计划下一年度生产一种新型计算机，各部门提供的数据信息： 人事部：明年生产工人不多于80人，每人每年按2 400工时计算； 市场部：预测明年销售量至少10 000台； 技术部：生产一台计算机，平均要用12个工时，每台机器需要安装某种主要部件5个； 供应部：今年年终将库存这种主要部件2 000件，明年能采购到的这种主要部件为80 000件. 根据上述信息，明年公司的生产量可能是多少? 解　设明年生产量为x台，则依据题意得 $$\begin{cases}12x\leqslant 80\times 2\,400\\5x\leqslant 2\,000+80\,000\end{cases}$$ 解得　$$\begin{cases}x\leqslant 16\,000\\5x\leqslant 16\,400\end{cases}$$ 所以明年这个公司的产量可在10 000台至16 000台之间.	教师提出问题： (1) 假设每月生产x件产品，则总收入是多少? 总的直接生产成本是多少? (2) 每月的利润怎么表示? (3) 至少获得200 000元的利润的含义是什么? 学生探究教师提出的问题，先得到每月的利润，进而得到不等式. 教师提出问题： (1) 假设明年公司的产量为x台，则按技术部计划，生产x台计算机需总工时是多少? 人事部计划明年的总工时是多少? 两者的关系是什么? (2) 生产x台计算机，按技术部计划，需要多少个主要部件? 供应部明年能提供多少这种主要部件? 两者的关系是什么? (3) 市场部预测明年销售量至少10 000台的含义是什么? 教师引导学生分析问题，设未知数，得到不等式后，由学生完成解答过程.	通过问题设置，让学生通过探究活动将实际问题转化为不等式问题. 本题难度相对较大，教师不仅仅教会学生解决这个问题，而且还要教学生学会解决这类问题的方法.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例3　已知一根长为100 m的绳子，用它围成一个矩形，问长和宽分别为多少时，围成矩形的面积最大? 解：设矩形的长为 x m，宽为 y m，面积为 S m²， 根据题设条件，有 $x+y=50$，且 $x>0$，$y>0$. $S=xy$. $\sqrt{xy}\leqslant\frac{x+y}{2}=25$. 所以 $xy\leqslant 625$，当且仅当 $x=y=25$ 时，等号成立. 所以，要想使所围矩形的面积最大，长和宽都为 25 m.	均值定理： 若 a，b 是正数，则 $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$， 当且仅当 $a=b$ 时，等号成立.	教师指导学生层层分析，教会学生怎样审题，分析题目中的数据，然后，由学生完成解答过程.
小结	解不等式应用题的步骤： (1) 分析题意，找出实际问题中的不等关系，设定未知数，列出不等式(组)； (2) 解不等式(组)，求出未知数的范围； (3) 从不等式(组)的解集中求出符合题意的答案.	师生共同进行课堂小结.	
作业	必做题：教材 P54，习题第 4、5 题. 选做题：教材 P54，习题第 2、3 题.		对课后书面作业实施分层设置.

Ⅳ　测　验　题

1. 填空题：

(1) $\frac{2-3x}{4}+1\geqslant 0$ 的解集是______；

(2) 实数 3，-1，0，$\frac{14}{3}$，$-\frac{1}{2}$，-4 从小到大排列是________；

(3) 如果 $a>b$，则 $-3a$ ________ $-3b$；

(4) 不等式 $-3\leqslant x<9$ 的区间表示为________；

(5) 一元一次不等式组 $\begin{cases}2x-1<3\\2x-3<3x\end{cases}$ 的解集是______；

(6) 一元二次不等式 $4x-x^2>3$ 的解集是______.

2. 选择题：

(1) 设 $P=(x^2-1)^2$，$Q=x^4+x^2+1$，则 P 与 Q 的大小关系为(　　).

A. $P>Q$　　B. $P\geqslant Q$　　C. $P<Q$　　D. $P\leqslant Q$

(2) 关于 x 的方程 $2x-k=3(x-k)+1$ 的解是正数，那么 k 应满足(　　).

A. $k<\frac{1}{2}$　　B. $k>\frac{1}{2}$　　C. $k>2$　　D. $k<2$

(3) 不等式组 $\begin{cases}x+3>0\\2x<7\\2x+1>0\end{cases}$ 的解集是(　　).

A. $-\frac{1}{2}<x<\frac{7}{2}$　　B. $-3<x<\frac{7}{2}$

C. $-3<x<-\frac{1}{2}$　　D. $x>\frac{7}{2}$

(4) 不等式 $|3x+2|>4$ 的解集是(　　).

A. $\left\{x\middle|-2<x<\frac{2}{3}\right\}$　　B. $\left\{x\middle|x<-2\text{ 或 }x>\frac{2}{3}\right\}$

C. $\left\{x\middle|-\frac{2}{3}<x<2\right\}$　　D. $\left\{x\middle|x<-\frac{2}{3}\text{ 或 }x>2\right\}$

3. 解不等式：

(1) $\frac{7x-1}{5}-3\leqslant 2x-5$；　　(2) $(6-m)^2<4m^2$.

4. 解不等式组：

(1) $\begin{cases}7x+3>6x-2\\\frac{4x+3}{5}\leqslant 1\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}3(1-x)>2(x+9)\\\frac{x-3}{0.5}-\frac{x+4}{0.2}\leqslant -14\end{cases}$

5. 解不等式：

(1) $x^2+3x-4\geqslant 0$；　　(2) $-3x^2+4x-1>0$.

6. 如果方程 $x^2+mx-4m=0$ 有不同的二个实根，求 m 的取值范围.

7. 一种灭虫药粉 30 kg，含药率是 15%，现在要用含药率较高的同种灭虫药粉 50 kg 和它混合，使混合后的含药率大于 20% 而小于 35%，则所用药粉的含药率的范围是多少？

测验题答案

1. (1) $\{x|x\leqslant 2\}$；　　(2) -4，-1，$-\frac{1}{2}$，0，3，$\frac{14}{3}$；

(3) $<$；　　(4) $[-3,9)$；

(5) $\{x|-3<x<2\}$；　　(6) $\{x|1<x<3\}$.

2. (1) D；　　(2) B；　　(3) A；　　(4) B.

3. (1) $\{x|x\geqslant 3\}$；　　(2) $\{m|m>2\text{ 或 }m<-6\}$.

4. (1) $\left\{x \mid -5<x\leqslant\frac{1}{2}\right\}$;　　(2) $\{x \mid -4\leqslant x<-3\}$.

5. (1) $\{x \mid x\leqslant -4$ 或 $x\geqslant 1\}$;　　(2) $\left\{x \,\middle|\, \frac{1}{3}<x<1\right\}$.

6. 解　由已知得

$$\Delta=m^2-4(-4m)>0,$$

化简得 $m^2+16m>0$.

解得 $m>0$ 或 $m<-16$，所以 m 的取值范围是 $m>0$ 或 $m<-16$.

7. 解　设所用药粉的含药率为 x，

则
$$\begin{cases}30\times15\%+50x>(30+50)\times20\%\\30\times15\%+50x<(30+50)\times35\%\end{cases}$$

得
$$0.23<x<0.47,$$

所以所用药粉的含药率为大于 23% 且小于 47%.

V　习题答案、提示和解答

练习 A 组(第 33 页)

1. (1) 实数；点；一一对应；小于；
 (2) $a>b$；$a-b=0$；$a<b$.

2. (1) $a>0$；　(2) $a\leqslant 0$；　(3) $a<0$；　(4) $a\geqslant 0$.

3. (1) $<$；　(2) $>$；　(3) $>$；　(4) $<$.

4. $13>\sqrt{121}>3>\sqrt{7}>1>0>-\frac{1}{2}>-2>-5>-6$.

练习 B 组(第 34 页)

1. 所有实数都可以用数轴上的对应点表示出来．在数轴上，正数是原点右侧点所表示的数，负数是原点左侧点所表示的数；零是原点所表示的数．因为数轴上右边的点对应的实数总比左边的点对应的实数大，所以正数都大于零，负数都小于零，正数大于任何负数，零小于任何正数，大于任何负数.

2. (1) $<$；　(2) $>$；　(3) $\geqslant$；　(4) $\geqslant$；　(5) $>$；　(6) $\geqslant$.

练习 A 组(第 36 页)

1. (1) $>$；　(2) $<$；　(3) $>$；　(4) $<$；　(5) $>$.

2. (1) $>$；　(2) $<$；　(3) $>$；　(4) $\neq$；　(5) $<$；　(6) $<$.

练习 B 组(第 36 页)

1. 不能．当 $1>0$，$7>2$ 时，$1-7<0-2$；当 $5>4$，$3>2$ 时，$5-3=4-2$.

2. 不能．例如，$-2>-3$，$-3>-4$，
 但 $(-2)(-3)<(-3)(-4)$.

3. (1) $<$；　(2) $>$.

习题(第 36 页)

1. (1) $>$； (2) $<$； (3) $\leqslant$(当 $a\neq 0$ 时，$0<a^2$；当 $a=0$ 时，$0=a^2$)； (4) $<$.

2. (1) $>$； (2) $<$； (3) $=$； (4) $\geqslant$；
   (5) $<$； (6) $>$； (7) $<$； (8) $=$.

3. (1) $>$； (2) $>$； (3) $>$.

4. (1) $\dfrac{b}{a}>\dfrac{b}{a+1}$； (2) $\dfrac{b}{a}<\dfrac{b+1}{a}$.

5. (1) 假．当 $c<0$ 时，有 $ac<bc$，这时命题不成立；
   (2) 假．因为当 $c^2=0$ 时，命题不成立.

练习 A 组(第 39 页)

1. (1) $\{x\,|-2<x<3\}$； (2) $\{x\,|\,2\leqslant x\leqslant 4\}$； (3) $\{x\,|\,2\leqslant x<5\}$；
   (4) $\{x\,|\,0<x\leqslant 1\}$； (5) $\{x\,|\,x\geqslant 4\}$； (6) $\{x\,|\,x<8\}$.

2. 图略.
   (1) $[-2,\ 3]$； (2) $(-3,\ 4)$； (3) $[-2,\ 3)$；
   (4) $(-3,\ 4]$； (5) $(3,\ +\infty)$； (6) $(-\infty,\ 4]$.

3. (1) $[-3,\ 2]$； (2) $[-3,\ 2)$； (3) $[0,\ +\infty)$； (4) $(-\infty,\ 0)$.

练习 B 组(第 40 页)

1. 图略.
   (1) $(-5,\ 5]$； (2) $[-2,\ 0]$.

2. $x+3$ 在 $(-\infty,\ -3)$ 的值的符号为负；$x+3$ 在 $(-3,\ 4)$ 的值的符号为正；$x+3$ 在 $(4,\ +\infty)$ 的值的符号为正.

3. (1) $(-\infty,\ 4)$； (2) $(-\infty,\ 0)$； (3) $(0,\ +\infty)$； (4) $(-\infty,\ 4)$.

练习 A 组(第 43 页)

1. (1) $\{x\,|\,x\geqslant 1\}$； (2) $\{x\,|\,x\leqslant 12\}$； (3) $\left\{x\,\middle|\,x\geqslant -\dfrac{1}{2}\right\}$； (4) $\left\{x\,\middle|\,x>\dfrac{3}{13}\right\}$.

2. (1) $\left\{x\,\middle|\,x\geqslant \dfrac{1}{2}\right\}$； (2) $\left\{x\,\middle|\,\dfrac{6}{7}\leqslant x<\dfrac{13}{11}\right\}$；
   (3) $\left\{x\,\middle|\,x\leqslant -\dfrac{1}{5}\right\}$； (4) $\left\{x\,\middle|-\dfrac{15}{14}\leqslant x<-1\right\}$.

练习 B 组(第 44 页)

1. 解　设三等奖的奖金为 x 元，则二等奖的奖金为 $2x$ 元，一等奖的奖金为 $4x$ 元．

   由题意，得
   $$5\times 4x+12\times 2x+30x\leqslant 1\,500,$$
   化简，得
   $$74x\leqslant 1\,500,$$
   解得
   $$x\leqslant \frac{750}{37}\approx 20,$$
   所以
   $$2x\leqslant \frac{750\times 2}{37}\approx 40,\quad 4x\leqslant \frac{750\times 4}{37}\approx 81.$$

   答：各位获奖学生最高能得到的奖金为一等奖 81 元，二等奖 40 元，三等奖 20 元.

2. (1) $\{x\,|\,4<x<6\}$； (2) $\{x\,|-1<x<1\}$.

练习 A 组(第 48 页)

1. (1) $\{x \mid -1 < x < 2\}$;　(2) $\{x \mid x < -2$ 或 $x > 3\}$;
(3) $\{x \mid x < -1$ 或 $x > 3\}$;　(4) $\{x \mid -1 < x < 3\}$.

2. (1) $\left\{x \,\middle|\, -\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}\right\}$;　(2) $\left\{x \,\middle|\, x \leqslant -\frac{5}{2} \text{ 或 } x \geqslant 1\right\}$;
(3) $\left\{x \,\middle|\, -\frac{\sqrt{3}}{3} \leqslant x \leqslant \frac{4\sqrt{3}}{9}\right\}$;　(4) 不等式的解集为全体实数.

3. (1) $\{x \mid -5 < x < 3\}$;　(2) $\left\{x \,\middle|\, x \leqslant -\frac{1}{2} \text{ 或 } x \geqslant \frac{2}{3}\right\}$;
(3) $\left\{x \,\middle|\, \frac{1}{3} < x < \frac{3}{4}\right\}$;　(4) $\left\{x \,\middle|\, x < -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 或 } x > \frac{3\sqrt{2}}{4}\right\}$.

练习 B 组(第 48 页)

1. 解　设该商品单价升高 x 元，则销售量减少 $20x$ 件.

由题意，得
$$(25+x)(800-20x) \geqslant 20\ 000,$$
解得
$$0 \leqslant x \leqslant 15,$$
所以该商品的最高单价是 $25+15=40$(元).

答：该商品的最高单价应为 40 元.

2. 解　(1) 当 $m=0$ 时，$x=0$ 是原方程的实根;

(2) 当 $m \neq 0$ 时，要使原方程没有实根，则有
$$\Delta = [-(1-m)]^2 - 4m^2 < 0,$$
即
$$3m^2 + 2m - 1 > 0,$$
解得
$$m > \frac{1}{3} \text{ 或 } m < -1.$$

所以当 $m > \frac{1}{3}$ 或 $m < -1$ 时，方程 $mx^2-(1-m)x+m=0$ 没有实数根.

练习 A 组(第 50 页)

1. (1) $a < 0$ 时不成立;　(2) $a \neq 0$ 时不成立;　(3) 成立;　(4) 成立.

2. 图略.
(1) $(-5, 5)$;　(2) $[-3, 7]$;　(3) $(-\infty, -2] \cup [-1, +\infty)$;　(4) $(1, 2)$.

练习 B 组(第 50 页)

1. (1) $[0.99, 1.01]$;　(2) $[-1.5, -0.5]$;
(3) $\left(-\infty, \frac{1}{5}\right] \cup \left[\frac{3}{5}, +\infty\right)$;　(4) $\left(-\infty, -\frac{10}{3}\right] \cup [-2, +\infty)$.

2. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$.

习题(第 51 页)

1. (1) $(-\infty, 1)$;　(2) $(-\infty, 3)$;　(3) $(-3, +\infty)$;　(4) $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

2. (1) $\left(-\infty, \frac{5}{4}\right) \cup \left(\frac{4}{3}, +\infty\right)$;　(2) $\varnothing$;　(3) $(2, +\infty)$;　(4) $(2, 4)$.

3. (1) $(-4,\ 4)$； (2) $(-\infty,\ -2)\cup(2,\ +\infty)$； (3) $(-1,\ 2)$； (4) $(-\infty,\ -1)\cup(4,\ +\infty)$.

4. (1) $\left(-\dfrac{13}{9},\ +\infty\right)$； (2) $\left(\dfrac{70}{9},\ +\infty\right)$.

5. (1) $\left(\dfrac{11}{2},\ 8\right)$； (2) $\varnothing$.

6. (1) $(-\infty,\ -3)\cup(0,\ +\infty)$； (2) $(-\infty,\ -1]\cup\left[\dfrac{3}{2},\ +\infty\right)$.

7. (1) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$；(2) $\{1,\ 2,\ 3\}$.

8. 解　$|x-a|<b\Leftrightarrow -b<x-a<b\Leftrightarrow a-b<x<a+b$.

由已知，得
$$\begin{cases}a-b=-3\\a+b=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=6\end{cases}$$

所以 $a=3$，$b=6$.

习题(第 54 页)

1. 解　设矩形面积为 S，一边长为 x m，则另一边长为 $\dfrac{20-2x}{2}=(10-x)$ m.

$S=x(10-x)=-(x-5)^2+25\leqslant 25$.

当 $x=5$ 时，$10-x=5$，此时 $S_{\max}=25$.

答：当矩形的长和宽都为 5 m 时，围成的矩形面积最大.

2. 解　设矩形的长和宽分别为 x，y，周长为 l.

由题意，得　$l=2x+2y=2(x+y)\geqslant 4\sqrt{xy}=4\sqrt{625}=4\times 25=100$.

当 $x=y=25$ 时，$l_{\min}=100$.

答：矩形的最短周长为 100 m.

3. 证明　设圆内接矩形的长和宽分别为 x，y，面积为 S.

由已知，得
$$x^2+y^2=d^2.$$

所以 $S=xy\leqslant\dfrac{x^2+y^2}{2}=\dfrac{1}{2}d^2$，当 $x=y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}d$ 时，$S_{\max}=\dfrac{1}{2}d^2$.

所以，在直径为 d 的圆内接矩形中，面积最大的是正方形，它的面积为 $\dfrac{1}{2}d^2$.

4. 解　设每月需要销售 x 件产品.

由题意，得
$$50x-(120\ 000+20x)\geqslant 20\ 000.\qquad (x\in\mathbf{N}),$$

解得
$$x\geqslant 4\ 667.$$

答：每月至少需要销售 4 667 件产品.

5. 解　设每月至少要销售 x 件商品. 由已知，得
$$(275-3x)\cdot x-(500+5x)\geqslant 5\ 500,$$

解得
$$40\leqslant x\leqslant 50.$$

答：每月至少要销售 40 件商品.

6. 解　设发行量是 x 本.

由题意，得
$$3.5x-(50\ 000+0.5x)>0\qquad (x\in\mathbf{N})$$

解得
$$x>\frac{50\ 000}{3}\approx 16\ 667.$$

答：最低发行量是 16 667 本.

7. 解　设定价为每本 $(2.5+0.1x)$ 元.

由题意，得 $(2.5+0.1x)(80\,000-2\,000x)\geqslant 200\,000$，

解得 $$0\leqslant x\leqslant 15.$$

则 $$2.5\leqslant 2.5+0.1x\leqslant 4.$$

答：最高定价为每本 4 元.

8. 解　设刹车前的速度为 x km/h. 由题意，得

$$0.05x+\frac{x^2}{180}>12,$$

化简得 $$x^2+9x-2\,160>0. \tag{1}$$

解方程 $$x^2+9x-2\,160=0,$$

得 $$x_1\approx 42,\ x_2\approx -51.$$

所以不等式(1) 的解集为

$$\{x\,|\,x>42\text{ 或 }x<-51\}.$$

答：刹车前的车速大于每小时 42 km.

第三章　函数

Ⅰ　教学要求

1. 理解函数的概念，理解和掌握函数符号 $f(x)$ 的意义和掌握函数的三种表示法. 给出一个函数，能求出它的定义域，能求解简单的值域问题.

2. 理解函数的增量和函数单调性的概念，能判断和证明一些简单函数的单调性. 理解函数奇偶性的概念，能判断简单函数的奇偶性.

3. 掌握一次、二次函数的性质和图象，会应用性质和图象解决一些简单问题. 理解二次函数与一元二次不等式的关系.

4. 会运用函数知识解决一些简单实际问题.

Ⅱ　教材分析和教学建议

本章主要内容包括函数的概念及其表示法，函数的性质(单调性、奇偶性)，一次、二次函数的性质和图象，函数的应用等.

本章共分三大节，第一节介绍了函数的概念及其表示方法、函数的单调性和奇偶性；第二节提出了一次、二次问题，介绍了一次函数和二次函数模型；第三节介绍了函数的简单应用.

函数是数学中最重要最基本的概念之一. 本章在集合对应的基础上，解释了初中讲述的函数，分析了函数各种表示法的优点，教材讲述了函数的性质：单调性和奇偶性；在此基础上研究一次、二次函数的性质和图象，并介绍了函数的简单实际应用，使学生在初中基础上对函数的认识得到进一步的提高.

本章重点是函数概念，一次、二次函数的性质及应用.

本章的难点是二次函数的性质及应用.

对刚从初中升入到中等职业学校学习的学生，面临内容繁多、抽象性强的教学内容，一时较难适应. 因此教学中，要注意初中与中等职业学校数学知识之间的衔接. 在教学中要注意以下几点：

1. 注意从实例出发、引入概念应注意从学生熟悉的事物入手，激发学生的注意力与兴趣. 教师每讲授一个新概念，要给学生提供能反映概念本质属性的素材，使普通学生对概念有正确的感性认识，使较高水平的学生能从丰富的表象中抽象概括出概念，感到其合理性和必要性. 对容易混淆的概念，适当采用对比的方法，使学生从正误两种例子中

加深对概念的理解.

2. 温故而知新. 在引进和运用新知识时，尽量复习已学过的知识，使已学过的知识得到不断的重现而加以巩固；注意复习函数的定义域与不等式的解法等.

3. 教材对练习的配备，分为 A、B 两组. A 组为基本教学要求的练习题，B 组用于对学有余力的同学更多训练. 两组练习题并未作严格的难易区分. 教学时，教师可根据实际情况从中选择题目.

4. 注意数形结合. 把一个问题用数形结合的方法分析研究和解决，对中等职业学校学生具有特殊的重要意义. 分析函数性质时作出简图，便于增强学生对函数直观的感知；观察图象的性态，用分析的方法研究函数的性质，使直观的感知上升到理性的认识. 例如，对函数的单调性和奇偶性，要尽可能地画出简图，久而久之可以培养学生良好的分析问题的能力和习惯.

本章教学约需 12 课时，具体分配如下(仅供参考)：

3.1.1	函数的概念	1 课时
3.1.2	函数的表示方法	2 课时
3.1.3	函数的单调性	1 课时
3.1.4	函数的奇偶性	2 课时
3.2.1	一次、二次问题	1 课时
3.2.2	一次函数模型	1 课时
3.2.3	二次函数模型	2 课时
3.3	函数的应用	2 课时

3.1.1 函数的概念

教材在章头导语中以实际例子引入，对本章内容作了简单介绍，一方面说明函数的重要应用价值，激发学生学习积极性；另一方面，理清本章知识脉络，便于学生学习.

本小节先通过一个具体的例子，复习了初中的函数概念. 接着，用集合语言给出了函数的定义. 对函数定义，我们应注意以下几点：

(1) 函数是指自变量到因变量的对应关系.

(2) 一个函数包括两个要素：定义域和对应法则. 值域被对应法则和定义域所完全确定.

(3) 一个自变量的值唯一对应一个因变量的值. 如果一个自变量的值与两个以上的因变量值对应，那么这种关系就不叫做函数关系；但一个自变量的几个值同时对应因变量的一个值是符合函数定义的.

(4) 在定义中，我们用 f 表示函数，其实还可换用其他字母表示，如 g，φ 等. 同样，自变量 x 也可换用其他字母表示，如 t，k 等. 分别以 x，t，k 为自变量的三个函数

$$y=3x,\ v=3t,\ s=3k,$$

如果它们的定义域相同，则它们表示的是同一函数关系：“一个数的 3 倍”.

(5) 我们用字母"f""φ"表示函数(对应法则)，$f(x)$ 表示 f 在 x 的值. 这种讲法说成对定义域内每一数 a，$f(a)$ 表示自变量在 $x=a$ 时的值是一致的. 符号 $f(x)$ 又常常用来表示函数式.

(6) 在初中，把因变量看作自变量的函数，现在我们又把函数看成一种法则或关系. 前者虽然把因变量当作函数，但在定义中，仍然使用了对应的观点，这与后者定义的函数，在本质上已比较接近. 由于说惯了"y 是 x 的函数"，引入新定义后，这种说法仍然保留. "y 是 x 的函数""函数 $y=f(x)$""函数 $f(x)$"等说法，都是允许的.

3.1.2　函数的表示方法

1. 本小节在初中学过的三种函数表示的方法(公式法、图象法和列表法)的基础上，进一步举出利用列表画出函数图象的几个例子. 例子拓广了图象法中图象连续的局限，突出列表法的实用性和直观性.

2. 图象是数形结合的反映. 一些函数的性质、不等式的解法法则也是从观察图形总结出来的. 教学中应尽量培养学生利用数形结合来观察、分析和解决问题的习惯与能力.

3.1.3　函数的单调性

1. 在初中，主要是通过观察函数的图象学习函数的单调性. 这里我们首先给出函数单调性的一般性定义，然后再举例证明一些函数在给定区间上的单调性. 由于学生在第二章已接触了不等式的运算，他们理解这里的证明一般不会发生困难，但证明时仍需要用图验证.

2. 在讲增减函数定义时，应注意突出定义中的"任意两个不相等的值 x_1，x_2"这句话中，使用的量词是"任意两个". 可以通过举反例强调"任意两个"的重要性. 教材中的图 3-6 是函数 $y=f(x)$ 在区间 $[x_1, x_2]$ 上的图象，可向学生提问，函数 $y=f(x)$ 是不是增函数？以加深学生对增减函数概念的理解.

3. 教材用两个一般的典型函数图象，首先给出了自变量 x 的增量，函数 y 的增量这两个概念. 由于 $\Delta x=x_2-x_1$，$\Delta y=f(x_2)-f(x_1)$，所以当 x 由 x_1 到 x_2，由小变大时，$\Delta x>0$，函数 $f(x)$ 由 $f(x_1)$ 到 $f(x_2)$，由小变大时，$\Delta y>0$；反之则 $\Delta x<0$，$\Delta y<0$. 因此这里函数的增量，包括自变量的增量可正可负. 容易推出下面两个结论成立：对于在给定区间上任意两个值 x_1，x_2，

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}>0 \Leftrightarrow$ 当自变量增大(减小)时，函数值也随着增大(减小)；

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}<0 \Leftrightarrow$ 当自变量增大(减小)时，函数值随着减小(增大).

教材以 Δx，Δy 为基础给增、减函数下定义，给证明函数的增减性带来方便，本节的例 2、例 3 的证明充分地说明了这一点. 为了有利于以后利用函数增减性比较有关数值大小的教学，建议教学中除了讲清增、减函数的定义外，再明确一下它们的等价说法，即增

函数是在给定区间上随着自变量的增大(减小)而增大(减小)；减函数是随着自变量的增大(减小)而减小(增大).

3.1.4　函数的奇偶性

1. 本小节讲解函数的奇偶性，都是通过具体例子，从函数式和图象两方面进行分析后，再引出奇函数与偶函数的定义，并给出奇、偶函数图象的特殊性质. 这样引出奇、偶函数的定义，看起来虽然有些烦琐，但对培养学生研究问题的能力和加深对函数奇偶性的理解，都是有帮助的.

2. 奇、偶函数的解析定义与图象性质的紧密结合，是本小节教学奇、偶函数的主要特点. 奇函数与中心对称，偶函数与轴对称密切相关. 从代数、几何两个方面描述函数的性质，可强化学生对函数奇、偶性质的理解.

3. 函数定义域是否关于原点对称，是判断一个函数是不是奇函数或偶函数的前提条件. 考察一个函数是不是奇函数或偶函数，首先要考察它的定义域是否关于原点对称. 如果对称，再考察是否对定义域中的任意 x 满足 $f(-x)=-f(x)$ 或 $f(-x)=f(x)$，从而判定它是奇函数或偶函数或非奇、非偶函数. 如果定义域关于原点不对称，就失去了讨论函数的奇偶性的前提，函数也就无奇偶性可言.

3.2.1　一次、二次问题

1. 本小节通过一个具体问题引入了一次问题以及二次问题.

2. 教材中利用列表与画图等方法从直观上给出了问题的解. 教学过程中要注意多铺垫，使学生在具体情境中理解与解决问题.

3. 对于二次函数的最值问题，一般是通过配方变形，对函数式进行分析，得出它的最大值或最小值.

4. 在分析函数式时，所使用的方法主要是配方法. 教学时，应使学生进一步体会配方法的重要性. 为使学生掌握配方法. 教材中设置了一些练习.

3.2.2　一次函数模型

1. 本小节是在初中学习过一次函数的基础上，在新的水平上研究正比例函数和一次函数的图象和性质，并在增、减函数概念的基础上研究了正比例函数和一次函数的增减性.

2. 本小节的重点是一次函数的性质.

3. 在初中初步探讨了正比例函数、一次函数的概念、表达式以及图象，那时只是通过函数值的计算、列对应值表以及描绘函数的图象，使学生获得了关于正比例函数和一次函数等初步知识. 本节在学生已有的初步知识基础上，重点放在了理性分析上，放在应用刚学过的函数单调性来研究这两个函数上. 这样做既可以加深学生对正比例函数和一次函数的认识，又复习巩固了函数单调性的概念.

4. 本小节由定义、定义域、函数解析式、图象、增减性等系统地研究了正比例函数和一次函数. 这是在新的知识水平上对函数作系统研究的第一次实践，学生可以从中初步领略研究函数性质的方法. 教学中不应将本节当成初中知识的简单复习.

3.2.3 二次函数模型

1. 本小节是在学生已学过的二次函数有关内容的基础上，用4个例题，使用代数分析的方法，并辅以图象，研究二次函数的对称性、增减性、最大值或最小值以及与一元二次方程和一元二次不等式的关系.

2. 本小节的重点是研究二次函数的方法和二次函数的性质.

3. 学生在初中已学习过二次函数，当时主要是通过观察函数图象得出二次函数的性质的. 可以说学生的认识还是感性的，到了高中有重新研究二次函数的必要. 二次函数不仅是进一步学习数学的基础，而且应用也相当广泛. 学习二次函数的性质及其研究方法，对提高学生的数学素养非常重要.

4. 在第二章，学生已学习了不等式的基本运算，这为深入研究二次函数性质打了基础和提供了工具. 本小节通过作函数的图象，进一步对函数式作理性分析，得出它的图象的对称性及单调性等性质. 这里学习二次函数性质与初中已有所不同. 初中主要是借助图象研究函数的性质，这里主要是通过配方后的解析式，并结合图象分析函数的性质，教学要求比初中有较大的提高. 最后在研究具体例子的基础上，再研究一般二次函数表达式.

5. 本小节虽然主要是通过分析函数的解析式来探究函数的性质，但仍需要强调制作函数对应值表及描点作图，以配合代数分析，使同学掌握数形结合研究函数性质的方法.

6. 在研究函数的单调性和一元二次函数图象的基础上，教材通过例题，分析了一元二次函数、一元二次方程与一元二次不等式之间的关系.

教学中要使学生理解函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ 和方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ 的联系与区别. 注意从点的坐标的意义，二次函数值大于0、等于0或小于0去分析总结二次函数、一元二次方程以及一元二次不等式的密切联系.

3.3 函数的应用

1. 本节以4个例题介绍了学生已学过的正比例函数、一次函数和二次函数在实际生产和生活中的应用，教学时要引导学生仔细理解题意，建立数学模型，并注意正确书写符合已知条件的定义域，强调二次函数在求最值时的作用。

2. 学完本节内容后可启发学生应用数学知识去思考实际问题，培养学生如何建立简单的数学模型以及应用模型解决实际问题的能力.

3. 在科学技术飞速发展的时代，数学已在经济及管理科学中得到广泛的应用. 一个普通职工或一个中级管理人员，应当掌握哪些数学模型，以及如何应用这些数学模型，是中等职业数学教育的一个重要研究课题. 希望各位教师做些调查研究工作，为改进中等职业数学教育作出贡献.

Ⅲ 教学设计

3.1.1 函数的概念

【教学目标】

1. 理解函数的概念，会求简单函数的定义域.
2. 理解函数符号 $y=f(x)$ 的意义，会求函数在 $x=a$ 处的函数值.
3. 通过教学，渗透一切事物相互联系和相互制约的辩证唯物主义观点.

【教学重点】

函数的概念及两要素，会求函数在 $x=a$ 处的函数值，求简单函数的定义域.

【教学难点】

用集合的观点理解函数的概念.

【教学方法】

这节课主要采用问题解决法和分组教学法. 运用现代化教学手段，通过两个实例，分析抽象出函数概念，使学生更容易理解函数关系的实质以及函数两要素. 然后通过求函数值与定义域的两类题目，深化对函数概念的理解.

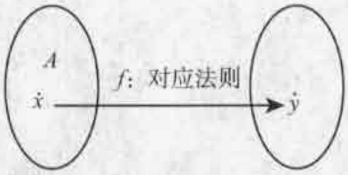
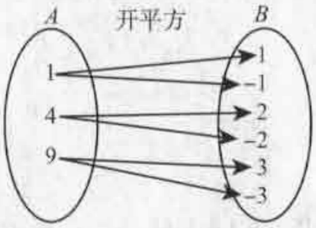
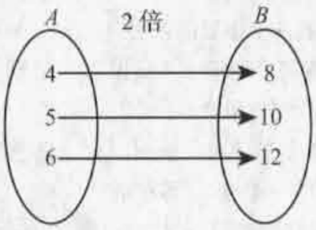
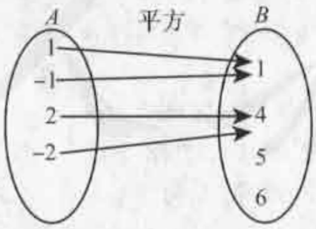
【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 试举出各类学过的函数例子. 2. 初中函数定义 在一个变化过程中，有两个变量 x 和 y，如果给定一个 x 值，就相应地确定了唯一的 y 值，那么我们就称 y 是 x 的函数，其中 x 是自变量，y 是因变量.	师：事物都是运动变化的，如：气温随时间在悄悄变化；我国的国内生产总值在逐年增长等. 在这些变化中，都存在着两个变量，当一个变量变化时，另一个变量随之发生变化. 在数学中，我们用函数来描述两个变量之间的关系. 师：提出问题. 生：回忆解答. 师生共同回忆初中函数定义.	为知识迁移做准备. 在阅读适量的例子后再回顾引出初中定义，由具体到抽象，符合职校学生的认知能力.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	一、函数概念 1. 问题1　一辆汽车在一段平坦的道路上以 100 km/h 的速度匀速行驶 2 h. (1) 在这个问题中，路程、时间、速度这三个量，哪些是常量？哪些是变量？ (2) 如何用数学符号表示行驶的路程 s(km) 与行驶时间 t(h) 的关系？ (3) 行驶时间 t(h) 的取值范围是什么？ (4) 对于行驶时间中的每一个确定的 t 值，你能求出汽车行驶的路程吗？ (5) 根据初中知识，关系式 $s=100t$ $(0\leqslant t\leqslant 2)$ 表示的是函数关系吗？ 2. 问题2　如果一个圆的半径用 r 表示，它的面积用 A 表示. (1) 你能用数学符号表示圆的面积 A 与它的半径 r 之间的关系吗？ (2) 在 A 与 r 的关系式中，r 的取值范围是什么？ (3) 关系式 $A=\pi r^2$ $(r>0)$ 表达的是一种函数关系吗？因变量是哪个量？自变量是哪个量？ 3. 两个事实  4. 函数概念 设集合 A 是一个非空的数集，对 A 内任意实数 x，按照某个确定的法则 f，有唯一确定的实数值 y 与它对应，则称这种对应关系为集合 A 上的一个函数. 记作：$y=f(x)$. 其中 x 为自变量，y 为因变量. 自变量 x 的取值集合 A 叫做函数的定义域. 对应的因变量 y 的取值集合叫做函数的值域.	学生阅读课本，讨论并回答教师提出的问题. 教师针对学生的回答进行点评. 师：从问题1和问题2中，可以看到两个重要的事实： (1) 在每个例子中都指出了自变量的取值集合； (2) 都给出了对应法则. 对自变量的一个值，都有唯一的一个因变量值与之对应. 教师引导学生学习函数的概念. 借助问题1、问题2加深对函数概念的理解. 强调“集合 A 是一个非空的数集”“法则”“唯一”等关键词语. 学生阅读课本函数概念，在理解的基础上记忆函数概念.	问题 1、2 是为突出本课重难点而设计的. 深度挖掘教材提出的两个问题，在回顾了初中的函数知识的基础上，进一步讨论自变量的取值范围，以及自变量与因变量的对应关系，为顺利引出函数定义做准备. 通过阅读讨论分析，顺应学生原有知识结构. 结合问题1、2的实例，降低对函数概念的理解难度. 分析两个实例，归纳得出两个事实，为引出函数的概念做最后的准备. 用图形能更直观地表示两个重要事实. 让学生理解函数关系实质是非空数集到非空数集的对应关系.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
课 新	5.  6. 函数两要素：定义域和对应法则. 要检验给定两个变量之间的关系是不是函数，只要检验： (1) 定义域是否给出； (2) 对应法则是否给出，并且根据这个对应法则，能否由自变量 x 的每一个值，确定唯一的 y 值. 例 1　判断下列图中对应关系是否是函数：    7. 有关符号： (1) 函数 $y=f(x)$ 也经常写作函数 $f(x)$ 或函数 f.	师：函数关系实质是非空数集到非空数集的对应关系. 师：函数的值域被函数的定义域和对应法则完全确定. 学生讨论例题中的对应关系是否满足函数的定义，并解答之. 教师总结，使学生深刻理解一个自变量 x 只能有唯一的 y 与之对应. 教师讲解函数符号的含义.	让学生明确 (1) 函数值域不是函数的要素的原因； (2) 函数两要素的用途. 利用函数的两要素来判断两变量的关系是否是函数关系需要在以后的学习中加以巩固. 通过本例，使学生进一步理解函数关系的实质.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(2) 也可以将 y 是 x 的函数记为 $y=g(x)$，或者 $y=h(x)$，等. 二、求函数值 函数 $y=f(x)$ 在 $x=a$ 处对应的函数值 y，记作 $y=f(a)$. 例 2　已知函数 $f(x)=\frac{1}{2x+1}$，求：$f(0)$，$f(1)$，$f(-2)$，$f(a)$. 解　$f(0)=\frac{1}{0+1}=1$，$f(1)=\frac{1}{2+1}=\frac{1}{3}$， $f(-2)=\frac{1}{-4+1}=-\frac{1}{3}$， $f(a)=\frac{1}{2a+1}$. 练习1　教材P61，练习A组第2(1)题. 三、函数的定义域 函数关系式中，函数的定义域有时可以省略，如果不特别指明一个函数的定义域，那么这个函数的定义域就是使函数有意义的全体实数构成的集合. 例 3　求函数 $y=\frac{\sqrt{x+3}}{x}$ 的定义域. 解　要使已知函数有意义， 当且仅当 $\begin{cases}x+3\geqslant 0\\ x\neq 0\end{cases}$ 所以函数的定义域为 $\{x\mid x\geqslant -3,\ x\neq 0\}$. 练习2　教材P61，练习B组第2(1)题.	学生分组讨论求解的方法； 小组讨论后教师引导完成. 教师引导学生求函数值，进一步加强学生对 $f(a)$ 的理解. 教师强调函数的定义域是一个集合. 总结求分式函数、偶次根式函数的定义域的方法. 教师强调定义域的表示形式. 学生讨论求解.	在本节中首次引入了抽象的函数符号 $f(x)$，学生往往只接受具体的函数解析式，而不能接受 $f(x)$，所以应让学生从符号的含义开始认识．这部分教师必须讲解清楚. 求定义域题目不必过难，重点在理解定义域的概念.
小结	1. 函数概念. 2. 两要素. 3. 函数符号. 4. 定义域.	师生合作.	梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结.
作业	教材P61，练习A组第2(2)(3)题；练习B组第2(2)(3)题.		巩固拓展.

