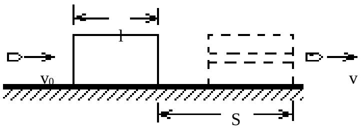
一 滑块、子弹打木块模型之一

子弹打木块模型：包括一物块在木板上滑动等。$\mu NS_{相}=\Delta E_{k系统}=Q$，Q 为摩擦在系统中产生的热量。②小球在置于光滑水平面上的竖直平面内弧形光滑轨道上滑动 ：包括小车上悬一单摆单摆的摆动过程等。小球上升到最高点时系统有共同速度(或有共同的水平速度)；系统内弹力做功时，不将机械能转化为其它形式的能，因此过程中系统机械能守恒。

例题：质量为 M、长为 l 的木块静止在光滑水平面上，现有一质量为 m 的子弹以水平初速 v_0 射入木块，穿出时子弹速度为 v，求子弹与木块作用过程中系统损失的机械能。

解：如图，设子弹穿过木块时所受阻力为 f，突出时木块速度为 V，位移为 S，则子弹位移为(S+l)。水平方向不受外力，由动量守恒定律得：$mv_0=mv+MV$ ①



由动能定理，对子弹 $-f(s+l)=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$ ②

对木块 $fs=\frac{1}{2}MV^2-0$ ③

由①式得 $v=\frac{m}{M}(v_0-v)$ 代入③式有 $fs=\frac{1}{2}M\bullet\frac{m^2}{M^2}(v_0-v)^2$ ④

②+④得 $fl=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}MV^2=\frac{1}{2}mv_0^2-\{\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}M[\frac{m}{M}(v_0-v)]^2\}$

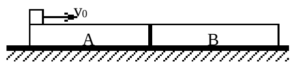
由能量守恒知，系统减少的机械能等于子弹与木块摩擦而产生的内能。即 $Q=fl$，l 为子弹现木块的相对位移。

结论：系统损失的机械能等于因摩擦而产生的内能，且等于摩擦力与两物体相对位移的乘积。即

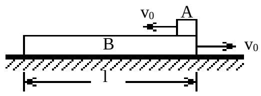
$Q=\Delta E_{系统}=\mu NS_{相}$

其分量式为：$Q=f_1S_{相1}+f_2S_{相2}+\cdots\cdots+f_nS_{相n}=\Delta E_{系统}$

1．在光滑水平面上并排放两个相同的木板，长度均为 L=1.00m，一质量与木板相同的金属块，以 v_0=2.00m/s 的初速度向右滑上木板 A，金属块与木板间动摩擦因数为 μ=0.1，g 取 10m/s²。求两木板的最后速度。



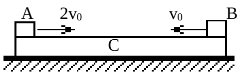
2．如图示，一质量为 M 长为 l 的长方形木块 B 放在光滑水平面上，在其右端放一质量为 m 的小木块 A，m＜M，现以地面为参照物，给 A 和 B 以大小相等、方向相反的初速度(如图)，使 A 开始向左运动，B 开始向右运动，但最后 A 刚好没有滑离 B 板。以地面为参照系。



⑴若已知 A 和 B 的初速度大小为 v_0，求它们最后速度的大小和方向；

⑵若初速度的大小未知，求小木块 A 向左运动到最远处(从地面上看)到出发点的距离。

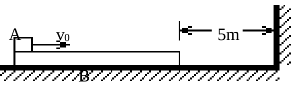
3．一平直木板 C 静止在光滑水平面上，今有两小物块 A 和 B 分别以 $2v_0$ 和 v_0 的初速度沿同一直线从长木板 C 两端相向水平地滑上长木板。如图示。设物块 A、B 与长木板 C 间的动摩擦因数为 μ，A、B、C 三者质量相等。



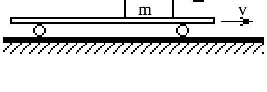
⑴若 A、B 两物块不发生碰撞，则由开始滑上 C 到 A、B 都静止在 C 上为止，B 通过的总路程多大？经历的时间多长？

