

## 弹簧问题归类

### 一、“轻弹簧”类问题

在中学阶段，凡涉及的弹簧都不考虑其质量，称之为“轻弹簧”，是一种常见的理想化物理模型。由于“轻弹簧”质量不计，选取任意小段弹簧，其两端所受张力一定平衡，否则，这小段弹簧的加速度会无限大。故轻弹簧中各部分间的张力处处相等，均等于弹簧两端的受力。弹簧一端受力为  $F$ ，另一端受力一定也为  $F$ ，若是弹簧秤，则弹簧秤示数为  $F$ 。

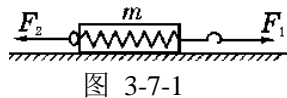


图 3-7-1

【例 1】如图 3-7-1 所示，一个弹簧秤放在光滑的水平面上，外壳质量  $m$  不能忽略，弹簧及挂钩质量不计，施加弹簧上水平方向的力  $F_1$  和称外壳上的力  $F_2$ ，且  $F_1 > F_2$ ，则弹簧秤沿水平方向的加速度为\_\_\_\_\_，弹簧秤的读数为\_\_\_\_\_。

【解析】以整个弹簧秤为研究对象，利用牛顿运动定律得： $F_1 - F_2 = ma$ ，即  $a = \frac{F_1 - F_2}{m}$ ，仅以轻质弹簧为研究对象，则弹簧两端的受力都  $F_1$ ，所以弹簧秤的读数为  $F_1$ 。说明： $F_2$  作用在弹簧秤外壳上，并没有作用在弹簧左端，弹簧左端的受力是由外壳内侧提供的。【答案】 $a = \frac{F_1 - F_2}{m}$   $F_1$

### 二、质量不可忽略的弹簧

【例 2】如图 3-7-2 所示，一质量为  $M$ 、长为  $L$  的均质弹簧平放在光滑的水平面，在弹簧右端施加一水平力  $F$  使弹簧向右做加速运动。试分析弹簧上各部分的受力情况。



图 3-7-2

【解析】弹簧在水平力作用下向右加速运动，据牛顿第二定律得其加速度  $a = \frac{F}{M}$ ，取弹簧左部任意长度  $x$  为研究对象，设其质量为  $m$  得弹簧上的弹力为： $T_x = ma = \frac{x}{L} M \frac{F}{M} = \frac{x}{L} F$  【答案】 $T_x = \frac{x}{L} F$

### 三、弹簧的弹力不能突变(弹簧弹力瞬时)问题

弹簧(尤其是软质弹簧)弹力与弹簧的形变量有关，由于弹簧两端一般与物体连接，因弹簧形变过程需要一段时间，其长度变化不能在瞬间完成，因此弹簧的弹力不能在瞬间发生突变。即可以认为弹力大小和方向不变，与弹簧相比较，轻绳和轻杆的弹力可以突变。

【例 3】如图 3-7-3 所示，木块 A 与 B 用轻弹簧相连，竖直放在木块 C 上，三者静置于地面，A、B、C 的质量之比是 1:2:3。设所有接触面都光滑，当沿水平方向迅速抽出木块 C 的瞬时，木块 A 和 B 的加速度分别是  $a_A = \underline{\hspace{2cm}}$  与  $a_B = \underline{\hspace{2cm}}$

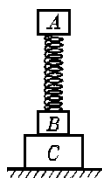
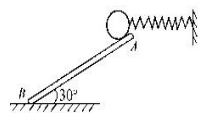


图 3-7-3

【解析】由题意可设 A、B、C 的质量分别为  $m, 2m, 3m$ ，以木块 A 为研究对象，抽出木块 C 前，木块 A 受到重力和弹力一对平衡力，抽出木块 C 的瞬时，木块 A 受到重力和弹力的大小和方向均不变，故木块 A 的瞬时加速度为 0。以木块 A、B 为研究对象，由平衡条件可知，木块 C 对木块 B 的作用力  $F_{CB} = 3mg$ 。以木块 B 为研究对象，木块 B 受到重力、弹力和  $F_{CB}$  三力平衡，抽出木块 C 的瞬时，木块 B 受到重力和弹力的大小和方向均不变， $F_{CB}$  瞬时变为 0，故木块 C 的瞬时合外力为  $3mg$ ，竖直向下，瞬时加速度为  $1.5g$ 。【答案】0 说明：区别于不可伸长的轻质绳中张力瞬间可以突变。