3.1.2 函数的表示方法

【教学目标】

1. 了解函数的解析法、列表法、图象法三种主要表示方法.
2. 会由函数解析式用描点法作简单函数的图象.
3. 培养学生数形结合、分类讨论的数学思想方法，通过小组合作培养学生的协作能力.

【教学重点】

函数的三种表示方法；作函数图象.

【教学难点】

作函数图象.

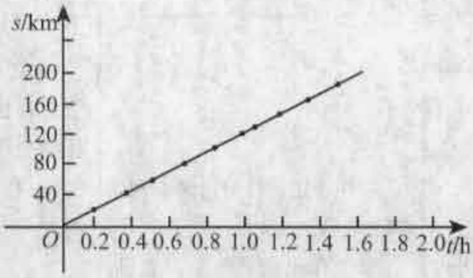
【教学方法】

这节课主要采用问题解决法和分组教学法. 本节课先借助一个实例，简要介绍函数的三种表示方法，进一步刻画函数概念；然后通过两个例题，让学生初步感知如何由解析式分析函数性质以指导画图，避免画图的盲目性. 通过本节教学，让学生初步了解数形结合研究函数的方法，为下面学习函数的单调性和奇偶性做铺垫.

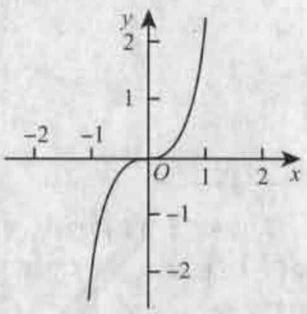
【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 函数的定义是什么？ 2. 你知道的函数表示方法有哪些呢？	师：提出问题. 生：回忆思考回答.	为知识迁移做准备.
新课	1. 函数的三种表示方法： (1) 解析法； (2) 列表法； (3) 图象法. 2. 问题 由 3.1.1 节的问题中所给的函数解析式 $s=100t(0\leqslant t\leqslant 2)$ 作函数图象. 解　列表(略)； 画图	学生阅读教材 P62，了解函数的三种表示方法. 师：函数的三种基本表示方法，各有各的优点和缺点，但有时把这三种方法结合起来使用，即由已知的函数解析式，列出自变量与对应的函数值的表格，再画出它的图象. 师：你知道画函数图象的步骤是什么吗？ 生：第一步：列表；第二步：描点；第三步：连线. 师：在问题及解答过程中，我们分别用到了哪些函数的表示方法？ 生：解析法、列表法、图象法.	这一部分内容简单，可采用阅读思考等方式进行教学，充分利用教材资源发挥学生的主动性. 培养学生勤于思考善于分析的意识和能力.

续表

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr>
<td>新课</td>
<td>


3. 针对上面的例子，思考并回答下列问题：
(1) 在上例描点时，是怎样确定一个点的位置的？哪个变量作为点的横坐标？哪个变量作为点的纵坐标？
(2) 函数的定义域是什么？
(3) s 的值能大于 200 吗？能是负值吗？为什么？函数的值域是什么？
(4) 距离 s 随行驶时间 t 的增大有怎样的变化？

4. 例 1　作函数 $y=x^3$ 的图象.
解　列表
<table>
<tr><td>x</td><td>…</td><td>-2</td><td>-1.5</td><td>-1</td><td>-0.5</td><td>-0.2</td><td>0.0</td><td>0.2</td><td>0.5</td><td>1</td><td>1.5</td><td>2</td><td>…</td></tr>
<tr><td>y</td><td>…</td><td>-8</td><td>-3.38</td><td>-1</td><td>-0.13</td><td>-0.01</td><td>0.0</td><td>0.01</td><td>0.13</td><td>1</td><td>3.38</td><td>8</td><td>…</td></tr>
</table>
画图


5. 结合例 1 完成下列问题：
(1) 函数 $y=x^3$ 的定义域、值域是什么？
(2) 函数值 y 随 x 的增大有怎样的变化？
(3) $f(a)$ 与 $f(-a)$ 相等吗？有怎样的关系？
</td>
<td>
教师引导学生利用函数图象回答分析函数的性质.

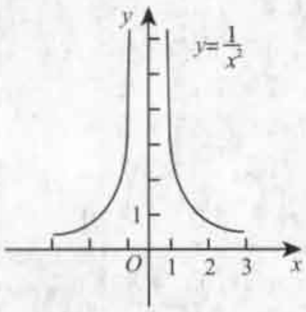
师：由上例可以看出，我们在列表、作图时，要认真分析函数，避免盲目列表计算. 函数的图象有利于我们研究函数的性质，如本例中函数的定义域、值域以及 y 随 x 增大而增大等性质.
教师引导学生分析：
函数 $y=x^3$ 的定义域是 $\mathbf{R}$，当 $x>0$ 时，$y>0$，这时函数的图象在第一象限，y 的值随着 x 的值增大而增大；当 $x<0$ 时，$y<0$，这时函数的图象在第三象限，y 的值随着 x 的值减小而减小.
教师引导学生完成列表、描点及连线，完成函数图象.
师生合作完成例 1，让学生体会取值前如何分析研究函数式的特点.
学生分组讨论完成，从讨论中掌握分析函数性质的方法.
</td>
<td>
本题的设置起到了承上启下的作用.

为突破本节课难点而设计. 问题(4)为下节引入函数的单调性做准备.

让学生在作图过程中体会函数的性质，从做中学.

尽可能把主动权交给学生，使学生在自主探索中发现问题解决问题.
问题(3)(4)的设置是为引入函数的奇偶性作准备.
</td>
</tr>
</table>

续表

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>新课</td><td>
(4) 函数图象是轴对称图形还是中心对称图形？
6. 例 2　作函数 $y=\frac{1}{x^2}$ 的图象.
解　列表
<table>
<tr><td>x</td><td>…</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>…</td><td>0</td><td>…</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr>
<tr><td>y</td><td>…</td><td>$\frac{1}{9}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>1</td><td>4</td><td>…</td><td>不存在</td><td>…</td><td>4</td><td>1</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{9}$</td><td>…</td></tr>
</table>
画图


7. 结合例 2 解答下列问题：
(1) 函数 $y=\frac{1}{x^2}$ 的定义域、值域是什么？
(2) 在第一象限中，函数值 y 随 x 的增大有怎样的变化？在第二象限中呢？
(3) $f(a)$ 与 $f(-a)$ 相等吗？有怎样的关系？
(4) 函数图象是轴对称图形还是中心对称图形？
</td><td>
学生小组合作分析课本例 2 如何取值.
学生作出例 2 图象，教师针对出现的情况进行点评或让学生互评.
教师强调自变量的取值，即 $\{x \mid x \neq 0\}$.
学生分组讨论完成，从讨论中掌握分析函数性质的方法.
</td><td>
避免为作图象而作图象，让学生在画图的过程中学习.
让学生进一步掌握分析函数性质的方法，并为下一步学习函数的单调性与奇偶性做准备.
</td></tr>
<tr><td>小结</td><td>1. 函数的三种表示方法.
2. 作函数图象.</td><td>学生畅谈本节课的收获，老师引导梳理，总结本节课的知识点.</td><td>梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结.</td></tr>
<tr><td>作业</td><td>教材 P65，练习 A 组第 3 题，练习 B 组第 2 题.</td><td></td><td>巩固拓展.</td></tr>
</table>

3.1.3 函数的单调性

【教学目标】

1. 理解函数单调性的概念，掌握判断函数的单调性的方法.

2. 通过教学，使学生领会数形结合的数学方法；培养学生发现问题、分析问题、解决问题的能力.

3. 体验数学的严谨性，渗透由一般到特殊的辩证唯物主义观点.

【教学重点】

函数单调性的概念；学会运用图象法观察函数的单调性和用定义法证明一些函数的单调性.

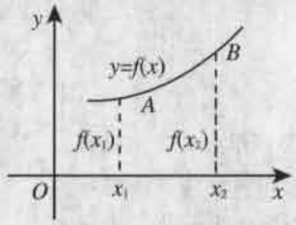
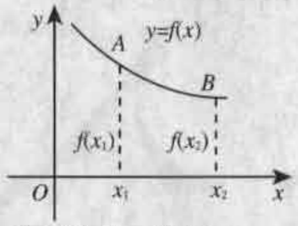
【教学难点】

利用函数单调性的定义判断和证明函数的单调性.

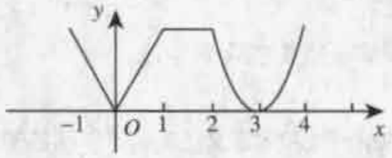
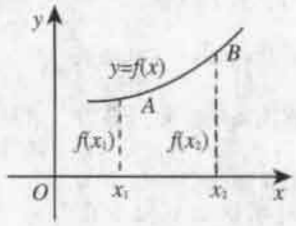
【教学方法】

这节课主要采用类比教学法和分组教学法．教师用问题引导学生从函数图象的变化趋势类比得出增减函数的概念，然后对图象进行代数分析，得出用定义证明函数单调性的步骤．从形的直观感知到严密的代数分析，使学生领会数形结合研究函数的方法．借助两个证明题，深化学生对单调性概念的理解.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	从常见的美丽的建筑物图片入手，让学生感知数学的美，激发学生的学习兴趣.	师：播放动画，师生共同欣赏后，引导学生观察部分曲线的变化趋势，引入课题.	联系实际，激发兴趣.
新课	1. 课件展示下列函数图象   2. 增函数与减函数的定义： 增函数：在给定的区间上自变量增大(减少)时，函数值随着增大(减少). 减函数：在给定的区间上自变量增大(减少)时，函数值随着减少(增大). 3. 例 1　给出函数 $y=f(x)$ 的图	师：提出问题，引导观察思考： 1. 观察图象的变化趋势怎样？ 2. 你能看出当自变量增大或减少时函数值如何变化吗？ 生：观察动画，思考回答. 教师引导学生归纳增函数与减函数的定义.	从图象直观感知函数单调性. 通过函数图象直接给出函数的定义，符合学生的特点，容易被学生接受.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	象，如图所示，根据图象指出这个函数在哪个区间上是增函数？在哪个区间上是减函数？  解　函数 $y=f(x)$ 在区间$[-1,0]$，$[2,3]$上是减函数；在区间$[0,1]$，$[3,4]$上是增函数. 4. 练习 1 (1) 观察教材 P64 例 1 的函数图象，说出函数在$(-\infty,+\infty)$上是增函数还是减函数； (2) 观察教材 P65 例 2 的函数图象，分别说出函数在$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$上是增函数还是减函数？ 5. 设 $y=f(x)$，在给定的区间上，它的图象如图.  在此图象上取两点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，记 $\Delta x=x_2-x_1$，$\Delta y=y_2-y_1$. $\boxed{\text{增函数}}$ $\Updownarrow$ $\boxed{\text{自变量增大}(\Delta x>0)，\text{函数值增大}(\Delta y>0).}$ $\Updownarrow$ $\boxed{\dfrac{\Delta y}{\Delta x}>0}$	学生观察图象完成此题，掌握用图象来判断函数单调性的方法. 教师强调，在说明函数单调性时，要指出明确的区间. 学生回答，教师点评. 教师带领学生结合增函数图象分析如何利用函数的解析式来判断一个函数是增函数.	从观察直观图象入手，加深对单调性定义的理解，掌握用图象法判定函数单调性的方法，使学过的知识及时得到应用. 通过练习 1，让学生进一步掌握利用函数的图象来判断函数单调性的方法，从而提高学生的读图能力，并与前面学过的知识结合，对学过的函数有更新的认识. 将增函数、减函数定义中的定性说明转化为定量分析. 从而给出利用函数解析式来判断函数单调性的方法. 此处的设计目的是为了突破学生这一思维障碍. 启发学生思考，完成从直观到抽象、从感性思维到理性思维的升华.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
	$\boxed{\text{减函数}}$ $\Updownarrow$ $\boxed{\begin{array}{l}\text{自变量增大}(\Delta x>0),\\ \text{函数值增大}(\Delta y<0).\end{array}}$ $\Updownarrow$ $\boxed{\dfrac{\Delta y}{\Delta x}<0}$	学生类比分析如何利用函数的解析式来判断一个函数是减函数. 教师指出利用函数图象判断单调性的局限性，引导学生从函数解析式入手证明单调性的思路与步骤.	在板书例题的过程中，突出解题思路与步骤.
新课	6. 例2　证明函数 $f(x)=3x+2$ 在区间 $(-\infty,\ +\infty)$ 上是增函数. 证明　设 x_1，x_2 是任意两个不相等的实数，则 $\Delta y=f(x_2)-f(x_1)$ $=(3x_2+2)-(3x_1+2)$ $=3(x_2-x_1)$， $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{3(x_2-x_1)}{x_2-x_1}>0.$ 因此，函数 $f(x)=3x+2$ 在区间 $(-\infty,\ +\infty)$ 上是增函数.	讲解例题 2，板书详细的解题过程.	通过例题解答，加深对函数单调性定义的理解，并自然而然地将定义运用到判定函数单调性中，理论与实践相辅相成.
	7. 总结由函数的解析式判定函数单调性的步骤： S1　计算 Δx 和 Δy； S2　计算 $k=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$. 当 $k>0$ 时，函数在这个区间上是增函数； 当 $k<0$ 时，函数在这个区间上是减函数.	教师引导学生总结解题步骤，可简记为：一设、二求、三判定.	突出重点，深化证明步骤，分解难点. 通过学生讨论、老师点拨，顺利帮助学生判断 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ 的正负.
	8. 例3　证明函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在区间 $(0,\ +\infty)$ 上是减函数. 证明：设 x_1，x_2 是任意两个不相等的正实数. 因为　$\Delta x=x_2-x_1$， $\Delta y=f(x_2)-f(x_1)=\dfrac{1}{x_2}-\dfrac{1}{x_1}$ $=\dfrac{x_1-x_2}{x_1x_2}$	学生讨论并试解例题．老师点拨、解答学生疑难.	巩固用函数解析式来判定单调性的思路和步骤.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$=-\dfrac{x_2-x_1}{x_1x_2}=-\dfrac{\Delta x}{x_1x_2}$. 又因为 $x_1x_2>0$, 所以 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=-\dfrac{1}{x_1x_2}<0$. 因此,函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在区间$(0, +\infty)$上是减函数. 9. 练习 2 证明函数 $f(x)=\dfrac{3}{x}$ 在区间$(-\infty, 0)$上是减函数.	学生模仿练习.	巩固理解,形成技能.
小结	1. 函数单调性的定义; 2. 判定函数单调性的方法.	学生阅读教材 P66 ~ 68,畅谈本节课的收获. 老师引导梳理,总结本节课的知识点.	梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结.
作业	教材 P69,练习 A 组第 2 题,练习 B 组第 1、2 题.		巩固拓展.

3.1.4 函数的奇偶性

【教学目标】

1. 理解奇函数、偶函数的概念;掌握奇偶函数的图象特征.

2. 掌握判断函数奇偶性的方法.

3. 通过教学,渗透数形结合思想,培养学生类比推理的能力,体会由具体到抽象、由特殊到一般的辩证唯物主义思想.

【教学重点】

奇偶性概念与函数奇偶性的判断.

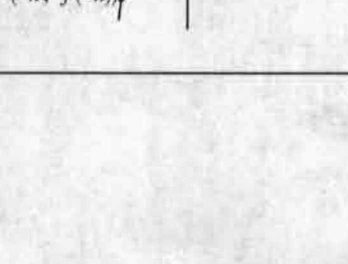
【教学难点】

理解奇偶性概念与奇偶函数的定义域.

【教学方法】

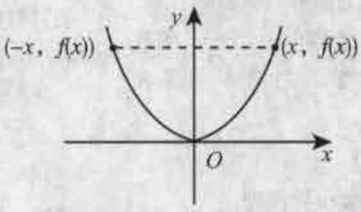
这节课主要采用类比教学法. 先由两个具体的函数入手,引导学生发现函数 $f(x)$ 在 x 与在 $-x$ 的函数值之间的规律,由特殊到一般引出奇函数的定义,再由点的对称关系得出奇函数的图象特征. 然后由学生自主探索,类比得出偶函数定义. 结合定义与例题总结出判断函数奇偶性的步骤,在解题过程中深化对概念的理解.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	复习前面所学求函数值的知识.	教师提出问题，学生回答.	为学生理解奇、偶函数的定义做好准备.
新课	已知：函数 $f(x)=2x$ 和 $g(x)=\frac{1}{4}x^3$. 试求当 $x=\pm3$，$x=\pm2$，$x=\pm1$，…，时的函数值，并观察相应函数值的关系. 发现规律：对定义域 $\mathbf{R}$ 内的任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$； $g(-x)=-g(x)$. 证明：$f(-x)=2(-x)=-2x=-f(x)$； $g(-x)=\frac{1}{4}(-x)^3=-\frac{1}{4}x^3=-g(x)$. 一、奇函数 1. 定义 如果对于函数 $y=f(x)$ 的定义域 A 内的任意一个 x 都有 $f(-x)=-f(x)$， 则这个函数叫做奇函数. 2. 图象特征 课件展示函数 $f(x)=2x$ 和 $g(x)=\frac{1}{4}x^3$ 的图象，动画展示对称性. 奇函数的图象都是以坐标原点为对称中心的中心对称图形.  	学生计算相应的函数值. 引导学生发现规律，总结规律：自变量互为相反数时，函数值互为相反数. 老师引导学生给出证明. 通过引例，归纳得到奇函数定义. 师：播放动画. 生：观察动画，回顾轴对称、中心对称图形的定义. 观察函数 $f(x)=2x$ 和 $g(x)=\frac{1}{4}x^3$ 的图象，它的对称性如何？ 总结奇函数的图象特征.	由特殊到一般，发挥学生自主性. 提高学生的读图能力，渗透数形结合的数学思想. 定义中定义域对应的区间关于坐标原点对称是学生思维的难点.

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	一个函数是奇函数的充要条件是，它的图象是以坐标原点为对称中心的中心对称图形. 例1　判断下列函数是不是奇函数： (1) $f(x)=\dfrac{1}{x}$；(2) $f(x)=-x^3$； (3) $f(x)=x+1$； (4) $f(x)=x+x^3+x^5+x^7$. 解　(1) 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 的定义域 $A=\{x \mid x\neq 0\}$， 所以当 $x\in A$ 时，$-x\in A$. 因为 $f(-x)=\dfrac{1}{-x}=-\dfrac{1}{x}=-f(x)$， 所以函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 是奇函数. (2) 函数 $f(x)=-x^3$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，所以当 $x\in\mathbf{R}$ 时，$-x\in\mathbf{R}$. 因为 $f(-x)=-(-x)^3=x^3=-f(x)$， 所以函数 $f(x)=-x^3$ 是奇函数. (3) 函数 $f(x)=x+1$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，所以当 $x\in\mathbf{R}$ 时，$-x\in\mathbf{R}$. 因为 $f(-x)=-x+1$， $-f(x)=-(x+1)=-x-1$， 所以 $f(-x)\neq -f(x)$. 所以函数 $f(x)=x+1$ 不是奇函数. (4) 函数 $f(x)=x+x^3+x^5+x^7$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，所以当 $x\in\mathbf{R}$ 时，$-x\in\mathbf{R}$. 因为 $f(-x)=-x-x^3-x^5-x^7=-(x+x^3+x^5+x^7)=-f(x)$. 所以函数 $f(x)=x+x^3+x^5+x^7$ 是奇函数.	出示例题. 教师首先请学生讨论：判断奇函数的方法. 请学生尝试解答例题1(1)，对学生的回答给以补充、完善，师生共同总结判断方法： S1　判断当 $x\in A$ 时，是否有 $-x\in A$，即函数的定义域对应的区间是否关于坐标原点对称； S2　当S1成立时，对于任意一个 $x\in A$，若 $f(-x)=-f(x)$，则函数 $y=f(x)$ 是奇函数. 板书解题过程； 其间穿插师生问答.	本环节为突破这一难点而设计. 通过分组讨论探究，深化理解定义中隐含的对定义域的要求. 例题根据各种不同情况进行设计，作了层次处理. 在教师引导讲解后紧跟相应练习，使学生对每一类型都有比较深刻的印象，符合学生认知心理，为学生更好地掌握定义奠定基础. 规范步骤，学生模仿形成技能. 通过例题与练习的解答，加深对奇函数定义的理解，并自然而然地将定义运用到解题中.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习1　教材P73，练习A组第1题. 二、偶函数 1. 定义 如果对于函数 $y=f(x)$ 的定义域A内的任意一个 x 都有 $$f(-x)=f(x),$$ 则这个函数叫做偶函数. 2. 图象特征 偶函数的图象都是以 y 轴为对称轴的轴对称图形.  一个函数是偶函数的充要条件是，它的图象是以 y 轴为对称轴的轴对称图形. 例 2　判断下列函数是不是偶函数： (1) $f(x)=x^2+x^4$； (2) $f(x)=x^2+1$； (3) $f(x)=x^2+x^3$； (4) $f(x)=x^2+1,\ x\in[-1,\ 3]$. 解 (2) 函数 $f(x)=x^2+1$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，所以当 $x\in\mathbf{R}$ 时，$-x\in\mathbf{R}$. 因为 $f(-x)=(-x)^2+1$ $=x^2+1$ $=f(x)$， 所以函数 $f(x)=x^2+1$ 是偶函数. (4) 因为 $2\in[-1,\ 3]$，$-2\notin[-1,\ 3]$，所以函数 $f(x)=x^2+1,\ x\in[-1,\ 3]$ 不是偶函数.	老师强调，引起学生重视. 学生模仿练习. 学生探究：偶函数. 师：结合函数 $f(x)=x^2$ 的图象，出示自学提纲： 1. 偶函数的定义是什么？ 2. 偶函数的图象有什么特征？一个函数是偶函数的充要条件是什么？ 3. 偶函数对定义域的要求是什么？ 生：自学教材 P71～72——偶函数的有关内容，每四人为一组，讨论并回答自学提纲中提出的问题. 师：以提问的方式检查学生自学情况，订正学生回答的问题答案，并出示各知识点. 给学生以赏识性评价. 师：出示例题. 生：分析解题思路. 在黑板上解答(1)(2)(3). 师：引导学生订正黑板上的答案，规范解题过程，梳理解题步骤. 教师结合图象讲解(4).	通过类比、自学，培养学生的理性思维，提高学生的学习能力，加强学生间的合作交流. 在掌握了奇函数判断方法的基础上，放手让学生自己去进行偶函数的判断，提高学生举一反三解决问题的能力.

续表

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>新课</td><td>3. 对定义域的要求
一个函数为奇函数或者偶函数的前提条件是这个函数的定义域关于原点对称.
练习 2　判断下列函数是不是偶函数：
(1) $f(x)=(x+1)(x-1)$；
(2) $f(x)=x^2+1$，$x\in(-1,1]$；
(3) $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$.</td><td>对比例 2(2)(4) 的解题过程，发现判断函数奇偶性时，所给定义域的重要性.
结合函数的图象强调定义域关于原点对称是判断函数奇偶性的前提.
学生模仿练习；
师生统一订正.</td><td>根据学生做题情况，了解学生对本节课知识的掌握情况.</td></tr>
<tr><td>小结</td><td>1. 函数的奇偶性
<table><tr><th></th><th>定义</th><th>图象特征</th></tr><tr><td>奇函数</td><td></td><td></td></tr><tr><td>偶函数</td><td></td><td></td></tr></table>2. 判断函数奇偶性的步骤：
S1　判断当 $x\in A$ 时，是否有 $-x\in A$；
S2　当 S1 成立时，对于任意一个 $x\in A$：
若 $f(-x)=-f(x)$，
则函数 $y=f(x)$ 是奇函数；
若 $f(-x)=f(x)$，
则函数 $y=f(x)$ 是偶函数.</td><td>1. 学生读书、反思：
读教材 P69 ~ 73——函数的奇偶性，总结本节课收获.
2. 教师引导梳理
(1) 出示表格，学生填表，巩固所学内容.
(2) 总结判断一个函数奇偶性的步骤.</td><td>通过对比，加深理解，强化记忆.
梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结.</td></tr>
<tr><td>作业</td><td>教材 P74 习题第 5 题.
第 6 题(选做).</td><td>学生课后完成.</td><td>巩固拓展.</td></tr>
</table>

3.2.1　一次、二次问题

【教学目标】

1. 通过实际问题感知一次、二次函数在实际生活中的应用.
2. 培养学生从实际问题中抽象出数学模型并应用模型去解决实际问题的能力.
3. 通过教学，培养学生应用数学的意识，提高学生分析问题、解决问题的能力.

【教学重点】

从实际问题中抽象简单的数学模型.

【教学难点】

从实际问题中抽象简单的数学模型.

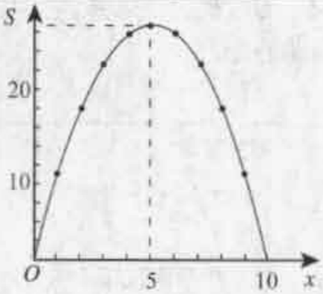
【教学方法】

这节课主要采用问题解决法．教师引导学生对实际问题先用列表计算与画图的方法来直观感知，然后抽象成一次函数和二次函数来研究．通过教学，培养学生从实际问题中抽象出一次、二次函数模型并应用模型去解决实际问题的能力．

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 分别写出一次函数、二次函数的一般形式． 2. 函数分类： (1) $y=3x$；　(2) $y=-3x-2$； (3) $y=x^2-3x-4$； (4) $y=-x^2-2x+3$．	生：同桌交流，合作完成． 师：引导学生观察这四个关系式的等号右边，如果要将这些函数进行分类，如何分类比较合理？引入课题．	唤醒对旧知识的记忆．
新课	例　用长为20 m的绳子围成一个矩形，写出两边长之间的函数关系．想想看，两边长各是多少时，围成的矩形面积最大？ 1. 试填下面的表格(见课件)． 2. 设矩形的一边长为 x m，另一边为 y m，能用含 x 的代数式来表示 y 吗？ 3. x 的值可以任意取吗？有限定范围吗？ 结论：$y=10-x\ (0\leqslant x\leqslant 10)$ 是一次函数． 4. 又设矩形的面积为S，我们发现S是 x 的函数，试写出这个函数的关系式． 5. 从表中得出 x(x 为整数) 为多长时，矩形面积获得最大值？ 6. 作函数图象，从图象中求出当 x 为何值时，面积有最大值． 基本步骤：列表、描点、连线．	师：投影例题． 师：提出问题，引导学生分组交流，合作完成前3个问题． 生：分组交流，合作完成．然后每个小组都汇报交流结果，如果有疑义，其他小组可以补充，最后教师给出正确结论． 对于第4、5步师生共同分析，教师首先引导学生从表格中找到当 $x=5$ 时，矩形面积最大是25． 学生依据上面的表格画出函数的图象．	对于求最值的问题，历来是学生的难点，不知从何处入手，为了突破这一难点，把该题进行了分解，分为5个小问题．这样可降低学生分析问题的难度．同时让学生进一步掌握函数的第一种表示法：列表法． 从表格直观感知面积的最值．

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 结论： 当矩形的一边小于 5 m 时，函数值随边长增加而增加； 当矩形的一边等于 5 m 时，矩形面积获得最大值； 当矩形的一边大于 5 m 时，函数值随边长增加而减小. 7. 用配方法分析，当 x 为何值时，面积有最大值. $S=x(10-x)$ $=-x^2+10x$ $=-(x^2-10x)$ $=-(x^2-10x+25-25)$ $=-[(x-5)^2-25]$ $=-(x-5)^2+25.$ 所以当 $x=5$ 时，矩形面积获得最大值. 结论： $S=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}.$ 当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，函数有最值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$. 练习1　求自变量 x 为何值时，函数取得最大值或最小值. (1) $f(x)=-x^2+3$； (2) $f(x)=-x^2-8$； (3) $f(x)=x^2-5$； (4) $f(x)=-(x-5)^2-3$.	教师首先引导学生关注图象的最高点，得出 $x=5$ 时矩形面积最大是 25. 教师进一步引导学生观察图象，得出函数值的变化趋势. 师生共同解决. 教师引导学生关注配方法的几个关键地方. 教师引导学生回忆得出二次函数配方后的形式. 学生抢答.	从图象直观感知面积的最值. 同时让学生进一步掌握函数的第二种表示法：图象法. 培养学生细心观察、归纳、分析的良好习惯和读图能力. 从解析式直观感知面积的最值. 同时让学生进一步掌握函数的第三种表示法：解析法. 培养学生用多种方法分析问题、解决问题的能力. 形式中当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，函数有最值的理解是难点，此处的设计目的是为了突破学生这一思维障碍. 加深对配方法的理解.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习2　求自变量x为何值时，函数取得最大值或最小值? (1) $f(x)=x^2-2x-3$; (2) $f(x)=-x^2+4x-8$.	学生自行解决，教师巡视并加以指导，同时有两名学生板演.	通过练习1、2，让学生逐步掌握利用配方法来研究二次函数. 同时进一步培养学生细心观察、分析问题的能力.
小结	1. 进一步熟悉用列表、画图或公式来表示某个函数关系. 2. 用配方法求自变量x为何值时，函数取得最值.	学生阅读课本，畅谈本节课的收获，老师引导梳理，总结本节课的知识点.	梳理总结，也可针对学生薄弱或易错处强调总结.
作业	教材P77，练习A组第1题. 练习B组第1、2题(选做)		巩固拓展.

3.2.2　一次函数模型

【教学目标】

1. 掌握正比例函数和一次函数的关系，理解并掌握一次函数的性质.
2. 培养学生用数形结合思想研究函数性质的能力，渗透平移变换的数学思想.
3. 体验数学的严谨性，培养学生理性分析问题的良好习惯.

【教学重点】

一次函数的性质.

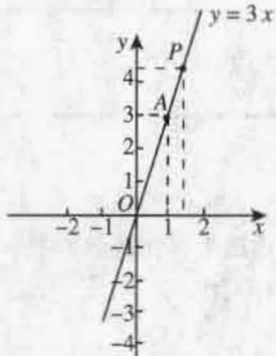
【教学难点】

对正比例函数和直线的关系的理解.

【教学方法】

这节课主要采用讲练结合法. 先定义一次函数，对特殊的一次函数——正比例函数从曲线与方程的角度来描述正比例函数与直线的关系，然后再考察一次函数与正比例函数的关系，从而得出一次函数的图象也是一条直线的结论，并结合函数的单调性深入分析一次函数的性质，将学生初中时对具体的一次函数的局部认识上升到一般的全局性的理性结论.

【教学过程】

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>导入</td><td>1. 一次函数的概念：
函数 $y=$______(k，b 为常数，k____) 叫做一次函数.
当 $b=$____ 时，函数 $y=k$____ 叫做正比例函数.
2. 在直角坐标系中作出 $y=3x$ 的图象.</td><td>教师屏幕显示内容，学生合作完成.
结论：正比例函数是特殊的一次函数.
师：函数 $y=3x$ 的图象是一条直线吗？</td><td>教师引导学生在复习旧知识的同时，让学生自主探索新知识，激发学生获取新知的动力.</td></tr>
<tr><td>新课</td><td>一、正比例函数 $y=kx$ 的图象是什么形状？
以具体函数 $y=3x$ 为例，
令 $x=0$，则 $y=0$，所以函数 $y=3x$ 的图象过点 $O(0, 0)$. 又 $x=1$，$y=3$ 是方程的另一个解，作点 $A(1, 3)$，过这两个点 O，A 作直线 OA.


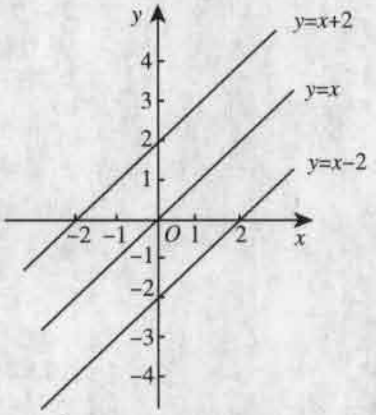
我们来说明直线 OA 是正比例函数 $y=3x$ 的图象.
(1) 设点 $P(x, y)$ 为直线 OA 任一点，用相似三角形的知识说明点 $P(x, y)$ 也满足函数关系式 $y=3x$.
(2) 以方程 $y=3x$ 的解为坐标的点 $P(x, y)$ 一定在直线 OA 上.
直线OA $\longleftrightarrow$ 正比例函数$y=3x$
$\updownarrow$ $\qquad\qquad$ $\updownarrow$
点$P(x,y)$ $\longleftrightarrow$ 方程$y=3x$的解(x,y)</td><td>师：你是怎么作出 $y=3x$ 的图象的？
生：列表，描了两个点，连线.
师：由方程 $y=3x$ 的两个解我们作出了直线 OA，那么方程 $y=3x$ 的所有解都在直线 OA 上吗？反过来，这条直线上的所有点都满足方程 $y=3x$ 吗？
即方程 $y=3x$ 的解与直线 OA 上的点是一一对应的吗？

这一部分，教师结合图示，用简洁明了的语言讲解二者之间的关系. 学生了解即可，不宜过多强调.</td><td>由学生作图过程引发学生思考，然后在教师的问题引导下，从曲线与方程的角度来描述正比例函数 $y=3x$ 与直线 OA 的关系.

画出示意图使学生更容易明确正比例函数 $y=3x$ 与直线 OA 上的点的一一对应关系.

从更高的层次上审视初中所学的一次函数，培养学生的理性思维以及思维的严密性.</td></tr>
</table>

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	二、一次函数与正比例函数图象关系 例1　在同一直角坐标系内作出下列函数 $y=x$，$y=x+2$，$y=x-2$ 的图象. 步骤：列表、描点、连线.  观察与比较　正比例函数 $y=x$ 与一次函数 $y=x+2$，$y=x-2$ 图象有什么异同? 填空　这三个函数的图象形状都是____，并且倾斜程度____，函数 $y=x$ 的图象经过原点，函数 $y=x+2$ 的图象与 y 轴交于点____，即它可以看作由直线 $y=x$ 向____平移____个单位长度而得到. 函数 $y=x-2$ 的图象与 y 轴交于点____，即它可以看作由直线 $y=x$ 向____平移____个单位长度而得到. 讨论　(1) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与正比例函数 $y=kx$ 图象有什么关系? (2) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x，y 轴的交点坐标是什么? 结论　(1) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与正比例函数 $y=kx$ 图象的关系：	师：正比例函数的图象是直线，那么一次函数的图象也是一条直线吗？它们的图象之间有什么关系呢？一次函数又有什么性质呢？ 师：出示观察与比较，提示学生，相同点可从图象形状和倾斜度上分析. 不同点可从三条直线的位置关系等方面. 生：观察图象，小组合作讨论. 然后每组选一名代表汇报各组的交流结果，最后师生一起汇总得出结论. 师：动画演示. 学生讨论，得出结论.	通过例1，让学生进一步掌握利用列表描点，连线画函数的图象，并且根据图象来分析一次函数和正比例函数的关系，从而提高学生读图能力，及文字语言转化为数学语言的能力，并与前面学过的知识结合，对学过的这两个函数有更新的认识. 教师扮演组织者的角色，鼓励学生大胆的猜测和探究，以培养学生的观察、归纳能力，让学生从中体验独立获取知识的愉悦感和成就感. 通过动画演示，可调动学生学习的兴趣和正确理解直线平移变换的过程. 由练习1的两个问题，从特殊到一般，师生一起总结得出结论.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	一次函数 $y=kx+b$ 的图象是一条直线，我们称它为直线 $y=kx+b$，它可以看作由直线 $y=kx$ 沿 y 轴平移 $\lvert b\rvert$ 个单位长度得到.（当 $b>0$ 时，向上平移；当 $b<0$ 时，向下平移.） (2) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象是过点 $(0, b)$，$\left(-\frac{b}{k}, 0\right)$ 的一条直线.		改变教师直接给出结论的惯例，让学生通过练习，由特殊到一般，自己独立地去获取知识，培养学生的归纳、概括能力.
	练习 1　指出下列直线是由哪个正比例函数的图象平移得到的，并求下列直线与 x 轴，y 轴的交点坐标. (1) 直线 $y=5x+1$； (2) 直线 $y=5x-3$； (3) 直线 $y=x+5$； (4) 直线 $y=x-3$.	学生抢答练习 1.	练习 1 帮助学生理解知识，形成技能.
	三、一次函数的单调性 当 $k>0$ 时，函数 $f(x)=kx+b$ 是增函数. 当 $k<0$ 时，函数 $f(x)=kx+b$ 是减函数.	师生交流练习 1 后，教师提出问题：一次函数是由正比例函数平移得到的，从图象上看，它们的单调性是怎样的？你能证明你的结论吗？	培养学生的观察能力和归纳总结能力.
	例 2　证明一次函数 $f(x)=kx+b\ (k>0)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数. 证明　设 x_1，x_2 是任意两个不相等的实数，因为 $\Delta x=x_2-x_1$，而且 $\Delta y=kx_2+b-kx_1-b$ $=k(x_2-x_1)=k\Delta x$， 所以 $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{k\Delta x}{\Delta x}=k>0$. 所以当 $k>0$ 时，函数 $f(x)=kx+b$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数. 同理我们可以证明：当 $k<0$ 时，函数 $f(x)=kx+b$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数.	师生共同解决例 2，教师板书详细的解题过程.	在学生具备函数增减性的知识以后，用单调性的概念重新审视初中所学的一次函数，让学生对函数的直观感知上升到理性分析的层次上，同时加深对函数单调性概念的理解，并且为引出一次函数的性质作铺垫.
	因为 Δy 是函数值的改变量，Δx 是自变量的改变量，所以由 $\Delta y=k\Delta x$ 还可知：函数值的改变量与相应自变量的改变量成正比.	教师引导学生归纳得出：函数值的改变量与相应自变量的改变量成正比.	