⑵为使 A、B 两物块不发生碰撞，长木板 C 至少多长？

4．在光滑水平面上静止放置一长木板 B，B 的质量为 M=2 kg同，B 右端距竖直墙 5m，现有一小物块 A，质量为 m=1 kg，以 v_0=6m/s 的速度从 B 左端水平地滑上 B。如图所示。A、B 间动摩擦因数为 μ=0.4，B 与墙壁碰撞时间极短，且碰撞时无能量损失。取 g=10m/s²。求：要使物块 A 最终不脱离 B 木板，木板 B 的最短长度是多少？



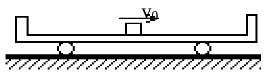
5．如图所示，在光滑水平面上有一辆质量为 M=4.00 kg的平板小车，车上放一质量为 m=1.96 kg的木块，木块到平板小车左端的距离 L=1.5m，车与木块一起以 v=0.4m/s 的速度向右行驶，一颗质量为 m_0=0.04 kg的子弹以速度 v_0 从右方射入木块并留在木块内，已知子弹与木块作用时间很短，木块与小车平板间动摩擦因数 μ=0.2，取 g=10m/s²。问：若要让木块不从小车上滑出，子弹初速度应满足什么条件？



6．一质量为 m、两端有挡板的小车静止在光滑水平面上，两挡板间距离为 1.1m，在小车正中放一质量为 m、

长度为 0.1m 的物块，物块与小车间动摩擦因数μ=0.15。如图示。现给物块一个水平向右的瞬时冲量，使物块获得 v_0 =6m/s 的水平初速度。物块与挡板碰撞时间极短且无能量损失。求：

⑴小车获得的最终速度；



⑵物块相对小车滑行的路程；

⑶物块与两挡板最多碰撞了多少次；

⑷物块最终停在小车上的位置。

7．一木块置于光滑水平地面上，一子弹以初速 v_0 射入静止的木块，子弹的质量为 m，打入木块的深度为 d，木块向前移动 S 后以速度 v 与子弹一起匀速运动，此过程中转化为内能的能量为

A．$\frac{1}{2}m(v_0^2-v_0v)$　　B. $mv_0(v_0-v)$　　C. $\frac{m(v_0-v)vd}{2s}$　　D. $\frac{m(v_0-v)}{S}vd$

参考答案

1．金属块在板上滑动过程中，统动量守恒。金属块最终停在什么位置要进行判断。假设金属块最终停在 A 上。三者有相同速度 v，相对位移为 x，则有 $\begin{cases}mv_0=3mv\\ \mu mgx=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}\cdot 3mv^2\end{cases}$　解得：$x=\frac{4}{3}m\succ L$，因此假定不合理，金属块一定会滑上 B。

设 x 为金属块相对 B 的位移，v_1、v_2 表示 A、B 最后的速度，v_0' 为金属块离开 A 滑上 B 瞬间的速度。

有：在 A 上　$\begin{cases}mv_0=mv_0'+2mv_1\\ \mu mgL=\frac{1}{2}mv_0^1-\frac{1}{2}mv_0'^2-\frac{1}{2}\cdot 2mv_1^2\end{cases}$　全过程　$\begin{cases}mv_0=mv_1+2mv_2\\ \mu mg(L+x)=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}\cdot 2mv_2^2\end{cases}$

联立解得：$\begin{cases}v_1=1m/s\text{或}\frac{1}{3}m/s\\ v_0'=0(\text{舍})\text{或}v_0'=\frac{4}{3}m/s\\ v_2=\frac{1}{2}m/s\text{或}\frac{5}{6}m/s\end{cases}$　∴ $\begin{cases}v_1=\frac{1}{3}m/s\\ v_2=\frac{5}{6}m/s\\ x=0.25m\end{cases}$

*解中，整个物理过程可分为金属块分别在 A、B 上滑动两个子过程，对应的子系统为整体和金属块与 B。可分开列式，也可采用子过程→全过程列式，实际上是整体→部分隔离法的一种变化。