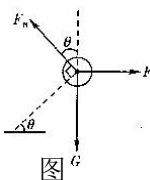
【例 4】如图 3-7-4 所示，质量为  $m$  的小球用水平弹簧连接，并用倾角为  $30^\circ$  的光滑木板 AB 托住，使小球恰好处于静止状态。当 AB 突然向下撤离的瞬间，小球的加速度为 ( )

- A. 0  
 B. 大小为  $\frac{2\sqrt{3}}{3}g$ ，方向竖直向下  
 C. 大小为  $\frac{2\sqrt{3}}{3}g$ ，方向垂直于木板向下  
 D. 大小为  $\frac{2\sqrt{3}}{3}g$ ，方向水平向右



图

【解析】未撤离木板前，小球受重力  $G$ 、弹簧拉力  $F$ 、木板支持力  $F_N$  作用而平衡，如图 3-7-5 所示，有  $F_N = \frac{mg}{\cos\theta}$ 。撤离木板的瞬间，重力  $G$  和弹力  $F$  保持不变(弹簧弹力不能突变)，而木板支持力  $F_N$  立即消失，小球所受  $G$  和  $F$  的合力大小等于撤之前的  $F_N$  (三力平衡)，方向与  $F_N$  相反，故加速度方向为垂直木板向下，大小为



图

$$a = \frac{F_N}{m} = \frac{g}{\cos \theta} = \frac{2\sqrt{3}}{3}g \quad \text{【答案】 C.}$$

#### 四、弹簧长度的变化问题

设劲度系数为  $k$  的弹簧受到的压力为  $-F_1$  时压缩量为  $-x_1$ ，弹簧受到的拉力为  $F_2$  时伸长量为  $x_2$ ，此时的“-”号表示弹簧被压缩。若弹簧受力由压力  $-F_1$  变为拉力  $F_2$ ，弹簧长度将由压缩量  $-x_1$  变为伸长量  $x_2$ ，长度增加量为  $x_1 + x_2$ 。由胡克定律有： $-F_1 = k(-x_1)$ ， $F_2 = kx_2$ 。则： $F_2 - (-F_1) = kx_2 - (-kx_1)$ ，即  $\Delta F = k\Delta x$

**说明：**弹簧受力的变化与弹簧长度的变化也同样遵循胡克定律，此时  $\Delta x$  表示的物理意义是弹簧长度的改变量，并不是形变量。

**【例 5】**如图 3-7-6 所示，劲度系数为  $k_1$  的轻质弹簧两端分别与质量为  $m_1$ 、 $m_2$  的物块 1、2 拴接，劲度系数为  $k_2$  的轻质弹簧上端与物块 2 拴接，下端压在桌面上（不拴接），整个系统处于平衡状态。现将物块 1 缓慢地竖直上提，直到下面那个弹簧的下端刚脱离桌面。在此过程中，物块 2 的重力势能增加了\_\_\_\_\_，物块 1 的重力势能增加了\_\_\_\_\_。

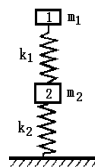


图 3-7-6

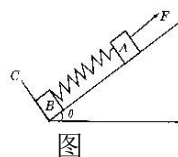
**【解析】**由题意可知，弹簧  $k_2$  长度的增加量就是物块 2 的高度增加量，弹簧  $k_2$  长度的增加量与弹簧  $k_1$  长度的增加量之和就是物块 1 的高度增加量。由物体的受力平衡可知，弹簧  $k_2$  的弹力将由原来的压力  $(m_1 + m_2)g$  变为 0，弹簧  $k_1$  的弹力将由原来的压力  $m_1g$  变为拉力  $m_2g$ ，弹力的改变量也为  $(m_1 + m_2)g$ 。所以  $k_1$ 、 $k_2$  弹簧的伸长量分别为： $\frac{1}{k_1}(m_1 + m_2)g$  和  $\frac{1}{k_2}(m_1 + m_2)g$