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	四、总结一次函数的性质 1. 一次函数 $y=kx+b$ 的图象是过点 $(0, b)$，$\left(-\frac{b}{k}, 0\right)$ 的一条直线. 2. 当 $k>0$ 时，函数 $f(x)=kx+b$ 是增函数. 当 $k<0$ 时，函数 $f(x)=kx+b$ 是减函数. 3. 函数值的改变量与相应自变量的改变量成正比. 练习 2　说出下列直线与 x 轴，y 轴的交点坐标，以及函数的增减性. (1) $y=x+2$； (2) $y=-2x-1$； (3) $y=3x+1$； (4) $y=8x$.	师生共同总结得出一次函数的性质. 学生口答，师生共同点评.	通过练习 2，加深对函数性质的理解，理论与实践相辅相成.
小结	1. 一次函数 $y=kx+b$ 与正比例函数 $y=kx$ 的关系. 2. 一次函数 $y=kx+b$ 的性质.	学生阅读课本，畅谈本节课的收获，老师引导梳理，总结本节课的知识点.	梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结.
作业	必做题：教材 P79 练习 A 组，第 1、2 题； 选做题：教材 P79 练习 B 组，第 3 题.		巩固拓展.

3.2.3 二次函数模型

【教学目标】

1. 理解并掌握二次函数的图象和性质，了解二次函数与一元二次方程、一元二次不等式之间的关系.

2. 通过教学，使学生初步掌握数形结合研究二次函数的方法.

3. 渗透数形结合思想，渗透由特殊到一般的辩证唯物主义观点，培养学生观察分析、类比抽象的能力.

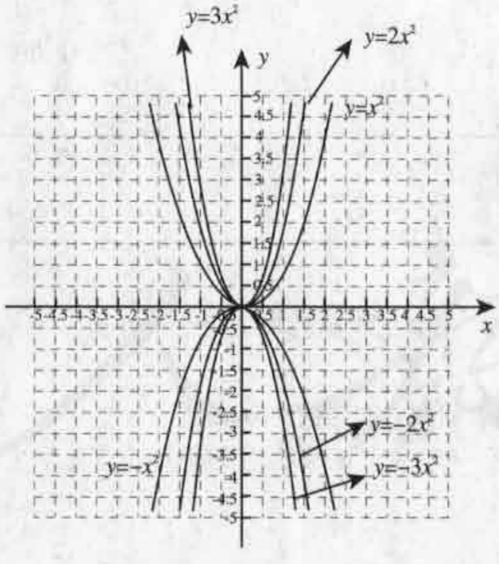
【教学难点】

函数对称性的分析与数形结合研究二次函数的方法.

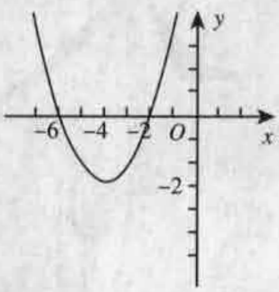
【教学方法】

这节课主要采用启发式教学法和讲练结合法. 本节课通过对例题中的二次三项式进行代数分析，探究二次函数性质的由来，使学生从初中对二次函数的直观感知上升到理性认识的高度. 更重要的是在学习函数的一般通性之后，以二次函数为载体较系统地呈现数形结合研究函数的方法，为后面学习其他函数的性质奠定基础.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	二次函数的一般形式： $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$, 定义域是 **R**. 练习1　下列函数中，哪些是二次函数？若是，分别指出二次项系数、一次项系数、常数项. (1) $y=2x^2+3x-1$；(2) $y=x+\frac{1}{x}$； (3) $y=3(x-1)^2+1$；(4) $y=(x+3)^2-x^2$； (5) $s=3-2t^2$；(6) $v=4\pi r^2$.	教师引导学生回忆二次函数的一般式，并让学生举例. 学生口答.	教师引导学生在复习旧知识的同时，让学生自主探索新知识，激发学生获取新知的动力.
新课	引例　在同一坐标系内作出下列函数的图象. $y=x^2$，$y=2x^2$，$y=3x^2$， $y=-x^2$，$y=-2x^2$，$y=-3x^2$. 	师：如果 $b=c=0$，则一般式变为 $y=ax^2\ (a\neq 0)$，下面我们先来研究这类函数的性质. 出示引例. 学生在初中已经重点学过二次函数的作图，所以教师只讲述 $y=x^2$ 的图象画法，其余5个函数的图象，学生分组合作解答，教师巡回观察. 最后通过屏幕演示，集体对照. 生：观察图象，小组合作讨论. 然后每组选一名代表汇报各组的交流结果，最后师生一起汇总得出结论.	通过引例，使学生进一步掌握二次函数图象的描点作图法，并根据所做图象来分析函数 $y=ax^2$ 中系数 a 对图象的影响，提高学生读图能力. 学生合作，集体回忆初中所学二次函数的知识.

续表

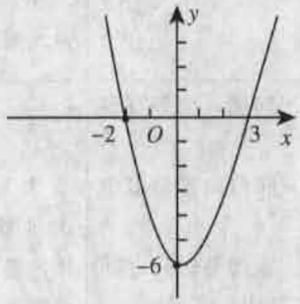
环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	观察图象并完成填空： 函数 $y=ax^2$ 的图象，当 $a>0$ 时开口___，当 $a<0$ 时开口___，对称轴是___，顶点坐标是___，函数是___函数. $\|a\|$ 越大，开口越___. 例 1　研讨二次函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+4x+6$ 的性质与图象. 解　(1) 因为 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+4x+6$ $=\frac{1}{2}(x^2+8x+12)$ $=\frac{1}{2}(x+4)^2-2.$ 由于对任意实数 x， 都有　$\frac{1}{2}(x+4)^2\geqslant 0$， 所以　$f(x)\geqslant -2$， 并且，当 $x=-4$ 时取等号， 即 $f(-4)=-2$. 得出性质： $x=-4$ 时，取得最小值 -2. 记为 $y_{\min}=-2$. 点 $(-4,-2)$ 是这个图象的顶点. (2) 当 $y=0$ 时， $\frac{1}{2}x^2+4x+6=0$， $x^2+8x+12=0$， 解得　$x_1=-6$，$x_2=-2$. 故该函数图象与 x 轴交于两点 $(-6,0)$，$(-2,0)$. (3) 列表作图.  	师生共同解决例 1，教师详细板书解题过程，带领学生仔细分析各个性质的由来. 教师引导学生观察图象可得出：函数的对称轴是直线 $x=-4$. 师：这个结论是否是正确的呢? 教师通过问题 1、2，引导学生证明上述结论正确.	通过对例 1 中二次三项式的代数分析，使学生对二次函数的直观感知上升到理性认识的高度，更重要的是使学生掌握数形结合研究函数的方法，初步培养学生的画图、识图能力. 分析图象与 x 轴的交点，一方面为描点作图，另一方面为下节研究函数与方程，不等式的关系做铺垫. 对称性的教学设计是为了启发学生完成从直观到抽象、从感性思维到理性思维的升华. 教师让学生经历“观察—发现—验证—归纳”四个过程，感受数学的严密性、科学性.

续表

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>新课</td><td>以 $x=-4$ 为中间值，取 x 的一些值，列出这个函数的对应值表然后画出函数的图象.
观察上表或图形回答：
1. 关于 $x=-4$ 对称的两个自变量的值对应的函数值有什么特点?
答：相同.
2. $-4-h$ 与 $-4+h$ $(h>0)$ 关于 $x=-4$ 对称吗?
分别计算 $-4-h$ 与 $-4+h$ 的函数值，你能发现什么?
答：$f(-4-h)=f(-4+h)$.
得出性质：
直线 $x=-4$ 为该函数的对称轴.
函数在 $(-\infty,\ -4]$ 上是减函数，在 $[-4,\ +\infty)$ 上是增函数.
小结例 2 中的函数性质：
1. 开口；
2. 最值；
3. 顶点；
4. 对称轴；
5. 单调性.
练习 2(课本例 3)　用配方法求函数 $f(x)=3x^2+2x+1$ 的最小值和图象的对称轴，并说出它在哪个区间上是增函数，在哪个区间上是减函数?
解　$f(x)=3x^2+2x+1$
$=3\left(x^2+\frac{2}{3}x\right)+1$
$=3\left(x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\right)+1$
$=3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}$
所以 $y=f\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}$，函数图象的对称轴是直线 $x=-\frac{1}{3}$，在 $\left(-\infty,\ -\frac{1}{3}\right]$ 上是减函数，在 $\left[-\frac{1}{3},\ +\infty\right)$ 上是增函数.</td><td>学生模仿练习. 老师巡回观察点拨、解答学生疑难.</td><td>小结函数性质，将例 1 的分析条理化.

通过练习 2，熟练配方法以及巩固二次函数的性质.</td></tr>
</table>

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例2　研讨二次函数 $f(x)=-x^2-4x+3$ 的性质与图象. 小结　二次函数的性质.（表格见课件） 例3　已知二次函数 $y=x^2-x-6$，说出： (1) x 取哪些值时，$y=0$； (2) x 取哪些值时，$y>0$， x 取哪些值时，$y<0$. 解　(1) 求使 $y=0$ 的 x 的值，即求二次方程 $x^2-x-6=0$ 的所有根. 方程的判别式 $\Delta=(-1)^2-4\times1\times(-6)=25>0$， 解得　$x_1=-2$，$x_2=3$. (2) 画出简图，函数的开口向上. 从图象上可以看出，它与 x 轴相交于两点(−2，0)，(3，0)，这两点把 x 轴分成三段. 所以当 $x\in(-2,3)$ 时，$y<0$. 当 $x\in(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$ 时，$y>0$.  练习3　下列函数自变量在什么范围内取值时，函数值大于0、小于0或等于0. (1) $y=x^2+7x-8$； (2) $y=-x^2+2x+8$. 总结二次函数，二次方程，二次不等式三者之间的关系(表格见课件).	例2是二次函数中 $a<0$ 的类型，学生可类比例1，自己得出图象与性质. 例1与例2分别是二次函数中 $a>0$，$a<0$ 的两种类型，教师引导学生填表，自己总结出二次函数的性质表格，对比记忆. 例3板书详细的解题过程. 通过此例题，教师总结一元二次方程、一元二次不等式与二次函数之间的关系： 求二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解，就是求二次函数：$y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 的根； 求不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集，就是求使二次函数：$y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$ 的函数值小于0的自变量的取值范围； 求不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集，就是求使二次函数 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 的函数值大于0的自变量的取值范围. 学生模仿练习．老师巡回观察点拨、解答学生疑难.	以表格的形式整理二次函数性质，使知识结构一目了然. 本例题有两种方法，方法一：图象中的区间分析法，方法二：求一元二次方程或一元二次不等式的解集的方法．教师在讲解时可根据学生的实际情况进行讲解和拓展. 方法一：图象中的区间分析法是比较简单的一种方法，通过此法可进一步培养学生的读图，识图能力，培养学生数形结合的思想. 巩固用图象法解一元二次不等式的步骤. 利用表格总结，使所学知识系统化.
小结	1. 二次函数的性质. 2. 一元二次方程、一元二次不等式与二次函数的关系. 3. 数形结合研究二次函数的方法.	学生阅读课本畅谈本节课的收获，老师引导梳理，总结本节课的知识点.	梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结.
作业	必做题：教材 P84，练习 A 组第 1、2 题. 选做题：教材 P85，练习 B 组第 1、2 题.		巩固拓展.

3.3 函数的应用

【教学目标】

1. 会应用一次函数和二次函数解决有关简单实际问题.

2. 培养学生建立简单的数学模型及应用模型去解决实际问题的能力.

3. 通过教学，培养学生应用数学的意识，提高学生分析问题、解决问题的能力.

【教学重点】

应用函数知识解决一些简单的实际问题.

【教学难点】

从实际问题中抽象出函数模型.

【教学方法】

这节课主要采用讲练结合法. 教师将四个例题与练习穿插在一起，教师引导与学生主动参与相结合，培养学生的审题能力，以及从实际问题中抽象出数学模型并应用模型去解决实际问题的能力.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	我们前面学习了一次函数，二次函数的图象与性质，下面学习几个函数应用的例子.		开门见山，直接进入课题.
新课	例1　一种商品，如果单价不变，购买 8 件商品需付 120 元，写出这种商品件数 x 和总价值 y 之间的函数关系式. $y=15x,\quad x\in \mathbf{N}$ 例2　火车从北京站开出 12 km 后，以 80 km/h 匀速行使. 试写出火车总路程 s 与做匀速运动的时间 t 之间的函数关系式. $s=12+80t,\ t\geqslant 0$ 练习 1　教材 P87 习题第 1、2 题. 例3　某单位计划建筑一矩形围墙. 现有材料可筑墙的总长度为 l，如果要使围墙围出的面积最大，问矩形的长、宽各等于多少? 解　设矩形长是 x， 则宽为 $\frac{1}{2}(l-2x)$， 得矩形的面积为	师：提出问题，引导观察思考： 1. 购买一件商品需付多少元? 2. 路程、速度与时间之间的函数关系是什么? 生：同桌交流，合作完成. 关键：找等量关系、列函数关系式、确定自变量的取值范围. 例3　教师引导学生画图分析题意： (1) 设矩形长是 x，则宽为多少? (2) 面积如何表达? 它是个什么函数? 如何求它的最大值?	例 1、例 2 是一次函数模型的应用，难度较小，可让学生自己解决. 培养学生的阅读能力、文字语言转化为数学语言的能力. 例 3 是二次函数最值问题，以学生为主分析解题思路.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	$S=x\frac{l-2x}{2}=-x^2+\frac{l}{2}x$ $=-\left[x^2-\frac{l}{2}x+\left(\frac{l}{4}\right)^2-\left(\frac{l}{4}\right)^2\right]$ $=-\left(x-\frac{l}{4}\right)^2+\frac{l^2}{16}$. 所以该函数在 $x=\frac{l}{4}$ 时取最大值，且 $S_{max}=\frac{l^2}{16}$，这时宽也为$\frac{l}{4}$．即这个矩形是边长等于 $\frac{l}{4}$ 的正方形时，所围出的面积最大． 练习 2　教材 P88 习题第 5 题． 例 4　一家旅社有客房 300 间，每间房租 20 元，每天都客满．旅社欲提高档次，并提高租金．如果每间房租增加 2 元，客房出租数会减少 10 间．不考虑其他因素，旅社将房间租金提高到多少时，每天客房的租金收入最高． 解：设提高 x 个 2 元，则将有 $10x$ 间客房空出，则客房租金总收入为 $y=(20+2x)(300-10x)$ $=-20x^2+600x-200x+6\,000$ $=-20(x^2-20x+100-100)+6\,000$ $=-20(x-10)^2+8\,000$. 由此可得当 $x=10$ 时，$y_{max}=8\,000$，即每间租金为 $20+10\times2=40$ 元时，每天租金的总收入最高为 8 000 元． 练习 3 教材 P88 习题第 8 题．	教师简单点拨，学生合作完成．教师屏幕显示具体过程． 教师引导学生回忆二次函数的配方过程．并强调配方法的几个关键步骤： (1) 提系数； (2) 所配常数为一次项系数一半的平方． 例 3 结束后，教师引导学生总结解函数应用题的一般步骤： 1. 设未知数(确定自变量和函数)； 2. 找等量关系，列出函数关系式； 3. 化简，整理成标准形式(一次函数，二次函数等)； 4. 利用函数知识，求解(通常是最值问题)； 5. 写出结论． 对例 4，老师须带领学生详细分析题意，解题时只点拨如何假设未知量，启发学生讨论并尝试解答．	函数最值问题是函数应用中的重点同时也是难点，此题的设计目的是为了突破学生这一思维障碍．提高学生的建模能力，同时进一步巩固配方法在二次函数中的应用． 在板书例题的过程中，突出解题思路与步骤． 对于例 4 的教学，让学生读懂题意是解决问题的关键． 每个例题之后，分别设计练习 1、2、3，让学生模仿例题解答，强化数学建模思想以及熟练掌握函数应用题的解题步骤．
小 结	解函数应用题的一般步骤： 1. 设未知数(确定自变量和函数)； 2. 找等量关系，列出函数关系式； 3. 化简，整理成标准形式(一次函数、二次函数等)； 4. 利用函数知识，求解(通常是最值问题)； 5. 写出结论．	学生阅读课本畅谈本节课的收获，老师引导梳理，总结本节课的知识点．	梳理总结也可针对学生薄弱或易错处强调总结．
作业	教材 P88 习题第 3、4、7 题．		巩固拓展．

Ⅳ 测 验 题

1. 填空题

(1) 已知 $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$，则 $f(0)=$________；

$f(-1)=$________；$f(a-1)=$________.

(2) 已知 $f(x)$ 为偶函数，则其定义域对应的区间关于________对称；它的图象关于________对称.

(3) 如果 Δx 表示自变量的增量，Δy 表示函数的增量，则这个函数是增函数的充要条件是________；这个函数是减函数的充要条件是________.

(4) 如果 $f(x)$，$g(x)$ 为定义域相同的奇函数，则在这个定义域上，$F(x)=f(x)\cdot g(x)$ 所具有的奇偶性为________.

2. 选择题：

(1) 函数 $f(x)=-x^2$，在实数集内(　　).

(A) 是增函数　　(B) 是减函数

(C) 不是增函数，也不是减函数　　(D) 是奇函数

(2) 函数 $f(x)=x^2+5$ (　　).

(A) 是奇函数　　(B) 是偶函数

(C) 不是奇函数，也不是偶函数　　(D) 是增函数

(3) 函数 $y=-x^2-4x-7$ 的顶点的坐标是(　　).

(A) $(2, -3)$　　(B) $(-2, 3)$

(C) $(-2, -3)$　　(D) $(2, 3)$

(4) 函数 $y=x^2-2x+7$ 的最小值是(　　).

(A) 6　　(B) 4

(C) 2　　(D) -3

(5) 函数 $y=2x^2-4x+1$ 的图象的对称轴是(　　).

(A) $x=2$　　(B) $x=1$

(C) y 轴　　(D) $x=3$

3. 说出函数 $y=-x^2+1$ 在哪些区间是增函数？在哪些区间是减函数？

4. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\frac{1}{x^4}+1$；　　(2) $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}$；

(3) $y=\frac{1}{\sqrt{2x^2+x-3}}$.

5. 求函数 $y=x^2+x-2$ 的图象与 x 轴的交点坐标，并求值 $y>0$ 和 $y<0$ 的区间.

6. 已知一次函数的图象经过点 $A(0, 3)$ 和 $B(-2, 0)$，求这个函数的解析式，并判断图象经过哪几个象限？

7. 某农场要砌一个截面为等腰梯形的水槽，梯形的两腰与较短的底共长 4 m，截面底角是 $60°$，问截面梯形的高是多少时，截面面积最大？

测验题答案

1. (1) 0；$-\frac{1}{2}$；$\frac{a-1}{a^2-2a+2}$.

(2) 坐标原点；y 轴.

(3) $\frac{\Delta y}{\Delta x}>0$；$\frac{\Delta y}{\Delta x}<0$.

(4) 偶函数.

2. (1) C；　(2) B；　(3) C；　(4) A；　(5) B.

3. $y=-x^2+1$ 在$(-\infty, 0]$是增函数；在$[0, +\infty)$是减函数.

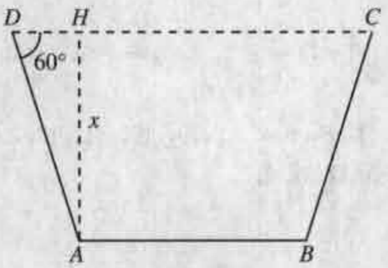
4. (1) $\{x \mid x\neq 0\}$；　(2) $[-1, 1]$；

(3) $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)\cup(1, +\infty)$.

5. 函数图象与 x 轴交点坐标为$(-2, 0)$和$(1, 0)$；当 $x\in(-\infty, -2)\cup(1, +\infty)$ 时 $y>0$；当 $x\in(-2, 1)$ 时，$y<0$.

6. 解析式为 $y=\frac{3}{2}x+3$，图象经过第一、二、三象限.

7. 如下图，设等腰梯形的高为 x m，面积为 S m^2，则



$$DH=\frac{\sqrt{3}}{3}x,\quad AD=\frac{2\sqrt{3}}{3}x,$$

$$AB=4-2\times\frac{2\sqrt{3}}{3}x=4-\frac{4\sqrt{3}}{3}x,$$

$$S=\frac{\left[2\cdot\left(4-\frac{4\sqrt{3}}{3}x\right)+2\times\frac{\sqrt{3}}{3}x\right]x}{2}$$

$$=-\sqrt{3}x^2+4x$$

$$=-\sqrt{3}\left(x-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+\frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

因为$-\sqrt{3}<0$，所以S有最大值.

当$x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$时，截面面积最大.

答：梯形的高为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ m时，截面面积最大.

V　习题答案、提示和解答

练习A组(第61页)

1. (1) $y=3.5x$，$x\in\mathbf{N}$；

(2) $y=200x$ $(x\geqslant 0)$.

2. (1) $f(0)=\frac{1}{2}$，$f(3)=4$，$f(-2)=-\frac{1}{4}$，$f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{5}$；

(2) $f(-1)=3$，$f(1)=-1$，$f(3)=3$；

(3) $\frac{1}{a^2+1}$，$\frac{1}{a^2+2a+2}$，$\frac{1}{x^2+2x+2}$.

练习B组(第61页)

1. 略.

2. (1) $\{x \mid x\neq 5,\ x\in\mathbf{R}\}$；

(2) $\{x \mid x\geqslant -2,\ x\in\mathbf{R}\}$；

(3) $\{x \mid x\geqslant \frac{1}{2}$ 且 $x\neq 3,\ x\in\mathbf{R}\}$.

练习A组(第65页)

1. 图略. 当$y=f(x)=-3$时，$f(-1)=-3$，$f(0)=-3$，$f(10)=-3$.

2. 略.

3. $y=200x$，$x\in\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$，图略.

4. 图(1)(2)(3)是以x为自变量的函数的图象.

练习B组(第65页)

1. 略.

2. 略.

3. 略.

4. 略.

练习A组(第69页)

1. (1) 增函数；(2) 减函数.

2. (1) 函数$y=f(x)$在$(-\infty, -1]$上是减函数，

在$[-1, 0]$上是增函数，

在$[0, 1]$上是减函数，

在$[1, +\infty)$上是增函数；

(2) 函数 $y=g(x)$ 在区间$[-3, -1.5]$上是减函数，

在区间$[-1.5, 1.5]$上是增函数，

在区间$[1.5, 3]$上是减函数.

练习 B 组(第 69 页)

1. 证明　任取 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$，且 $x_1 \neq x_2$. 则

$\Delta y = f(x_2) - f(x_1) = x_2^2 - x_1^2$，

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{x_2^2 - x_1^2}{x_2 - x_1} = x_2 + x_1$，

因为　$x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0$，且 $x_1 \neq x_2$，

所以　$x_1 + x_2 > 0$，

即　$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} > 0$，

所以函数 $f(x)$ 在$[0, +\infty)$上是增函数.

2. 证明　任取 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0)$，且 $x_1 \neq x_2$，

则　$\Delta y = f(x_2) - f(x_1) = \dfrac{3}{x_2} - \dfrac{3}{x_1}$，

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{3x_1 - 3x_2}{x_2 x_1 (x_2 - x_1)} = -\dfrac{3}{x_1 x_2}$，

因为　$x_1 < 0, x_2 < 0$，

所以　$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} < 0$，

所以函数 $f(x)$ 在$(-\infty, 0)$上是减函数.

练习 A 组(第 73 页)

1.(1) 是；　(2) 是；　(3) 不是；　(4) 不是.

2.(1) 是；　(2) 是；　(3) 不是；　(4) 是.

3. $F(x)$ 是偶函数，不是奇函数，证明略.

练习 B 组(第 73 页)

1. $f(-4) = -2$.

2. $f(1) < f(3)$.

习题(第 74 页)

1. $\{x \mid x \neq 1 \text{且} x \neq 2, x \in \mathbf{R}\}$；　(2) $\{x \mid x > \dfrac{2}{3}, x \in \mathbf{R}\}$.

2. 设 $x_1 \neq x_2$，$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{kx_2 - kx_1}{x_2 - x_1} = k$，所以

(1) 增函数；(2) 减函数.

3. 图略.

(1) $f(x)$ 在$(-\infty, 0]$单调递减；在$[0, +\infty)$单调递增.

(2) $f(x)$ 在$(-\infty, 0]$单调递增；在$[0, +\infty)$单调递减.

4. 证明　设 $x_1 \neq x_2$，$x_1, x_2 \in (-\infty, +\infty)$，

则 $\Delta y = f(x_2) - f(x_1) = x_2^3 - x_1^3$.

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{x_2^3 - x_1^3}{x_2 - x_1} = x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 = \left(x_1 + \dfrac{1}{2}x_2\right)^2 + \dfrac{3}{4}x_2^2$.

因为 $x_1 \neq x_2$，所以 x_1，x_2 不同时为 0，

所以$\frac{\Delta y}{\Delta x} > 0$.

即　$f(x) = x^3$ 在$(-\infty, +\infty)$ 上是增函数.

5. (1) 既不是奇函数，也不是偶函数；(2) 奇函数；(3) 偶函数；

(4) 既不是奇函数，也不是偶函数；(5) 偶函数；(6) 奇函数.

6. 略.

7. 略.

练习 A 组(第 77 页)

1. (1) 当 $x = 0$ 时函数取得最大值；　(2) 当 $x = 0$ 时函数取得最大值；

(3) 当 $x = 0$ 时函数取得最小值；　(4) 当 $x = 5$ 时函数取得最小值.

2. (1) 当 $x = 1$ 时函数取得最小值；　(2) 当 $x = 2$ 时函数取得最大值.

3. (1) 当 $x = -3$ 时函数取得最大值；　(2) 当 $x = -5$ 时函数取得最大值；

(3) 当 $x = -2$ 时函数取得最小值；　(4) 当 $x = -3$ 时函数取得最小值.

练习 B 组(第 77 页)

1. (1) 当 $x = \frac{3}{2}$ 时函数取得最小值；　(2) 当 $x = \frac{2}{3}$ 时函数取得最大值.

2. 设每个销售利润为 x 元，售出个数为 y 个，则 $y = 30 - 3x$，销售总利润为 $f(x) = (30 - 3x)x$，由配方法可得

$$f(x) = 30x - 3x^2 = -3(x^2 - 10x) = -3(x-5)^2 + 75,$$

所以，当 $x = 5$ 时商店能获得最大利润 75 元.

练习 A 组(第 79 页)

1. (1) 是；　(2) 是；　(3) 是；　(4) 不是.

2. 略.

练习 B 组(第 79 页)

1. 正比例函数是一种特殊的一次函数，即常数项为 0 的一次函数，正比例函数构成的集合是一次函数构成的集合的真子集.

2. 点 B 的纵坐标是 9.

3. 点 A 的坐标为$(-1, -4)$，直线 $y = x - 3$ 与 x 轴的交点 B 的坐标为$(3, 0)$；直线$y = -x - 5$ 与 x 轴的交点 C 的坐标为$(-5, 0)$.

练习 A 组(第 84 页)

1. (1) $y_{\min} = -13$；　(2) $y_{\min} = -\frac{19}{5}$；

(3) $y_{\max} = \frac{5}{4}$；　(4) $y_{\max} = -\frac{71}{12}$.

2. (1) 对称轴：$x = 5$，顶点：$\left(5, -\frac{23}{2}\right)$，图略；

(2) 对称轴：$x = \frac{1}{4}$，顶点：$\left(\frac{1}{4}, -\frac{7}{8}\right)$，图略.

练习 B 组(第 85 页)

1. 函数图象的对称轴是 $x = 1$，函数图象开口向上，

因为$|-2-1|=|4-1|$，

所以$f(-2)=f(4)$.

因为$|-3-1|>|3-1|$，

所以$f(-3)>f(3)$.

2. (1)$\mathbf{R}$；　(2)$\{3\}$.

习题（第 85 页）

1. $x=3$，$y=\frac{9}{4}$；$x=9$，$y=\frac{27}{4}$.

2. (1) 与坐标轴交点的坐标是(0，12)，(−4，0)，两交点间的距离为$4\sqrt{10}$；

(2) $\{x\mid x>-4\}$；

(3) $-6<x<-2$.

3. (1) 顶点坐标(2，−7)，$y_{\min}=-7$；

(2) 顶点坐标(1，5)，$y_{\max}=5$.

4. 与x轴交点(−1，0)，(3，0)，顶点坐标(1，−4).

5. (1) 曲线开口向下；

(2) $x_1=1$，$x_2=3$；

(3) 顶点坐标(2，1)，对称轴$x=2$.

6. $k>\frac{4}{3}$.

7. (1) $-3\leqslant m\leqslant 2$；

(2) $m<-3$ 或 $m>2$.

习题（第 87 页）

1. 解　设匀速行驶的汽车速度为v km/h，时间为t h，路程为s km.

则$s=vt$.

由已知，得　$90=1.5v$.

解得：$v=60$.

所以，所求的函数关系是

$$s=60t\ (t\geqslant 0).$$

当$t=5$时，$s=60\times 5=300$.

即汽车行驶 5 h 后的路程为 300 km.

2. 解　设食品质量为x kg，每 kg 单价为k元，食品价格为y元，

则有　$y=kx$.

由已知，得　$40=5k$.

解得　$k=8$.

所以，该食品的价格与重量之间的函数关系是

$$y=8x\ (x\geqslant 0).$$

当$x=8$时，$y=8\times 8=64$.

即 8 kg 食品的价格是 64 元.

3. 解　设定价为每件x元时，售出产品y件.

由已知y是x的一次函数，

可设为 $y=ax+b$，

且 $\begin{cases}30=80a+b\\20=120a+b\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=-\dfrac{1}{4}\\b=50\end{cases}$

所以 $y=-\dfrac{1}{4}x+50$.

因为 y 为产品件数，所以 $y\in\mathbf{N}$.

所以，所求函数为

$y=-\dfrac{1}{4}x+50$ ($x\leqslant 200$ 且 $x=4m$，$m\in\mathbf{N}$).

4. 解　由已知可设

$l=aG+b$，

且 $\begin{cases}8.9=0.02a+b\\10.1=0.04a+b\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=60\\b=7.7\end{cases}$

所以，所求函数为

$l=60G+7.7$ ($G\geqslant 0$).

5. 解　设与墙平行的一边长为 x m，另一边长为 y m，矩形面积为 S m^2.

由已知，得　$x+2y=300$.

即　$y=\dfrac{1}{2}(300-x)$.

则 $S=xy=\dfrac{1}{2}\cdot x(300-x)$

$=-\dfrac{1}{2}(x-150)^2+11\,250$.

当 $x=150$ 时，S 取得最大值.

此时 $y=\dfrac{1}{2}(300-150)=75$.

答：当矩形的长为 150 m，宽为 75 m 时，这块菜地面积最大.

6. 解　设 t h 后，两船相距 s n mile.

由题意，得

$s=\sqrt{(16t)^2+(10-12t)^2}$

$=2\sqrt{100\left(t-\dfrac{3}{10}\right)^2+16}$.

当 $t=\dfrac{3}{10}=0.3$ 时，

s 取得最小值 $2\sqrt{16}=8$.

答：0.3 h 后，两船相距最近，最近距离为 8 n mile.

7. 解　设半圆的半径为 r m，窗户透光面积为 S m^2，则依题意可得

$$S=\frac{1}{2}\pi r^2+2r\frac{6-2r-\pi r}{2}=-\frac{\pi+4}{2}r^2+6r$$

$$=-\frac{\pi+4}{2}\left(r-\frac{6}{\pi+4}\right)^2+\frac{18}{\pi+4}.$$

当圆的半径为 $\frac{6}{\pi+4}$ m 时，窗户的透光的面积最大.

8. 解　提高 x 个档次时，每天利润 $y=(60-3x)(8+2x)$，生产第 9 档次的产品每天所获利润最大.（注：求得的 x 为 8.）

第四章　指数函数与对数函数

Ⅰ　教学要求

1. 理解分数指数幂，会利用计算器求 a^b.

2. 理解整数指数和有理指数幂的概念. 掌握整数指数和有理指数幂的运算. 通过常用函数举例，初步了解幂函数的基本性质.

3. 理解指数函数的概念、图象和性质.

4. 理解对数的概念和性质，理解常用对数，会利用计算器求 lg N.

5. 了解对数的运算法则、掌握换底公式，理解自然对数，会利用计算器求 ln N.

6. 了解对数函数的概念、图象和性质.

7. 初步了解指数函数和对数函数在实际中的应用.

Ⅱ　教材分析和教学建议

本章教材的主要内容包括：指数和对数的概念及其运算法则；指数函数与对数函数的概念、性质、图象及其应用等.

在初中学习函数的基础上，第三章又进一步学习了函数的概念及其通性，并且对一次、二次函数作了更深入的研究，使学生加深对函数概念的理解，初步掌握研究函数的一般方法. 在此基础上，本章学习有着重要应用的两个初等函数：指数函数与对数函数. 通过这两个函数的学习，学生可进一步获得比较系统的函数知识和研究函数的方法，进一步了解函数在实际中的应用，为今后学习其他函数打下良好的基础.

本章教材分三大节. 第一节在复习、推广指数概念的基础上，学习指数函数的概念、图象和性质；第二节是在学习指数函数的基础上，学习对数及其运算，对数函数的概念、图象和性质；第三节是在学习了指数函数与对数函数的基础上，初步了解指数、对数函数的应用.

本章的重点是指数函数和对数函数的概念、图象和性质，以及指数和对数的关系.

本章的难点是有理数指数和对数的概念.

为了突破难点，在教学中应注意以下几点：

1. 注意从实际出发，使学生在获得一定的感性认识的基础上，通过观察、比较、归纳提高到理性认识，以形成完整的概念.

2. 注意使用对照、类比的方法. 通过比较指数和对数的定义、指数函数和对数函数

的图象、性质，弄清它们的含义、区别和联系，以利于学生对这两个函数的理解.

3. 注意充分利用数形结合的方法和相应的教学手段，通过对这两个函数图象的认识，掌握这两个函数的性质.

4. 教学中要采取温故知新的方法. 本章是从复习整数指数幂开始学习，逐步扩大幂的概念，推广相应的运算法则. 幂和幂运算是本章学习的基础，一定要使学生掌握好.

本章教学安排 12 课时，具体分配如下(仅供参考)：

4.1.1	有理指数	2 课时
4.1.2	幂函数举例	1 课时
4.1.3	指数函数	1 课时
4.2.1	对数	1 课时
4.2.2	积、商、幂的对数	1 课时
4.2.3	换底公式与自然对数	1 课时
4.2.4	对数函数	2 课时
4.3	指数、对数函数的应用	1 课时
小结与复习		2 课时

4.1.1　有理指数

1. 实数指数幂的概念及其运算法则是在复习整数指数幂和分数指数幂概念的基础上引入的，它是学习指数函数和对数函数的基础. 正整数指数概念是同因子乘法的简写，通过复习整数指数幂及其运算，逐步推广指数概念，对理解指数概念，提高学生的数学素养会有帮助.

2. 本小节主要讲有理指数，无理指数从略. 但根据学生的学习兴趣和愿望，也可适当举例介绍无理指数幂的概念. 例如可介绍 $2^{\sqrt{2}}$ 的意义. 它可通过两串有理指数幂数列：

$$2^{1.41},\ 2^{1.414},\ 2^{1.4141}\cdots\cdots$$

$$2^{1.5},\ 2^{1.42},\ 2^{1.415}\cdots\cdots$$

去无限地逼近它.

3. 通过适当的练习，要使学生熟练掌握分数指数幂的概念及其运算法则.

4. 在初中定义分数指数幂时，要求底数 $a>0$. 本章为避免讨论，仍然要求底数 $a>0$，并且要求分数指数一定是既约分数. 在根式 $\sqrt[m]{a^n}$ 中，要求 m，n 互质且有意义. 这些条件要向学生交待清楚，以免使计算发生错误.

4.1.2　幂函数举例

1. 利用函数计算器计算函数值，正确作出简单的幂函数的图象，归纳出幂函数的基本性质.

2. 有条件的学校可以要求学生使用计算机软件画出一般幂函数的图象，验证幂函数的基本性质.

4.1.3 指数函数

1. 指数函数是由实数指数幂a^{α}($\alpha \in \mathbf{R}$)出发，让底数不变，指数变化而引入的．教材主要通过两个具体例子$y=2^x$与$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$的图象归纳出指数函数的性质．因此，要紧密联系实数指数幂的性质与指数函数的图象学习指数函数的性质．

2. 学习指数函数可引导学生从定义域、值域、单调性、奇偶性、最值等诸方面去研究，使函数的一般性质应用于特定的函数的研究之中，逐步掌握研究函数性质的初等方法．

3. 对指数函数的定义，要求底数$a>0$，且$a\neq 1$，这一点，学生容易忽略，教学中可引导学生讨论这一规定，理解为什么这样规定，以加深学生的印象．

4. 考虑到职业学校学生的实际，建议从指数函数的图象着手研究指数函数的性质．指数函数的图象可用描点法画出．在列对应值表时，可使用计算器．为了使图象较为准确，所描的点可多取一些．还要通过分析，使学生考虑图象的延伸方向．

5. 为了研究指数函数的一般性质，按照特殊到一般的规律，先在同一坐标系中，画出几个(至少两个)指数函数的图象．由于a是不等于1的正数，既应取a为大于1的正数(例如$a=2$)，也应取a为小于1的正数$\left(如\ a=\frac{1}{2}\right)$，这样有利于引导学生观察、比较所画的图象，归纳出图象所具有的特征，并由图象的特征得出相应函数的性质，也有利于帮助学生理解记忆指数函数的性质．因此，掌握函数图象的特征是非常重要的．这样的方法也适用于以后各类函数的教学．

6. 计算机是学习的有利工具．有条件的学校可指导学生用计算机完成教材中设置的“计算机上的练习”．

7. 指数函数的图象和性质可列表如下：

	图象的特征	函数的性质
1	图象向左、向右无限延伸．	定义域：$\mathbf{R}$．
2	图象在x轴的上方，向上无限伸展，向下无限趋近于x轴．	值域：$(0,\ +\infty)$．
3	$a>1$，图象上升． $0<a<1$，图象下降．	单调性$\begin{cases} a>1\text{时，为增函数；} \\ 0<a<1\text{时，为减函数．} \end{cases}$
4	两个特殊点：$(0,\ 1)$，$(1,\ a)$．	$x=0$时，$y=1$ $(a^0=1)$； $x=1$时，$y=a$ $(a^1=a)$．
5	两个特殊点把图象分成左、中、右三段．	$a>1\begin{cases} x\leqslant 0\text{时，}0<y\leqslant 1, \\ 0<x\leqslant 1\text{时，}1<y\leqslant a, \\ x>1\text{时，}y>a. \end{cases}$ $0<a<1\begin{cases} x\leqslant 0\text{时，}y\geqslant 1, \\ 0<x\leqslant 1\text{时，}a\leqslant y<1, \\ x>1\text{时，}0<y<a. \end{cases}$

8. 为了加深对函数图象的认识和利用函数图象解决问题，可以加强图象上的点与其坐标之间的对应关系的训练. 由已知图象和一个点的横坐标(纵坐标)，求它的纵坐标(横坐标)的训练是很必要的. 用于比较同底幂的大小或比较某些幂与1的大小，有时很方便.

9. 由$a^0=1$，$a^1=a$，指数函数的大致图象可由点(0，1)，(1，a)，函数的单调性和渐近线为x轴得到.