2．⑴A 恰未滑离 B 板，则 A 达 B 最左端时具有相同速度 v，有 $Mv_0-mv_0=(M+m)v$　∴ $v=\frac{M-m}{M+m}v_0$

M＞m, ∴ v＞0,即与 B 板原速同向。

⑵A 的速度减为零时，离出发点最远，设 A 的初速为 v_0，A、B 摩擦力为 f，向左运动对地最远位移为 S，则

$fS=\frac{1}{2}mv_0^2-0$　而 v_0 最大应满足 $Mv_0-mv_0=(M+m)v$　$fl=\frac{1}{2}(M+m)v_0^2-\frac{1}{2}(M+m)v^2$

解得：$s=\dfrac{M+m}{4M}l$

3．⑴由 A、B、C 受力情况知，当 B 从 v_0 减速到零的过程中，C 受力平衡而保持不动，此子过程中 B 的位移 S_1 和运动时间 t_1 分别为：$S_1=\dfrac{v_0^2}{2\mu g},t_1=\dfrac{v_0}{\mu g}$ 。然后 B、C 以 μg 的加速度一起做加速运动。A 继续减速，直到它们达到相同速度 v。对全过程：$m_A\cdot 2v_0-m_Bv_0=(m_A+m_B+m_C)v$ ∴ $v=v_0/3$

B、C 的加速度 $a=\dfrac{\mu m_A g}{m_B+m_C}=\dfrac{1}{2}\mu g$ ，此子过程 B 的位移 $S_2=\dfrac{v^2}{2g}=\dfrac{v_0^2}{9\mu g}$ 运动时间 $t_2=\dfrac{2v}{\mu g}=\dfrac{2v_0}{3\mu g}$

∴ 总路程 $S=S_1+S_2=\dfrac{11v_0^2}{18\mu g}$，总时间 $t=t_1+t_2=\dfrac{5v_0}{3\mu g}$

⑵A、B 不发生碰撞时长为 L，A、B 在 C 上相对 C 的位移分别为 L_A、LB，则 $L=L_A+L_B$

$\mu m_A gL_A+\mu m_B gL_B=\dfrac{1}{2}m_A(2v_0)^2+\dfrac{1}{2}m_Bv_0^2-\dfrac{1}{2}(m_A+m_B+m_C)v^2$ 解得：$L=\dfrac{7v_0^2}{3\mu g}$

*对多过程复杂问题，优先考虑钱过程方程，特别是 $\Delta P=0$ 和 $Q=fS_{相}=\Delta E_{系统}$。全过程方程更简单。

4.A 滑上 B 后到 B 与墙碰撞前，系统动量守恒，碰前是否有相同速度 v 需作以下判断：$mv_0=(M+m)v$，①$v=2m/s$

此时 B 对地位移为 S_1，则对 B：$\mu mgS_1=\dfrac{1}{2}Mv^2$ ②S=1m＜5m，故在 B 与墙相撞前与 A 已达到相同速度 v，设此时 A 在 B 上滑行 L_1 距离，则 $\mu mgL_1=\dfrac{1}{2}mv_0^2-\dfrac{1}{2}(M+m)v^2$ ③ $L_1=3m$

【以上为第一子过程】此后 A、B 以 v 匀速向右，直到 B 与墙相碰(此子过程不用讨论)，相碰后，B 的速度大小不变，方向变为反向，A 速度不变(此子过程由于碰撞时间极短且无能量损失，不用计算)，即 B 以 v 向左、A 以 v 向右运动，当 A、B 再次达到相同速度 v′ 时：$Mv-mv=(M+m)v'$ ④ $v'=2/3$ m/s 向左，即 B 不会再与墙相碰，A、B 以 v′ 向左匀速运动。设此过程(子过程 4)A 相对 B 移动 L_2，则

$\mu mgL_2=\dfrac{1}{2}(M+m)v^2-\dfrac{1}{2}(M+m)v'^2$ ⑤ L_2=1、33m $L=L_1+L_2$=4.33m 为木板的最小长度。

*③+⑤得 $\mu mgL=\dfrac{1}{2}mv_0^2-\dfrac{1}{2}(M+m)v'^2$ 实际上是全过程方程。与此类问题相对应的是：当 P_A 始终大于 P_B 时，系统最终停在墙角，末动能为零。