故物块 2 的重力势能增加了  $\frac{1}{k_2}m_2(m_1 + m_2)g^2$ ，物块 1 的重力势能增加了  $(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2})m_1(m_1 + m_2)g^2$

#### 五、弹簧形变量可以代表物体的位移

弹簧弹力满足胡克定律  $F = -kx$ ，其中  $x$  为弹簧的形变量，两端与物体相连时  $x$  亦即物体的位移，因此弹簧可以与运动学知识结合起来编成习题。

**【例 6】**如图 3-7-7 所示，在倾角为  $\theta$  的光滑斜面上有两个用轻质弹簧相连接的物块 A、B，其质量分别为  $m_A$ 、 $m_B$ ，弹簧的劲度系数为  $k$ ，C 为一固定挡板，系统处于静止状态，现开始用一恒力  $F$  沿斜面方向拉 A 使之向上运动，求 B 刚要离开 C 时 A 的加速度  $a$  和从开始到此时 A 的位移  $d$ （重力加速度为  $g$ ）。



图

**【解析】**系统静止时，设弹簧压缩量为  $x_1$ ，弹簧弹力为  $F_1$ ，分析 A 受力可知： $F_1 = kx_1 = m_A g \sin \theta$

解得： $x_1 = \frac{m_A g \sin \theta}{k}$  在恒力  $F$  作用下物体 A 向上加速运动时，弹簧由压缩逐渐变为伸长状态。设物体 B

刚要离开挡板 C 时弹簧的伸长量为  $x_2$ ，分析物体 B 的受力有： $kx_2 = m_B g \sin \theta$ ，解得  $x_2 = \frac{m_B g \sin \theta}{k}$  设此时

物体 A 的加速度为  $a$ ，由牛顿第二定律有： $F - m_A g \sin \theta - kx_2 = m_A a$  解得： $a = \frac{F - (m_A + m_B)g \sin \theta}{m_A}$  因物体 A

与弹簧连在一起，弹簧长度的改变量代表物体 A 的位移，故有  $d = x_1 + x_2$ ，即  $d = \frac{(m_A + m_B)g \sin \theta}{k}$  **【答案】**

$$d = \frac{(m_A + m_B)g \sin \theta}{k}$$

#### 六、弹力变化的运动过程分析

弹簧的弹力是一种由形变决定大小和方向的力，注意弹力的大小与方向时刻要与当时的形变相对应。一般应从弹簧的形变分析入手，先确定弹簧原长位置、现长位置及临界位置，找出形变量  $x$  与物体空间位置变化的几何关系，分析形变所对应的弹力大小、方向，弹性势能也是与原长位置对应的形变量相关。以此来分析计算物体运动状态的可能变化。

结合弹簧振子的简谐运动，分析涉及弹簧物体的变加速度运动，此时要先确定物体运动的平衡位置，区别物体的原长位置，进一步确定物体运动为简谐运动。结合与平衡位置对应的回复力、加速度、速度的变化规律，很容易分析物体的运动过程。

**【例 7】**如图 3-7-8 所示，质量为  $m$  的物体 A 用一轻弹簧与下方地面上质量也为  $m$  的物体 B 相连，开始时 A 和 B 均处于静止状态，此时弹簧压缩量为  $x_0$ ，一条不可伸长的轻

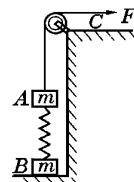


图 3-7-8

绳绕过轻滑轮，一端连接物体A、另一端C握在手中，各段绳均刚好处于伸直状态，物体A上方的一段绳子沿竖直方向且足够长。现在C端施加水平恒力F使物体A从静止开始向上运动。（整个过程弹簧始终处在弹性限度以内）。