4.2.1　对数

1. 本小节是在学生学完指数函数的基础上，引入对数运算的，这样就减轻了学生学习对数的困难.

2. 指数式$y=a^x$与对数式$x=\log_a y$，不过是同一关系的两种不同表达形式. 本小节主要是使学生理解对数概念. 教材中通过大量的实例与练习，促使学生的认识由指数形式向对数形式转化.

3. 恒等式$a^{\log_a N}=N$ ($a>0$，$a\neq1$，$N>0$) 虽然是由对数定义直接推出来的，但学生理解它还是有一定的困难，要通过较多的例子反复联系定义来加深学生的理解.

4. 要求学生熟练掌握由对数定义推出的对数运算的三个性质.

4.2.2　积、商、幂的对数

1. 这一节的主要内容是推导对数运算的常用法则. 推导的主要方法是把对数式转化为指数式，再应用指数运算法则去证明对数的运算法则. 对数的运算法则是这节教学的重点，要求学生掌握.

2. 对数运算法则，其实可归纳为(1)(3) 两条，第(2) 条可由(1)(3) 两条得到：

$$\begin{aligned}\log_a \frac{M}{N}&=\log_a(M\cdot N^{-1})=\log_a M+\log_a N^{-1}\\&=\log_a M+(-1)\log_a N\\&=\log_a M-\log_a N.\end{aligned}$$

为了使用方便，教材仍保留了第(2) 条.

3. 在运用对数运算法则时，为了避免学生产生$\log_a(M+N)=\log_a M+\log_a N$之类的错误，在教对数运算法则时，宜训练用语言叙述运算法则，这样有利于学生正确理解和应用对数运算法则，也容易讲清产生上述错误的根源，防止错误的产生.

4. 针对职业学校学生的实际，本小节的教学要求，主要是掌握对数的基本运算法则. 相对于普通高中而言，对变换技巧与灵活性的要求有所降低.

5. 利用对数的运算法则，可把两数积的运算转化为对数和的运算，把幂的运算转化成其底的对数与幂指数的乘法运算，从而使运算降级. 对数的发明曾被恩格斯列为17世纪数学的三大成就之一. 作为计算方法，在历史上起着重要作用. 由于计算器和计算机的普及，数学中大量的对数计算工作，可由计算机代劳. 因而，教学的重点应放在学生掌握

对数的计算原理上，对数计算的训练可适当减弱．为掌握对数的性质，让学生进行适当的对数计算练习还是必要的．

4.2.3 换底公式与自然对数

1．换底公式的引入，应使学生明确它是出自实际的需要，以提高学生的学习兴趣和学习的主动性．在对数式的计算与含对数等式的证明过程中，常常需要把底数不同的对数化为底数相同的对数才能进行．由于对数的底数可为不等于 1 的任意正数，一般对数表或计算器没有计算任意正数为底的对数功能，所以在计算不是以 10 或 e 为底的对数时，常常需要把它转化为以 10 或以 e 为底的对数，这就要借助于换底公式来完成．

2．理解换底公式的意义和了解换底公式的证明，是帮助学生记忆公式的很好的方法，它的证明既简单又具有一般性．

3．以 e 为底的对数为自然对数，记为 $\ln N$，其中 $e=1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots$，e 与 π 一样是一个无理数．由上式可求 e 的具有确定精确度的近似值．

4．通过换底公式可建立正数 N 的常用对数和自然对数的关系式．这既是换底公式的应用，同时也揭示了常用对数与自然对数的内在联系．正数的常用对数和自然对数都可用计算器直接求得．

4.2.4 对数函数

1．教材在分析对数式 $x=\log_a y$ $(a>0$，且 $a\neq 1)$ 的基础上引入对数函数．主要分析由对数式确定的对应法则是不是函数关系，先确定 y 为自变量，根据对数的定义，确定 y 的取值范围，即函数的定义域，再分析对于 y 在正实数集内的每一个确定的值，x 在 $\mathbf{R}$ 内是否有唯一的值和它对应(可结合指数函数的图象分析)，在此分析的基础上，定义对数函数．

2．在对数函数的定义中，$a>0$，且 $a\neq 1$ 的条件，要向学生作适当的说明，以加深学生对对数函数的理解．

3．教材通过对两个函数 $y=\log_2 x$ 和 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的图象分析，归纳出对数函数的性质．在教学中，还应结合解析式、函数对应值表进行分析，以加深学生对对数函数性质的理解．

4．在对数函数性质的教学中，应着重强调由于对数底数有 $a>1$ 与 $0<a<1$ 两种情况，因而具有不同的性质，以利于对比、区别记忆．同时用语言表达和用数学符号表述某些性质，以加深学生对对数运算性质的理解．

5．教材没有讲复合函数的概念，对于 $y=\log_2(x-3)$，$y=\log_2 x^2$ 等函数的理解，仍按函数的定义，$y=\log_2(x-3)$ 表示该函数在 $(x-3)$ 处的值，应让学生注意到，在式中的 x 已不是对数函数 $y=\log_2 x$ 中的自变量．求涉及此类函数的定义域问题，可根据对数函数的定义域化为不等式问题．

6．在对数运算中常把 0 变成 $\log_a 1$，把 1 变为 $\log_a a$，把 c 变成 $\log_a a^c$，从而可使它们作

为对数参加运算.

7. 由于对数函数与指数函数互为反函数，所以它们的定义域和值域正好可以互换，对应法则互逆. 复习时可参照下表进行，使学生进一步掌握和巩固指数函数与对数函数的主要性质.

名称		指数函数	对数函数
一般形式		$y=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$	$y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$
定义域		$(-\infty,\ +\infty)$	$(0,\ +\infty)$
值域		$(0,\ +\infty)$	$(-\infty,\ +\infty)$
单调性	$a>1$	增函数	增函数
	$0<a<1$	减函数	减函数
函数的变化情况	$a>1$	$y\in\begin{cases}(0,\ 1], & x\in(-\infty,\ 0]\\(1,\ a], & x\in(0,\ 1]\\(a,\ +\infty), & x\in(1,\ +\infty)\end{cases}$	$y\in\begin{cases}(-\infty,\ 0], & x\in(0,\ 1]\\(0,\ 1], & x\in(1,\ a]\\(1,\ +\infty), & x\in(a,\ +\infty)\end{cases}$
	$0<a<1$	$y\in\begin{cases}[1,\ +\infty), & x\in(-\infty,\ 0]\\[a,\ 1), & x\in(0,\ 1]\\(0,\ a), & x\in(1,\ +\infty)\end{cases}$	$y\in\begin{cases}[1,\ +\infty), & x\in(0,\ a]\\[0,\ 1), & x\in(a,\ 1]\\(-\infty,\ 0), & x\in(1,\ +\infty)\end{cases}$

4.3 指数、对数函数的应用

本小节主要是通过两个例子，说明这两个函数在社会科学和物理中的应用。教师可根据学生所学专业，适当地再选一些例子讲解或在讲完专业课后，让学生写些有关数学应用的小论文.

Ⅲ 教学设计

4.1.1 有理指数(一)

【教学目标】

1. 理解整数指数幂及其运算律，并会进行有关运算.
2. 培养学生的观察、分析、归纳等逻辑思维能力.
3. 培养学生勇于发现、勇于探索、勇于创新的精神；培养合作交流等良好品质.

【教学重点】

零指数幂、负整指数幂的定义.

【教学难点】

零指数幂及负整指数幂的定义过程，整数指数幂的运算.

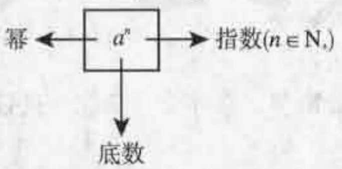
【教学方法】

这节课主要采用问题解决法和分组教学法. 在指数幂引入时，以在国际象棋棋盘上放米粒为导入素材，既体现数学的应用价值，也引起学生的学习兴趣. 从正整指数的运算法则中的

$$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}(m>n,\ a\neq 0)$$

这一法则出发，通过取消 $m>n$ 的限制引入了零指数幂和负整指数幂的定义，从而把正整指数幂推广到了整数指数幂. 本节教学中，要以取消 $m>n$ 这一条件为出发点，让学生积极大胆地猜想，以此增强学生的参与意识，从而提高学生的学习兴趣.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	在一个国际象棋棋盘上放一些米粒，第一格放 1 粒，第 2 格放 2 粒，第 3 格放 4 粒……一直到第 64 格，那么第 64 格应放多少粒米？ 第 1 格放的米粒数是 1； 第 2 格放的米粒数是 2； 第 3 格放的米粒数是$\underbrace{2\times 2}_{2个2}$； 第 4 格放的米粒数是$\underbrace{2\times 2\times 2}_{3个2}$； 第 5 格放的米粒数是$\underbrace{2\times 2\times 2\times 2}_{4个2}$； …… 第 64 格放的米粒数是$\underbrace{2\times 2\times 2\times\cdots\times 2}_{63个2}$.	学生在教师的引导下观察图片，明确教师提出的问题，通过观察课件，归纳、探究答案. 师：通过上面的解题过程，你能发现什么规律？那么第 64 格放多少米粒，怎么表示？ 学生回答，教师针对学生的回答给予点评. 并归纳出第 64 格应放的米粒数为 2^{63}. 师：请用计算器求 2^{63} 的值. 学生解答.	通过问题的引入激发学生学习的兴趣. 在问题的分析过程中，培养学生归纳推理的能力. 为引出 a^n 设下伏笔. 用计算器使问题得到解决.
新课	一、正整指数幂 定义 一般地，a^n（$n\in \mathbf{N}_+$）叫做 a 的 n 次幂，a 叫做幂的底数，n 叫做幂的指数. 并且规定： $a^1=a$  当 n 是正整数时，a^n 叫正整指数幂.	教师板书课题. 学生理解概念. 教师强调 n 是正整数.	此概念初中已学过，用投影的形式展现，学生容易联想起以前的内容. 明确各部分的名称. 通过强调 n 是正整数，为零指数和负整指数的引入设置思维陷阱.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习1　填空： (1) $2^3\times2^4=$____，$a^m\cdot a^n=$____； (2) $(2^3)^4=$____，$(a^m)^n=$____； (3) $\frac{2^4}{2^3}=$______，$\frac{a^m}{a^n}=$______$(m>n，a\neq0)$； (4) $(xy)^3=$____，$(ab)^m=$____. 练习2　计算：$\frac{2^3}{2^3}$.	请同学们回顾一下正整指数幂的运算法则，并尝试解决练习1、2； 练习1，学生分小组抢答；练习2，学生通过约分解得 $$\frac{2^3}{2^3}=1.$$ 师：如果取消$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ $(m>n，a\neq0)$中$m>n$的限制，如何通过指数的运算来表示？ $$\frac{2^3}{2^3}=2^{3-3}=2^0.$$	通过练习，让学生回顾正整指数幂的运算律. 由特殊到一般，由具体的例子入手，引出零指数幂的定义.
	二、零指数幂 规定： $$a^0=1(a\neq0).$$	教师板书： 零指数幂 $$a^0=1\ (a\neq0).$$	突破思维困境，引入零指数幂.
	练习3　填空： (1) $8^0=$____； (2) $(-0.8)^0=$____； 练习4　式子$(a-b)^0=1$是否恒成立？为什么？	师：请同学们结合零指数幂的定义完成练习3、4、5. 学生解答. 教师强调练习4中，等式成立的条件，即$a\neq b$.	练习4的目的是要让学生记住 $a^0=1\ (a\neq0)$ 中的$a\neq0$这一条件.
	练习5　计算： (1) $\frac{2^3}{2^4}$；　(2) $\frac{2^3}{2^5}$.	练习5，学生可通过约分解答. 师：实数m与n的大小关系除了$m>n$，$m=n$还有$m<n$. 当$m<n$时，运算法则$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$一定成立吗？	
	三、负整指数幂 我们规定： $$a^{-1}=\frac{1}{a}\ (a\neq0),$$ $$a^{-n}=\frac{1}{a^n}\ (a\neq0，n\in\mathbf{N}_+).$$	学生尝试解决教师提出的问题. 教师板书：负整指数幂 $a^{-n}=\frac{1}{a^n}(a\neq0，n\in\mathbf{N}_+)$， 并强调$a$的取值.	类比零指数的引入，负整指数的引入就顺理成章了.
	练习6　填空： (1) $8^{-2}=$____；(2) $(0.2)^{-3}=$____. 练习7　式子$(a-b)^{-4}=\frac{1}{(a-b)^4}$是否恒成立？为什么？	新知识应用，学生快速解答，练习7要求小组合作探究解决. 教师针对学生的解答进行点评，并强调练习7中的等式成立的条件，即$a\neq b$.	练习7是为了让学生注意，在负整指数幂中底数a的取值范围.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	四、实数系 $实数\begin{cases}有理数\begin{cases}整数\begin{cases}正整数\\零\\负整数\end{cases}\\分数\end{cases}\\无理数\end{cases}$ 五、整数指数幂的运算法则 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$； $(a^m)^n = a^{mn}$； $(ab)^m = a^m b^m$. 练习 8 (1) $(2x)^{-2} =$____； (2) $0.001^{-3} =$____； (3) $\left(\frac{x^3}{r^2}\right)^{-2} =$____； (4) $\frac{x^2}{b^2 c} =$____.	从数的分类可知，在定义了零指数幂和负整指数幂以后，我们就把正整指数幂推广到了整数指数幂的范围. 师：正整指数幂的运算法则，对整数指数幂的运算仍然成立. 板书运算法则. 通过演示将$\frac{a^m}{a^n}$ 的运算归结到$a^m \cdot a^n$中去，即：$\frac{a^m}{a^n} = a^m \cdot a^{-n} = a^{m+(-n)} = a^{m-n}$. 学生解答，练习 8 第(3)题要求小组合作解决. 教师在讲解上述题目时，应再现每题运算过程中用到的运算律.	重新回顾实数的分类，展示幂指数的推广过程，帮助学生理解“把正整指数幂推广到了整数指数幂的范围”这句话. 对幂的运算法则给予重新认识. 突出本节知识，突出运算法则.
小结	1. 指数幂的推广 $\underbrace{正整指数幂 \begin{cases}\rightarrow 零指数幂\\ \rightarrow 负整指数幂\end{cases}}_{整数指数幂}$ 2. 正整指数幂的运算法则对整数指数幂仍然成立： (1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$； (2) $(a^m)^n = a^{mn}$； (3) $(ab)^m = a^m b^m$.	回顾本节主要内容，加深理解零指数和负整指数幂的概念，牢记运算律.	简洁明了地概括本节课的重要知识，学生易于理解记忆.
作业	必做题：教材 P98，练习 A 组第 1 题； 选做题：教材 P103，习题第 1 题(9).	标记作业.	针对学生实际，对课后书面作业实施分层设置，安排必做习题和选做习题两层.

4.1.1 有理指数(二)

【教学目标】

1. 了解根式的概念和性质，理解分数指数幂的概念，掌握有理数指数幂的运算性质.

2. 会对根式、分数指数幂进行互化. 培养学生的观察、分析、归纳等逻辑思维能力.

3. 培养学生用联系的观点看问题.

【教学重点】

分数指数幂的概念以及分数指数幂的运算性质.

【教学难点】

对分数指数幂概念的理解.

【教学方法】

这节课主要采用问题解决法.

在引入分数指数幂时，先讲方根的概念，根据方根的定义，得到根式具有的性质. 在利用根式的运算性质对根式的化简过程中，引导学生注意发现并归纳其变形特点，进而由特殊情形归纳出一般规律. 在对根式的性质进行练习以后，为了解决运算的合理性，引入了分数指数幂的概念，从而将指数幂推广到了有理数范围. 在学生掌握了有理指数幂的运算性质后，将有理指数幂推广到实数指数幂. 考虑到职校学生的实际情况，并没有给出严格的推证.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	1. 整数指数幂的概念. $a^n=a\times a\times a\times\cdots\times a$（$n$ 个 a 连乘）； $a^0=1(a\neq 0)$； $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$（$a\neq 0$，$n\in \mathbf{N}_+$）. 2. 运算性质： $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$； $(a^m)^n=a^{mn}$； $(ab)^m=a^mb^m$.	师：上节课我们把正整指数幂推广到了整数指数幂，那么我们能不能把整数指数幂推广到分数指数幂，进而推广到有理指数幂和实数指数幂呢？这节课我们就来探讨这个问题. 师：首先来复习一下上节课所学的内容. 学生回答教师提出的问题，教师及时给予评价.	提出问题，引入本节课题. 复习上节所学内容.
新课	一、根式有关概念 定义：一般地，若 $x^n=a$（$n>1$，$n\in \mathbf{N}$），则 x 叫做 a 的 n 次方根. 例如： (1) 由 $3^2=9$ 知，3 是 9 的二次方根（平方根）； 由 $(-3)^2=9$ 知，-3 也是 9 的二次方根（平方根）； (2) 由 $(-5)^3=-125$ 知，-5 是 -125 的三次方根（立方根）； (3) 由 $6^4=1\,296$ 知，6 是 1 296 的 4 次方根. 有关结论：	教师板书课题. 学生理解方根概念. 教师通过举例让学生进一步理解方根的概念.	引入方根的概念为下一步引入分数指数做基础. 使学生加深对方根概念的理解，并为进一步说明下面的结论做引例.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(1) 当n为奇数时：正数的n次方根为正数，负数的n次方根为负数. 记作： $x=\sqrt[n]{a}$. (2) 当n为偶数时，正数的n次方根有两个(互为相反数). 记作： $x=\pm\sqrt[n]{a}$. (3) 负数没有偶次方根. (4) 0的任何次方根都为0.	学生在教师的引导下进一步理解根式的概念.	由方根的概念引入其数学记法，为引入根式的概念作基础.
	当$\sqrt[n]{a}$有意义时，$\sqrt[n]{a}$叫做根式，n叫根指数. 正数a的正n次方根叫做a的n次算术根. 例如：$\sqrt[3]{2}$叫做2的3次算术根；$\sqrt[4]{-2}$不叫根式，因为它是没有意义的.	学生重新构建根式、根指数的概念，教师强调当$\sqrt[n]{a}$有意义时，$\sqrt[n]{a}$叫做根式.	引入根式、根指数的概念.
	二、根式的性质 (1) $(\sqrt[n]{a})^n=a$. 例如，$(\sqrt[3]{27})^3=27$，$(\sqrt[5]{-3})^5=-3$. (2) 当n为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$； 当n为偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=\lvert a\rvert=\begin{cases}a(a\geqslant 0)\\-a(a<0)\end{cases}$ 例如：$\sqrt[3]{(-5)^3}=-5$，$\sqrt[3]{2^3}=2$； $\sqrt{5^2}=5$，$\sqrt[4]{(-3)^4}=\lvert -3\rvert=3$. 观察下面的运算：	学生理解根式的性质，通过实例演示，将性质应用到运算之中. 教师用语言叙述根式性质： (1) 实数a的n次方根的n次幂是它本身； (2) n为奇数时，实数a的n次幂的n次方根是a本身；n为偶数时，实数a的n次幂的n次方根是a的绝对值. 学生形成思维困惑.	将数学语言(符号)转化为自然语言，以使学生加深对性质的理解.
	$(a^{\frac{1}{3}})^3=a^{\frac{1}{3}\times 3}=a$ ① $(a^{\frac{2}{3}})^3=a^{\frac{2}{3}\times 3}=a^2$ ② 上面两式的运算，用到了法则$(a^m)^n=a^{mn}$，但无法用整数指数幂来解释，但是①式的含义是$a^{\frac{1}{3}}$连乘3次得到a，所以$a^{\frac{1}{3}}$可以看作是a的3次方根；②式的含义是$a^{\frac{2}{3}}$连乘3次得到a^2，所以$a^{\frac{2}{3}}$可以看作是a^2的3次方根.	在教师的引导下，学生寻找解惑途径.	设置思维障碍，使学生积极寻找解决途径，从而调动学生思维的积极性.
	因此我们规定 $a^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{a}$，$a^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{a^2}$， 以使运算合理.	学生在教师的引导下，由特殊到一般，积极构建分数指数幂的概念.	通过教师引导，学生找到使运算合理的途径.
	三、分数指数幂 一般地，我们规定： $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}\quad(a>0)$； $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}=(\sqrt[n]{a})^m(a>0,\ m,\ n\in \mathbf{N}_+$，且$\frac{m}{n}$为既约分数).	师：负整数指数幂是怎么定义的？如何来定义负分数指数幂呢？	引入正分数指数幂的概念.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$ ($a>0$，m，$n\in\mathbf{N}_{+}$，且 $\frac{m}{n}$ 为既约分数). 四、实数指数幂的运算法则 (1) $a^{\alpha}\cdot a^{\beta}=a^{\alpha+\beta}$； (2) $(a^{\alpha})^{\beta}=a^{\alpha\beta}$； (3) $(ab)^{\alpha}=a^{\alpha}b^{\alpha}$. 以上 a^{α}，a^{β} 中，$a>0$，$b>0$，且 α，β 为任意实数. 练习 1 $8^{\frac{3}{5}}\times 8^{\frac{2}{5}}=8^{\frac{3+2}{5}}=8^{1}=8$； $8^{\frac{2}{3}}=(8^{\frac{1}{3}})^{2}=2^{2}=4$； $3\sqrt{3}\times\sqrt[3]{3}\times\sqrt[6]{3}=3\times 3^{\frac{1}{2}}\times 3^{\frac{1}{3}}\times 3^{\frac{1}{6}}=3^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=3^{2}=9$； $(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{4}})^{3}=(a^{\frac{2}{3}})^{3}\cdot(b^{\frac{1}{4}})^{3}=a^{2}b^{\frac{3}{4}}$. 例 1　利用函数型计算器计算(精确到 0.001)： (1) $0.2^{1.52}$；　(2) 3.14^{-2}； (3) $3.1^{\frac{2}{3}}$. 例 2　利用函数型计算器计算函数值. 已知 $f(x)=2.71^{x}$，求 $f(-3)$，$f(-2)$，$f(-1)$，$f(1)$，$f(2)$，$f(3)$(精确到 0.001). 请同学们结合教材在小组内合作完成. 练习 2 教材 P98，练习 A 组第 3 题，练习 B 组第 3 题.	学生在教师的引导下尝试解决问题. 在教师的引导下，类比负整指数幂的定义，形成负分数指数幂的概念. 师：至此，我们把整数指数幂推广到了有理指数幂. 有理指数幂还可以推广到实数指数幂. 学生形成实数指数幂的概念. 学生通过练习，进一步理解有理指数幂，熟练运算法则. 教师讲解例 1 第(1) 题的操作方法. 请学生结合教材，完成例 1 第(2)(3) 题. 通过例题，学生学习用计算工具来求指数幂 a^{b} 的值. 学生进一步熟悉函数计算器的使用方法.	类比负整数指数幂的定义，引入负分数指数幂的概念. 将有理指数幂推广到实数指数幂，并给出实数指数幂的运算法则. 加深对有理指数幂的理解，并使学生进一步掌握指数幂的运算法则. 使学生掌握函数型计算器的使用. 使学生进一步巩固函数型计算器的使用方法.
小 结	1. 根式 ⟺ 分数指数幂 2. 正整指数幂 → 零指数幂 正整指数幂 → 负整指数幂 整数指数幂 → 有理指数幂 整数指数幂 ↓ 分数指数幂 分数指数幂 → 有理指数幂 有理指数幂 ↓ 实数指数幂 3. 利用函数型计算器求 a^{b} 的值.	学生在教师的引导下回顾本节主要内容，加深理解根式和分数指数幂的概念，理顺实数指数幂的推广过程，回顾函数型计算器的使用方法.	简洁明了地概括本节课的重要知识，便于学生理解记忆. 理顺本节指数幂的推广思路，使学生思维清晰.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
作业	必做题：教材 P98 练习 B 组第 1 题. 选做题：教材 P98 练习 B 组第 2 题.		针对学生实际，对课后书面作业实施分层设置，安排基本练习题和选做题两层.

4.1.2 幂函数举例

【教学目标】

1. 了解幂函数的概念，会求幂函数的定义域，会画简单幂函数的图象.
2. 培养学生用数形结合的方法解决问题. 注重培养学生的作图、读图的能力.
3. 培养学生勇于发现、勇于探索、勇于创新的精神；培养合作交流等良好品质.

【教学重点】

幂函数的定义.

【教学难点】

会求幂函数的定义域，会画简单幂函数的图象.

【教学方法】

这节课主要采用启发式和讲练结合的教学方法.

从函数 $y=x$，$y=x^2$，$y=\dfrac{1}{x}$ 等导入，通过观察这类函数的解析式，归纳其共性，引入幂函数的概念. 在例 1 求函数的定义域时，对于分数指数及负整指数的幂函数要转化为分式或根式的形式，在讲解例题时，教师要注意引导，让学生在解答过程中自己归纳总结规律. 函数图象是研究函数性质的有利工具，教师在讲授例 2 时，可以采用分组的方式，让学生一起合作完成函数的图象，并从本例中找出幂函数的某些性质.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	1. 指数幂 $a^n=a\times a\times a\times\cdots\times a$（$n$个$a$连乘）； $a^0=1$； $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$（$a\neq 0$，$n\in\mathbf{N}_+$）； $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$（$a>0$）； $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$（$a>0$，$m$，$n\in\mathbf{N}_+$，且$\dfrac{m}{n}$为既约分数）； $a^{-\frac{m}{n}}=\dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$（$a>0$，$m$，$n\in\mathbf{N}_+$，且$\dfrac{m}{n}$为既约分数）.	学生在教师的引导下，回顾指数幂的有关定义及运算法则.	复习上节内容，为本节学习做准备.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	2. 观察函数 $y=x^2$，$y=x^3$，$y=x$ 及 $y=x^{-1}$.	师：以上函数表达式的共同特征是什么？你还能举出类似的函数吗？ 学生观察函数的表达式，回答教师提出的问题.	通过实例引入本节课题，确定本节的学习目标.
新课	一、幂函数的概念 一般地，形如 $$y=x^{\alpha}$$ 的函数我们称为幂函数. 练习 1　判断下列函数是不是幂函数？ (1) $y=2x$；　(2) $y=2x^{\frac{3}{5}}$； (3) $y=x^{\frac{7}{8}}$；　(4) $y=x^2+3$. 例 1　写出下列函数的定义域： (1) $y=x^3$；　(2) $y=x^{\frac{1}{2}}$； (3) $y=x^{-2}$；　(4) $y=x^{-\frac{3}{2}}$. 解　(1) 函数 $y=x^3$ 的定义域为 $\mathbf{R}$； (2) 函数 $y=x^{\frac{1}{2}}$，即 $y=\sqrt{x}$，定义域为 $[0,+\infty)$； (3) 函数 $y=x^{-2}$，即 $y=\frac{1}{x^2}$，定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$； (4) 函数 $y=x^{-\frac{3}{2}}$，即 $y=\frac{1}{\sqrt{x^3}}$，其定义域为 $(0,+\infty)$. 练习 2　求下列函数的定义域： (1) $y=x^{-3}$；(2) $y=x^{-\frac{4}{3}}$；(3) $y=x^{-\frac{1}{2}}$. 二、幂函数的性质 例 2　作出下列函数的图象： (1) $y=x$；　(2) $y=x^{\frac{1}{2}}$； (3) $y=x^2$；　(4) $y=x^{-1}$.	学生在教师的引导下归纳幂函数的概念. 学生回答问题，进一步理解幂函数的概念. 针对学生的回答，教师结合定义点评. 在教师的引导下利用指数幂的有关定义，师生共同完成例题. 学生寻找规律，形成解题规律. 师：由上例我们可以看出，当幂函数的指数 α 为负整数时，一般是先将函数表达式转化为分式形式；当幂函数的指数 α 为分数时，一般是先将函数表达式转化为根式，然后再来求函数的定义域. 教师根据学生的解答进行点评，并给予相应评价. 师：函数图象是函数性质的直观反映，是研究函数性质的有利工具，请同学们回顾一下，作函数图象分为哪三步？ 学生回答.	由学生自己归纳幂函数的概念，能更好地把握和理解新概念. 使学生加强对幂函数概念的理解. 通过例题演示，学生进一步掌握求幂函数定义域的方法. 总结规律. 使学生刚学过的新知识得到应用.

续表

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>新
课</td><td>(1) 列表：
<table>
<tr><td>x</td><td>…</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr>
<tr><td>$y=x$</td><td>…</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr>
<tr><td>$y=x^{\frac{1}{2}}$</td><td>…</td><td>/</td><td>/</td><td>/</td><td>/</td><td>1</td><td>1.41</td><td>1.73</td><td>…</td></tr>
<tr><td>$y=x^2$</td><td>…</td><td>9</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>…</td></tr>
<tr><td>$y=x^{-1}$</td><td>…</td><td>$-\frac{1}{3}$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>…</td></tr>
</table>(2) 描点；
(3) 连线.
教师结合函数图象说明幂函数的性质.
强调幂函数随幂指数 α 的取值不同，它们的性质和图象也不尽相同，但也有一些共性，例如，所有的幂函数都通过点(1，1)，都经过第一象限等.
练习 3　画出函数 $y=x^{\frac{3}{4}}$ 的图象，并指出其奇偶性、单调性.</td><td>学生分组完成列表.

师生共同完成描点和连线，有条件的学校可利用计算机进行作图.
在教师的引导下对幂函数的性质有简单的了解.

在教师的引导下完成练习.</td><td>回顾作图过程，进一步明确函数图象是研究函数性质的有利工具.

在画图过程中，学会与人合作.
总结幂函数的性质.
复习作图过程，并强化学生读图能力培养.</td></tr>
<tr><td>小
结</td><td>通过本节的学习，你对幂函数有什么认识?
1. 幂函数的定义.
2. 求幂函数的定义域.
3. 通过幂函数的图象分析幂函数的性质.</td><td>回顾幂函数的概念，定义域的求法以及幂函数的图象和性质.</td><td>简洁明了概括本节课的重要知识，学生易于理解记忆.</td></tr>
<tr><td>作
业</td><td>1. 教材 P100 练习 A 组第 1 题.
2. 计算机上的练习：
在同一坐标系中画出函数 $y=x^3$ 与 $y=\sqrt[3]{x}$ 的图象，并指出这两个函数各有什么性质以及它们的图象关系(操作步骤参照教材 172 页).</td><td></td><td>基于学生实际，对课后书面作业实施分层设置的同时设置了计算机上的练习，让学生自己在操作过程中寻找学习的乐趣.</td></tr>
</table>

4.1.3 指数函数

【教学目标】

1. 掌握指数函数的定义、图象、性质及其简单的应用.
2. 培养学生用数形结合的方法解决问题的能力.

3. 培养学生勇于发现、勇于探索、勇于创新的精神；培养独立思考等良好的个性品质.

【教学重点】

指数函数的图象与性质.

【教学难点】

指数函数的图象性质与底数 a 的关系.

【教学方法】

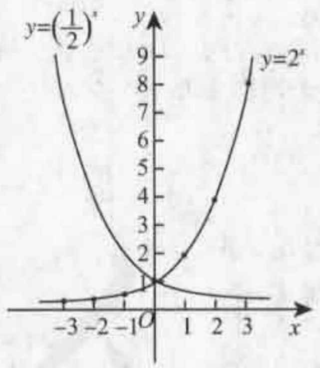
这节课主要采用讲练结合和小组合作的教学方法.

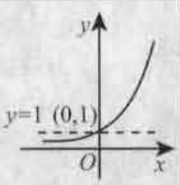
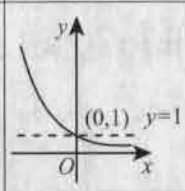
本节课由生活中的真实例子导入新课，引入指数函数的定义，并通过一组练习深化指数函数的定义. 先通过列表 —— 描点 —— 连线得到指数函数的图象，然后在教师的启发下，充分利用函数的图象来研究函数的性质. 为了加强学生对函数性质的应用，增加了一道求函数定义域的例题，然后安排一定数量的练习，体现练为主线，讲练结合的教学方法.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	一种放射性物质不断变化为其他物质，每经过 1 年剩留的质量约是原来的 84%. 试写出这种物质的剩留量随时间变化的函数解析式.	教师分析解题的过程，得到 $y=0.84^x$.	通过实例引入，让学生得到了指数函数的一些特征，从而有了感性认识，对理解和掌握指数函数的定义、性质起到很好的帮助作用.
新课	一、指数函数的定义 一般地，函数 $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq1$，$x\in\mathbf{R})$ 叫做指数函数. 其中 x 是自变量，定义域为 **R**. 探究 1 $y=2\times3^x$ 是指数函数吗? 探究 2 为什么要规定 $a>0$，且 $a\neq1$ 呢? (1) 若 $a=0$， 则当 $x>0$ 时，$a^x=0$； 当 $x\leqslant0$ 时，a^x 无意义. (2) 若 $a<0$， 则对于 x 的某些数值，可使 a^x 无意义.	教师板书课题，在引入问题的基础上，让学生归纳出指数函数的定义. 通过探究问题，教师强调指数函数的解析式 $y=a^x$ 中，a^x 的系数是 1. 学生分组合作探究教师提出的问题. 教师在学生分组探究的过程中要注意巡视指导.	由实例的引入，进而归纳出这种自变量在指数位置上的函数 —— 指数函数. 这一点，学生容易忽略，问题的提出让学生学会思考，理解为什么这样规定，以加深学生的印象，从而把新旧知识衔接得更好.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	如$(-2)^x$，这时对于$x=\frac{1}{4}$，$x=\frac{1}{2}$，…等等，在实数范围内函数值不存在. (3) 若$a=1$， 则对于任何$x\in\mathbf{R}$，$a^x=1$，是一个常量，没有研究的必要性. 为了避免上述各种情况，所以规定$a>0$且$a\neq1$. 在规定以后，对于任何$x\in\mathbf{R}$，a^x都有意义，且$a^x>0$. 因此指数函数的定义域是$\mathbf{R}$，值域是$(0, +\infty)$. 练习1　指出下列函数哪些是指数函数： (1) $y=4.3^x$；　(2) $y=\pi^x$； (3) $y=0.3^x$；　(4) $y=x^3$. 二、指数函数的图象和性质 在同一坐标系中分别作出函数$y=2^x$和$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$的图象. (1) 列表：略. (2) 描点：略. (3) 连线：略.  练习2　作函数$y=3^x$与$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$的图象. 探究3　观察$y=2^x$，$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，$y=3^x$与$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$的图象，找出图象特征.	师：学习指数函数是为了更好地利用函数的性质，而研究函数性质最好的办法是通过函数的图象来研究，那么指数函数的图象是怎样的？如何作指数函数的图象呢？ 教师引导学生一起把描出的7个点用光滑的曲线连接起来，得到了指数函数$y=2^x$的图象. 重复描点、连线的步骤，在同一坐标系中完成指数函数$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$的图象. 请同学分组完成下列函数图象，教师巡查指导. 学生完成题目后，利用实物投影将学生的解答投影到屏幕.	强化学生对指数函数的定义的理解记忆. 让学生完成画图过程，从画图过程中加深对指数函数的感性认识. 有条件的学校可以让学生通过计算机画图软件上机操作.

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr>
<td>新
课</td>
<td>
(1) 图象向左右无限延伸；
(2) 图象在 x 轴上方，向上无限延伸，向下无限接近于 x 轴；
(3) 图象都经过点(0，1)；
(4) $a=2$ 或 $a=3$ 时，从左向右看图象逐渐上升；
$a=\frac{1}{2}$ 或 $a=\frac{1}{3}$ 时，从左向右看图象逐渐下降.
探究 4
(1) “图象向左右无限延伸”揭示了“函数的定义域为 R”；
(2) “图象在 x 轴上方，向上无限延伸，向下无限接近于 x 轴”揭示了“函数的值域为(0，$+\infty$)；
(3) “图象都经过点(0，1)”揭示了“当 $x=0$ 时，$a^x=1$”；
(4) “$a=2$ 或 $a=3$ 时，从左向右看图象逐渐上升；$a=\frac{1}{2}$ 或 $a=\frac{1}{3}$ 时，从左向右看图象逐渐下降”揭示了“当 $a>1$ 时，指数函数是增函数；当 $0<a<1$ 时，指数函数是减函数”.
表 4-1　指数函数的图象与性质
<table>
<tr><td></td><td>$a>1$</td><td>$0<a<1$</td></tr>
<tr><td>图象</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>定义域</td><td colspan="2">R</td></tr>
<tr><td>值域</td><td colspan="2">(0，$+\infty$)</td></tr>
<tr><td>定点</td><td colspan="2">(0，1)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">单调性</td><td>增函数</td><td>减函数</td></tr>
<tr><td>$x\geqslant0$ 时，$y\geqslant1$；
$x<0$ 时，$0<y<1$</td><td>$x\geqslant0$ 时，$0<y\leqslant1$；
$x<0$ 时，$y>1$</td></tr>
</table>
</td>
<td>
师：指数函数：$y=2^x$，$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，$y=3^x$ 与 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 的图象有什么共同的特征？又有哪些不同？
师：你能用学过的数学语言来表示这些函数的性质吗？
教师引导学生用数学语言来表示这些函数的性质.
学生分组，采用小组合作形式完成.
师生共同完成该表.
</td>
<td>
为了得到指数函数的性质，引导学生观察四个函数的图象特征，从而顺理成章地得到了指数函数的性质，遵循了认识的一般规律：由特殊到一般，学生很容易接受.
锻炼学生的口头表达能力以及自然语言与数学语言的转化能力.
</td>
</tr>
</table>

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习3 (1) 指数函数 $y=a^x$，当________时，函数是增函数；当________时，函数是减函数. (2) 若函数 $f(x)=(a+1)^x$ 是减函数，则 a 的取值范围是________.	全体学生一起回答. 教师强调：对于比较大小的问题，若是底数相同，通过构造一个指数函数，用指数函数单调性来解决.	设置本练习的目的是为了进一步强化学生掌握指数函数的性质.
	例1　用指数函数的性质，比较下列各题中两个值的大小： (1) $1.7^{2.5}$ 和 1.7^3；(2) $0.8^{-0.1}$ 和 $0.8^{-0.2}$. 解　(1) 考察函数 $y=1.7^x$，它在实数集上是增函数. 因为　$2.5<3$，所以　$1.7^{2.5}<1.7^3$. 请同学们用函数的图象来验证一下答案是否正确？ (2) 考察函数 $y=0.8^x$，它在实数集上是减函数. 因为　$-0.1>-0.2$， 所以　$0.8^{-0.1}<0.8^{-0.2}$. 请同学们用计算器验证一下答案是否正确？	学生画图验证. 学生用计算器验证.	通过构造指数函数来比较两值的大小，并让学生采用不同的途径来进行检验.
	练习4 比较下列各题中两个值的大小： (1) $0.7^{0.8}$____$0.7^{0.7}$； (2) $1.1^{-2.1}$______1.1^{-2}； (3) 如果 $2^n<2^m$，则 n____m.	学生练习并解答.	
	例2　求函数 $y=\sqrt{3^x-3}$ 的定义域. 解：要使函数有意义，则有 $3^x-3\geqslant 0$， 所以　$3^x\geqslant 3$， 所以　$x\geqslant 1$. 所以函数的定义域为$[1,+\infty)$.	体会求定义域的方法.	增加本例为学生顺利解答课后相关练习及习题做基础.
	练习5　求函数 $y=\sqrt{2^x-4}$ 的定义域.	加深训练.	
小结	1. 指数函数的定义； 2. 指数函数的图象与性质； 3. 应用： (1) 比较大小； (2) 求函数的定义域.	回顾本节主要内容，加深理解指数函数的概念、图象与性质.	简洁明了地概括本节课的重要知识，学生易于理解记忆.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
作业	1. 必做题：教材P102，练习A组第2题；选做题：教材P102，练习B组第2题. 2. 计算机上的练习 在同一坐标系中画出函数 $y=10^x$ 与 $y=\left(\frac{1}{10}\right)^x$ 的图象，并指出这两个函数各有什么性质以及它们的图象关系(操作步骤参照教材173页).	标记作业.	针对学生实际，对课后书面作业实施分层设置，安排基本练习题和计算机上的练习两层.