5．子弹射入木块时，可认为木块未动。子弹与木块构成一个子系统，当此系统获共同速度 v_1 时，小车速度不变，有 $m_0v_0-mv=(m_0+m)v_1$ ① 此后木块(含子弹)以 v_1 向左滑，不滑出小车的条件是：到达小车左端与小车有共同速度 v_2，则 $(m_0+m)v_1-Mv=(m_0+m+M)v_2$ ②

$\mu(m_0+m)gL=\dfrac{1}{2}(m_0+m)v_1^2+\dfrac{1}{2}Mv^2-\dfrac{1}{2}(m_0+m+M)v_2^2$ ③

联立化简得：$v_0^2+0.8v_0-22500=0$ 解得 $v_0=149.6m/s$ 为最大值，∴$v_0\leqslant 149.6m/s$

6. ⑴当物块相对小车静止时，它们以共同速度 v 做匀速运动，相互作用结束，v 即为小车最终速度

$mv_0=2mv$ $v=v_0/2=3m/s$

⑵ $\mu mgS = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}\cdot 2mv^2$ S=6m ⑶ $n = \frac{S-0.5}{l-d} + 1 = 6.5 = 6$次

⑷物块最终仍停在小车正中。

*此解充分显示了全过程法的妙用。

7．AC A：$\begin{cases} mv_0 = (M+m)v \\ Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)v^2 \end{cases}$ C：$\begin{cases} fS = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}(\frac{mv_0}{v} - m)v^2 \\ Q = f\cdot d \end{cases}$

二 弹簧类模型中的最值问题

在高考复习中，常常遇到有关“弹簧类”问题，由于弹簧总是与其他物体直接或间接地联系在一起，弹簧与其“关联物”之间总存在着力、运动状态、动量、能量方面的联系，因此学生普遍感到困难，本文就此类问题作一归类分析。

一、最大、最小拉力问题

例 1. 一个劲度系数为 k＝600N/m 的轻弹簧，两端分别连接着质量均为 m＝15kg 的物体 A、B，将它们竖直静止地放在水平地面上，如图 1 所示，现加一竖直向上的外力 F 在物体 A 上，使物体 A 开始向上做匀加速运动，经 0.5s，B 物体刚离开地面（设整个加速过程弹簧都处于弹性限度内，且 g＝10m/s^2）。求此过程中所加外力的最大和最小值。

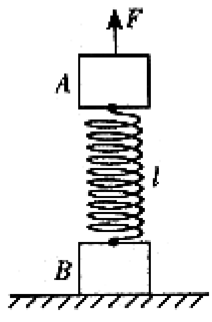


图 1

解析：开始时弹簧弹力恰等于 A 的重力，弹簧压缩量 $\Delta l = \frac{mg}{k} = 0.25m$，0.5s 末 B 物体刚要离开地面，此时弹簧弹力恰等于 B 的重力，$\Delta l' = \Delta l = 0.25m$，故对 A 物体有 $2\Delta l = \frac{1}{2}at^2$，代入数据得 $a = 4m/s^2$。

刚开始时 F 为最小且 $F_{\min}=ma=15\times4N=60N$，B 物体刚要离开地面时，F 为最大且有

$F_{\max}-mg-mg=ma$，解得 $F_{\max}=2mg+ma=360N$。

二、最大高度问题

例 2. 如图 2 所示，质量为 m 的钢板与直立弹簧的上端连接，弹簧下端固定在地面上，平衡时弹簧的压缩量为 x_0。一物体从钢板正上方距离为 $3x_0$ 的 A 处自由下落打在钢板上，并立即与钢板一起向下运动，但不粘连，它们到达最低点后又向上运动，已知物块质量也为 m 时，它们恰能回到 O 点，若物体质量为 2m 仍从 A 处自由下落，则物块与钢板回到 O 点时还有向上的速度，求物块向上运动到达的最高点与 O 点的距离。

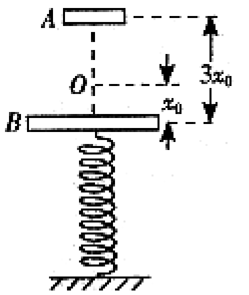


图 2

解析：物块碰撞钢板前作自由落体运动，设 v_0 表示物块与钢板碰撞时的速度，则：$v_0=\sqrt{6gx_0}$ ①

物块与钢板碰撞后一起以 v_1 速度向下运动，因碰撞时间极短，碰撞时遵循动量守恒，即：$mv_0=2mv_1$ ②

刚碰完时弹簧的弹性势能为 E_p，当它们一起回到 O 点时，弹簧无形变，弹性势能为 0，根据机械能守恒有：$E_p+\frac{1}{2}(2m)v_1^2=2mgx_0$ ③