(1) 如果在C端所施加的恒力大小为 $3mg$ ，则在物体B刚要离开地面时物体A的速度为多大？

(2) 若将物体B的质量增加到 $2m$ ，为了保证运动中物体B始终不离开地面，则F最大不超过多少？

【解析】由题意可知，弹簧开始的压缩量 $x_0 = \frac{mg}{k}$ ，物体B刚要离开地面时弹簧的伸长量也是 $x_0 = \frac{mg}{k}$ 。

(1) 若 $F = 3mg$ ，在弹簧伸长到 $x_0$ 时，物体B离开地面，此时弹簧弹性势能与施力前相等，F所做的功等于物体A增加的动能及重力势能的和。即： $F \cdot 2x = mg \cdot 2x_0 + \frac{1}{2}mv^2$  得： $v = 2\sqrt{2gx_0}$

(2) 所施加的力为恒力 $F_0$ 时，物体B不离开地面，类比竖直弹簧振子，物体A在竖直方向上除了受变化的弹力外，再受到恒定的重力和拉力。故物体A做简谐运动。在最低点有： $F_0 - mg + kx_0 = ma_1$ ，式中k为弹簧劲度系数， $a_1$ 为在最低点物体A的加速度。在最高点，物体B恰好不离开地面，此时弹簧被拉伸，伸长量为 $2x_0$ ，则： $k(2x_0) + mg - F_0 = ma_2$  而  $kx_0 = mg$ ，简谐运动在上、下振幅处 $a_1 = a_2$ ，解得：

$F_0 = \frac{3mg}{2}$  [也可以利用简谐运动的平衡位置求恒定拉力 $F_0$ 。物体A做简谐运动的最低点压缩量为 $x_0$ ，

最高点伸长量为 $2x_0$ ，则上下运动中点为平衡位置，即伸长量为所在处。由 $mg + k \frac{x_0}{2} = F_0$ ，解得：

$F_0 = \frac{3mg}{2}$ 。] 【答案】  $2\sqrt{2gx_0}$      $\frac{3mg}{2}$

说明：区别原长位置与平衡位置。和原长位置对应的形变量与弹力大小、方向、弹性势能相关，和平衡位置对应的位移量与回复大小、方向、速度、加速度相关。

### 七. 与弹簧相关的临界问题

通过弹簧相联系的物体，在运动过程中经常涉及临界极值问题：如物体速度达到最大；弹簧形变量达到最大时两个物体速度相同；使物体恰好要离开地面；相互接触的物体恰好要脱离等。此类问题的解题关键是利用好临界条件，得到解题有用的物理量和结论。

【例8】如图3-7-9所示，A、B两木块叠放在竖直轻弹簧上，已知木块A、B的质量分别为 $0.42\text{kg}$ 和 $0.40\text{kg}$ ，弹簧的劲度系数 $k = 100\text{N/m}$ ，若在A上作用一个竖直向上的力F，使A由静止开始以 $0.5\text{m/s}^2$ 的加速度竖直向上做匀加速运动（ $g = 10\text{m/s}^2$ ）求：（1）使木块A竖直做匀加速运动的过程中，力F的最大值；

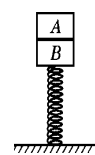


图 3-7-9

（2）若木块由静止开始做匀加速运动，直到A、B分离的过程中，弹簧的弹性势能减少了 $0.248\text{J}$ ，求这一过程中F对木块做的功。

【解析】此题难点在于能否确定两物体分离的临界点。当 $F = 0$ （即不加竖直向上F力）时，设木块A、B叠放在弹簧上处于平衡时弹簧的压缩量为 $x$ ，有： $kx = (m_A + m_B)g$ ，即

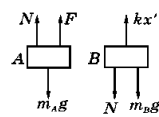


图 3-7-10

$x = \frac{(m_A + m_B)g}{k}$  ①对木块A施加力F，A、B受力如图3-7-10所示，对木块A有：

$F + N - m_A g = m_A a$  ②对木块B有： $kx' - N - m_B g = m_B a$  ③可知，当 $N \neq 0$ 时，木块A、B加速度相同，