4.2.1 对数

【教学目标】

1. 理解对数的概念，掌握对数式与指数式的互化.

2. 培养学生的类比、分析、转化能力，提高理解和运用数学符号的能力.

3. 通过对数概念的建立，明确事物的辩证发展和矛盾转化的观点，培养学生科学严谨的治学态度.

【教学重点】

对数的概念，对数式与指数式的相互转化.

【教学难点】

对数概念及性质的理解掌握.

【教学方法】

这节课主要采用启发式和分组合作教学法．教学过程中遵循学生是教学的主体，本节课要给学生提供各种可能的参与机会，调动学生学习的积极性，使学生化被动为主动．利用多媒体辅助教学，引导学生从实例出发，认识对数的模型，体会引入对数的必要性．在教学重难点上，步步设问、启发学生的思维，通过课堂练习、探究活动，通过学生讨论的方式来加深理解，很好地突破难点和提高教学效率．让学生在教师的引导下，充分地动手、动口、动脑，掌握学习的主动权.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	1. 庄子曰：一尺之棰，日取其半，万世不竭. (1) 取5次，还有多长？ (2) 取多少次，还有0.125尺？ 2. 细胞分裂问题，经过几次分裂后细胞的个数为4 096个？ $2^x=4\ 096$.	学生通过课件的演示，在教师的带领下明确问题内涵. 师：这两个问题都是已知底数和幂的值求指数的问题.	通过生活实例引入，体现数学的应用性，引发学生的好奇心. 展示分析问题的过程，化解问题的难度，使学生通过寻找规律，归纳问题的答案.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	一、对数的概念 一般地，如果 a ($a>0$ 且 $a\neq1$) 的 b 次幂等于 N，即 $a^b=N$，那么幂指数 b 叫做以 a 为底 N 的对数. “以 a 为底 N 的对数 b”记作： $b=\log_a N$ ($a>0$ 且 $a\neq1$)， 其中 a 叫做对数的底数，N 叫做真数. 注意： (1) 底数的限制：$a>0$ 且 $a\neq1$； (2) 对数的书写格式； (3) 对数的真数大于零.	教师给出对数的定义，并举例说明： 因为 $4^2=16$，所以 2 是以 4 为底 16 的对数； 因为 $4^3=64$，所以 3 是以 4 为底 64 的对数. 教师规范学生的书写格式，强调底数的限制，并引导学生讨论真数 N 的取值.	准确理解对数定义中底数的限制，为以后对数函数定义域的确定作准备. 同时注意对数的书写，避免因书写不规范而产生的错误.
	二、对数式与指数式的关系 由对数的定义可知，$a^b=N$ 与 $b=\log_a N$ 两个等式所表示的是 a，b，N 三个量之间的同一关系的两种不同表示形式. 例如：$3^2=9\Leftrightarrow 2=\log_3 9$. 对数式与指数式的互化： $$a^b=N\Leftrightarrow b=\log_a N$$	教师启发引导学生归纳指数式与对数式的转换关系. 分组合作并抢答.	让学生了解对数式与指数式的关系，明确对数式与指数式形式的区别：a，b 和 N 位置的不同，及它们的含义. 互化体现了等价转化的数学思想.
	练习 1 (1) 将下列指数式写成对数式： $2^2=4$；　　$6^2=36$； $7.6^0=1$；　　$3^4=81$. (2) 将下列对数式写成指数式： $\log_3 9=2$；　　$\log_4 16=2$； $\log_5 125=3$；　　$\log_7 49=2$. 练习 2　将下列指数式写成对数式 (其中 $a>0$ 且 $a\neq1$)： $2^1=2$；　　$a^1=a$； $6^0=1$；　　$a^0=1$.	让学生在解决问题的同时归纳总结其中的规律，为得出对数的性质做准备. 师：通过练习 2，你能得到什么结论? 学生分组讨论得出结论.	本练习让学生独立思考完成，从而熟悉对数式与指数式的相互转化，加深对对数的概念的理解. 并要求每位学生会对数式与指数式互化.
	三、对数的性质 (1) $\log_a a=1$，即底数的对数等于 1； (2) $\log_a 1=0$，即 1 的对数等于零； (3) 0 和负数没有对数. 例1　求 $\log_2 2$，$\log_2 1$，$\log_2 16$，$\log_2 \frac{1}{2}$. 解　(1) 因为　$2^1=2$，	新知识应用，学生快速解答. 对提出的问题要求小组合作解决.	让学生从特殊到一般，归纳出对数的性质.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	所以 $\log_2 2=1$； (2) 因为 $2^0=1$，所以 $\log_2 1$； (3) 因为 $2^4=16$，所以 $\log_2 16=4$； (4) 因为 $2^{-1}=\frac{1}{2}$，所以 $\log_2 \frac{1}{2}=-1$. 四、常用对数 以 10 为底的对数叫做常用对数. 为了简便，$\log_{10}N$ 简记作 $\lg N$. 例 2 求 lg 10，lg 100，lg 0.01. 解 (1) 因为 $10^1=10$， 所以 $\lg 10=1$； (2) 因为 $10^2=100$，所以 $\lg 100=2$； (3) 因为 $10^{-2}=0.01$，所以 $\lg 0.01=-2$. 例 3 利用计算器求对数（精确到 0.000 1）. lg 2 001； lg 0.618； lg 0.004； lg 396.5. 练习 3 求下列各式的值 (1) $\lg 1+\lg 10+\lg 100$； (2) $\lg 0.1+\lg 0.01+\lg 0.001$.	师：强调 $\lg N$ 的底数是 10，而不是没有底数. 掌握常用对数的特殊表示. 学生抢答. 知识强化训练.	学习应用计算器求对数，让学生体会常用对数的方便性.
小结	一、对数 二、指数式与对数式的关系式 $a^b=N \Leftrightarrow b=\log_a N$ 三、常用对数 以 10 为底的对数叫做常用对数，简记作 $\lg N$.	回顾本节主要内容，加深理解对数的概念、牢记指对关系式.	用最简洁的语言归纳本节课的要点，使学生更加明确本节课的要点.
作业	必做题：教材 P108，练习 B 组第 1 题. 选做题：教材 P108，练习 B 组第 3 题.		结合学生实际，书面作业实施分层设置，安排基本练习题和选做题.

4.2.2 积、商、幂的对数

【教学目标】

1. 掌握积、商、幂的对数运算法则，并会进行有关运算.
2. 培养学生的观察，分析，归纳等逻辑思维能力.
3. 培养学生勇于发现、勇于探索、勇于创新的精神；培养合作交流等良好品质.

【教学重点】

积、商、幂的对数运算法则的应用.

【教学难点】

积、商、幂的对数运算法则的推导.

【教学方法】

本节教学采用引导发现式教学方法，并充分利用多媒体辅助教学，体现“教师为主导、学生为主体”的教学原则. 通过教师在教学过程中的点拨启发学生，使学生主动思考进行对知识的发现和接受. 通过分组合作的教学方式，使学生在合作中快乐学习，培养学生的团结协作能力和集体主义情操. 通过设置三组“低台阶，小坡度”的练习，满足各层次学生的学习需求，从而培养学生的计算能力和学习数学的兴趣.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	1. 指数式与对数式的关系： 若指数式 $a^b=N$，则 $\log_a N=b$. 2. 指数幂的运算法则 (1) $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$； (2) $(a^m)^n=a^{mn}$； (3) $(ab)^m=a^mb^m$.	学生抢答，激发学生的热情 师：以前，我们学习过数的加、减、乘、除、乘方、开方，数的加减乘除乘方开方都有自己的运算规律和运算法则，那么，我们刚学习的对数运算有什么样的运算法则呢？ 学生在教师的引导下，明确教师提出的问题.	通过学生抢答，让全体学生对前面知识再现，为对数性质的推导铺平道路. 在探究积、商、幂的对数过程中，主要运算了指数式与对数式的相互转换，因此在复习中要强化这一知识点.
新课	探究 1　已知 $\log_a M$，$\log_a N$ (M，$N>0$)，求 $\log_a MN$. 解　设 $\log_a M=p$，$\log_a N=q$， 根据对数的定义，可得 $M=a^p$，$N=a^q$. 因为　$MN=a^pa^q=a^{p+q}$， 所以　$\log_a(MN)$	教师提出探究问题，学生通过小组讨论，归纳，探究问题的答案. 在学生探究后，教师给出问题的解答过程.	小组讨论的过程，是一个团结协作的过程，培养学生的团队精神和团结合作能力.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$= p+q = \log_a M + \log_a N$. 探究 2　已知 N_1，N_2，…，N_k 都是大于0的数，$\log a(N_1 N_2 \cdots N_k)$ 等于什么? 结论： $\log_a(N_1 N_2 \cdots N_k)$ $= \log_a N_1 + \log_a N_2 + \cdots + \log_a N_k$. 探究 3　已知 $\log_a M$，$\log_a N$ (M, $N>0$).	学生解答，分组合作. 教师巡视并给予指导.	
	求 $\log_a \dfrac{M}{N}$. 解　设 $\log_a M = p$，$\log_a N = q$. 根据对数的定义，可得 $M = a^p$，$N = a^q$. 因为　$\dfrac{M}{N} = \dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$， 所以　$\log_a \dfrac{M}{N}$ $= p-q = \log_a M - \log_a N$. 探究 4　已知 $\log_a M$ ($M>0$)，求 $\log_a M^b$. 解　设 $\log_a M = p$， 由对数的定义，可得　$M = a^p$. 因为　$M^b = (a^p)^b = a^{bp}$， 所以　$\log_a M^b = bp = b\log_a M$. 即　$\log_a M^b = b\log_a M$. 结论：	学生通过讨论后，教师给出解答过程.	
	(1) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$. 引申：$\log a(N_1 N_2 \cdots N_k)$ $= \log_a N_1 + \log_a N_2 + \cdots + \log_a N_k$. 正因数积的对数等于各因数对数的和. (2) $\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$. 两个正数商的对数等于被除数的对数减去除数的对数. (3) $\log_a M^b = b\log_a M$.	教师引导学生对探究问题做总结，学生在总结的过程中理解、记忆公式.	板书结论，有利于学生比较记忆. 明确各部分的名称，通过强调各部分的名称使学生正确理解公式.

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	正数幂的对数等于幂的指数乘以幂的底数的对数. 例 1　用 $\log_a x$，$\log_a y$，$\log_a z$ 表示下列各式： (1) $\log_a \frac{xy}{z}$； (2) $\log_a (x^3y^5)$； (3) $\log_a \frac{\sqrt{x}}{yz}$； (4) $\log_a \frac{x^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}}$. 解　(1) $\log_a \frac{xy}{z}=\log_a(xy)-\log_a z$ $=\log_a x+\log_a y-\log_a z$； (2) $\log_a(x^3y^5)=\log_a x^3+\log_a y^5$ $=3\log_a x+5\log_a y$； (3) $\log_a \frac{\sqrt{x}}{yz}=\log_a \sqrt{x}-\log_a(yz)$ $=\log_a x^{\frac{1}{2}}-(\log_a y+\log_a z)$ $=\frac{1}{2}\log_a x-\log_a y-\log_a z$； (4) $\log_a \frac{x^2\sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}}=\log_a(x^2y^{\frac{1}{2}}z^{-\frac{1}{3}})$ $=\log_a x^2+\log_a y^{\frac{1}{2}}+\log_a z^{-\frac{1}{3}}$ $=2\log_a x+\frac{1}{2}\log_a y-\frac{1}{3}\log_a z$.	新知识应用，学生快速解答，教师对学生的解答给予评价.	通过练习，让学生理解对数的运算法则，并会熟练应用.
	练习 1　请用 $\lg x$，$\lg y$，$\lg z$，$\lg(x+y)$，$\lg(x-y)$ 表示下列各式： (1)$\lg(xyz)$；　(2)$\lg(x+y)z$； (3)$\lg(x^2-y^2)$；　(4)$\lg \frac{xy^2}{z}$. 例 2　计算： $\lg \sqrt[5]{100}$；　$\log_2(4^7\times 2^5)$. 解　$\lg \sqrt[5]{100}$ $=\frac{1}{5}\lg 100=\frac{2}{5}$； $\log_2(4^7\times 2^5)$ $=\log_2 4^7+\log_2 2^5$	显示练习，对照对数的运算法则，要求学生分组合作，并抢答.	培养学生的竞争意识，勇于显示自己.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$=7\log_2 4+5\log_2 2$ $=14+5$ $=19.$ 练习2　计算 (1) $\log_3(27\times 9^2)$； (2) $\lg 100^2$； (3) $\log_2 6-\log_2 3$； (4) $\lg 5+\lg 2$.	学生解答，对问题3、4要求小组合作解决.	教师点评应突出本节知识点，突出运算法则.
小结	1. $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$ 2. $\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$ 3. $\log_a M^b=b\log_a M$	回顾本节主要内容，加深理解、牢记运算律.	简洁明了概括本节课的重要知识，学生易于理解记忆.
作业	必做题：教材P110，练习B组第1、2题. 选做题：教材P110，练习B组第3题.		针对学生实际，对课后书面作业实施分层设置.

4.2.3 换底公式与自然对数

【教学目标】

1. 掌握换底公式，了解自然对数，能利用换底公式求对数值.
2. 培养学生的逻辑思维能力和应用能力.
3. 培养学生勇于发现、勇于探索、勇于创新的精神；培养合作交流等良好品质.

【教学重点】

换底公式.

【教学难点】

利用换底公式求值、化简及证明.

【教学方法】

本节采用启发引导式教学，并利用多媒体教学以体现"教师为主导，学生为主体"的教学原则.

通过一个特殊例子提出与本节密切关联的问题，从而导出本节主题. 针对本节课的特点教师应多引导，多启发，与学生之间适当交流和讨论，在应用时可设定不同层次的题目，让各层次同学都能熟练掌握公式，从而培养学生学习数学的兴趣和运用公式计算的能力.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	在生物科学中，常常要研究某种细胞的分裂问题： 某种细胞第1次分裂，1个分裂为2个，第二次分裂，2个分裂为4个……，问经过多少次分裂，1个这样的细胞分裂的总数为4 096个？ 将对数式转化为指数式： $4\,096=2^x$. 两边取常用对数得 $\lg 4\,096=\lg 2^x$. 即 $\lg 4\,096=x\lg 2$ $x=\dfrac{\lg 4\,096}{\lg 2}$ $=12$.	教师通过课件展示回顾4.2.1的引入实例，并提出问题. 师：该问题也就是如果知道最终分裂得到的细胞 $y=4\,096$ 个，我们能否求出分裂的次数 x？ 生：$\log_2 y=x$. 师：像 $\log_2 4\,096$ 这样的对数值，是不能直接从常用对数表中查出也不能用计算器求出的. 怎么办？ 学生探究问题的解决方式. 师：我们可以利用计算器求常用对数的值，那么能否将所求以2为底的对数换成以10为底的常用对数？ 师：如何换底？ 学生分组讨论，思考求 x 的思路，找出解决问题的方法. 教师在学生探究的基础上给出问题的解答过程.	通过对数的应用例子，提出新的问题激发学生好奇心，提高学生学习兴趣. 提出和本节课密切相关的问题，让学生思考，充分发挥学习小组的作用，展开热烈的讨论. 特殊例子的推导为后面换底公式的得出打好基础.
新课	一、对数的换底公式 一般地，有下面的公式 $\log_b N=\dfrac{\log_a N}{\log_a b}$. 注意： (1) 成立前提： $b>0$ 且 $b\neq 1$，$a>0$，且 $a\neq 1$. (2) 公式应用：对数换底公式的作用在于“换底”，这是对数恒等变形中常用的工具. 通常换成以10为底. 二、自然对数 在科学技术中常常使用无理数 $e=2.718\,28\cdots$ 为底的对数，以e为底的对	教师板书课题. 教师强调使用换底公式要注意的两个问题，使学生对两项注意有深刻认识. 教师直接给出自然对数定义，注意e是一个常数，是一	换底公式的证明不做教学要求，教师可针对学生的情况取舍. 让学生对换底公式的底数有清醒的认识及大于零且不等于1.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	数叫做自然对数，记作：$\ln N$. 探究： 1. 利用换底公式如何得到自然对数和常用对数的关系？ 2. 利用计算器直接计算： $\ln 34 \approx 3.5264$. 练习1　将下列对数换成以10为底的常用对数. $\log_2 6$；　$\ln 10$. 练习2　求下列各式的值 $e^{\ln x}$；　$\ln e^2$. 练习3　求值： $\log_8 9 \cdot \log_{27} 32$；$\log_5 4 \cdot \log_8 5$. 练习4　化简：$\log_5 3 \cdot \log_{27} 125$. 练习5　求证：$\log_x y \cdot \log_y z = \log_x z$.	个无理数. 换底公式的第一次应用，换成以10为底. $\ln N=\frac{\lg N}{\lg e}\approx\frac{\lg N}{0.4343}$. 教师指导学生使用计算器求解. 要求：练习1、2为直接套用公式，每个学生都要独立完成，教师巡视指导. 练习3、4、5有一定难度，需要小组合作完成，教师巡视指导.	使学生了解自然对数与常用对数的关系，揭示数学知识的普遍联系. 将例题直接转化为练习，同时增加同类练习，由学生自己寻找解题方法，让学生感觉自己是最棒的.
小结	1. 换底公式： $\log_b N=\frac{\log_a N}{\log_a b}$. 2. 自然对数：$\ln N$.	本节一个内容：换底公式，要理解推导过程，掌握公式内容，会用公式进行比较简单的计算和化简.	点明本节课的重点知识，便于学生记忆.
作业	必做题： 教材P112，练习A组第2题，练习B组第3题. 选做题： 教材P112，练习B组第1、2题.		面对学生实际，对课后书面作业实施分层设置.

4.2.4 对数函数

【教学目标】

1. 掌握对数函数的概念，图象和性质，并会简单的应用.

2. 培养学生用数形结合的方法去解决问题. 注重培养学生的观察、分析、归纳等逻辑思维能力.

3. 培养学生善于发现、善于探索善于创新的精神；培养合作交流、独立思考等良好的个性品质.

【教学重点】

对数函数的图象、性质及其运用.

【教学难点】

对数函数图象和性质的发现过程，培养数形结合的思想.

【课时】

2 课时.

【教学方法】

这节课主要采用启发式和引导发现式的教学方法. 本节课结合对数函数教学的特点，让学生动手做，动脑想，大胆猜，要以学生的研究为主体采用引导发现式的教学方法并充分利用多媒体辅助教学. 这样既增强了学生的参与意识又教给他们思考问题的方法，获取知识的途径，使学生学有所思，思有所得，练有所获，从而提高学习兴趣. 通过教师在教学过程中的点拨，启发学生通过主动观察、主动思考、动手操作、自主探究来达到对知识的发现和接受.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	在指数函数的引入问题中，已经得出某种放射性物质的质量的初始值为 1，它的剩留量与经过的年数的函数关系为 $y=0.84^x(x\geqslant 0)$， ① 其中 x 为自变量，表示经过的年数，y 为对应的剩留量. 根据①式画出函数图象，求约经过多少年，剩留量是原来的一半(结果保留一位有效数字). 解：经过的年数 $x=\log_{0.84}0.5=\dfrac{\lg 0.5}{\lg 0.84}\approx\dfrac{-0.30}{-0.08}$ ≈ 4.0. 即经过 4 年，剩留量是原来的一半.	师：根据①式，给定一个 x 值(经过的年数)，就能计算出唯一的函数值 y. 实际上，在这个问题中知道的是 y 的值，要求的是对应的 x 值. 所以用对数形式表示， 即 $x=\log_{0.84}y$. ② 学生解题. 师：在②式中，对应任一个“剩留量 y”都可以求出唯一的“经过的年数 x”. 所以“经过的年数 x”是“剩留量 y”的函数. 通常我们用 x 表示自变量，用 y 表示因变量，于是上述的函数关系，可表示为 $y=\log_{0.84}x$.	提出与对数定义不同的问题引发学生的学习好奇心. 使学生初步感受对数函数是刻画现实世界的又一重要数学模型.
新课	一、对数概念 一般地，把函数 $y=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 叫对数函数，其中 x 是自变量，函数的定义域为 $(0,+\infty)$.	板书课题. 教师引导学生联系上面“情景问题”的表达式，请同学们思考讨论对数函数的概念. 师：(1) 为什么规定 $a>0$ 且 $a\neq 1$? (2) 为什么对数函数的定义	让学生牢记底数大于零且不等于 1，真数大于零. 通过此问让学生进一步体会指数函数与对数函数的联系.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
		域是(0, $+\infty$)? 学生讨论回答所提出的两个问题.	
	二、对数函数的图象和性质 探索与研究： 画出函数 $y=\log_2 x$ 与 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的图象.	将学生分为两组，各作一个函数图象. 师：画函数图象的三个步骤是什么? 生：列表、描点、连线.	
	(1) 列表(略)	师：列表时，我们能否利用指数函数的解析式 $y=2^x$ 与 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 来求对应点的函数值? 学生思考教师提出的问题，并完成列表.	学生自主画图，提高探索问题的能力和思维品质，在作图的过程中让学生感受成功的喜悦，加深对图象的感性认识.
新课	(2) 描点(略)	师：描点之前我们要建立直角坐标系，观察你所列表格，如何建立直角坐标系? 学生尝试回答，教师点评后，让学生建立直角坐标系并完成描点. 教师巡视指导.	
	(3) 连线(略)	师：描点后请同学们用圆滑的曲线将点连起来. 学生完成作图.	
	对数函数的图象特征： (1) 图象在 y 轴的右侧； (2) 图象向上无限延伸，向下无限延伸； (3) 图象都经过点(1，0)； (4) $a=2$ 时，从左向右看图象逐渐上升；$a=\frac{1}{2}$ 时，从左向右看图象逐渐下降.	教师展示课件中两个函数的图象. 教师引导学生观察两个函数的图象，分析归纳图象的特征.	培养学生观察能力.

续表

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr>
<td>新
课</td>
<td>对数函数图象和性质
<table>
<tr><td></td><td>$a>1$</td><td>$0<a<1$</td></tr>
<tr><td>图　象</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>定义域</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>值　域</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>定　点</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>单调性</td><td></td><td></td></tr>
</table>
例 1　求下列函数的定义域($a>0$，且 $a\neq 1$)：
(1) $y=\log_a x^2$；(2) $y=\log_a(4-x)$.
解　(1) 要使函数有意义，必须
$x^2>0$，即 $x\neq 0$.
所以函数 $y=\log_a x^2$ 的定义域是
$\{x \mid x\neq 0\}$.
(2) 要使函数有意义，必须
$4-x>0$，即 $x<4$.
所以函数 $y=\log_a(4-x)$ 的定义域是
$(-\infty, 4)$.
例 2　利用对数函数的性质，比较下列各组数中两个值的大小：
(1) $\log_2 3$ 与 $\log_2 3.5$；
(2) $\log_{0.7}1.6$ 与 $\log_{0.7}1.8$.
解　(1) 考查函数 $y=\log_2 x$，它在区间$(0, +\infty)$上是增函数.
因为　$3<3.5$，
所以　$\log_2 3<\log_2 3.5$.
(2) 考查对数函数 $y=\log_{0.7}x$，它在$(0, +\infty)$上是减函数.
因为　$1.6<1.8$，
所以　$\log_{0.7}1.6>\log_{0.7}1.8$.
练习 1　比较大小：
lg 6 ________ lg 8；
若 $\lg m<\lg n$，则 m ________ n；
练习 2　比较大小：
$\log_{0.5}6$ ________ $\log_{0.5}8$；
若 $\log_{0.5}m$ ______ $\log_{0.5}n$，则 m ______ n.</td>
<td>教师引导学生总结归纳函数的性质，完成左表.

学生分组探究，教师强调对数真数的取值范围.

引导学生通过构造对数函数，利用函数的单调性求解. 教师在点评时，还可以让学生用计算器验证，也可以利用图象法求解.

学生做练习 1、2，教师点评.</td>
<td>培养学生观察、分析、归纳的能力，养成积极实践、科学探究的学习态度.

掌握性质的基础上进行初步的应用.</td>
</tr>
</table>

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	1. 对数函数的定义. 2. 对数函数的图象与性质.	回顾本节主要内容，加深理解对数函数的概念、图象和性质.	简洁明了概括本节课的重要知识.
作业	必做题：教材 P115，练习 A 组第 2 题. 选做题：教材 P115，练习 B 组.		针对学生实际，对课后书面作业实施分层设置.

4.3 指数、对数函数的应用

【教学目标】

1. 能够运用指数函数、对数函数知识解决某些简单的实际应用问题.

2. 通过联系实际的引入问题和解决带有实际意义的某些问题，培养学生分析问题，解决问题的能力和运用数学的意识，也体现了指数函数、对数函数知识的应用价值.

3. 通过对实际问题的研究解决，渗透了数学建模的思想，并提高学生学习数学的兴趣.

【教学重点】

通过指数、对数函数的应用，来培养学生分析解决问题的能力和运用数学的意识.

【教学难点】

根据实际问题建立相应的指数函数和对数函数模型.

【教学方法】

这节课主要采用问题解决法和分组合作的教学方法. 在教学过程中，从学生身边的实例开始，引起学生的兴趣，体会所学知识的应用和重要性，很大程度上提高学生学习数学的兴趣，培养学生分析问题和解决问题的能力. 通过本节内容让学生体会指数函数与对数函数是解决有关自然科学领域中实际问题的重要工具，是今后进一步学习的基础. 教师应当结合学生的专业特点，增设有关例题，突出数学为专业课服务的教学理念.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	数学来自生活，又应用于生活和生产实践. 而实际问题中又蕴涵着丰富的数学知识，数学思想与方法. 如刚刚学过的指数、对数函数内容在实际生活中就有着广泛的应用. 今天我们就一起来探讨几个应用问题.	教师提出本节要解决的问题.	提出本节要解决的问题，引导学生从身边的、生活中的实际问题出发，发现问题，思考如何解决问题.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
	一、人口统计问题 例1　2008年我国人口总数是13.28亿，如果人口的自然年增长率控制在5‰，问哪一年我国人口总数将超过15亿? 解　设x年后人口总数为15亿，由题意，得 $13.28\times(1+0.005)^x=15.$ 即　$(1+0.005)^x=\frac{15}{13.28}$. 两边取对数，得 $x\lg 1.005=\lg 15-\lg 13.28$, 所以　$x=\frac{\lg 15-\lg 13.28}{\lg 1.005}\approx 24.4.$ 所以25年后，即2033年我国人口总数将达到15亿.	引导学生阅读题目，找出关键语言，关键数据，在教师的引导下，将实际问题通过分析概括，抽象为数学问题. 教师帮助学生理解题意，分析题目，首先让学生搞清自然年增长率的含义，问题可以转化为“已知年增长率为5‰，利用指数函数求经过几年我国人口总数将超过14亿?”	体会用数学方法将其化为常规的函数问题(或其他数学问题)并加以解决的策略. 让学生在运算中体会指数函数与对数函数的应用.
新课	问题解决后由教师简单小结一下解答过程中的主要步骤： (1) 阅读理解； (2) 建立目标函数； (3) 按要求解决数学问题.	在教师引导下，进一步加深解答过程的主要步骤.	对解答过程进行总结，以使学生掌握解决实际应用问题的三个步骤.
	二、大气压问题 例2　设在离海平面x m处的大气压强是y kPa，y与x的函数关系是$y=Ce^{kx}$，这里C，k都是常量. 已知某地某天在海平面与1 000 m高空的大气压强分别是101 kPa及90 kPa，求600 m高空的大气压强，又求大气压强是96 kPa处的高度(结果都保留2位有效数字).	分析：这是物理方面内容，首先要利用给出函数关系式，根据已知条件确定参数C，k. 本例题要求学生采用小组合作模式解决.	教材中的例2专业性太强，阅读难度较大，故将例题替换为本例. 要求学生解答，教师巡视及时纠正学生出现的问题.
	解　已知$y=Ce^{kx}$其中C，k是待定的常数. 由已知条件，当$x=0$时，$y=101$； 当$x=1\,000$时，$y=90$， 得方程组 $\begin{cases}101=Ce^{k\cdot 0} & ①\\ 90=Ce^{k\cdot 1\,000} & ②\end{cases}$	学生在教师引导下，自己解答，如有问题先在小组内解决，小组内解决不了的问题，在全班内解决. 学生体会自然对数的应用.	让学生在解答过程中，体会数学建

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	由①得　$C=101$，代入②得 $e^{k\cdot 1\,000}=\frac{90}{101}\approx 0.891\,1$， 即　$1\,000\,k=\ln 0.891\,1$； $1\,000\,k=-0.115\,3$. 所以　$k=-1.153\times 10^{-4}$. 所以 y 与 x 的函数关系是 $y=101e^{-1.153\times 10^{-4}x}$. 当 $x=600$ 时，得 $y=101e^{-1.153\times 10^{-4}\times 600}\approx 94.25$， 当 $y=96$ 时，得 $96=101e^{-1.153\times 10^{-4}x}$. $-1.153\times 10^{-4}x=\ln\frac{96}{101}$ $-1.153\times 10^{-4}x=-0.051$， 所以　$x=0.051\times\frac{10^4}{1.153}\approx 442.32$. 因此，在高 600 m 处，大气压强为 94.25 kPa；在高 442.32 m 处，大气压强为96 kPa. 教师在学生解答完后，选择有代表性的解答过程，利用实物投影仪将所选解题过程进行投影，教师进行点评. 练习　已知某细菌的生长过程满足函数关系式 $Q(t)=Q_0e^{kt}$，其中 t 为时间，单位为分钟，Q 为细菌的数量. 如果一开始的细菌数量为 1 000 只，而在 20 分钟后变为 3 000 只，求一小时后细菌的数量.	学生在解答过程中体会现代计算技术所带来的方便. 学生结合例题进行练习.	模的一般步骤. 利用实物投影仪投影学生的答案，教师进行点评. 加强练习，体会指数函数与对数函数在实际生活等方面的应用.
小结	指数函数、对数函数、幂函数在社会学、经济学和物理学等领域中有着广泛的应用. 解决实际问题的步骤： 实际问题(读懂问题、抽象概括) → 建立数学模型(演算、推理) → 数学模型的解(还原说明) → 实际问题的解.	明确解决实际应用问题的步骤.	总结本节主要内容.

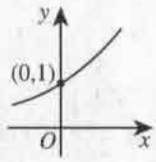
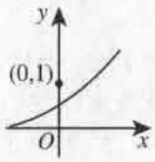
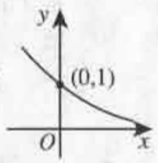
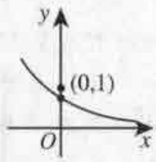
续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	其中读懂问题是指读出新概念、新字母，读出相关制约，这是解决问题的基础；建立数学模型是指在抽象、简化、明确变量和参数的基础上建立一个明确的数学关系，这是解决问题的关键.		
作业	必做题：教材 P118，习题第 4 题. 选做题：教材 P118，习题第 5 题.		体现分层次教学，让素质不同的学生在其原有基础上都有所发展.

Ⅳ 测验题

1. 选择题：

(1) 函数 $y=a^x(0<a<1)$ 的图象大致是(　　).

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 

(2) 函数 $y=\lg(4-x^2)$ 的定义域为(　　).

(A) $\mathbf{R}$　　(B) $(0,\ +\infty)$

(C) $x<-2$　　(D) $-2<x<2$

(3) 1，$\log_2 3$，$\log_{\frac{1}{2}} 3$ 的大小关系是(　　).

(A) $\log_2 3>1>\log_{\frac{1}{2}} 3$　　(B) $1>\log_2 3>\log_{\frac{1}{2}} 3$

(C) $\log_2 3>\log_{\frac{1}{2}} 3>1$　　(D) $\log_{\frac{1}{2}} 3>\log_2 3>1$

(4) 函数 $y=\log_2 x^2$ 在区间 $(-\infty,\ 0)\cup(0,\ +\infty)$ 上(　　).

(A) 是奇函数，且在 $(0,\ +\infty)$ 上是增函数

(B) 是偶函数，且在 $(0,\ +\infty)$ 上是增函数

(C) 是奇函数，且在$(0,+\infty)$上是减函数

(D) 是偶函数，且在$(0,+\infty)$上是减函数

2. 填空题：

(1) 指数式$125^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{5}$的对数式为______，对数式$\log_8 x=-\frac{2}{3}$的指数形式为______；

(2) 用$>$，$=$，$<$号填空：

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ______ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{3}}$， $\log_{\tan 60^\circ}\pi$ ______ $\log_{\tan 60^\circ}e$；

(3) 如果$\lg 2=0.3010$，$\lg 3=0.4771$，则$\lg 6=$______，$\lg 5=$______；

(4) 如果$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}<1$，则$x$的取值范围是______；

(5) $4^{\log_2 9}=$______.

3. 不查表求值：

(1) $\log_2 5\cdot\log_3 8\cdot\log_5\frac{1}{9}$；　　(2) $\lg 5(1+\lg 2)+\lg^2 2$.

4. 解不等式：$\log_{\frac{1}{2}}(x-1)\geqslant 0$.

5. 某机器设备原价值为50万元，每年的折旧率为5%，问5年后，它的价值是多少万元？

测验题答案

1. (1) C；　　(2) D；

(3) A；　　(4) B.

2. (1) $\log_{125}\frac{1}{5}=-\frac{1}{3}$，$8^{-\frac{2}{3}}=x$；　　(2) $>$，$>$；

(3) 0.7781，0.6990；　　(4) $x>1$；

(5) 81.

3. (1) -6；　　(2) 1.

4. $1<x\leqslant 2$.

5. 解　设5年后价值为y万元，则

$$y=50\left(1-\frac{5}{100}\right)^5=50\times 0.95^5,$$

$$\lg y=\lg 50+5\lg 0.95=1.5876.$$

解得　$y\approx 38.69$.

答：5年后的价值为38.69万元.

V　习题答案、提示和解答

练习 A 组(第 98 页)

1. (1) x^7；　　(2) $36x^4$；　　(3) $\frac{4}{9}x^6$；　　(4) $-x^{15}$；

(5) $-72x^5$；　　(6) x^4.

2. $x^{\frac{2}{3}}$；$a^{-\frac{1}{3}}$；$(a+b)^{\frac{3}{4}}$；$(m^2+n^2)^{\frac{1}{3}}$；$x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{2}{3}}$.

3. (1) 5；　(2) $\frac{5}{9}$；　(3) 9；　(4) 10；

(5) $\frac{1}{2}$；　(6) $\frac{125}{8}$.

练习 B 组(第 98 页)

1. (1) $a^{\frac{23}{24}}$；　(2) $a^{\frac{5}{3}}$；　(3) x^3y^{-2}；　(4) $-6a$.

2. (1) $2\sqrt[5]{2^7}$；　(2) $3\sqrt[3]{3}$；

(3) $3^{\frac{5}{6}}x^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{1}{6}}$ 或 $\sqrt[6]{\frac{243x^4}{y}}$；　(4) $\frac{4a^2}{25b^2}$.

3. (1) 1.006 96；　(2) 1.011 05；　(3) 1.016 22；　(4) 1.421 28；

(5) 1.256 49；　(6) 1.474 02；　(7) 0.072 26；　(8) 0.895 21.

练习 A 组(第 100 页)

1. (1) $[0, +\infty)$；　(2) $\{x \mid x\neq 0\}$；　(3) $\mathbf{R}$；　(4) $(0, +\infty)$.

2. (1) $5.23^{\frac{1}{2}}<5.24^{\frac{1}{2}}$；(2) $0.26^{-1}>0.27^{-1}$.

练习 B 组(第 100 页)

1. 图象略；偶函数；当 $x\in[0, +\infty)$ 时，函数是增函数，当 $x\in(-\infty, 0]$ 时，函数是减函数.

2. 略.

练习 A 组(第 102 页)

1. 略.

2. (1) $3^{0.8}>3^{0.7}$；　(2) $0.75^{-0.1}>0.75^{0.1}$；

(3) $1.01^2<1.01^{3.5}$；　(4) $0.99^3>0.99^{4.5}$.

练习 B 组(第 102 页)

1. $\frac{1}{2}$，2，8，32.

2. (1) 定义域为实数集 $\mathbf{R}$，值域为 $(3, +\infty)$；

(2) 定义域为实数集 $\mathbf{R}$，值域为正实数集.

习题(第 103 页)

1. (1) 8；　(2) 10；

(3) $\frac{3}{2}ab^2$；　(4) $3^{\frac{5}{6}}\cdot 2^{-\frac{1}{3}}$；

(5) 1；　(6) $a+b+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$；

(7) $a+b-2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$；　(8) $a+3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}+3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b$；

(9) $-\frac{1}{8}a^{-3}$.

2. (1) 定义域为 $\mathbf{R}$，值域为 $(0, +\infty)$；

(2) 定义域为 $(-\infty, 0]$，值域为 $[0, 1)$.

3. 图象略.

(1) (0，1)，(3，8)；

(2) 在区间 (0，3) 上，$f(x)>g(x)$；在区间 $(-\infty, 0)$ 和 $(3, +\infty)$ 上，$f(x)<g(x)$.

4. (1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{1}{3}}<\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{2}{3}}<3^{\frac{2}{3}}$；　　(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2.5}<2.5^{0}<2^{2.5}$.

5. (1) $[1,+\infty)$；　　(2) $(-\infty, 0)$.

6. $a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{2}{3}}$.

练习 A 组(第 107 页)

1. (1) $\log_2 8=3$；　　(2) $\log_6 36=2$；

(3) $\log_2 16=4$；　　(4) $\log_3 81=4$；

(5) $\log_2 \frac{1}{8}=-3$；　　(6) $\log_4 \frac{1}{64}=-3$；

(7) $\log_{7.6} 1=0$；　　(8) $\log_{81} \frac{1}{27}=-\frac{3}{4}$；

(9) $\log_4 2=\frac{1}{2}$；　　(10) $\log_{27} \frac{1}{3}=-\frac{1}{3}$.