设 v_2 表示质量为 2m 的物块与钢板碰撞后开始向下运动的速度，由动量守恒有：$2mv_0=3mv_2$ ④

碰撞后，当它们回到 O 点时具有一定速度 v，由机械能守恒定律得：

$$E_p+\frac{1}{2}(3m)v_2^2=3mgx_0+\frac{1}{2}(3m)v^2 \quad ⑤$$

当质量为 2m 的物块与钢板一起回到 O 点时两者分离，分离后，物块以 v 竖直上升，其上升的最大高度：

$$h=\frac{v^2}{2g} \quad ⑥$$

解①~⑥式可得$h=\frac{x_0}{2}$。

三、最大速度、最小速度问题 例 3. 如图 3 所示，一个劲度系数为 k 的轻弹簧竖直立于水平地面上，下端固定于地面，上端与一质量为 m 的平板 B 相连而处于静止状态。今有另一质量为 m 的物块 A 从 B 的正上方 h 高处自由下落，与 B 发生碰撞而粘在一起，已知它们共同向下运动到速度最大时，系统增加的弹性势能与动能相等，求系统的这一最大速度 v。

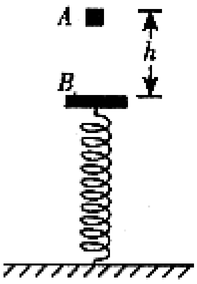


图 3

解析：A 下落到与 B 碰前的速度 v_1 为：

$v_1=\sqrt{2gh}$ ①

A、B 碰后的共同速度 v_2 为：$mv_1=(m+m)v_2$ ②

B 静止在弹簧上时，弹簧的压缩量为 x_0，且：

$mg=kx_0$ ③

A、B 一起向下运动到最大速度 v 时的位移为 x，此时 A、B 的加速度为 0，即有：$2mg=k(x+x_0)$ ④

由机械能守恒得：

$2mgx+\frac{1}{2}(2m)v_2^2=\frac{1}{2}(2m)v^2+\Delta E_p$ ⑤

$\Delta E_p=\frac{1}{2}(2m)v^2$ ⑥

解①~⑥得：$v=\sqrt{\frac{mg^2}{k}+\frac{1}{4}gh}$

例 4. 在光滑水平面内，有 A、B 两个质量相等的木块，$m_A=m_B=2kg$，中间用轻质弹簧相连。现对 B 施一水平恒力 F，如图 4 所示，经过一段时间，A、B 的速度等于 5m/s 时恰好一起做匀加速直线运动，此过程恒力做功为 100J，当 A、B 恰好一起做匀加速运动时撤除恒力，在以后的运动过程中求木块 A 的最小速度。

图 4

解析：当撤除恒力 F 后，A 做加速度越来越小的加速运动，弹簧等于原长时，加速度等于零，A 的速度最大，此后弹簧压缩到最大，当弹簧再次回复原长时速度最小，根据动量守恒得：$2mv = mv_A + mv_B$ ①

根据机械能守恒得：$100 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$ ②

由以上两式解得木块 A 的最小速度 v＝0。

四、最大转速和最小转速问题

例 5. 有一水平放置的圆盘，上面放一个劲度系数为 k 的轻弹簧，其一端固定于轴 O 上，另一端系着质量为 m 的物体 A，物体 A 与盘面间最大静摩擦力为 F_{fm}，弹簧原长为 L，现将弹簧伸长 ΔL 后置于旋转的桌面上，如图 5 所示，问：要使物体相对于桌面静止，圆盘转速 n 的最大值和最小值各是多少？