由②式知欲使木块A匀加速运动，随N减小F增大，当 $N = 0$ 时，F取得了最大值 $F_m$ ，即：

$F_m = m_A(a + g) = 4.41\text{N}$  又当 $N = 0$ 时，A、B开始分离，由③式知，弹簧压缩量 $kx' = m_B(a + g)$ ，则

$x' = \frac{m_B(a + g)}{k}$  ④木块A、B的共同速度： $v^2 = 2a(x - x')$  ⑤由题知，此过程弹性势能减少了

$W_p = E_p = 0.248\text{J}$  设F力所做的功为 $W_F$ ，对这一过程应用功能原理，得：

$W_F = \frac{1}{2}(m_A + m_B)v^2 + (m_A + m_B)g(x - x') - E_p$

联立①④⑤⑥式，且 $E_p = 0.248\text{J}$ ，得： $W_F = 9.64 \times 10^{-2}\text{J}$  【答案】（1） $F_m = 4.41\text{N}$   $W_F = 9.64 \times 10^{-2}\text{J}$

【例9】如图3-7-11所示，一质量为M的塑料球形容器，在A处与水平面接触。它的内部有一直立的轻弹簧，弹簧下端固定于容器内部底部，上端系一带正电、质量为m的小球在竖直



图 3-7-11

方向振动, 当加一向上的匀强电场后, 弹簧正好在原长时, 小球恰好有最大速度. 在振动过程中球形容器对桌面的最小压力为 0, 求小球振动的最大加速度和容器对桌面的最大压力.

【解析】因为弹簧正好在原长时小球恰好速度最大, 所以有:  $qE = mg$  ① 小球在最高点时容器对桌面的压力最小, 有:  $kx = Mg$  ② 此时小球受力如图 3-7-12 所示, 所受合力为  $F = mg + kx - qE$  ③ 由以上三式得小球的加速度  $a = \frac{Mg}{m}$ . 显然, 在最低点容器对桌面的压力最大, 由振动的对称性可知小球在最低点和最高点有相同的加速度, 解以上式子得:  $kx = Mg$  所以容器对桌面的压力为:  $F_N = Mg + kx = 2Mg$ .

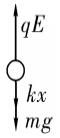


图 3-7-12

### 八、弹力做功与弹性势能的变化问题

弹簧伸长或压缩时会储存一定的弹性势能, 因此弹簧的弹性势能可以与机械能守恒规律综合应用, 用公式  $E_p = \frac{1}{2}kx^2$  计算弹簧势能, **弹簧在相等形变量时所具有的弹性势能相等.**

弹簧弹力做功等于弹性势能的减少量. 弹簧的弹力做功是变力做功, 一般可以用以下方法:

- (1) 因该变力为线性变化, 可以先求平均力, 再用功的定义进行计算;
- (2) 利用  $F-x$  图线所包围的面积大小求解;
- (3) 根据动能定理、能量转化和守恒定律求解.

由于弹性势能仅与弹性形变量有关, 弹性势能的公式高考中不作定量要求, 因此, 在求弹力做功或弹性势能的改变时, 一般从能量的转化与守恒的角度来求解. 特别是涉及两个物理过程中的弹簧形变量相等

时, 往往弹性势能的改变可以抵消或替代求解.

【例 10】如图 3-7-14 所示, 质量为  $m_1$  的物体 A 经一轻质弹簧与下方地面上的质量为  $m_2$  的物体 B 相连, 弹簧的劲度系数为  $k$ , 物体 A、B 都处于静止状态. 一不可伸长的轻绳一端绕过轻滑轮连接物体 A, 另一端连接一轻挂钩. 开始时各段绳都处于伸直状态, 物体 A 上方的一段绳沿竖直方向. 现给挂钩挂一质量为  $m_2$  的物体 C 并从静止释放, 已知它恰好能使物体 B 离开地面但不继续上升. 若将物体 C 换成另一质量为  $(m_1 + m_2)$  的物体 D, 仍从上述初始位置由静止释放, 则这次物体 B 刚离地时物体 D 的速度大小是多少? 已知重力加速度为  $g$