2. (1) $3^2=9$；　(2) $4^2=16$；　(3) $5^3=125$；　(4) $7^2=49$；

(5) $2^{-2}=\frac{1}{4}$；　(6) $2^{-3}=\frac{1}{8}$；　(7) $8^2=64$；　(8) $8^{\frac{4}{3}}=16$；

(9) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=9$；(10) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-3}=1\,000$.

3. (1) $x=\lg 25$；　(2) $x=\log_2 12$；　(3) $x=\log_5 6$；　(4) $x=\log_4 \frac{1}{6}$.

4. (1) 8；　(2) 9；　(3) 5；　(4) 7.

5. (1) 1；　(2) 4；　(3) 0；　(4) 6；

(5) -5；　(6) -2；　(7) -1；　(8) -6.

练习 B 组(第 108 页)

1. (1) 2；　(2) -3.

2. (1) 3；　(2) -6.

3. $x=2$.

练习 A 组(第 110 页)

1. (1) $\lg x+\lg y+\lg z$；　　(2) $\lg(x+y)+\lg z$；

(3) $\lg(x+y)+\lg(x-y)$；　　(4) $\lg x+2\lg y-\lg z$.

2. 7，4，-12，$\frac{2}{3}$.

3. (1) 1；　(2) 1；　(3) 0；　(4) -1.

4. (1) 错误在于认为 $\log_a(M+N)=\log_a M+\log_a N$，但这个等式不成立；

(2) 错误在于认为 $\log_a(M-N)=\frac{\log_a M}{\log_a N}$，但这个等式不成立；

(3) 错误在于认为$\frac{\log_a M}{\log_a N}=\log_a M-\log_a N$，但这个等式不成立.

练习 B 组(第 110 页)

1. 6.

2. 0.699 0.

3. $2-\log_3 5$.

练习 A 组(第 112 页)

1. (1) 2；　　(2) π.

2. (1) 3；　　(2) $-\frac{4}{3}$；　　(3) $-\frac{3}{2}$；　　(4) -2.

3. 证明　$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$.

4. $\frac{2}{3}$.

5. $\lg 35 = \lg 5 + \lg 7 = \lg \frac{10}{2} + \lg 7 = \lg 10 - \lg 2 + \lg 7$

$= 1 - 0.301\,0 + 0.845\,1 = 1.544\,1$.

6. $\log_2 5$.

练习 B 组(第 113 页)

1. (1) 1；

(2) 原式$= -2\log_2 5 \cdot (-3\log_3 2) \cdot (-2\log_5 3)$

$= -12\frac{\lg 5}{\lg 2} \cdot \frac{\lg 2}{\lg 3} \cdot \frac{\lg 3}{\lg 5} = -12$.

2. 证明　$y = \log_{\sqrt{a}} N = \frac{\lg N}{\lg\sqrt{a}} = \frac{\lg N}{\frac{1}{2}\lg a}$

$= 2\frac{\lg N}{\lg a} = 2\log_a N$.

3. 证明　$\frac{\lg y}{\lg x} \cdot \frac{\lg z}{\lg y} \cdot \frac{\lg x}{\lg z} = 1$.

4. 证明　$\log_{25} 12 = \frac{\log_5 12}{\log_5 25} = \frac{1}{2}\log_5 12$

$= \frac{1}{2}(\log_5 3 + \log_5 4) = \frac{1}{2}(a+b)$.

练习 A 组(第 115 页)

1. 图略．两个函数的定义域都是正实数集，值域都是全体实数，但 $y=\log_3 x$ 在$(0, +\infty)$上是增函数，而 $y=\log_{\frac{1}{3}} x$ 在$(0, +\infty)$上是减函数.

2. (1) $x \in (-1, +\infty)$；　　(2) $x \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$；

(3) $x \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$；　　(4) $x \in [1, +\infty)$.

3. (1) $\lg 6 < \lg 8$；　　(2) $\log_{0.5} 6 < \log_{0.5} 4$；

(3) $\log_{\frac{2}{3}} 0.5 > \log_{\frac{2}{3}} 0.6$；　　(4) $\log_{1.5} 1.6 > \log_{1.5} 1.4$.

练习 B 组(第 115 页)

(1) $0 < a < 1$；　　(2) $a > 1$；

(3) $0 < a < 3$；　　(4) $a > 1$.

练习(第 116 页)

1. (1) $a^b = N$；　　(2) $\log_a 1 = 0$；　　(3) $\log_a a = 1$；　　(4) $a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$.

2. (1) 证明　左边 = 右边 = 6；

(2) 证明　左边 $= \frac{\lg 3^4}{\lg 2^3} = \frac{4}{3}\frac{\lg 3}{\lg 2} = \frac{4}{3}\log_2 3$.

3. (1) $\frac{5}{6}$；　　(2) $\frac{10}{9}$.

4. (1) $\{x \mid x \geqslant 1\}$；　　(2) $\{x \mid x \geqslant 2\}$.

5. $\frac{1}{a+b}$.

习题(第 118 页)

1. 设 x 年后产量为 y，则 $y=a(1+p\%)^x$，$0<x\leqslant m$，$x\in \mathbf{N}_+$.
2. 设 x 年后成本为 y，则 $y=a(1-p\%)^x$，$0<x\leqslant m$，$x\in \mathbf{N}_+$.
3. 解　设镭的原来质量为 a，约经过 x 百年剩留一半，依题意，得

$$a(95.76\%)^x=\frac{1}{2}a,$$

即

$$0.957\,6^x=\frac{1}{2}.$$

两边取常用对数

$$x\lg 0.957\,6=\lg \frac{1}{2}.$$

所以

$$x=\frac{\lg \frac{1}{2}}{\lg 0.957\,6}=\frac{-0.301\,0}{-0.018\,8}\approx 16.01(\text{百年})$$
$$=1\,601(\text{年}).$$

答：约经过 1 601 年剩留一半.

4. 设约经过 x 年可以提高到每公顷产量 7 500 kg，依题意，得

$$6\,125\times(1+7\%)^x=7\,500,$$

即

$$1.07^x=\frac{7\,500}{6\,125}.$$

两边取常用对数，得

$$x\lg 1.07=\lg 7\,500-\lg 6\,125.$$
$$x\approx 3(\text{年}).$$

答：约经过 3 年可以提高到每公顷产量为 7 500 kg.

5. 设约经过 x 年，它的价值降为 20 万元，依题意，得

$$50\times(1-4.5\%)^x=20,$$
$$0.955^x=0.4.$$

两边取常用对数，得

$$x\lg 0.955=\lg 0.4,$$
$$x=\frac{\lg 0.4}{\lg 0.955}\approx 20(\text{年}).$$

答：约 20 年后，价值降为 20 万元.

第五章　三角函数

Ⅰ　教学要求

1. 理解正角、负角及零角等概念，熟练掌握角的加、减运算.

2. 理解弧度的意义，掌握弧度和角度的换算，熟练掌握特殊角的弧度和角度的换算.

3. 理解任意角三角函数正弦、余弦、正切的概念，熟记其在各象限的符号. 牢记特殊角的三角函数值. 熟练掌握同角三角函数间的两个基本关系式. 会利用计算器求三角函数值. 了解余切、正割、余割的概念.

4. 了解诱导公式，会求任意角的三角函数值与证明简单三角恒等式.

5. 熟练掌握正弦函数的性质和图象，了解余弦函数的性质和图象. 理解周期函数与最小正周期的意义. 会用“五点法”画正弦函数、余弦函数的图象.

Ⅱ　教材分析和教学建议

三角学是中学数学的重要内容之一，它主要是由三角的几何理论与三角函数的性质两大部分组成. 三角学来源于测量，它是测量学的理论基础. 三角函数又是研究自然界周期现象的重要数学工具.

本章教材共分三大节. 第一大节主要学习角的概念的推广和弧度制；第二大节主要学习任意角三角函数的概念；第三大节主要学习三角函数的主要性质. 本章教材的重点是：三角函数的定义、正弦函数的性质和图象. 主要难点是弧度制和周期函数的概念. 使学生熟练、牢固掌握三角函数的定义、单位圆的三角函数线，是本章教学的关键.

三角函数把数与形结合起来，在角与数量之间建立起函数关系. 在教学中应尽量多用图象帮助学生理解、记忆，并尽量使用单位圆的三角函数线或单位圆向量在两坐标轴上投影的数量进行教学.

本章教学达到教学要求约需 18 个课时，具体分配如下(仅供参考)：

5.1.1	角的概念的推广	2 课时
5.1.2	弧度制	1 课时
5.2.1	任意角三角函数的定义	3 课时
5.2.2	同角三角函数的基本关系式	2 课时
5.2.3	诱导公式	2 课时

5.1.1　角的概念的推广

1. 学生已熟悉有理数运算和向量运算，在此基础上，定义正、负角的概念学生是容易理解的. 角由无正负转化到有正负，学生有一个适应过程. 本小节的主要任务是帮助学生理解，并掌握正、负角概念.

2. 教师应当理解，角的概念在几何教学中是最难定义的概念之一，通常根据用途不同，对角采用不同的定义. 例如，学生已经知道，角可以看成是由一定点引两条射线所构成的图形或看成射线绕其端点旋转而形成的图形. 本小节正、负角的定义是由第二种看法引申出来的. 教师应当理解，并掌握角的下述定义：

对于平面 π 内任意一点 O，绕点 O 的任一旋转叫做以 O 为顶点的角(注意：是整个平面 π 的旋转). 这个定义可不向学生介绍，但教师理解上述定义对深刻理解有关角的度量和应用是有好处的. 由这个定义可知，角实际上就是绕点 O 旋转的全体所构成的集合.

3. 应向学生强调，角的大小表示旋转量的大小.

4. 本小节对求两个角代数和的作图专门作了讨论，对此，教学中应引起注意，应使学生在角的计算与旋转之间建立起牢固的联系. 当计算 $90°-30°=90°+(-30°)=60°$ 时，应使学生在脑海中出现：绕一定点先作 $90°$ 旋转，再作 $-30°$ 旋转，两次旋转的合成是一个 $60°$ 的旋转. 应当指出，传统教材中，在引入正、负角概念后，又常常回避负角. 例如，把 $-30°$ 所表示的方向，转化为 $330°$ 所表示的方向让学生理解. 本节教材中没有采用这种办法，而是努力强化角的计算表示旋转的合成的几何意义，以帮助学生实现认识上的转变. 教学中可用正、负数的运算及其几何意义作类比，来减少学生对负角的不习惯.

5. 一个角放在坐标系中的标准位置，即角的始边与 x 轴的正半轴重合，从而引出象限角的概念. 象限角以及终边相同角的集合的表述，都是为下一节定义任意角三角函数作准备. 使角的始边处于同一个位置，这样才便于比较研究各角之间的关系.

6. 角的概念推广后，学生对"$0\sim 90°$ 间的角""第一象限的角""锐角"和"小于 $90°$ 的角"这些说法容易混淆. 教学时，应引导学生加以辨别，要特别指出，本书规定的"$0\sim 90°$ 间的角"是一个前闭后开区间 $0°\leqslant\theta<90°$，后面三种角的集合可表示为 $\{\theta\mid k\cdot 360°<\theta<k\cdot 360°+90°,\ k\in\mathbf{Z}\}$，$\{\theta\mid 0°<\theta<90°\}$，$\{\theta\mid\theta<90°\}$. 还要使学生分清"第一或第二象限的角"和"终边在 x 轴上方的角".

7. 与 α 始、终边相同的角，我们记作 $\alpha+k\cdot 360°$，与传统教材 $k\cdot 360°+\alpha$ 的记法不同，希望引起教师的注意. 本教材始终是把 $\alpha+\beta$ 理解为先旋转 α 角再旋转 β 角，是两次旋转的合成. 这种表示为以后研究诱导公式、和角公式、三角函数的周期性带来方便. 教师已习惯于后一种表示，应注意改过来.

8. 讲与角 α 终边相同的角的一般形式 $\alpha+k\cdot360^\circ$ 时，应指出：

(1) k 是任意整数；

(2) 角 α 是任意角(开始应多次强调任意角包括正角、负角和零角)；

(3) α 与 $k\cdot360^\circ$ 之间是用“+”号连接的，如 $\alpha-k\cdot360^\circ$ 应看成 $\alpha+(-k\cdot360^\circ)$；

(4) 终边相同的角不一定相等，但相等的角终边一定相同．终边相同的角有无数多个，它们都相差 360° 的整数倍.

9. 本节的例习题有下列几类：

(1) 写出与角 α 终边相同的角的集合为

$$S=\{\beta\mid\beta=\alpha+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}.$$

(2) 写出终边在坐标轴上的角的集合：

终边是 x 轴正半轴的角的集合为

$$S=\{\beta\mid\beta=k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\};$$

终边是 x 轴负半轴的角的集合为

$$S=\{\beta\mid\beta=180^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\};$$

终边是 y 轴正半轴的角的集合为

$$S=\{\beta\mid\beta=90^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\};$$

终边是 y 轴负半轴的角的集合为

$$S=\{\beta\mid\beta=-90^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\};$$

终边是 x 轴正、负半轴角的集合为

$$S=\{\beta\mid\beta=k\cdot180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\};$$

终边是 y 轴正、负半轴角的集合为

$$S=\{\beta\mid\beta=90^\circ+k\cdot180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\};$$

终边是坐标轴的角的集合为

$$S=\{\beta\mid\beta=k\cdot90^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}.$$

(3) 把任意一个角 β 写成 $\beta=\alpha+k\cdot360^\circ$ $(k\in\mathbf{Z})$，$0^\circ\leqslant\alpha<360^\circ$ 的形式，是确定 β 是哪个象限的角的基础，务必使学生牢固掌握．在讲例 1 时可补充如下草式：

① $-120^\circ=240^\circ-360^\circ$；

$$\begin{array}{r|r} & -1 \\ \hline 360^\circ & -120^\circ \\ & \underline{-360^\circ} \\ & 240^\circ \end{array}$$

② $640^\circ=280^\circ+360^\circ$；

$$\begin{array}{r|r} & 1 \\ \hline 360^\circ & 640^\circ \\ & \underline{360^\circ} \\ & 280^\circ \end{array}$$

③ $-950^\circ=130^\circ-3\times360^\circ$.

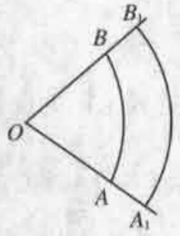
$$\begin{array}{r|r} & -3 \\ \hline 360^\circ & -950^\circ \\ & \underline{-1\,080^\circ} \\ & 130^\circ \end{array}$$

为了帮助学生确定角的象限，还可让学生记住几个常用的 180° 的倍数．例如 $3\times180^\circ=540^\circ$，$4\times180^\circ=2\times360^\circ=720^\circ$，$5\times180^\circ=900^\circ$，$6\times180^\circ=1\,080^\circ$ 等.

5.1.2 弧度制

1. 教材在复习角度制的基础上引出了弧度制的概念，并定义了基本度量单位——1弧度的角. 同时导出了角度制和弧度制的换算关系，并得出了弧长、半径和弧所对的圆心角间的关系式.

2. 弧度制是本章的难点之一，其中讲清1弧度角的含义是建立弧度制概念的关键. 学生在学习时可能会产生以下疑问：用弧长等于半径的弧所对的圆心角作为度量角的单位，这个角与所取圆的半径大小有无关系？同角所对弧长与其半径的比值不变这个结论，可用相似形性质加以直观说明，如图 5-1，扇形 $OAB \backsim OA_1B_1$，



$$\frac{\overset{\frown}{A_1B_1}}{\overset{\frown}{AB}}=\frac{OA_1}{OA}，即\frac{\overset{\frown}{A_1B_1}}{OA_1}=\frac{\overset{\frown}{AB}}{OA}.$$

图 5-1

扇形的相似同学没有学过，但同学有了相似三角形与相似多边形的知识不难理解上面等式. 由上面的等式就可引出弧度的定义.

3. 引进弧度制后，应与角度制进行对比，使学生明确：

(1) 弧度制是以“弧度”为单位度量角的度量制，角度制是以“度”为单位度量角的度量制；

(2) 1 rad 是等于半径长的圆弧所对的圆心角(或该弧)的大小，而 1° 是圆的 $\frac{1}{360}$ 所对圆心角(或该弧)的大小；

(3) 不管是以“弧度”还是以“度”为单位的角的大小都是一个与半径的大小无关的定值.

4. 用公式 $|\alpha|=\frac{l}{r}$ 求圆心角时，应强调其结果是圆心角的弧度数的绝对值. 物理学上计算角速度时经常要用到它，因此应要求学生掌握它及其变形后的其他两种形式：$l=|\alpha|r$ 和 $r=\frac{l}{|\alpha|}$. 运用这两个公式时，如果已知角以“度”为单位，应先把它化成弧度数后再计算. 可以看出，公式 $l=|\alpha|r$ 比采用角度制时的相应公式 $l=\frac{n\pi r}{180}$ 要简单，便于记忆，从而使一些与弧长有关的公式也得到简化，如 $S_{扇形}=\frac{1}{2}lr$ 等. 但应指出，这两种公式实质上完全相同. 已知角度，化成弧度，再用弧度制公式计算，这两个步骤在角度制公式中是一步完成的.

5. 一个角的弧度数与角度数的互化，教学时应抓住

$$360^\circ=2\pi\ \text{rad}\rightarrow 180^\circ=\pi\ \text{rad}$$

这个关键，记住了这个关系，角的弧度数与角度数的互化就不困难了.

6. 教学时应特别指出：

(1) 以弧度为单位表示角的大小时，单位“rad”通常省略不写. 这时，弧度数在形

式上虽是一个不名数，但我们应当把它理解为名数，如 sin 2 是指 sin(2 rad)，$\pi=180^\circ$ 是指 π rad$=180^\circ$. 但是如果用度(°)作单位时，度(°)就不能省略.

(2) 用弧度为单位表示角时，常常把弧度数写成多少 π 的形式. 如无特殊要求，一般不必把 π 写成小数，如 $45^\circ=\frac{\pi}{4}$，不必写成 $45^\circ\approx 0.785$ rad.

(3) 学生学了弧度制后，写与角 α 终边相同的角(连同角 α 在内)的集合时，整个表达式采用的度量制必须一致，即只能写成 $\{\beta \mid \beta=\frac{\pi}{4}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$ 或 $\{\beta \mid \beta=45^\circ+k\cdot 360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$ 的形式，不能写成 $\{\beta \mid \beta=45^\circ+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$ 或 $\{\beta \mid \beta=\frac{\pi}{4}+k\cdot 360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$ 的形式.

7. 本节的例习题主要是两种角度制的换算练习，其中又以特殊角的换算练习为主. 应通过练习让学生做到熟练、准确地进行两种角度制的互化，要熟记特殊角的两种角度制的互化，并能用公式 $\frac{l}{r}=|\alpha|$ 进行计算.

5.2.1 任意角三角函数的定义

1. 教材在复习锐角三角函数定义的基础上，定义了任意角三角函数. 在定义任意角的三角函数前，首先证明了比值 $\frac{x}{r}$，$\frac{y}{r}$，$\frac{y}{x}$ 与角 α 终边上点 $P(x,\ y)$ 的位置无关，由此建立起三角函数的概念.

2. 教材在定义任意角三角函数时，首先定义了余弦、正弦、正切，然后把正割、余割、余切分别定义为它们的倒数，这样就突出了余弦、正弦和正切函数是我们研究的重点.

3. 在定义三角函数后，要强调三角函数记号的意义. 三角函数的记号 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$\tan\alpha$ 是一个整体，不能分离. sin，cos，tan 等是英语 Sine，Cosine，Tangent 等的缩写.

4. 本小节在定义三角函数后，立即把正弦值、余弦值、正切值转化为用单位圆中的有向线段表示，使数与形密切结合起来，以加强学生对三角函数的理解. 三角函数线是本章讲解很多知识的基础. 例如，诱导公式的导出和记忆，都是建立在三角函数线的基础之上. 务必使学生掌握好这些三角函数线的概念和性质.

用有向线段研究三角函数值时，要注意它的方向，分清始点和终点，书写顺序也不能颠倒. 学生已有了向量的坐标概念，用有向线段的数量表达三角函数值，学生不难理解.

5. 要向学生强调，若角 α 的终边和单位圆相交于点 P，则点 P 的坐标是 $P(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$. 这是今后研究三角函数的有关性质和诱导公式的基础，一定要使学生熟练掌握.

6. 三角函数值在各象限内的符号是根据三角函数的定义和各象限内的坐标符号导出的. 根据三角函数线可知：正弦的符号决定于纵坐标 y 的符号；余弦的符号决定于横坐标 x 的符号；正切和余切决定于纵坐标 y 和横坐标 x 是同号还是异号. 由于三角函数值在各象限内的符号至关重要，必须要求学生在理解的基础上牢记.

7. 要用求两个集合的交集的观点和方法来处理"已知角 α 的两个三角函数的符号，确定角 α 的范围"这类习题.

8. 要让学生牢记特殊角的三角函数值. 这是学生能准确、迅速地完成本章习题的基础. 同时要让学生学会用计算器求任意角三角函数值.

9. 本节的例习题主要有：

(1) 已知角 α 终边上一点的坐标，求 α 的三角函数值；

(2) 求特殊角的三角函数值；

(3) 确定三角函数的符号；

(4) 根据所给条件，确定角的终边所在象限.

所有这些题目都是最基本的，它们的解法必须要求学生熟练掌握.

5.2.2　同角三角函数的基本关系式

1. 教材从三角函数线出发，导出了同角三角函数间的两个主要公式，又通过例题介绍了这两个公式在求值和三角恒等式的证明等方面的应用. 两个基本关系式是三角变换的基础. 要求学生能灵活运用.

2. 讲同角三角函数的基本关系式时，应突出"同角"两字，并提醒学生注意这些关系式都是对使它们有意义的那些角而言的. 以后遇到的关系式也作同样理解.

3. $\sin^2\alpha$ 是 $(\sin\alpha)^2$ 的简写，读作"角 α 正弦的平方"，不能将 $\sin^2\alpha$ 写成 $\sin\alpha^2$，前者是 α 正弦的平方，后者是 α 平方的正弦，两者迥然不同. 教学时应使学生弄清它们的区别.

4. 本节的例习题主要有以下几类：

(1) 已知某角的一个三角函数值，求它的其余的三角函数值. 教材中介绍的方法是根据两个基本关系式来解. 要提醒学生注意，角所在的象限不同，所求的解可以有一组解（如例 1）、两组解或更复杂一些的情况. 下面再介绍一种用解方程组来求解的方法.

由角 α 的六个三角函数值：

$$\sin\alpha,\quad \cos\alpha,\quad \csc\alpha=\frac{1}{\sin\alpha},\quad \sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha},$$

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\quad \cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha},$$

可得，任一个三角函数关系式，都可转化为三角函数式 $f(\sin\alpha,\cos\alpha)=0$. 把这个关系式和关于 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$ 的方程 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 的联立，就可以得到一个关于 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$ 的方程组，即

$$\begin{cases} f(\sin\alpha,\ \cos\alpha)=0 \\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \end{cases}$$

解此方程组，就可求得 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$ 的值，进而求得其他三角函数值.

例 1　已知 $\tan\alpha=3$，α 是第三象限的角，求 α 的其他三角函数值.

解　由题意得 $\begin{cases} \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=3 \\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \end{cases}$

得 $\begin{cases}\sin\alpha=-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}\\ \cos\alpha=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\sin\alpha=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}\\ \cos\alpha=\dfrac{\sqrt{10}}{10}\end{cases}$ （舍去）

教师应该清楚，三角函数求值问题，是把 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$ 当作未知数，根据已知条件与三角恒等式建立方程组的求解问题. 做这类练习的主要目的是使学生能熟练掌握同角三角函数的两个基本关系式. 精简掉的一些三角恒等式，希望不要再补充. 有关三角恒等式的证明，编写教材时，已作了精简，也不要做过多的练习.

(2) 证明三角恒等式.

对证明三角恒等式，教材要求学生掌握下列方法：

① 从等式的一边开始，证明它等于另一边，一般是由繁到简；

② 作差法，先证左右两边的差为零，从而得出左右两边相等的结论.

常用的证明恒等式的方法还有证明左右两边都等于同一个三角函数式.

例 2 求证：

$(1-\sin^2A)(\sec^2A-1)=\sin^2A(\csc^2A-\cot^2A)$.

证明 因为 左边 $=\cos^2A\cdot\tan^2A=\sin^2A$，

右边 $=\sin^2A\cdot 1=\sin^2A$，

所以 $(1-\sin^2A)(\sec^2A-1)$

$=\sin^2A(\csc^2A-\cot^2A)$.

5.2.3 诱导公式

1. 与传统教材不同，我们把诱导公式和同角三角函数的基本关系式这两部分内容放在一大节，便于学生系统地掌握这些公式.

2. 在教材中，诱导公式的推导是以几何的中心对称、轴对称以及旋转对称为基础的，以加强诱导公式的几何意义. 本节诱导公式都是利用单位圆导出的. 利用单位圆推导记忆诱导公式是本节教材编写的重要思想之一.

3. 教材是由如何求任意角的三角函数值来引入诱导公式的. 教师应看到，这些诱导公式实际上是中心对称、轴对称、旋转对称的三角表达式. 这一节编写的主导思想是充分利用对称的性质，揭示诱导公式与同角公式之间的联系.

4. 教师应注意，教材中精简了与“$+\alpha$”对应的一组有关“$-\alpha$”的公式. 例如 $\sin(-\alpha+k\cdot 360°)=-\sin\alpha$，$\cos(-\alpha+k\cdot 360°)=\cos\alpha$ 等. 学生实际“转化”时，可以通过“$-\alpha$”角的诱导公式来进行. 三角诱导公式较多，去掉这组公式可减少记忆量，有利于学生更熟练地掌握学到的四组主要公式，教学中不必补充.

5. 本节中所有公式中的 α 是任意角(任意正、负及零角).

6. 诱导公式(1) 是根据三角函数的定义直接得到的，它揭示了正弦函数与余弦函数的周期性质. 要用旋转对称的观点讲公式(1)，$\alpha+2k\pi$ 的含义是，以任意角 α 的终边为始

边，旋转 $2k\pi$ 后得到角 $\alpha+2k\pi$，其终边和角 α 的终边重合．要通过作图加强学生的理解．

讲本小节例题前，最好先做如下训练：把任意角 β，写成 $\beta=\alpha+2k\pi$（$0\leqslant\alpha<2\pi$，$k\in\mathbf{Z}$）的形式，这是解本小节例题的关键．

7. $(-\alpha)$ 角的诱导公式是用关于 x 轴对称的两点坐标之间的关系推出的，它揭示了正弦函数是奇函数，余弦函数是偶函数的重要性质．

讲此公式的关键是要紧密结合单位圆，使学生理解以下三个问题：

(1) 点 P 的坐标是 $P(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$；

点 P' 的坐标是 $P'(\cos(-\alpha),\ \sin(-\alpha))$．

(2) 点 P 与 P' 关于 x 轴对称．

(3) 点 P 与 P' 的坐标之间的关系是横坐标相等，纵坐标互为相反数．

8. $\alpha\pm\pi$ 的诱导公式，是用关于坐标原点成中心对称的两点坐标之间的关系推出的．讲此公式的关键是要紧密结合单位圆，用旋转对称的观点让学生理解下面三个问题：

(1) 点 P 的坐标是 $P(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$；

点 P' 的坐标是：

$$P'(\cos(\alpha\pm\pi),\ \sin(\alpha\pm\pi)).$$

(2) 点 P 与点 P' 关于原点成中心对称．

(3) 点 P 与 P' 的坐标之间的关系是纵、横坐标都是互为相反数．

9. 本节的例习题主要有：

(1) 直接利用各组公式求任意角的三角函数的值．

(2) 利用各组公式化简较复杂的三角代数式．

(3) 综合利用各组公式求任意角的三角函数值．

5.3.1　正弦函数的性质和图象

1. 本大节主要是学习三角函数的图象和性质．教学时，要把主要精力和时间用在讲清正弦函数及正弦型函数上，使学生掌握它的图象和性质．在此基础上，再去学习其他三角函数的图象和性质．通过重点学习正弦函数及正弦型函数，使学生进一步熟悉和掌握研究函数的过程和方法，为学生了解余弦函数、正切函数提供基础和方法．由于我们是利用正弦函数图象的特征来研究正弦函数的性质，因此迅速正确地画出正弦函数的大致图象，既是教学的重点，也是教学的难点．由于在用几何法作三角函数的图象时，利用了三角函数线，因此在教学时宜简单扼要地复习三角函数线．

2. 教材介绍了两种正弦函数图象的画法：几何法与描点法．两种方法作图各有其优缺点，前者较精确，但过程繁复；后者学生比较熟悉、易于接受但不够精确．教学时，只需让学生了解几何法作图的原理和过程，作一两个练习，学生作图还是用描点法为好．但如果是在方格坐标纸上作图，因已有现成的平行线，用几何作图法可以省去很多计算，尤其是在画 $y=\sin x$（$x\in\mathbf{R}$）的图象时，较为方便．

只有 $y=\sin x$（$x\in\mathbf{R}$）才称为正弦函数，它的图象称为正弦曲线．

3. 在画正弦函数 $y=\sin x$ 的图象时，用横轴上的量表示角 x，它一般用带 π 的弧度数表示，纵轴上的量表示角 x 的正弦值. 只是因为在单位圆内，角 x 的弧度数与其所对的弧长数值相同，此时自变量 x 的值与函数值都为实数.

在纯数学问题中，一般两个坐标轴上所取的量的单位长度应该相同(为方便起见，在横轴上取 $\pi\approx3.1$). 否则所画曲线的形状会各不相同(因为每点处的曲率发生了变化)，从而影响学生对曲线形状的正确认识. 在实际应用中，当自变量与函数分别表示不同意义的物理量时，两个坐标轴上所取的单位长度才可不一样.

由于学生首次遇到三角函数图象，特别要讲清横轴上单位的取法及表示(一般先在 y 轴上取定单位长1，再在 x 轴上自原点起，用3.1为单位长连续取得等分点，并顺次在第1个单位长处标上 π，第2个单位长处标上 2π……). 教师宜边讲边画，力求准确，以起到示范作用.

4. 画出正弦函数的图象后，可引导学生观察，并找出确定图象形状时起关键作用的五个点：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y=\sin x$	0	1	0	-1	0

其中三个是正弦曲线与 x 轴的交点，另两个分别是最高点和最低点，这五个点描出后，图象的大致形状就基本确定了. 通常在精度要求不高时，可用这种“五点法”作图. 应适当加强练习，要求学生熟练掌握.

5. 让学生根据正弦函数图象，说出正弦函数的定义域，值域，在 $[0,2\pi]$ 内的单调性、奇偶性、最大值和最小值后，再通过分析公式 $\sin(\alpha+2k\pi)=\sin\alpha$，引导学生发现，每隔 2π，图象会周而复始地重复出现. 得出函数的图象后，再根据正弦函数的图象深入研究正弦函数的性质，并给出一般周期函数的定义. 引出周期函数概念后，再说明：由于正弦函数是周期函数，我们只要研究它在一个周期内的性质，加以推广后就可得出正弦函数的一般性质. 研究正弦函数的性质也可通过单位圆讲解.

正弦函数的性质可列表如下：

正弦函数的图象特征	正弦函数的性质
1. 图象向左向右无限伸展；	1. 定义域：**R**；
2. 图象最高点 $\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi,1\right)$，最低点 $\left(-\frac{\pi}{2}+2k\pi,-1\right)(k\in\mathbf{Z})$；	2. 值域：$[-1,1]$； 当 $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ 时，有 $y_{\max}=1$， 当 $x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ 时，有 $y_{\min}=-1$，其中 $k\in\mathbf{Z}$；
3. 图象在 $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$ 上升，在 $\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$ 下降，其中 $k\in\mathbf{Z}$；	3. 单调递增区间 $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$，单调递减区间 $\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$，其中 $k\in\mathbf{Z}$；

续表

正弦函数的图象特征	正弦函数的性质
4. 图象关于原点对称；	4. 奇函数；
5. 图象每隔 2π 重复出现.	5. 周期 $T=2\pi$.

这里可又一次应用和巩固研究函数的过程和方法.

6. 利用正弦曲线在$[0, 2\pi]$内的图象和正弦函数的周期性，把正弦函数在$[0, 2\pi]$的性质推广到$(-\infty, +\infty)$，这是学生学习中的难点. 学生对于如何写正弦函数的单调区间，正弦函数取得最大值或最小值时的自变量的集合；正弦函数值为正、负或为 0 时的自变量的集合，会产生困难，可紧密结合图象和单位圆对照讲解.

7. 关于周期函数：

(1) 周期函数也可直观地理解为：对于函数 $f(x)$ 的自变量的一切值，每增加一个定值 T ($\neq 0$)，函数值就重复出现时，函数 $f(x)$ 就是周期函数.

(2) 在周期函数的定义中，$f(x+T)=f(x)$ 要对自变量 x 的每一个值都成立，对其中的"每一个值"尤其要引起注意. 如果 $f(x+T)=f(x)$ 不是对自变量的每一个值都成立，T 就不是周期.

例如，$\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{\pi}{4}$，而 $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}\right)\neq\sin\frac{\pi}{6}$，由于不能对于定义域内 x 的每一个值，都有 $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin x$，因此 $\frac{\pi}{2}$ 不是 $\sin x$ 的周期.

(3) 由正弦函数 $f(x)=\sin x$ 的周期为 $2k\pi$ ($k\neq 0$) 可知，周期函数的周期一般地说是不唯一的，若 T 为 $f(x)$ 的周期，则 nT ($n\in\mathbf{Z}$，且 $n\neq 0$) 也应是 $f(x)$ 的周期，即

$$\text{如果 } f(x+T)=f(x)\text{，那么 } f(x+nT)=f(x).$$

(4) 如果一个周期函数的所有周期中存在一个最小的正数，就称它为最小正周期. 以后凡提到三角函数的周期，若未特别说明，皆指它的最小正周期.

(5) 周期函数不一定有最小正周期. 如常值函数 $f(x)=C$，对于定义域 $\mathbf{R}$ 内的任何 x 值，函数值都是 C，即 $f(x+T)=f(x)$ 对于 $x\in\mathbf{R}$ 都成立，且 T 可为任何不等于 0 的常数. 但正数集中无最小者，故 $f(x)=C$ 没有最小正周期.

(6) 我们以前学过的函数大都不是周期函数，含有三角符号的复合函数也不都是周期函数.

例如，可用反证法证明 $f(x)=\sin x^2$ 就不是周期函数.

证明　若 $f(x)=\sin x^2$ 是周期函数，且周期为 T，则对于一切 $x\in\mathbf{R}$，都有 $\sin(x+T)^2=\sin x^2$. 分别设 $x=0, \sqrt{\pi}, \sqrt{2\pi}$，则相应地有

$$\sin T^2=\sin 0=0,$$

$$\sin(\sqrt{\pi}+T)^2=\sin\pi=0,$$

$$\sin(\sqrt{2\pi}+T)^2=\sin 2\pi=0.$$

得
$$T^2=k_1\pi(k_1\in\mathbf{N}_+), \quad ①$$
$$(\sqrt{\pi}+T)^2=k_2\pi(k_2\in\mathbf{N}_+), \quad ②$$
$$(\sqrt{2\pi}+T)^2=k_3\pi(k_3\in\mathbf{N}_+). \quad ③$$

由 ①② 式消 T，得 $\quad \pm2\sqrt{k_1}=k_2-k_1-1$，

由 ①③ 式消 T，得 $\quad \pm2\sqrt{2}\cdot\sqrt{k_1}=k_3-k_1-2$.

把两式相除，得 $\quad \pm\sqrt{2}=\dfrac{k_3-k_1-2}{k_2-k_1-1}$.

因为 k_1，k_2，$k_3\in\mathbf{N}_+$，所以此式右边为有理数，而左边为无理数. 由此产生矛盾，得 $f(x)=\sin x^2$ 不是周期函数.

教学中，(5)(6) 不必对学生讲.

8. 本小节例习题主要有：

(1) 作函数 $y=a\pm\sin x$ 的图象；

(2) 求函数 $y=a\pm\sin x$ 的最大值、最小值及周期；

(3) 求使函数 $y=a\pm\sin x$ 取得最大、最小值时 x 的集合；

(4) 根据正弦函数的图象，比较两个正弦值的大小；

(5) 根据正弦函数的图象，写出关于正弦函数不等式的解集. 此类题目不要太难、太繁.

5.3.2 余弦函数的性质和图象

1. 教材通过单位圆中的余弦线，得到余弦函数的性质，再通过性质的研究用“五点法”做出余弦函数的图象.

2. 在“探索与研究”中给出了 $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x$，揭示了正弦函数与余弦函数的内在本质的联系，它们实质上是同一类函数. 由于余弦函数图象的画法与正弦函数图象的画法完全相同，所以课本没有再讲它的画法.

3. 仿照正弦函数，让学生自行归纳余弦函数的图象特征和函数性质，如下表所示：

余弦函数图象特征	余弦函数性质
1. 图象向左向右无限伸展；	1. 定义域：$\mathbf{R}$；
2. 图象最高点为 $(2k\pi,\ 1)$，最低点为 $((2k+1)\pi,\ -1)(k\in\mathbf{Z})$；	2. 值域：$[-1,\ 1]$； 当 $x=2k\pi$ 时，有 $y_{\max}=1$，当 $x=(2k+1)\pi$ 时，有 $y_{\min}=-1$，其中 $k\in\mathbf{Z}$；
3. 图象在 $[(2k-1)\pi,\ 2k\pi]$ 上升，在 $[2k\pi,\ (2k+1)\pi]$ 下降，其中 $k\in\mathbf{Z}$；	3. 单调递增区间 $[(2k-1)\pi,\ 2k\pi]$，单调递减区间 $[2k\pi,\ (2k+1)\pi]$，其中 $k\in\mathbf{Z}$；
4. 图象关于 y 轴对称；	4. 偶函数；
5. 图象每隔 2π 重复出现.	5. 周期 $T=2\pi$.

4. 由于学生对正弦型函数已经比较熟悉，本小节内容的重点是理解和记忆余弦函数的图象和性质.

5.3.3 已知三角函数值求角

1. 已知角 α 的一个三角函数值，求角 α，实际是解一个最简单的三角方程，所得的解不是唯一的. 它的解法步骤是：

(1) 确定角 α 所在象限；

(2) 如果函数值为正，先求出相应的锐角 α_1；如果函数值为负，先求出与其绝对值对应的锐角 α_1；

(3) 根据角 α 所在的象限，得出 $0^\circ \sim 360^\circ$ 间的角. 如果适合已知条件的角是第二象限的角，则它是 $-\alpha_1+\pi$；如果适合已知条件的角是第三或第四象限的角，则它是 $\alpha_1+\pi$ 或 $-\alpha_1+2\pi$；

(4) 如果要求适合条件的所有角，再利用诱导公式写出所有角的表达式.

2. 如果求得的角是特殊角，最好用弧度制来表示.

3. 已知三角函数值，用反三角函数表示所求的角是本节教材的难点，要结合单位圆和三角函数线或三角函数的图象讲.