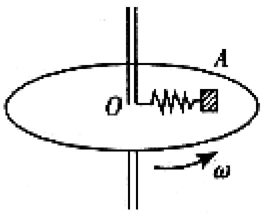


图 5

解析：当转速 n 较大时，静摩擦力与弹簧弹力同向，即：

$$k\Delta L + F_{fm} = m(2\pi n_1)^2(L + \Delta L) \quad ①$$

$$n_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k\Delta L + F_{fm}}{m(L + \Delta L)}}$$

当转速 n 较小时，静摩擦力与弹簧弹力反向，即：

$$k\Delta L - F_{fm} = m(2\pi n_2)^2(L + \Delta L) \quad ②$$

$$n_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k\Delta L - F_{fm}}{m(L + \Delta L)}}$$

所以圆盘转速 n 的最大值和最小值分别为：

$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k\Delta L + F_{fm}}{m(L + \Delta L)}}$ 和 $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k\Delta L - F_{fm}}{m(L + \Delta L)}}$。

五、最大加速度问题

例 6. 两木块 A、B 质量分别为 m、M，用劲度系数为 k 的轻质弹簧连在一起，放在水平地面上，如图 6 所示，用外力将木块 A 压下一段距离静止，释放后 A 做简谐运动，在 A 振动过程中，木块 B 刚好始终未离开地面，求木块 A 的最大加速度。

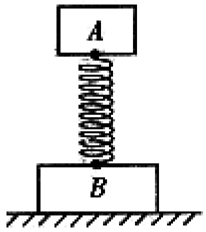


图 6

解析：撤去外力后，A 以未加外力时的位置为平衡位置作简谐运动，当 A 运动到平衡位置上方最大位移处时，B 恰好对地面压力为零，此时 A 的加速度最大，设为 a_m。

对 A：由牛顿第二定律有 $k(x-x_0)+mg=ma_m$

对 B：$k(x-x_0)=Mg$

所以 $a_m=\dfrac{(M+m)g}{m}$，方向向下。

六、最大振幅

例 7. 如图 7 所示，小车质量为 M，木块质量为 m，它们之间静摩擦力最大值为 F_f，轻质弹簧劲度系数为 k，振动系统沿水平地面做简谐运动，设木块与小车间未发生相对滑动，小车振幅的最大值是多少？

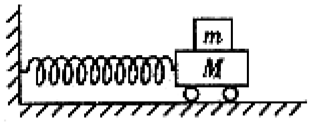


图 7

解析：在最大位移处，M 和 m 相对静止，它们具有相同的加速度，所以对整体有：$kA=(M+m)a$ ①

对 m 有： $F_f=ma$ ②

所以由①②解得：$A=\dfrac{F_f(M+m)}{km}$。

七、最大势能问题

例 8. 如图 8 所示，质量为 2m 的木板，静止放在光滑的水平面上，木板左侧固定着一根劲度系数为 k 的轻质弹簧，弹簧的自由端到小车右端的距离为 L_0，一个质量为 m 的小木块从板的右端以初速度 v_0 开始沿木

块向左滑行，最终回到木板右端，刚好不从木板右端滑出，设木板与木块间的动摩擦因数为μ，求在木块压缩弹簧过程中（一直在弹性限度内）弹簧所具有的最大弹性势能。

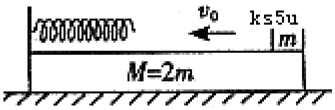


图 8

解：弹簧被压缩至最短时，具有最大弹性势能E_{pm}，设 m 在 M 上运动时，摩擦力做的总功产生内能为 2E，从初状态到弹簧具有最大弹性势能及从初状态到末状态，系统均满足动量守恒定律，即：

$$mv_0=(m+2m)v \quad ①$$

由初状态到弹簧具有最大弹性势能，系统满足能量守恒：

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}(3m)v^2+E_{pm}+E \quad ②$$

由初状态到末状态，系统也满足能量守恒且有：

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}(3m)v^2+2E \quad ③$$

由①②③求得：$E_{pm}=\frac{1}{6}mv_0^2$

从以上各例可以看出，尽管弹簧类问题综合性很强，物理情景复杂，物理过程较多，但只要我们仔细分析物理过程，找出每一现象所对应的物理规律，正确判断各物理量之间的关系，此类问题一定会迎刃而解。

三 弹簧类问题难点探究思考

在中学阶段，凡涉及的弹簧都不考虑其质量，称之为"轻弹簧"，这是一种常见的理想化物理模型

弹簧类问题多为综合性问题，涉及的知识面广，要求的能力较高，是高考的难点之一.