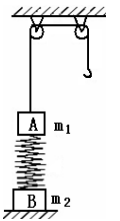


图 3-7-14

【解析】开始时物体 A、B 静止, 设弹簧压缩量为  $x_1$ , 则有:  $kx_1 = m_1g$ , 悬挂物体 C 并释放后, 物体 C 向下、物体 A 向上运动, 设物体 B 刚要离地时弹簧伸长量为  $x_2$ , 有  $kx_2 = m_2g$ , B 不再上升表明此时物体 A、C 的速度均为零, 物体 C 已下降到其最低点, 与初状态相比, 由机械能守恒得弹簧弹性势能的增加量为:  $\Delta E = m_2g(x_1 + x_2) - m_1g(x_1 + x_2)$ . 物体 C 换成物体 D 后, 物体 B 离地时弹簧势能的增量与前一次相同, 由能量关系得:  $\frac{1}{2}(m_2 + m_1)v^2 + \frac{1}{2}m_1v^2 = (m_2 + m_1)g(x_1 + x_2) - m_1g(x_1 + x_2) - \Delta E$  联立上式解得题中所求速度为:

$$v = \sqrt{\frac{2m_1(m_1 + m_2)g^2}{(2m_1 + m_2)k}}$$

### 九、弹簧弹力的双向性

弹簧可以伸长也可以被压缩, 因此弹簧的弹力具有双向性, 亦即弹力既可能是推力又可能是拉力, 这类问题往往是一题多解.

【例 11】如图 3-7-15 所示, 质量为  $m$  的质点与三根相同的轻弹簧相连, 静止时相邻两弹簧间的夹角均为  $120^\circ$ , 已知弹簧 a、b 对质点的作用力均为  $F$ , 则弹簧 c 对质点作用力的大小可能为 ( )

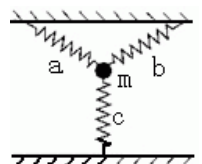


图 3-7-15

- A、0            B、 $F + mg$   
C、 $F - mg$     D、 $mg - F$

【解析】由于两弹簧间的夹角均为  $120^\circ$ , 弹簧 a、b 对质点作用力的合力仍为  $F$ , 弹簧 a、b 对质点有可能是拉力, 也有可能是推力, 因  $F$  与  $mg$  的大小关系不确定, 故上述四个选项均有可能. 正确答案: ABCD

【答案】 ABCD

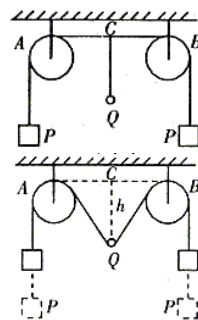
### 十一、弹簧串、并联组合

弹簧串联或并联后劲度系数会发生变化，弹簧组合的劲度系数可以用公式计算，高中物理不求用公式定量分析，但弹簧串并联的特点要掌握：**弹簧串联时，每根弹簧的弹力相等；原长相同的弹簧并联时，每根弹簧的形变量相等。**

【例 12】如图 3-7-17 所示，两个劲度系数分别为  $k_1$ 、 $k_2$  的轻弹簧竖直悬挂，下端用光滑细绳连接，并有一光滑的轻滑轮放在细线上；滑轮下端挂一重为  $G$  的物体后滑轮下降，求滑轮静止后重物下降的距离。

【解析】两弹簧从形式上看似乎是并联，但因每根弹簧的弹力相等，故两弹簧实为串联；两弹簧的弹力均  $\frac{G}{2}$ ，可得两弹簧的伸长量分别为  $x_1 = \frac{G}{2k_1}$ ， $x_2 = \frac{G}{2k_2}$ ，两弹簧伸长量之和