4. 本节例习题类型：

(1) 已知一个角的三角函数值，在指定的范围内求角；

(2) 已知一个角的三角函数值，用反三角函数表示所求的角.

Ⅲ 教学设计

5.1.1 角的概念的推广及其度量

【教学目标】

1. 理解正角、负角、终边相同的角、第几象限的角等概念，掌握角的加减运算.

2. 通过观察实例，使学生认识角的概念推广的可能性和必要性，树立运动变化的观点，并由此深刻理解任意角的概念.

3. 通过教学，使学生进一步体会数形结合的思想.

【教学重点】

理解任意角(正角、负角、零角)、终边相同的角、第几象限的角的概念，掌握终边相同的角的表示方法和判定方法.

【教学难点】

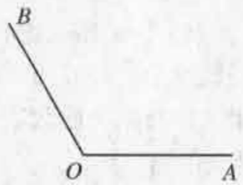
任意角和终边相同的角的概念.

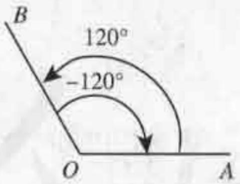
【教学方法】

本节采用教师引导下的讨论法，结合多媒体课件，带领学生发现旧概念的不足之处，进而探索新的概念. 讲课过程中，紧扣“旋转”两个字，让学生在动手画图的过程中深刻理解任意角的概念.

【教学过程】

<table>
<tr><th>环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>导
入</td><td>1. 复习初中学习过的角的定义.

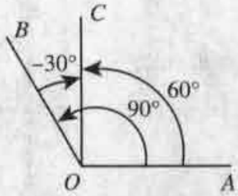
2. 提出新问题：
运动员掷链球时，旋转方向可以是逆时针也可以是顺时针，旋转量也不止一个平角；那如何来度量角的大小呢？</td><td>师：初中学过的角的定义是什么？
生：在平面内，角可以看作一条射线绕着它的端点旋转而成的图形.
师：如图：
$\angle AOB=\angle BOA=120^\circ$，


初中时的角不考虑旋转方向，只考虑旋转的绝对量而且角的范围在 $0\sim360^\circ$.</td><td>复习旧知，使学生发现旧知识的局限性，激发学习新知识的兴趣.</td></tr>
<tr><td>新
课</td><td>1. 任意角的概念
(1) 射线的旋转方向：
逆时针方向 —— 正角；
顺时针方向 —— 负角；
没有旋转 —— 零角.
画图时，常用带箭头的弧来表示旋转的方向和旋转的绝对量. 旋转生成的角，又常称为转角.
例如，
$\angle AOB=120^\circ$，$\angle BOA=-120^\circ$.


(2) 射线的旋转量：
当射线绕端点旋转时，旋转量可以超过一个周角，形成任意大小的角. 角的度数表示旋转量的大小.
例如 450°，-630°.
2. 角的加减运算</td><td>画图说明正角，负角，零角，以及角的始边、终边.
教师小结：由旋转方向的不同定义正负角，由旋转量的不同得到任意范围内的角.

1. 教师画图，学生说角的度数.
2. 学生练习：画出下列各角：
(1) 0°，360°，720°，$1\,080^\circ$，-360°，-720°；
(2) 90°，450°，-270°，-630°.</td><td>学生通过自己练习画图，深刻体会“旋转”两个字的含义，加深对任意角的概念的理解.</td></tr>
</table>

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$90^\circ-30^\circ$ $=90^\circ+(-30^\circ)$ $=60^\circ$.  各角和的旋转量等于各角旋转量的和. 3. 终边相同的角 所有与 α 终边相同的角构成的集合可记为 $S=\{x \mid x=\alpha+k\cdot 360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$.	学生练习：求和并作图表示： $30^\circ+45^\circ$，$60^\circ-180^\circ$. 师：观察我们刚画过的角， (1) 0°，360°，720°，$1\,080^\circ$，-360°，-720°； (2) 90°，450°，-270°，-630°. 思考：始边、终边相同的两个角的度数有什么关系？ 学生讨论后回答：终边相同的两个角的度数相差 360° 的整数倍. 师：与 30° 始边、终边都相同的角有哪些？有多少个？它们能不能统一用一个集合来表示？ 得出结论.	学生自己动手画图求和，加深对旋转变化的理解.
	例 1(1)　写出与下列各角终边相同的角的集合. (1) 45°；　(2) 135°； (3) 240°；　(4) 330°. 解　略. 4. 第几象限的角 在直角坐标系中讨论角时，通常使角的顶点和坐标原点重合，角的始边与 x 轴的正半轴重合. 这样角的大小和方向可确定终边在坐标系中的位置. 这样放置的角，我们说它在坐标系中处于标准位置.	例 1(1) 由学生口答，教师给出规范的书写格式.	将例 1 分解为两个小题，边讲边练，小步子，低台阶，学生容易消化吸收.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	处于标准位置的角的终边落在第几象限，就把这个角叫做第几象限的角. 如果角的终边落在坐标轴上，就认为这个角不属于任何象限. 例 1(2) 指出下列各角分别是第几象限的角. (1) 45°； (2) 135°； (3) 240°； (4) 330°. 例 2 写出终边在 y 轴上的角的集合. 解 终边在 y 轴正半轴上的一个角为 90°，终边在 y 轴负半轴上的一个角为 -90°，因此，终边在 y 轴正半轴和负半轴上的角的集合分别是 $S_1=\{\alpha\mid\alpha=90^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$ $S_2=\{\alpha\mid\alpha=-90^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$ 所以终边在 y 轴上的角的集合为 $S_1\cup S_2=\{\alpha\mid\alpha=90^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$ $\cup\{\alpha\mid\alpha=-90^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$ $=\{\alpha\mid\alpha=90^\circ+k\cdot180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$. 模仿练习： 写出终边在 x 轴上的角的集合. 例 3 在 $0\sim360^\circ$ 之间，找出与下列各角终边相同的角，并分别判定各是第几象限的角？ (1) -120°；(2) 640°；(3) -950°. 例 4 写出第一象限的角的集合. 解 在 $0\sim360^\circ$ 之间，第一象限的角的取值范围是 $0^\circ<\alpha<90^\circ$，所以第一象限角的集合是 $\{\alpha\mid k\cdot360^\circ<\alpha<90^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$.	例 1(2) 学生口答. 讲解例 2 时，教师结合教材图示的平面直角坐标系，带领学生分析题意. 师：角的终边落在 y 轴上包含哪两种情况？ 生：终边落在 y 轴正半轴上或者落在 y 轴负半轴上. 师：90° 的角终边落在 y 轴的正半轴上吗？与它终边相同的角的集合是什么？ -90° 的角终边落在 y 轴的负半轴上吗？与它终边相同的角的集合是什么？ 这两个集合的并集怎么求？ 例 3 引导学生画图解决，或者用计算器解答. 教师结合平面直角坐标系讲解例 4. 学生分组练习： (1) 写出第二象限角的集合； (2) 写出第三象限角的集合； (3) 写出第四象限角的集合. 可增加判断题：使学生准确区分 $0\sim90^\circ$ 的角，锐角，小于 90° 的角，第一象限角.	例 2 难度较大，教师应详细讲解两个集合如何求并集. 本模仿练习意在渗透 B 组练习的解题思路.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	1. 任意角的概念； 2. 角的加减运算； 3. 终边相同的角的集合； 4. 象限角的概念.	教师带领学生回顾本节课的知识脉络图.	本节课概念众多，通过梳理脉络，帮助学生巩固知识.
作业	教材 P127，练习 A 组第 3、4 题； 练习 B 组第 1、3 题.		巩固拓展.

5.1.2 弧度制

【教学目标】

1. 理解弧度制的概念以及弧长公式，掌握角度制与弧度制的换算.
2. 理解角的弧度数与实数之间的一一对应关系.
3. 通过教学，使学生体会等价转化与辩证统一的思想.

【教学重点】

理解弧度制的概念，掌握弧度制与角度制的换算.

【教学难点】

理解弧度制的概念.

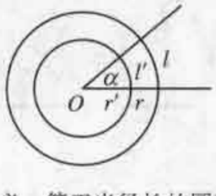
【教学方法】

本节课采用类比教学法，在复习角度制的基础上引入弧度制，深入探究它们之间的换算方法，使学生认识它们之间相互联系、辩证统一的关系. 通过弧度制与角度制的比较，使学生认识到弧度制的优越性，逐步适应用弧度制度量角.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
复习导入	复习初中学过的角度制.	师：初中学过角度制，1 度角是怎么定义的？ 生：把一圆周 360 等分，则其中一份所对的圆心角是 1 度角. 且 $1^\circ = 60'$，$1' = 60''$. 师：在数学和其他科学中我们还经常用到另一种度量角的单位制—— 弧度制.	复习角度制.

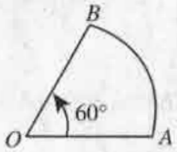
续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	1. 弧度制的度量单位——1 弧度的角 (1) 弧长与半径的比值 $\frac{l}{r}$ 等于一个常数，只与 α 的大小有关，与半径长无关.  (2) 定义：等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角；弧度记作 rad. 2. 角度制与弧度制的换算公式 周角 $=360°=\frac{2\pi r}{r}=2\pi$ rad， 即　$360°=2\pi$ rad. 平角 $=180°=\pi$ rad， 即　$180°=\pi$ rad. $1°=\frac{\pi}{180}$ rad $\approx 0.017\ 45$ rad， $1\ \text{rad}=\left(\frac{180}{\pi}\right)°\approx 57.30°=57°18'$. 由此得到 $n°$ 与 α rad 的换算公式： $\alpha=\frac{n\pi}{180}$ 或者 $n°=\alpha\cdot\left(\frac{180}{\pi}\right)°$ 特殊角的弧度数与角度数的互化，见教材 P130 对应值表. 例 1　把 $67°30'$ 化成弧度. 解　$67°30'=\left(\frac{135}{2}\right)°$，	教师引导学生考察圆心角、弧长和半径之间的关系： 如图，两个大小不同的同心圆中圆心角为 α，设 $\alpha=n°$，则 $l=n\frac{2\pi r}{360}$，$l'=n\frac{2\pi r'}{360}$， 由此，$\frac{l}{r}=\frac{l'}{r'}=n\frac{2\pi}{360}$. 所以，对于任何一个圆心角 α，所对弧长与半径的比值是一个仅与角 α 的大小有关的常数. 这就启示我们可以用圆的半径作单位去度量弧，从而得到一种新的度量角的制度——弧度制. 师举例：若所对的弧长 $l=2r$，那么圆心角的弧度数就是 2 rad； 若所对的弧长 $l=3r$， 那么圆心角的弧度数是多少？ 生：3 rad. 若所对的弧长就是 l， 那么圆心角的弧度数是多少？ 生：$\frac{l}{r}$ rad. 师：圆的周长所对的圆心角是多少弧度？ 生：圆的周长 $l=2\pi r$， 周角 $=360°=\frac{2\pi r}{r}=2\pi$ rad， 即 $360°=2\pi$ rad. 师：$180°$ 等于多少弧度？$90°$ 呢？$60°$，$45°$，$30°$ 呢？ 得到特殊角的角度数与弧度数的换算．利用教材 P130 的对应值表或者数轴来记忆特殊角的弧度数. 例 1 和例 2 可由学生自己完成，教师只指导书写格式. 相应的练习题的练习方式：	通过说明同心圆中弧长与半径的比值是一个仅与圆心角 α 的大小有关的常数，引入 1 弧度的概念. 由定义出发，让学生在教师的问题引导下自己探究得出角度制与弧度制之间的换算公式和弧长公式.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	$67°30' = \frac{\pi}{180}\ \text{rad} \times \frac{135}{2}$ $= \frac{3\pi}{8}\ \text{rad}.$ 练习 1　教材 P131，练习 A 组第 2 题. 例 2　把$\frac{3\pi}{5}$ rad 化成度. 解　$\frac{3\pi}{5}\ \text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ} \times \frac{3\pi}{5}$ $= 108°.$ 练习 2　教材 P131　练习 A 组第 3、4 题. 例 3　使用函数型计算器，把下列度数化为弧度数或把弧度数化为度数(精确到小数点后 4 位数)： (1) 67°，168°，−86°； (2) 1.2 rad，5.2 rad. 解　略. 由于角有正负，我们规定：正角的弧度数为正数，负角的弧度数为负数，零角的弧度数为 0. 这种用"弧度"做单位来度量角的制度叫做弧度制. 无论是用角度制还是弧度制，都能在角的集合与实数集 **R** 之间建立一一对应的关系. 3. 弧长公式 由弧度的定义，我们知道弧长 l 与半径 r 的比值等于所对圆心角 α 的弧度数(正值)，即 $\alpha = \frac{l}{r}$，得到 $l = \alpha \cdot r$. 这是弧度制下的弧长计算公式. 例 4　如图，$\overset{\frown}{AB}$ 所对的圆心角为 60°，半径为 5 cm，求$\overset{\frown}{AB}$ 的长 l(精确到 0.1 cm).	(1) 教师说出特殊角的角度，学生说弧度； (2) 教师说出特殊角的弧度数，学生说角度数.	帮助学生熟记特殊角的弧度数. 熟练角的弧度数与角度数的互化. 在例 4 中，可加上求扇形的面积一问，为课后 B 组第 4 题作准备.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 解　因为　$60^\circ=\frac{\pi}{3}$， 所以　$l=\alpha r=\frac{\pi}{3}\times 5\approx 5.2$. 即$\overset{\frown}{AB}$的长约为 5.2 cm.		
小结	本节知识点： (1) 弧度制的定义； (2) 角度制与弧度制的换算公式； (3) 弧长公式.	让学生根据板书自己总结本节主要内容.	归纳整理知识点，明确弧度制的意义.
作业	必做题：教材 P131，练习 A 组第 6 题，练习 B 组第 1、2、3 题. 选做题：教材 P132，练习 B 组第 4 题.		

5.2.1　任意角三角函数的定义

【教学目标】

1. 理解并掌握任意角三角函数的定义；熟记其在各象限的符号；掌握三角函数线的定义及画法.

2. 通过教学，使学生进一步体会数形结合的思想.

【教学重点】

任意角三角函数的定义.

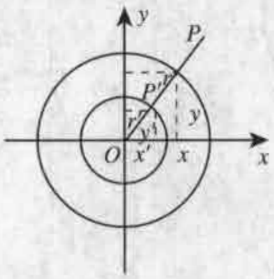
【教学难点】

单位圆及三角函数线.

【教学方法】

本节课主要采用启发引导与讲练结合的教学方法．在复习锐角三角函数定义的基础上，定义了任意角的三角函数，讲练结合，使学生牢固掌握．然后引导学生根据三角函数定义和象限内的点坐标符号导出三角函数在各象限的符号，接着把正弦值、余弦值、正切值转化为单位圆中的有向线段表示，使数与形密切结合起来，以加强学生对三角函数定义的理解.

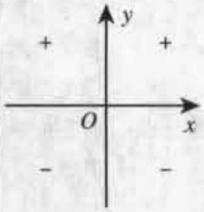
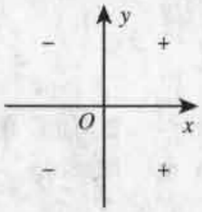
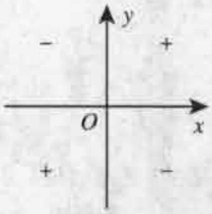
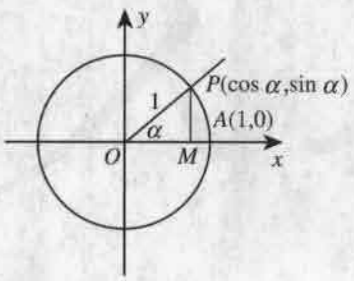
【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	复习锐角三角函数定义.	师：初中时我们学过锐角三角函数，当时是怎样定义的?	以旧引新.
新课	1. 任意角的三角函数定义 已知 α 是任意角，$P(x, y)$，$P'(x', y')$是角α的终边与两个半径不同的同心圆的交点. $(r=\sqrt{x^2+y^2}, r'=\sqrt{x'^2+y'^2})$ 如图所示：  当角α不变时，对于角α的终边上任意一点$P(x, y)$，不论点P在角α的终边上的位置如何，三个比值$\frac{x}{r}$，$\frac{y}{r}$，$\frac{y}{x}$始终等于定值．因此定义： 角α的余弦$\cos\alpha=\frac{x}{r}$； 角α的正弦$\sin\alpha=\frac{y}{r}$； 角α的正切$\tan\alpha=\frac{y}{x}$. 依照上述定义，对于每一个确定的角α，都分别有唯一确定的余弦值、正弦值、正切值与之对应，所以这三个对应关系都是以角α为自变量的函数，分别叫做角α的余弦函数、正弦函数和正切函数. 2. 三角函数求值 根据三角函数定义，可得计算三角函数值的步骤：	问题1：当我们把锐角的概念推广为转角后，我们如何定义任意角的三角函数呢? 如左图所示，由相似三角形对应边成比例得，$\frac{\lvert x\rvert}{r}=\frac{\lvert x'\rvert}{r'}$，$\frac{\lvert y\rvert}{r}=\frac{\lvert y'\rvert}{r'}$，$\frac{\lvert y\rvert}{x}=\frac{\lvert y'\rvert}{x'}$. 由于点$P$，$P'$在同一象限内，所以它们的坐标符号相同，因此，$\frac{x}{r}=\frac{x'}{r'}$，$\frac{y}{r}=\frac{y'}{r'}$，$\frac{y}{x}=\frac{y'}{x'}$，所以三个比值$\frac{x}{r}$，$\frac{y}{r}$，$\frac{y}{x}$只依赖于$\alpha$的大小，与点$P$在$\alpha$终边上的位置无关. 教师领学生识记三角函数定义. 依据函数定义说明角α与三角函数值的对应关系.	说明三角函数定义的理论根据.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	S1 画角：在直角坐标系中，作转角等于 α； S2 找点：在角 α 的终边上任找一点 P，使 $\|OP\|=1$，并量出该点的纵坐标和横坐标； S3 求值：根据相应三角函数的定义，求该角的三角函数值. 例 1　已知角 α 终边上一点 $P(2, -3)$，求角 α 的三个三角函数值. 解　已知点 $P(2, -3)$，则 $r=\|OP\|=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$， 由三角函数的定义，得 $\sin\alpha=\dfrac{y}{r}=\dfrac{-3}{\sqrt{13}}=-\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$； $\cos\alpha=\dfrac{x}{r}=\dfrac{2}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$； $\tan\alpha=\dfrac{y}{x}=-\dfrac{3}{2}$； 练习 1　教材 P138，练习 A 组第 1、4、5 题. 例 2　试确定三角函数在各象限的符号. 解　由三角函数的定义可知， $\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$，角 α 终边上点的纵坐标 y 的正、负与角 α 的正弦值同号； $\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$，角 α 终边上点的横坐标 x 的正、负与角 α 的余弦值同号； 由 $\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$，则当 x 与 y 同号时，正切值为正，当 x 与 y 异号时，正切值为负. 三角函数在各象限的符号如下页图所示：	练习：在直角坐标系中，画出半径为 1 的圆，求出 30°，38°，128° 等角的正弦、余弦和正切的值. 在例 1 中强调： (1) P 为角 α 的终边上任意一点； (2) 求三角函数值时用到的三个量 x，y，r 以及三者的关系； 教师可通过教材 P138 练习 A 组第 1 题中的练习让学生自己总结出三角函数在各象限的符号. 根据三角函数的定义，及各象限内点的坐标的符号得出三角函数在各象限的符号，教师总结口诀，帮助学生记忆：	通过学生自己动手测量，加深学生对三角函数定义的理解，并为学习单位圆做铺垫. 强调这几点为练习 B 组第 1、2、3 题做铺垫. 通过练习 1，熟练已知角的终边上一点求三角函数值的步骤.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 $\sin\alpha$  $\cos\alpha$  $\tan\alpha$ 练习 2　确定下列各三角函数值的符号： (1) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$；　(2) $\cos 130^\circ$； (3) $\tan\frac{4\pi}{3}$. 例 3　使用函数型计算器，计算下列三角函数值： (1) $\sin 67.5^\circ$，$\cos 372^\circ$，$\tan(-86^\circ)$； (2) $\sin 1.2$，$\cos\frac{3\pi}{4}$，$\tan\frac{4\pi}{3}$. 解　略. 3. 单位圆与三角函数线. 如图，以原点为圆心，半径为 1 的圆称作单位圆.  设角 α 的终边与单位圆的交点为 $P(x, y)$，过点 P 作 PM 垂直于 x 轴，	Ⅰ 全正，Ⅱ 正弦， Ⅲ 正切，Ⅳ 余弦. 练习 2 也可以用计算器直接求出三角函数值，然后确定符号. 师：在任意角三角函数的定义中，当角 α 的终边上一点 $P(x, y)$ 的坐标满足 $r=\sqrt{x^2+y^2}=1$ 时，三角函数的正弦、余弦会变成什么样呢？ 看着图示，结合三角函数定义讲解正弦线、余弦线、正切线的由来.	由练习中的具体题目到例 2 的理论分析，由特殊到一般加深学生对三角函数符号的理解.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	则 $\sin\alpha=y$，$\cos\alpha=x$， 即 $P(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$. $\cos\alpha=x=OM$；$\sin\alpha=y=MP$. 于是我们把规定了方向的线段 OM，MP 分别称作角 α 的余弦线、正弦线. 练习 3(1) 在直角坐标系的单位圆中，分别画出 $\frac{\pi}{3}$ 和 $-\frac{2\pi}{3}$ 的正弦线、余弦线. 设单位圆在点 A 的切线与角 α 的终边或其反向延长线相交于点 $T(T')$，则 $\tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{AT}{OA}=AT(AT')$， 所以 $AT(AT')$ 称作角 α 的正切线. 练习 3(2) 在直角坐标系的单位圆中，分别画出 $\frac{\pi}{3}$ 和 $-\frac{2\pi}{3}$ 的正切线.	学生自己动手，熟悉正弦线，余弦线的画法. 学生自己动手，熟悉当角 α 在不同象限时正切线的画法.	学生理解正切线难度较大，教师要详细讲解各个象限内的角的正切线的做法.
小结	回忆本节课所学知识点： (1) 任意角三角函数的定义(代数表示). (2) 任意角三角函数值的求法(两种方法). (3) 任意角三角函数值的符号(记住口诀). (4) 任意角三角函数的几何表示(三角函数线).	让学生叙述本节所学知识点以及典型例题及解题步骤.	梳理知识脉络.
作业	教材 P138，练习 A 组，练习 B 组.		本节教材内容颇多，教师可根据当堂内容布置相应作业.

5.2.2 同角三角函数的基本关系式

【教学目标】

1. 理解并掌握同角三角函数的基本关系式，会运用公式求值，化简，证明.

2. 通过教学，培养学生用方程(组)解决问题的方法，培养学生分析问题，解决问题的能力.

3. 通过学习，揭示事物间普遍联系的辩证唯物主义思想.

【教学重点】

同角三角函数的基本关系式的推导及应用(求值、化简、恒等式证明).

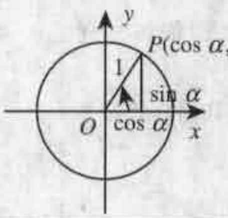
【教学难点】

同角三角函数的基本关系式在解题中的灵活运用.

【教学方法】

本节主要采用讲练结合的方法．在教学过程中，要注意引导学生理解每个公式，懂得公式的来龙去脉，并能灵活运用．课堂中，充分发挥学生的主体作用，让学生自主探究问题并解决问题，使学生熟练用方程(组)解决问题的方法.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
复习导入	复习三角函数定义、单位圆和三角函数线、勾股定理.  	教师提出问题，学生回答.	推出 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$ 这两个基本关系式.
新课	在单位圆中，由三角函数的定义和勾股定理，可得同角三角函数的基本关系式： $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$； $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$.	师讲解： 1. $\sin^2\alpha$，$\cos^2\alpha$ 的读法、写法. 2. 让学生验证 30°，45°，60° 的正弦，余弦，正切值满足两个关系式. 3. “同角”的概念与角的表达形式无关，如：$\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$. 4. 同角的意义：一是“角相同”；二是“任意一个角”.	初步认识和记忆两个关系式，理解“同角”的含义.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
应用举例	当我们知道一个角的某一三角函数值时，利用这两个关系式和三角函数定义，就可求出这个角的另外几个三角函数值．此外，还可用它们化简三角函数式和证明三角恒等式． 同角三角函数的基本关系式应用之一：求值． 例1　已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，且 α 是第二象限的角，求 α 的余弦和正切值． 解　由 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，得 $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$． 因为 α 是第二象限角，$\cos\alpha<0$， 所以 $\cos\alpha=-\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=-\frac{3}{5}$， $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}}=-\frac{4}{3}$． 例2　已知 $\tan\alpha=-\sqrt{5}$，且 α 是第二象限角，求 α 的正弦和余弦值． 解：由题意得 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，　① $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\sqrt{5}$．　② 由②，得 $\sin\alpha=-\sqrt{5}\cos\alpha$ 代入①式得 $6\cos^2\alpha=1$， $\cos^2\alpha=\frac{1}{6}$． 因为 α 是第二象限角， 所以 $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{6}}{6}$，代入②式得 $\sin\alpha=-\sqrt{5}\cos\alpha$ $=-\sqrt{5}\times\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$ $=\frac{\sqrt{30}}{6}$．	例1鼓励学生自己解决，教师只在开方时点拨符号问题． 练习：教材P141，练习A组第1(2)(3)题． 小结步骤：已知正弦（或余弦）$\xrightarrow{\text{根据平方关系}}$求余弦（或正弦）$\xrightarrow{\text{根据商数关系}}$求正切． 例2可在教师的引导下解决，带领学生详细解方程组． 练习：教材P141，练习A组第1(4)题． 小结步骤：知正切$\xrightarrow{\text{解方程组}}$求余弦（或正弦）． 求值题目总结： 1. 注意同角三角函数的基本关系式的变形应用． 2. 已知 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$\tan\alpha$ 中的任意一个，可以用方程（组）求出其余的两个．	多练几个类似例题的题目，使学生熟练两个基本关系式的应用和用方程求值的方法． 灵活应用公式，加快运算速度．为下面运用公式化简和证明做好知识铺垫．

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
应用举例	同角三角函数的基本关系式应用之二：化简. 例3　化简：$\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\tan\theta-1}$. 解：原式$=\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}-1}=\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\cos\theta}}$ $=\cos\theta$. 同角三角函数的基本关系式应用之三：证明. 例4　求证： (1) $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=2\sin^2\alpha-1$； (2) $\tan^2\alpha-\sin^2\alpha=\tan^2\alpha\sin^2\alpha$； (3) $\frac{\cos x}{1-\sin x}=\frac{1+\sin x}{\cos x}$. 证明： (1) 原式左边 $=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha)$ $=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$ $=\sin^2\alpha-(1-\sin^2\alpha)$ $=2\sin^2\alpha-1$ $=$右边. 因此 $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=2\sin^2\alpha-1$. (2) 原式右边$=\tan^2\alpha(1-\cos^2\alpha)$ $=\tan^2\alpha-\tan^2\alpha\cos^2\alpha$ $=\tan^2\alpha-\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\cos^2\alpha$ $=\tan^2\alpha-\sin^2\alpha$ $=$左边. 因此　$\tan^2\alpha-\sin^2\alpha=\tan^2\alpha\sin^2\alpha$. (3) 证法1： 因为　$\frac{\cos x}{1-\sin x}-\frac{1+\sin x}{\cos x}$ $=\frac{\cos^2 x-(1-\sin x)^2}{(1-\sin x)\cos x}$ $=\frac{\cos^2 x-\cos^2 x}{(1-\sin x)\cos x}$ $=0$.	小结化简方法： 把切函数化为弦函数. 练习：教材P142，练习A组第2题，练习B组第1题. 教师提示：证明恒等式一般从繁到简，从高次到低次．从左向右，或从右向左，或从两头向中间来证明. 可让学生自己先独立探索证明思路，再小组讨论．教师在证明思路和解题格式上给予指导. 由学生完成证明，展示不同证法，分析优劣． 分析： 思路1：用作差法，不管分母，只需将分子转化为零.	通过讨论探究，使学生进一步熟练公式的各种变形，培养学生的发散思维，提高综合运用知识分析问题、解决问题的能力.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
应用举例	所以 $\dfrac{\cos x}{1-\sin x}=\dfrac{1+\sin x}{\cos x}$. 证法 2：因为左边$=\dfrac{\cos x}{1-\sin x}\cdot\dfrac{\cos x}{\cos x}$ $=\dfrac{\cos^2 x}{(1-\sin x)\cos x}$； 右边$=\dfrac{1+\sin x}{\cos x}\cdot\dfrac{1-\sin x}{1-\sin x}$ $=\dfrac{\cos^2 x}{(1-\sin x)\cos x}$. 所以　左边 = 右边. 即原等式成立.	思路 2：利用公分母将原式的左边和右边转化为同一种形式的结果. 练习：教材 P142，练习 A 组第 3 题，练习 B 组第 2 题.	
小结	1. 同角三角函数的基本关系式 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$； $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$. 2. 求值、化简和证明题目的思路与注意事项.	师生共同总结.	
作业	必做题： 写出同角三角函数的基本关系式，并写出其变形公式. 选做题：教材 P142 页，练习 B 组第 3 题.		教材课后练习 A 组已融在新课中.

5.2.3 诱导公式

【教学目标】

1. 理解并掌握诱导公式，会求任意角的三角函数值与证明简单的三角恒等式.
2. 了解对称变换思想在数学问题中的应用.
3. 通过教学，使学生进一步体会数形结合的思想.

【教学重点】

利用诱导公式进行三角函数式的求值、化简.

【教学难点】

诱导公式(一)、(二)、(三) 的推导.

【教学方法】

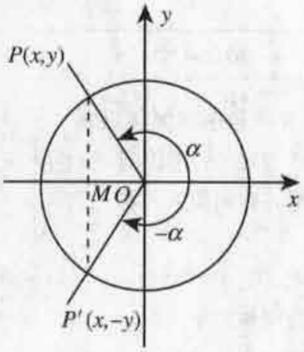
本节课主要采用启发诱导与讲练结合的教学方法，引导学生借助单位圆和三角函数

线，充分利用对称的性质，揭示诱导公式与同角公式之间的联系，然后讲练结合，使学生牢固掌握其应用.

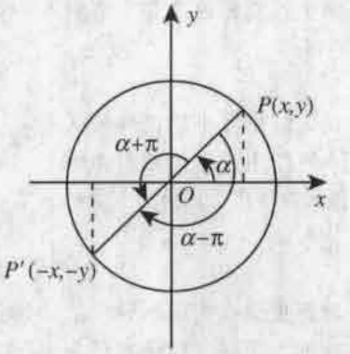
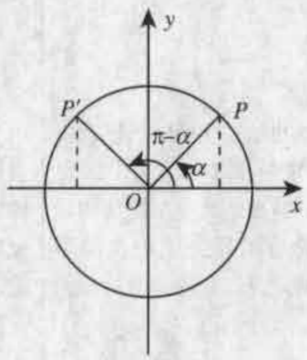
【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
复习导入	1. 复习三角函数的定义、单位圆与三角函数线； 2. 复习对称点的知识.	1. 教师运用多媒体展示三角函数的定义、单位圆与三角函数线，提问相关问题，学生回答. 2. 师：已知任意角 α 的终边与单位圆相交于点 $P(x, y)$，请分别写出点 P 关于 x 轴，y 轴，原点对称的点的坐标.	共同回顾，为新课做准备.
新课	1. 角 α 与 $\alpha+k\cdot 2\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$ 的三角函数间的关系. 直角坐标系中，α 与 $\alpha+k\cdot 2\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$ 的终边相同，由三角函数的定义，它们的三角函数值相等. 公式(一)： $\sin(\alpha+k\cdot 2\pi)=\sin\alpha$； $\cos(\alpha+k\cdot 2\pi)=\cos\alpha$ $(k\in\mathbf{Z})$； $\tan(\alpha+k\cdot 2\pi)=\tan\alpha$. 例 1　求下列各三角函数值： (1) $\sin\frac{13\pi}{2}$；(2) $\cos\frac{19\pi}{3}$；(3) $\tan 405^\circ$. 解　(1) $\sin\frac{13\pi}{2}=\sin\left(\frac{\pi}{2}+6\pi\right)$ $=\sin\frac{\pi}{2}=1$； (2) $\cos\frac{19\pi}{3}=\cos\left(\frac{\pi}{3}+6\pi\right)$ $=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$； (3) $\tan 405^\circ=\tan(45^\circ+360^\circ)$ $=\tan 45^\circ=1$. 2. 角 α 和角 $-\alpha$ 的三角函数间的关系. 如图 5-17，设单位圆与角 α 和角 $-\alpha$ 的终边的交点分别是点 P 和点 P'. 容易看出，点 P 与点 P' 关于 x 轴对称.	师生共同探讨得出公式(一)的结构特征：等号两边是同名函数，且符号都为正. 例 1 由学生试着完成. 例 1 结束后小结公式(一)的作用：把任意角的三角函数转化为 $0\sim 360^\circ$ 之间角的三角函数. 练习：教材 P146，练习 A 组第 1(1)(2) 题，第 2(1)(2) 题，第 3(1)(2) 题.	体会诱导公式(一)的作用. 熟练应用公式求值.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	 图 5-17 已知 $P(\cos\alpha, \sin\alpha)$ 和 $P'(\cos(-\alpha), \sin(-\alpha))$. 于是，得到 公式(二)：$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$； $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$； $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$.	观察图 5-17，教师引导学生回答，点 P' 与点 P 的位置关系怎样？它们的坐标之间有什么关系？推出诱导公式(二).	
	例 2　求下列各三角函数值： (1) $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$；(2) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$； (3) $\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$；(4) $\sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$. 解　(1) $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$； (2) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$； (3) $\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\tan\frac{\pi}{3}=-\sqrt{3}$； (4) $\sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right)=-\sin\frac{7\pi}{3}$ $=-\sin\left(\frac{\pi}{3}+2\pi\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.	学生独立完成，并交流解题心得. 例 2 结束后小结诱导公式(二)的作用：把任意负角的三角函数转化为正角三角函数. 练习：教材 P146，练习 A 组第 1(3)(4) 题，第 2(3)(4) 题，第 3(3)(4) 题.	熟练应用公式(二)求值.
	3. 角 α 与 $\alpha\pm\pi$ 的三角函数间的关系. 如图 5-18，角 α 与 $\alpha\pm\pi$ 的终边与单位圆分别相交于点 P 与点 P'，容易看出，点 P 与点 P' 关于原点对称，它们的坐标互为相反数 $P(x, y)$，$P'(-x, -y)$，	观察图 5-18，教师引导学生回答，点 P' 与点 P 的位置关系怎样？它们的坐标之间有什么关系？推出诱导公式(三).	教师用语言叙述公式，更利于学生理解掌握公式特征.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 图 5-18 所以得到公式(三) $\sin(\alpha\pm\pi)=-\sin\alpha$； $\cos(\alpha\pm\pi)=-\cos\alpha$； $\tan(\alpha\pm\pi)=\tan\alpha$. 4. 角 α 与 $\pi-\alpha$ 的三角函数间的关系. 如图 5-19，角 α 与 $\pi-\alpha$ 和单位圆分别交于点 P 与点 P'，由 P' 与点 P 关于 y 轴对称，可以得到 α 与 $\pi-\alpha$ 之间的三角函数关系：  图 5-19 $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$； $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$. 即两个互为补角的正弦值相等，余弦值是互为相反数. 例如：$\sin\frac{5\pi}{6}=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$； $\cos\frac{3\pi}{4}=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.		利用例 3，熟练运用公式(三)求三角函数值.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 3　求下列各三角函数的值： (1) $\sin\frac{4\pi}{3}$；　(2) $\cos\left(-\frac{8\pi}{3}\right)$； (3) $\tan\left(-\frac{10\pi}{3}\right)$；(4) $\sin 930°$. 解　略.	学生独立完成，并交流解题心得. 例 3 结束后小结诱导公式(三)的作用：把任意负角的三角函数转化为正角的三角函数.	
	例 4　求下列各三角函数的值： (1) $\sin\left(-\frac{55\pi}{6}\right)$；(2) $\cos\frac{11\pi}{4}$； (3) $\tan\left(-\frac{14\pi}{3}\right)$；(4) $\sin 870°$. 解　(1) $\sin\left(-\frac{55\pi}{6}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{6}+9\pi\right)$ $=-\left(-\sin\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$； (2) $\cos\frac{11\pi}{4}=\cos\left(-\frac{\pi}{4}+3\pi\right)$ $=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$； (3) $\tan\left(-\frac{14\pi}{3}\right)=\tan\left(\frac{\pi}{3}-5\pi\right)$ $=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$； (4) $\sin 870°=\sin(-30°+5\times180°)$ $=\sin(180°-30°)=\sin 30°=\frac{1}{2}$.	解题步骤：先用诱导公式(二)把负角的三角函数化为正角的三角函数，然后再用诱导公式(三)把它们化为锐角的三角函数来求. 进一步强化学生运用公式的灵活性. 解题关键是找出题中各角与锐角的关系，转化为求锐角的三角函数值.	利用例 4，学会综合运用诱导公式求任意角的三角函数值.
	例 5　化简： $\frac{\sin(2\pi-\alpha)\tan(\alpha+\pi)\tan(-\alpha-\pi)}{\cos(\pi-\alpha)\tan(3\pi-\alpha)}$ 解　$\frac{\sin(2\pi-\alpha)\tan(\alpha+\pi)\tan(-\alpha-\pi)}{\cos(\pi-\alpha)\tan(3\pi-\alpha)}$ $=\frac{\sin(-\alpha)\tan\alpha\tan(-\alpha)}{-\cos\alpha\tan(-\alpha)}$ $=\frac{-\sin\alpha\tan\alpha}{\cos\alpha}$ $=\tan^2\alpha$.	例 5 小结：化简时，综合应用诱导公式(一)、(二)、(三)，适当地改变角的结构，使之符合诱导公式中角的形式，是解决问题的关键.	利用例 5，学会综合运用各组诱导公式化简较复杂的三角代数式.
小结	求任意角的三角函数值的步骤： 任意负角的三角函数 $\xrightarrow{\text{公式二}}$ 任意正角的三角函数 $\xrightarrow{\text{公式一}}$ 0到 2π 内的三角函数 $\xrightarrow{\text{公式三}}$ 锐角三角函数	师生共同总结、交流.	让学生养成自己归纳、总结的习惯，重视数学思想方法的应用.
作业	教材 P147，练习 B 组.		

5.3.1 正弦函数的图象和性质

【教学目标】

1. 理解并掌握正弦函数的图象和性质，会用“五点法”画出正弦函数的简图；

2. 通过教学，使学生进一步掌握数形结合研究函数的方法.

【教学重点】

正弦函数的图象和性质.

【教学难点】

用正弦线画正弦曲线，正弦函数的周期性.