●难点提出

1.（99 年全国）如图 2-1 所示，两木块的质量分别为 m_1 和 m_2，两轻质弹簧的劲度系数分别为 k_1 和 k_2，上面木块压在上面的弹簧上（但不拴接），整个系统处于平衡状态.现缓慢向上提上面的木块，直到它刚离开上面弹簧.在这过程中下面木块移动的距离为

A. $\frac{m_1g}{k_1}$　　B. $\frac{m_2g}{k_1}$　　C. $\frac{m_1g}{k_2}$　　D. $\frac{m_2g}{k_2}$

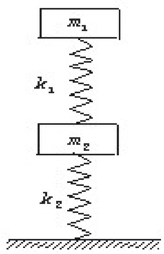


图 2—1

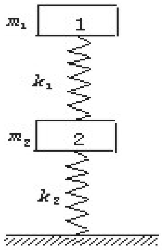


图 2—2

2.如图 2-2 所示，劲度系数为 k_1 的轻质弹簧两端分别与质量为 m_1、m_2 的物块 1、2 拴接，劲度系数为 k_2 的轻质弹簧上端与物块 2 拴接，下端压在桌面上（不拴接），整个系统处于平衡状态.现施力将物块 1 缓慢地竖直上提，直到下面那个弹簧的下端刚脱离桌面.在此过程中，物块 2 的重力势能增加了______，物块 1 的重力势能增加了________.

3.质量为 m 的钢板与直立轻弹簧的上端连接，弹簧下端固定在地上.平衡时弹簧的压缩量为 x_0，如图 2-3 所示.一物块从钢板正上方距离为 $3x_0$ 的 A 处自由落下，打在钢板上并立刻与钢板一起向下运动，但不粘连.它们到达最低点后又向上运动.已知物块质量为 m 时，它们恰能回到 O 点.若物块质量为 $2m$，仍从 A 处自由落下，则物块与钢板回到 O 点时，还具有向上的速度.求物块向上运动到达的最高点与 O 点的距离.

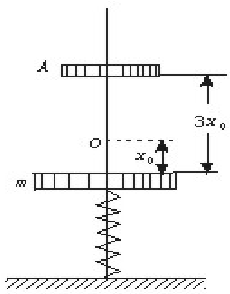


图 2-3

●案例探究

［例 1］如图 2-4，轻弹簧和一根细线共同拉住一质量为 m 的物体，平衡时细线水平，弹簧与竖直夹角为 θ，若突然剪断细线，刚刚剪断细线的瞬间，物体的加速度多大?

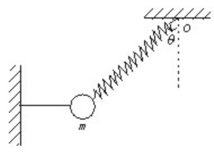


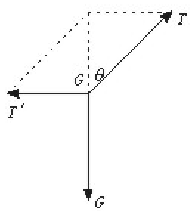
图 2-4

命题意图：考查理解能力及推理判断能力.B 级要求.

错解分析：对弹簧模型与绳模型瞬态变化的特征不能加以区分，误认为"弹簧弹力在细线剪断的瞬间发生突变"从而导致错解.

解题方法与技巧：

弹簧剪断前分析受力如图 2-5，由几何关系可知：



弹簧的弹力 $T=mg/\cos\theta$

细线的弹力 $T'=mg\tan\theta$

细线剪断后由于弹簧的弹力及重力均不变，故物体的合力水平向右，与 T' 等大而反向，$\sum F=mg\tan\theta$，故物体的加速度 $a=g\tan\theta$，水平向右.

［例 2］A、B 两木块叠放在竖直轻弹簧上，如图 2-6 所示，已知木块 A、B 质量

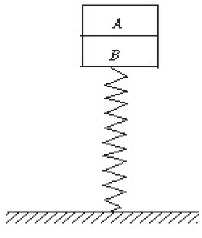


图 2-6

分别为 0.42 kg 和 0.40 kg，弹簧的劲度系数 k=100 N/m ，若在木块 A 上作用一个竖直向上的力 F，使 A 由静止开始以 0.5 m/s^2 的加速度竖直向上做匀加速运动（g=10 m/s^2）.