和  $x = x_1 + x_2$ ，故重物下降的高度为： $h = \frac{x}{2} = \frac{G(k_1 + k_2)}{4k_1k_2}$



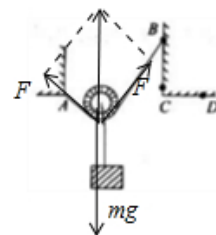
## 滑轮模型

### 一、“滑轮”挂件模型中的平衡问题

例 1. 如图 1 所示，将一根不可伸长、柔软的轻绳左、右两端分别系于 A、B 两点上，一物体用动滑轮悬挂在轻绳上，达到平衡时，两段绳子间的夹角为  $\theta_1$ ，绳子张力为  $F_1$ ；将绳子右端移到 C 点，待系统达到平衡时，两段绳子间的夹角为  $\theta_2$ ，绳子张力为  $F_2$ ；将绳子右端再由 C 点移到 D 点，待系统达到平衡时，两段绳子间的夹角为  $\theta_3$ ，绳子张力为  $F_3$ ，不计摩擦，并且 BC 为竖直线，则（ ）

A.  $\theta_1 = \theta_2 < \theta_3$  B.  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$  C.  $F_1 > F_2 > F_3$  D.  $F_1 = F_2 > F_3$

解析：由于跨过滑轮上绳上各点的张力相同，而它们的合力与重力为一对平衡力，所以从 B 点移到 C 点的过程中，通过滑轮的移动， $\theta_1 = \theta_2$ ， $F_1 = F_2$ ，再从 C 点移到 D 点， $\theta_3$  肯定大于  $\theta_2$ ，由于竖直方向上必须有  $2F \cos \frac{\theta}{2} = mg$ ，所以  $F_3 > F_2$ 。故只有 A 选项正确。

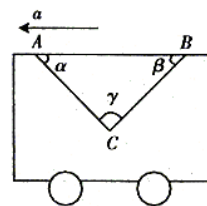


### 二、“滑轮”挂件模型中的变速问题

例 2. 如图 2 所示在车厢中有一条光滑的带子（质量不计），带子中放上一个圆柱体，车子静止时带子两边的夹角  $\angle ACB = 90^\circ$ ，若车厢以加速度  $a = 7.5 \text{ m/s}^2$  向左作匀加速运动，则带子的两边与车厢顶面夹角分别为多少？

解析：设车静止时 AC 长为  $l$ ，当小车以  $a = 7.5 \text{ m/s}^2$  向左作匀加速运动时，由于 AC、BC 之间的类似于“滑轮”，故受到的拉力相等，设为  $F_T$ ，圆柱体所受到的合力为  $ma$ ，在向左作匀加速，运动中 AC 长为  $l + \Delta l$ ，BC 长为  $l - \Delta l$ ，由几何关系得  $\frac{\sin \alpha}{l - \Delta l} = \frac{\sin \beta}{l + \Delta l} = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}l}$ ，由牛顿运动定律建立方程：

$F_T \cos \alpha - F_T \cos \beta = ma$ ， $F_T \sin \alpha + F_T \sin \beta = mg$ ，代入数据求得  $\alpha = 19^\circ$ ， $\beta = 93^\circ$



### 三、“滑轮”挂件模型中的功能问题

例 3. 如图 3 所示，细绳绕过两个定滑轮 A 和 B，在两端各挂一个重为  $P$  的物体，现在 A、B 的中点 C 处挂一个重为  $Q$  的小球， $Q < 2P$ ，求小球可能下降的最大距离  $h$ 。已知 AB 的长为  $2L$ ，不计滑轮和绳之间的摩擦力及绳的质量。

解析：选小球  $Q$  和两重物  $P$  构成的整体为研究对象，该整体的速率从零开始逐渐增为最大，紧接着

从最大又逐渐减小为零（此时小球下降的距离最大为  $h$ ），在整个过程中，只有重力做功机械能守恒。因重为  $Q$  的小球可能下降的最大距离为  $h$ ，所以重为  $P$  的两物体分别上升的最大距离均为  $\sqrt{h^2 + L^2} - L$ 。