【教学方法】

本节课主要采用观察分析与讲练结合的教学方法. 教师借助较先进的教学手段，启发引导学生利用单位圆中的正弦线，较精确地画出正弦曲线，然后通过观察图象，得到简单的五点作图法；通过练习，使学生熟练五点作图法. 通过设置问题引导学生观察、分析正弦线的变化情况，从诱导公式与函数图象两方面来总结归纳正弦函数的性质；通过例题，进一步渗透数形结合研究函数的方法.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
复习	复习单位圆与正弦线.	教师要求学生在直角坐标系中作出单位圆，并分组分别作出$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{2}$的正弦线，小组交流.	复习正弦线，顺利引出下面的几何法作图.
新课	我们这节课，将利用正弦线来做出正弦函数 $y=\sin x$，$x\in\mathbf{R}$ 的图象. 1. 正弦函数的图象. 第一步：平分单位圆. 在直角坐标系的x轴上任取一点O，以O为圆心作单位圆，从这个圆与x轴的交点A起把圆分成12等份. 第二步：作出各角的正弦线. 过圆上的各分点作x轴的垂线，可以得到对应于角0，$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{2}$，…，2π的正弦线. 第三步：平分坐标轴. 我们把x轴上从0到2π这一段分成12等份，标上横坐标0，$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{2}$，…，2π.	师：将圆等分的份数越多，图象越精确.	用正弦线画图的方法比较复杂，所以将它分为五个小步骤，使学生明确画图的方法.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
	第四步：平移正弦线．把角x的正弦线向右平行移动，使得正弦线的起点与x轴上相应的点x重合，则正弦线的终点就是正弦函数图象上的点． 第五步：连线．用光滑曲线把这些正弦线的终点连结起来，就得到正弦函数$y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$的图象． 第六步：平移．我们把$y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$的图象沿x轴平移$\pm 2\pi$，$\pm 4\pi$，…就可以得到$y=\sin x$，$x\in\mathbf{R}$的图象． 从图象可以看出，$(0,0)$，$\left(\frac{\pi}{2},1\right)$，$(\pi,0)$，$\left(\frac{3\pi}{2},-1\right)$，$(2\pi,0)$这五个点在确定图象形状时起着关键的作用．	因为$\sin(\alpha+k\cdot 2\pi)=\sin\alpha(k\in\mathbf{Z})$，所以正弦函数$y=\sin x$在$x\in(-2\pi,0)$，$(2\pi,4\pi)$，$(4\pi,6\pi)$，…时的图象与$x\in(0,2\pi)$的形状完全一样，只是位置不同． 师：观察$y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$的图象，最高点是哪个？最低点是哪个？图象与$x$轴有几个交点？分别是什么？ 师问：在$x\in[0,2\pi]$这一区间上，哪几个点对图象的形状起着关键作用？有几个？ 师：在精确度要求不高的情况下，“五点法”是最常用的画正弦函数图象的方法．	在教师的引导下，让学生自己观察出图象的最高点，最低点，与x轴交点，便于记忆五个点坐标，同时为下节课利用图象研究性质打基础．
新课	例1　作函数 $y=1+\sin x$，$x\in[0,2\pi]$ 上的简图． 解　略． 练习：教材P154，练习A组第4、5题；练习B组第3题．	例1小结：函数 $y=1+\sin x$，$x\in[0,2\pi]$的图象是由$y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$的图象向上平移一个单位得到的．	巩固“五点法”作图，并在教师引导下发现函数$y=1+\sin x$与$y=\sin x$图象间的关系，为例2求函数的最大值、最小值作准备．
	2. 正弦函数的性质． 由单位圆中的正弦线得正弦函数的性质： (1) 值域：$[-1,1]$ 当$y=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$时，$y=\sin x$取得最大值1；即$y_{\max}=1$；当$y=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$时，$y=\sin x$取得最小值-1，即$y_{\min}=-1$； (2) 周期性 定义：对于函数$f(x)$，如果存在一个非零常数T，使得定义域内的每一个x的值，都满足$f(x+T)=f(x)$，那么函数$f(x)$就叫做周期函数，非零常	师：复习$y=\sin x$，$x\in\mathbf{R}$图象． (1) 观察图象可知，各角的正弦线的长度都小于或等于单位圆半径长度1，这表明：正弦函数的范围是$[-1,1]$． 师：你能通过观察正弦函数图象得到这个性质吗？ 生：因为正弦曲线分布在两条平行直线$y=1$和$y=-1$之间．所以正弦函数的值域是$[-1,1]$． (2) 由公式$\sin(x+k\cdot 2\pi)=$	培养学生“看图说话”的能力，即图形语言、文字语言与符号语言的转换，从而达到从直

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	数 T 叫做这个函数的周期. 对于一个周期函数 $f(x)$，如果在它的所有周期中存在一个最小的正数，那么这个最小正数就叫做它的最小正周期. 结论：正弦函数是一个周期函数，$2k\pi$（$k\in\mathbf{Z}$，且 $k\neq0$）都是它的周期，2π 是其最小正周期.	$\sin x$（$k\in\mathbf{Z}$）可知：当自变量 x 的值每增加或减少 2π 的整数倍时，正弦函数的值重复出现. 由正弦曲线图象可知，当自变量 x 的值每增加或减少 2π 的整数倍时，正弦函数的图象重复出现.	观观察到抽象的飞跃.
	（3）奇偶性 由公式 $\sin(-x)=-\sin x$ 得知，正弦函数是奇函数，图象关于坐标原点对称.	（3）师：如何判断函数的奇偶性？ 生： 偶函数 $\Leftrightarrow f(-x)=f(x)$，偶函数图象关于 y 轴对称. 奇函数 $\Leftrightarrow f(-x)=-f(x)$，奇函数图象关于坐标原点对称.	教师引导学生从诱导公式(数）和正弦曲线(形）两个角度探究正弦函数的值域、周期性和奇偶性等性质.
	（4）单调性 正弦函数在闭区间 $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ \frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）上是增函数；在闭区间 $\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ \frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）上是减函数.	（4）随着单位圆中正弦线的变化，体会正弦函数的单调性. 学生总结正弦函数的单调性. 师：在正弦函数图象上，函数单调性是如何体现出来的？ 生：正弦函数在 $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ \frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）上，图象是上升的，在 $\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ \frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）上，图象是下降的.	
	例2　求使函数 $y=2+\sin x$ 取最大值和最小值的 x 的集合，并求这个函数的最大值、最小值和周期. 练习：教材P154，练习A组第1、2题.	例2可结合函数图象讲解，在练习后小结：函数 $y=2+\sin x$，$y=2-\sin x$ 的图象与 $y=\sin x$ 的关系，求它们最大值、最小值的规律.	利用两个例题，使学生更好地理解函数性质的应用，进一步渗透数形结合的思想.
	例3　不求值，比较下列各对正弦值的大小： （1）$\sin\left(-\frac{\pi}{18}\right)$ 与 $\sin\left(-\frac{\pi}{10}\right)$； （2）$\sin\frac{2\pi}{3}$ 与 $\sin\frac{3\pi}{4}$.	例3结合正弦函数图象讲解如何比较函数值的大小，然后再引导学生一起写出解题步骤.	

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	1.“五点法”作图； 2. 正弦函数的图象和性质.	教师小结典型例题及解题规律.	利用典型题目，再次强调数形结合解题的思想.
作业	教材 P154，练习 A 组第 3、4、5 小题，练习 B 组.		本节内容颇多，教师可根据学生情况分节与布置作业.

5.3.2 余弦函数的图象和性质

【教学目标】

1. 理解并掌握余弦函数的图象和性质，会用“五点法”画出余弦函数的简图.
2. 通过教学，使学生进一步掌握数形结合研究函数的方法.

【教学重点】

余弦函数的图象和性质.

【教学难点】

余弦曲线的得出.

【教学方法】

本节课主要采用观察图象与代数分析相结合的教学方法. 教师先用简单的五点法画出余弦曲线，设置问题引导学生观察余弦曲线，结合诱导公式，得出余弦函数的性质. 通过例题，进一步渗透数形结合研究函数的方法.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
复习	复习诱导公式以及特殊角的余弦函数值.	教师提问，学生作答.	为用描点法得出余弦函数图象做准备.
新课	余弦函数 $y=\cos x$，$x\in\mathbf{R}$. 1. 余弦函数的图象. 根据角 $x+k\cdot 2\pi$ 与角 x 的余弦值相等，我们可以利用 $(0,1)$，$\left(\frac{\pi}{2},0\right)$，$(\pi,-1)$，$\left(\frac{3\pi}{2},0\right)$，$(2\pi,1)$ 这五个点作出余弦函数的简图. 然后再沿 x 轴	教师利用函数观点讲解 y 与 x 间的对应关系. 师：观察 $y=\cos x$，$x\in[0,2\pi]$ 的图象，最高点是哪个？最低点是哪个？图象与 x 轴有几个交点？分别是什么？ 师：在精确度要求不高的	教师用问题引导学生观察图象，初步掌握余弦函数图象的形状.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
	向左、右分别平移 2π，4π，…，就可得到 $y=\cos x$，$x\in\mathbf{R}$ 的图象. 余弦函数的图象叫做余弦曲线. 2. 余弦函数的性质. 由单位圆中的余弦线或余弦函数图象，可得余弦函数的性质： (1) 值域：$[-1,1]$	情况下，“五点法”是最常用的画余弦函数图象的方法.	
	当 $x=2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ 时，$y_{\max}=1$； 当 $x=(2k+1)\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ 时，$y_{\min}=-1$. (2) 周期性 余弦函数是一个周期函数，2π，4π，…，-2π，-4π，…，$2k\pi$ ($k\in\mathbf{Z}$ 且 $k\neq 0$)，都是它的周期，2π 是其最小正周期.	师：在 $[0,2\pi]$ 上，图象的最高点、最低点坐标分别是什么？在定义域 $\mathbf{R}$ 上呢？ 因为 $\cos(x+k\cdot 2\pi)=\cos x$ ($k\in\mathbf{Z}$)，所以余弦函数 $y=\cos x$ 在 $x\in[-2\pi,0]$，$[2\pi,4\pi]$，$[4\pi,6\pi]$，… 时的图象与 $x\in[0,2\pi]$ 的形状完全一样，只是位置不同. 所以余弦函数的图象每隔 2π 重复出现.	每个性质先用观察余弦函数图象的方法得出，所以教师注意用问题引导学生从哪些方面来考察余弦函数图象，使学生考察时有的放矢.
新课	(3) 奇偶性 由公式 $\cos(-x)=\cos x$ 得知，余弦函数是偶函数，图象关于 y 轴对称. (4) 单调性 余弦函数在闭区间 $[(2k-1)\pi,2k\pi]$ ($k\in\mathbf{Z}$) 上，是增函数；在闭区间 $[2k\pi,(2k+1)\pi]$ ($k\in\mathbf{Z}$) 上是减函数.	由图5-17亦可以看出，角 α 和角 $-\alpha$ 的余弦值是相等的. 师：余弦函数图象的升降情况是怎样的？ 生：余弦函数在 $[(2k-1)\pi,2k\pi]$ ($k\in\mathbf{Z}$) 上，图象是上升的，在 $[2k\pi,(2k+1)\pi]$ ($k\in\mathbf{Z}$) 上，图象是下降的.	教师引导学生从诱导公式(数)和余弦函数图象(形)两个角度探究余弦函数的各个性质，培养学生数形结合的思想.
	例1 求下列函数的最大值、最小值和周期. (1) $y=5\cos x$； (2) $y=-8\cos(-x)$. 练习：教材P157，练习A组第1题. 例2 不求值，比较下列各对余弦值的大小： (1) $\cos\frac{5\pi}{4}$ 与 $\cos\frac{7\pi}{5}$； (2) $\cos\left(-\frac{23\pi}{5}\right)$ 与 $\cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right)$. 练习 教材P157，练习B组第1题.	例1可结合函数图象讲解，在练习后小结：各种函数图象与 $y=\cos x$ 图象的关系，求函数最大值、最小值的规律. 例2可结合诱导公式和余弦函数图象，讲解如何比较函数值的大小，然后再引导学生一起写出解题步骤.	利用两个例题，使学生深入理解余弦函数性质，进一步渗透数形结合的思想.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	1."五点法"作图. 2. 余弦函数的图象. 3. 余弦函数的性质.	教师小结典型例题及解题规律.	利用典型题目，再次强调数形结合解题的思想.
作业	教材P157，练习A组第2、3题，练习B组第2题.		

5.3.3 已知三角函数值求角

【教学目标】

1. 理解并掌握已知三角函数值求角的方法.
2. 通过教学，培养学生观察问题，分析问题，类比解决问题的能力.
3. 通过教学，渗透数形结合的思想.

【教学重点】

已知一个角的三角函数值，求指定范围内的角.

【教学难点】

已知一个角的三角函数值，求指定范围内的角.

【教学方法】

本节课主要采用观察、启发探究、类比的教学方法. 运用现代化多媒体教学手段，教师设置问题引导学生观察分析三角函数的图象，学会已知正弦值求角，并总结出这类题的解题步骤；对于由已知余弦值或正切值求角，在教师的问题引导下让学生自己类比求解.

【教学过程】

环节	教学内容	师生互动	设计意图
复习导入	复习：特殊角的三角函数值，诱导公式，三角函数的简图.	师：我们知道 $\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$，反过来，若 $\sin x=\frac{1}{2}$，则 x 等于多少？x 的值只有 $\frac{\pi}{6}$ 吗？我们这节课就来研究这个问题：已知三角函数值求角.	复习旧知，导入新课.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	1. 已知正弦值，求角. 例1　已知 $\sin x=\frac{1}{2}$，且 $x\in[0,2\pi)$，求 x 的取值集合. 解　因为 $\sin x=\frac{1}{2}$， 所以　x 是第一或第二象限的角. 由　$\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$ 可知符号条件的第一象限的角是$\frac{\pi}{6}$. 又由 $\sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$， 可知符合条件的第二象限的角是$\frac{5\pi}{6}$. 于是所求的角 x 的取值集合为 $\left\{\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right\}$. 例2　已知角 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，求满足下列各式的 x 的值： (1) $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$；(2) $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$； (3) $\sin x=-\frac{1}{2}$；(4) $\sin x=0.267\ 2$. 解　(1) 因为在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上，$\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$， 所以 $x=\frac{\pi}{3}$； (2) 因为在$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上，$\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$， 所以 $x=\frac{\pi}{4}$； (3) 因为在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上，$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$， 所以 $x=-\frac{\pi}{6}$； (4) 使用函数计算器解题.（略）	$\frac{5\pi}{6}$ 的得出，既可以用诱导公式，也可以根据正弦函数图象. 师小结解题步骤： 1. 定象限. 2. 求锐角. 3. 写形式. 例2教师可作一个，其它让学生自己练习. 教师对比例1与例2，提问：为什么例1有两个解，而例2的题目只有一个解？	小结解题步骤，给学生做题以明确的思路. 对比例1与例2，使学生明确已知三角函数值求角时，所给区间的重要性.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 3　已知 $\sin x=-0.2156$，且 $-180^\circ\leqslant x\leqslant 180^\circ$，求 x. 解　因为　$\sin x=-0.2156$， 所以 x 是第三或第四象限的角. 先求符合 $\sin x=0.2156$ 的锐角 x， 使用函数计算器解得 $x\approx 12^\circ 27$. 因为 $\sin(-12^\circ 27')=-\sin 12^\circ 27'=-0.2156$， 且 $\sin(12^\circ 27'-180^\circ)=-\sin 12^\circ 27'=-0.2156$. 所以当 $-180^\circ\leqslant x\leqslant 180^\circ$ 时，所求的角分别是 $-12^\circ 27'$ 和 $-167^\circ 33'$. 2. 已知余弦值、正切值，求角. 例 4　已知 $\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，且 $x\in[0,\ 2\pi)$，求 x 的取值集合. 解　因为 $\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 x 是第二或第三象限的角. 又因为　$\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$， 所以符合条件的锐角是 $\frac{\pi}{4}$，因为 $\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，且 $\cos\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. 所以符号条件的第二象限角是 $\frac{3\pi}{4}$，符号条件的第三象限角是 $\frac{5\pi}{4}$. 于是所求角的集合为 $\left\{\frac{3\pi}{4},\ \frac{5\pi}{4}\right\}$. 例 5　已知 $\tan x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，且 $x\in\left(-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right)$，求 x 的值. 解　因为 $\tan x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$， 所以 x 是第四象限的角.	通过例 3，教师再次强调已知三角函数值求角的三个步骤： 1. 定象限. 2. 求锐角. 3. 写形式. 教师可引导学生复习已知三角函数值求角的三个步骤： 1. 定象限. 2. 求锐角. 3. 写形式. 在此基础上，让学生自已解决例 4.	巩固做题步骤. 在此，可让学生结合余弦函数图象，验证结论是否正确，培养数形结合的思想.

续表

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	又因为 $\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$， 所以符号条件的锐角是$\frac{\pi}{6}$. 又因为 $\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\tan\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$， 所以所求角的 $x=-\frac{\pi}{6}$.		
小结	本节内容： 1. 已知正弦值，求角. 2. 已知余弦值，正切值，求角. 两类题目的解题步骤： (1) 定象限； (2) 求锐角； (3) 写形式.	师生一起总结本节内容与解题步骤.	通过总结，统一各例题的解题思路.
作业	教材 P162，练习 A 组第 1、2、3 题；练习 B 组第 1、2 题.		本节内容颇多，可分为两节讲授，教师酌情布置课后作业.

Ⅳ 测 验 题

1. 填空题：

(1) $\frac{\pi}{12}=$____°；

(2) $70^\circ=$____ rad；

(3) 角 α 的终边上有一点 $P(-3, 4)$，则 $\cos\alpha=$____；

(4) 如果 α 是第二象限的角，且 $\sin\alpha=\frac{12}{13}$，则 $\cos\alpha=$____；

(5) $\cos(-\alpha+\pi)=$____；

(6) 函数 $f(x)=100\sin\frac{2}{3}x$ 的最大值是____.

2. 化简：

(1) $\sin(\alpha+2k\pi)+\sin(-\alpha+2k\pi)$;

(2) $\tan(3\pi+\alpha)-\tan(3\pi-\alpha)$;

(3) $\dfrac{\sin^2(-\alpha+k\pi)\cdot\cos^2(\alpha+k\pi)}{\cos^2[-\alpha+2k\pi]}$.

3. 证明：$\dfrac{1-2\sin x\cos x}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\dfrac{1-\tan x}{1+\tan x}$.

测验题答案

1. (1) 15；　(2) $\frac{7\pi}{18}$；　(3) $-\frac{3}{5}$；　(4) $-\frac{5}{13}$；

(5) $-\cos\alpha$；　(6) 100；

2. (1) 0；　(2) $2\tan\alpha$；　(3) $\sin^2\alpha$.

3. 略.

V　习题答案、提示和解答

练习 A 组(第 127 页)

1. 略.

2. (1) 75°；　(2) 30°；　(3) −120°；　(4) 210°(图略).

3. $\{\alpha \mid \alpha=30^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$,

$\{\alpha \mid \alpha=60^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$,

$\{\alpha \mid \alpha=120^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$,

$\{\alpha \mid \alpha=-45^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$,

$\{\alpha \mid \alpha=-120^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$.

4. (1) 315°，第四象限的角；

(2) 40°，第一象限的角；

(3) 240°，第三象限的角.

练习 B 组(第 127 页)

1. $\{\alpha \mid \alpha=k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$；

$\{\alpha \mid \alpha=180^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$；

$\{\alpha \mid \alpha=k\cdot180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$.

2. $\{\alpha \mid \alpha=45^\circ+k\cdot180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$，当 k 为偶数时，终边在第一象限；当 k 为奇数时，终边在第三象限，$\{\alpha \mid \alpha=-45^\circ+k\cdot180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$，当 k 为偶数时，终边在第四象限；当 k 为奇数时，终边在第二象限.

3. $\{\alpha \mid \alpha=k\cdot90^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$.

练习 A 组(第 131 页)

1. 1.05 rad.

2. (1) $\frac{\pi}{3}$；　(2) $\frac{\pi}{2}$；　(3) $\frac{\pi}{4}$；　(4) $\frac{\pi}{6}$；

(5) $\frac{3\pi}{4}$；　(6) $\frac{2\pi}{3}$；　(7) $-\frac{\pi}{6}$；　(8) $-\frac{\pi}{3}$；

(9) $-\frac{\pi}{4}$；　(10) $-\frac{\pi}{2}$；　(11) $-\pi$；　(12) $-\frac{3\pi}{2}$.

3. (1) 135°；　(2) 120°；　(3) 90°；　(4) 60°；
(5) 30°；　(6) 45°；　(7) 180°；　(8) −270°.

4. (1) $\frac{\pi}{15}$；　(2) $\frac{5\pi}{12}$；　(3) $\frac{7\pi}{6}$；　(4) $\frac{3\pi}{4}$；

(5) $\frac{4\pi}{3}$；　(6) $\frac{5\pi}{4}$；　(7) $\frac{5\pi}{3}$；　(8) $\frac{11\pi}{6}$.

5. (1) 57.30°，171.90°，286.50°，458.40°；
(2) 1.45 rad，2.41 rad，4.85 rad，6.42 rad.

6. 1 m，1.5 m.

练习 B 组(第 132 页)

1. 相等.

2. 时针转 $-\frac{2\pi}{3}$ rad，分针转 -8π rad.

3. 2π.

4. (1) $S=\frac{\pi R^2}{\frac{2\pi}{\alpha}}=\frac{1}{2}R^2\alpha$，或 $S=\pi R^2\cdot\frac{\alpha}{2\pi}=\frac{1}{2}R^2\alpha$；

(2) $S=\frac{1}{2}R^2\alpha=25\ \text{cm}^2$.

习题(第 132 页)

1. α_1，α_2，α_3，α_4 分别是第一、二、三、四象限的角.

2. $\frac{19\pi}{6}$ 的角是第三象限的角，$\frac{25\pi}{6}$ 的角是第一象限的角.

3. (1) $\frac{11\pi}{6}-6\pi$；(2) $\pi-6\pi$；　(3) $\frac{74\pi}{45}-2\pi$；　(4) $\frac{2\pi}{9}+2\pi$.

4. 11.25°，$\frac{\pi}{16}$.

5. (1) 600π；　(2) 6π m 或 18.85 m.

6. 64°.

7. 111.2 km.

8. 约 43°.

9. $S_1=\{\alpha \mid 2k\pi<\alpha<\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$，

$S_2=\{\alpha \mid \frac{\pi}{2}+2k\pi<\alpha<(2k+1)\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$，

$S_3=\{\alpha \mid (2k+1)\pi<\alpha<\frac{\pi}{2}+(2k+1)\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$，

$S_4=\{\alpha \mid \frac{\pi}{2}+(2k+1)\pi<\alpha<2(k+1)\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$.

10. $r=\frac{l}{\alpha}=\frac{50}{\frac{10}{9}\pi}\approx 14$ (cm).

11. $\alpha=\frac{l}{r}=\frac{25}{12}\text{ rad}\approx 119.35^{\circ}$.

12. $r=\frac{l}{\alpha}=\frac{50}{\frac{10}{9}\pi}\approx 14(\text{cm})$.

练习 A 组(第 138 页)

1. (1) $\sin\alpha=\frac{1}{2}$， $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$， $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\cot\alpha=\sqrt{3}$， $\csc\alpha=2$， $\sec\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}$；

(2) $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$， $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$， $\tan\alpha=1$，

$\cot\alpha=1$， $\csc\alpha=\sqrt{2}$， $\sec\alpha=\sqrt{2}$；

(3) $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$， $\cos\alpha=\frac{1}{2}$， $\tan\alpha=\sqrt{3}$，

$\cot\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$， $\csc\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}$， $\sec\alpha=2$；

(4) $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$， $\cos\alpha=-\frac{1}{2}$， $\tan\alpha=-\sqrt{3}$，

$\cot\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$， $\csc\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}$， $\sec\alpha=-2$；

(5) $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$， $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$， $\tan\alpha=-1$，

$\cot\alpha=-1$， $\csc\alpha=\sqrt{2}$， $\sec\alpha=-\sqrt{2}$；

(6) $\sin\alpha=\frac{1}{2}$， $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$， $\tan\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\cot\alpha=-\sqrt{3}$， $\csc\alpha=2$， $\sec\alpha=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$；

(7) $\sin\alpha=-\frac{1}{2}$， $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$， $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\cot\alpha=\sqrt{3}$， $\csc\alpha=-2$， $\sec\alpha=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$；

(8) $\sin\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$， $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$， $\tan\alpha=-1$，

$\cot\alpha=-1$， $\csc\alpha=-\sqrt{2}$， $\sec\alpha=\sqrt{2}$.

2. 略.

3. 略. 提示：在单位圆中利用三角函数线.

4. $\sin\alpha=1$， $\cos\alpha=0$.

5. $\sin\alpha=0$，$\cos\alpha=1$.

6. (1) ≈ 0.35； (2) ≈ 0.50；

(3) ≈ -0.67； (4) ≈ -0.23.

练习 B 组(第 139 页)

1. 提示：可取$(-1, -3)$，$(-2, -6)$，$(-4, -12)$三点验证，皆有$\sin\alpha=-\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

2. 略解：设点的坐标为$P(8, y)$.

   由$|OP|=17$，得$64+y^2=289$，所以$y=-15$(α为第四象限).

   所以$\sin\alpha=-\frac{15}{17}$，$\cos\alpha=\frac{8}{17}$，$\tan\alpha=-\frac{15}{8}$，

   $\csc\alpha=-\frac{17}{15}$，$\sec\alpha=\frac{17}{8}$，$\cot\alpha=-\frac{8}{15}$.

3. 在直线$y=-x$上任取一点$P(-a, a)$ $(a>0)$，

   得 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

4. (1) 0； (2) 约-1.42.

练习 A 组(第 141 页)

1. (1) $\cos\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3}$， $\tan\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$， $\cot\alpha=2\sqrt{2}$， $\sec\alpha=\frac{3\sqrt{2}}{4}$， $\csc\alpha=3$；

   (2) $\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$， $\tan\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$， $\cot\alpha=2\sqrt{2}$， $\sec\alpha=-\frac{3\sqrt{2}}{4}$， $\csc\alpha=-3$；

   (3) $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$， $\tan\alpha=-\frac{3}{4}$， $\cot\alpha=-\frac{4}{3}$， $\sec\alpha=\frac{5}{4}$， $\csc\alpha=-\frac{5}{3}$；

   (4) $\sin\alpha=\frac{3}{5}$， $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$， $\cot\alpha=-\frac{4}{3}$， $\sec\alpha=-\frac{5}{4}$， $\csc\alpha=\frac{5}{3}$.

2. (1) $\sin\theta$； (2) $\cos^2 x$.

3. 左边$=\sin^2\alpha(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)+\cos^2\alpha$

   $=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$

   $=1=$右边.

练习 B 组(第 142 页)

1. 原式$=\frac{2(1-\sin^2\alpha)-1}{1-2\sin^2\alpha}$

   $=\frac{1-2\sin^2\alpha}{1-2\sin^2\alpha}$

   $=1$.

2. (1) 由$\tan\alpha=-4$，得$\cos\alpha=-\frac{\sin\alpha}{4}$，

   由$\begin{cases}\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\\ \cos\alpha=-\frac{\sin\alpha}{4}\end{cases}$ 解得 $\sin^2\alpha=\frac{16}{17}$；

   (2) $3\sin\alpha\cos\alpha=3\sin\alpha\cdot\left(-\frac{\sin\alpha}{4}\right)=-\frac{3}{4}\sin^2\alpha=-\frac{12}{17}$；

   (3) $\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-\frac{32}{17}=-\frac{15}{17}$；

   (4) $1-2\cos^2\alpha=-1+2\sin^2\alpha=-1+\frac{32}{17}=\frac{15}{17}$.

3. 当 θ 在第一象限时，$\sin\theta=\frac{4}{5}$，$\tan\theta=\frac{4}{3}$，$\cot\alpha=\frac{3}{4}$，$\sec\alpha=\frac{5}{3}$，$\csc\alpha=\frac{5}{4}$；

当 θ 在第四象限时，$\sin\theta=-\frac{4}{5}$，$\tan\theta=-\frac{4}{3}$，$\cot\alpha=-\frac{3}{4}$，$\sec\alpha=\frac{5}{3}$，$\csc\alpha=-\frac{5}{4}$.

练习 A 组(第 146 页)

1. (1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$；(2) $-\frac{1}{2}$；(3) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$；(4) $\frac{1}{2}$.

2. (1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$；(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$；(3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$；(4) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. (1) $-\sqrt{3}$；(2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$；(3) 1；(4) 1.

B 组(第 147 页)

1. (1) $\frac{1}{2}$；(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$；(3) $\sqrt{3}$；(4) $\sqrt{3}$.

2. (1) $-\tan\alpha$；(2) $-\tan^2\alpha$.

习题(第 147 页)

1. (1) 0；(2) 8；(3) -1；(4) a^2+b^2+ab.

2. (1) $-$；(2) $-$；(3) $+$；(4) $-$.

3. (1) $\cos\alpha=\frac{1}{2}$，$\tan\alpha=-\sqrt{3}$；

(2) $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{10}}{10}$；

(3) $\sin\alpha=-\frac{5}{13}$，$\tan\alpha=-\frac{5}{12}$；

(4) $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

4. $\cos\alpha$，$\tan\alpha$ 当 α 为钝角时取负值.

5. (1) $\begin{cases}\tan\alpha=3\\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\\ \pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sin\alpha=-\frac{3\sqrt{10}}{10}\\ \cos\alpha=-\frac{\sqrt{10}}{10}\end{cases}$

$\cos\alpha-\sin\alpha=\frac{\sqrt{10}}{5}$；

(2) $\begin{cases}\cos\alpha=\frac{4}{5}\\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sin^2\alpha=\frac{9}{25}\\ \cos^2\alpha=\frac{16}{25}\end{cases}$

$\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{1}{\sin^2\alpha}=\frac{625}{144}$.

6. (1) 左边 $=\cos^2\alpha-2\cos\alpha+1+\sin^2\alpha$

$=2-2\cos\alpha=$ 右边；

(2) 左边 $=\cos^2\alpha-2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta+\sin^2\alpha-2\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\beta$

$=2-2(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)=$ 右边；

(3) 左边 − 右边 $= \sin^4 x + 2\sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x - 1$

$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 1$

$= 0$,

所以等式成立；

(4) 左边 $= 1 + \dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$,

右边 $= \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$,

所以左边 = 右边，原式成立；

(5) 左边 $= \dfrac{\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x\cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$

$= \dfrac{(\sin x - \cos x)^2}{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)}$

$= \dfrac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$,

右边 $= \dfrac{1 - \dfrac{\sin x}{\cos x}}{1 + \dfrac{\sin x}{\cos x}} = \dfrac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$,

所以左边 = 右边，原式成立.

7. (1) 原式 $= (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha) - (\sin^2\alpha - \cos^2\alpha) = 0$；

(2) 原式 $= \dfrac{\cos^2\theta + 1 + 2\sin\theta + \sin^2\theta}{\cos\theta(1 + \sin\theta)} = \dfrac{2(1 + \sin\theta)}{\cos\theta(1 + \sin\theta)}$

$= \dfrac{2}{\cos\theta}$(或 $2\sec\theta$)；

8. (1) $\begin{cases} \tan\alpha = 2 \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow \cos^2\alpha = \dfrac{1}{5}$；

(2) $\sin\alpha\cos\alpha = \tan\alpha\cos^2\alpha = \dfrac{2}{5}$；

(3) $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = 1 - 2\cos^2\alpha = \dfrac{3}{5}$；

(4) $\dfrac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \dfrac{\tan\alpha + 1}{\tan\alpha - 1} = 3\ (\cos\alpha \neq 0)$.

9. (1) $\begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{1}{5} \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin^2\alpha = \dfrac{1}{25} \\ \cos^2\alpha = \dfrac{24}{25} \end{cases}$

$5\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha = \dfrac{5}{25} + \dfrac{3 \times 24}{25} = \dfrac{77}{25}$；

(2) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha = \left(\dfrac{1}{25}\right)^2 + \left(\dfrac{24}{25}\right)^2 = \dfrac{577}{625}$；

(3) $3\sin^2\alpha - 2\cos^2\alpha = \dfrac{3}{25} - \dfrac{2 \times 24}{25} = -\dfrac{9}{5}$；

(4) $\sin^2\alpha - 2\cos^2\alpha = \dfrac{1}{25} - \dfrac{2 \times 24}{25} = -\dfrac{47}{25}$.

10. (1) $\cos\alpha$;　　(2) 1.

练习 A 组(第 154 页)

1. (1) $y_{\max}=4$,　$y_{\min}=2$,　$T=2\pi$;

   (2) $y_{\max}=4$,　$y_{\min}=2$,　$T=2\pi$;

   (3) $y_{\max}=-7$,　$y_{\min}=-9$,　$T=2\pi$;

   (4) $y_{\max}=-7$,　$y_{\min}=-9$,　$T=2\pi$.

2. 当 $x\in\left\{x\,\middle|\,x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$ 时,y 取最大值,

   当 $x\in\left\{x\,\middle|\,x=\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$ 时,y 取最小值.

3. (1) $\sin 250^\circ>\sin 260^\circ$;

   (2) $\sin\left(-\frac{54\pi}{7}\right)>\sin\left(-\frac{63\pi}{8}\right)$.

4. 略.

5. 略.

练习 B 组(第 154 页)

1. (1) $x\in(2k\pi,\ (2k+1)\pi)\ (k\in\mathbf{Z})$;

   (2) $x\in((2k-1)\pi,\ 2k\pi)\ (k\in\mathbf{Z})$;

   (3) $x\in\left(2k\pi+\frac{\pi}{6},\ 2k\pi+\frac{5\pi}{6}\right)\ (k\in\mathbf{Z})$;

   (4) $x\in\left((2k-1)\pi+\frac{\pi}{6},\ 2k\pi-\frac{\pi}{6}\right)\ (k\in\mathbf{Z})$.

2. 略.

3. 略.

练习 A 组(第 157 页)

1. (1) $y_{\max}=2$,$y_{\min}=-2$,$T=2\pi$;

   (2) $y_{\max}=5$,$y_{\min}=-5$,$T=2\pi$.

2. 图略.

3. 函数 $y=\cos x$ 在区间$[0,\pi]$上,从 1 减小到 -1,是减函数;在区间$[\pi,2\pi]$上,从 -1 增大到 1,是增函数.

练习 B 组(第 157 页)

1. (1) $\cos 515^\circ>\cos 530^\circ$;

   (2) $\cos\frac{15\pi}{8}>\cos\frac{14\pi}{9}$;

   (3) $\cos\left(-\frac{25\pi}{6}\right)>\cos\left(-\frac{31\pi}{7}\right)$.

2. $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin x$

   余弦函数的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位得到正弦函数的图象.

练习 A 组(第 162 页)

1. (1) $\alpha=45^\circ$ 或 135°;　　(2) $\alpha=60^\circ$ 或 120°;

(3) $\alpha = 0°$ 或 $180°$；　　(4) $\alpha = 270°$.

2. (1) $x = 18°34'$ 或 $161°26'$；　　(2) $x = 60°10'$ 或 $119°50'$；

(3) $x = 192°31'$ 或 $347°29'$；　　(4) $x = 244°24'$ 或 $295°36'$.

3. (1) $x = 30°$ 或 $-30°$；　　(2) $x = -120°$ 或 $120°$；

(3) $x = 73°41'$ 或 $-106°19'$；　　(4) $x = 135°$ 或 $-45°$.

练习 B 组(第 162 页)

1. (1) $\left\{x \middle| x = \frac{5\pi}{4} \text{ 或 } \frac{7\pi}{4}\right\}$；

(2) $\left\{x \middle| x = \pm\frac{\pi}{3}\right\}$；

(3) $\left\{x \middle| x = \frac{\pi}{3} \text{ 或 } -\frac{2\pi}{3}\right\}$.

2. (1) $x = \arcsin 0.3469$ 或 $\pi - \arcsin 0.3469$；

(2) $x = 2\pi + \arcsin(-0.8572)$ 或 $\pi - \arcsin(-0.8572)$；

(3) $x = \arctan 0.8$ 或 $\pi + \arctan 0.8$.

习题(第 163 页)

1. 图略.
2. 图略.
3. (1) 当 $x \in \left\{x \middle| x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}\right\}$ 时，$y_{\max} = 5$，

当 $x \in \left\{x \middle| x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}\right\}$ 时，$y_{\min} = -5$；

(2) 当 $x \in \{x \mid x = (2k+1)\pi,\ k \in \mathbf{Z}\}$ 时，$y_{\max} = \frac{3}{2}$，

当 $x \in \{x \mid x = 2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}\}$ 时，$y_{\min} = \frac{1}{2}$；

(3) 当 $x \in \left\{x \middle| x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbf{Z}\right\}$ 时，$y_{\max} = 4$，

当 $x \in \left\{x \middle| x = -\frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbf{Z}\right\}$ 时，$y_{\min} = -4$；

(4) 当 $x \in \left\{x \middle| x = \frac{\pi}{2} + 4k\pi,\ k \in \mathbf{Z}\right\}$ 时，$y_{\max} = \frac{1}{2}$，

当 $x \in \left\{x \middle| x = -\frac{3\pi}{2} + 4k\pi,\ k \in \mathbf{Z}\right\}$ 时，$y_{\min} = -\frac{1}{2}$.

4. (1) $T = \frac{8\pi}{3}$；　　(2) $T = \frac{\pi}{2}$；

(3) $T = \frac{2\pi}{5}$；　　(4) $T = 4\pi$.

5. (1) $\sin 103°15' > \sin 164°30'$；

(2) $\cos\left(\frac{47\pi}{10}\right) > \cos\left(-\frac{44\pi}{9}\right)$；

(3) $\sin 508° < \sin 144°$；

(4) $\cos 760° > \cos(-770°)$.

6. (1) $1 + \sin x \neq 0$，$\sin x \neq -1$，

所以 $x \in \left\{x \middle| x \neq -\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}\right\}$；

(2) $1-\cos x \neq 0$，$\cos x \neq 1$，

所以 $x \in \{x \mid x \neq 2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}\}$.

7. (1) 因为 $\sin x \geqslant 0$，

所以 $x \in \{x \mid 2k\pi \leqslant x \leqslant (2k+1)\pi,\ k \in \mathbf{Z}\}$；

(2) 因为 $\cos x \geqslant 0$，

所以 $x \in \left\{x \middle| -\frac{\pi}{2}+2k\pi \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}\right\}$；

(3) $x \in \{x \mid x \neq k\pi+\frac{\pi}{6},\ x \in \mathbf{R}\}$；

(4) $x \in \{x \mid x \neq k\pi+\frac{\pi}{3},\ x \in \mathbf{R}\}$.

8. (1) 0；(2) $51°38'$；(3) $\frac{5\pi}{6}$；(4) $46°2'$.

9. (1) $\frac{\pi}{3}$；(2) $\frac{\pi}{4}$；(3) $-\frac{\pi}{6}$；(4) $70°$.

10. (1) $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{5}$；(2) $\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(3) $\arccos\frac{1}{3}$；(4) $-\arccos\frac{3}{7}$.