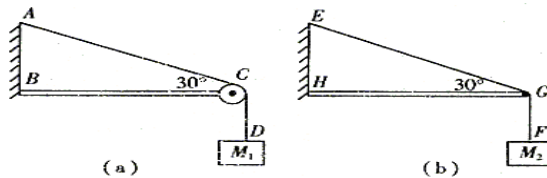
考虑到整体初、末位置的速率均为零，故根据机械能守恒定律知，重为  $Q$  的小球重力势能的减少量等于重为  $P$  的两个物体重力势能的增加量，即  $Qh = 2P(\sqrt{h^2 + L^2} - L)$ 。从而解得  $h = \frac{4PLQ}{4P^2 - Q^2}$

### 【模型要点】

“滑轮”模型的特点为滑轮两侧的受力大小相等，在处理功能问题时若力发生变化，通常优先考虑能量守恒规律。

注意“死杆”和“活杆”问题。

如：如图（a）轻绳 AD 跨过固定在水平横梁 BC 右端的定滑轮挂住一个质量为  $M_1$  的物体。 $\angle ACB = 30^\circ$ ；图（b）中轻杆 HG 一端用铰链固定在竖直墙上，另一端 G 通过细绳 EG 拉住，EG 与水平方向也成  $30^\circ$ ，轻杆的 G 点用细绳 GF 拉住一个质量为  $M_2$  的物体，求细绳 AC 段的张力  $F_{TAC}$  与细绳 EG 的张力  $F_{TEG}$  之比？



解析：图（a）中绳 AC 段的拉力  $F_{TAC} = M_1g$  图（b）中由于  $F_{TEG} \sin 30^\circ = M_2g$ ，解得： $\frac{F_{TAC}}{F_{TEG}} = \frac{M_1}{2M_2}$

### 【模型演练】

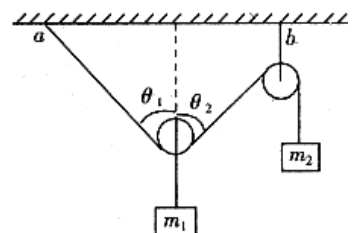
1. 在图 6 所示的装置中，绳子与滑轮的质量不计，摩擦不计，悬点 a 与 b 之间的距离远大于两轮的直径，两个物体的质量分别为  $m_1$  和  $m_2$ ，若装置处于静止状态，则下列说法错误的是（ ）

- A.  $m_2$  可以大于  $m_1$  B.  $m_2$  必定大于  $\frac{m_1}{2}$
- C.  $m_2$  必定等于  $m_1$
- D.  $\theta_1$  与  $\theta_2$  必定相等

答案：C

2. （上海徐汇区诊断）如图 7 所示，质量分别为  $M$  和  $m$  ( $M > m$ ) 的小物体用轻绳连接；跨放在半径为  $R$  的光滑半圆柱体和光滑定滑轮 B 上， $m$  位于半圆柱体底端 C 点，半圆柱体顶端 A 点与滑轮 B 的连线水平。整个系统从静止开始运动。设  $m$  能到达圆柱体的顶端，试求：

- (1)  $m$  到达圆柱体的顶端 A 点时， $m$  和  $M$  的速度。
- (2)  $m$  到达 A 点时，对圆柱体的压力。



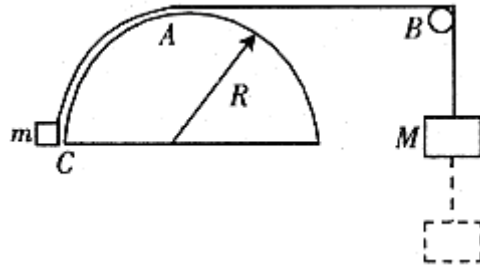


图 7

答案: (1)  $Mg \frac{1}{2} \pi R - mgR = \frac{1}{2} (M + m)v^2$

$$v = \sqrt{\frac{Mg\pi R - 2mgR}{M + m}}$$

(2)  $\frac{mv^2}{R} = mg - F_N$

$$F_N = mg - \frac{Mmg\pi - 2m^2g}{M + m}$$

**CLA 初高中物理交流群 530576608 版权所有**