（1）使木块 A 竖直做匀加速运动的过程中，力 F 的最大值；

（2）若木块由静止开始做匀加速运动，直到 A、B 分离的过

程中，弹簧的弹性势能减少了 0.248 J，求这一过程 F 对木块做的功.

命题意图：考查对物理过程、状态的综合分析能力.B 级要求.

错解分析：此题难点和失分点在于能否通过对此物理过程的分析后，确定两物体分离的临界点，即当弹簧作用下的两物体加速度、速度相同且相互作用的弹力 N =0 时 ,恰好分离.

解题方法与技巧:

当 F=0（即不加竖直向上 F 力时），设 A、B 叠放在弹簧上处于平衡时弹簧的压缩量为 x，有

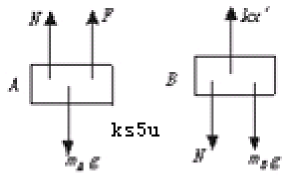


图 2-7

kx=（m_A+m_B）g

x=（m_A+m_B）g/k ①

对 A 施加 F 力，分析 A、B 受力如图 2-7

对 A　$F+N-m_Ag=m_Aa$ ②

对 B　$kx'-N-m_Bg=m_Ba'$ ③

可知，当 $N\neq0$ 时，AB 有共同加速度 $a=a'$，由②式知欲使 A 匀加速运动，随 N 减小 F 增大.当 N=0 时，F 取得了最大值 F_m,

即 $F_m=m_A(g+a)$=4.41 N

又当 N=0 时，A、B 开始分离，由③式知，

此时，弹簧压缩量 $kx'=m_B(a+g)$

$x'=m_B(a+g)/k$ ④

AB 共同速度 $v^2=2a(x-x')$ ⑤

由题知，此过程弹性势能减少了 $W_P=E_P$=0.248 J

设 F 力功 W_F，对这一过程应用动能定理或功能原理

$W_F+E_P-(m_A+m_B)g(x-x')=\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2$ ⑥

联立①④⑤⑥，且注意到 E_P=0.248 J

可知，$W_F=9.64\times10^{-2}$ J

●锦囊妙计

一、高考要求

轻弹簧是一种理想化的物理模型，以轻质弹簧为载体，设置复杂的物理情景，考查力的概念，物体的平衡，牛顿定律的应用及能的转化与守恒，是高考命题的重点，此类命题几乎每年高考卷面均有所见.应引起足够重视.

二、弹簧类命题突破要点

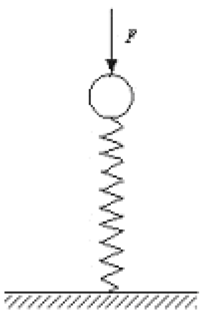
1.弹簧的弹力是一种由形变而决定大小和方向的力.当题目中出现弹簧时，要注意弹力的大小与方向时刻要与当时的形变相对应.在题目中一般应从弹簧的形变分析入手，先确定弹簧原长位置，现长位置，找出形变量 x 与物体空间位置变化的几何关系，分析形变所对应的弹力大小、方向，以此来分析计算物体运动状态的可能变化.

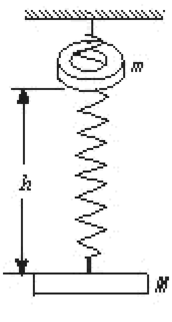
2.因弹簧（尤其是软质弹簧）其形变发生改变过程需要一段时间，在瞬间内形变量可以认为不变.因此，在分析瞬时变化时，可以认为弹力大小不变，即弹簧的弹力不突变.

3.在求弹簧的弹力做功时，因该变力为线性变化，可以先求平均力，再用功的定义进行计算，也可据动能定理和功能关系：能量转化和守恒定律求解.同时要注意弹力做功的特点：W_k=-（$\frac{1}{2}kx_2^2$-$\frac{1}{2}kx_1^2$），弹力的功等于弹性势能增量的负值.弹性势能的公式 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$，高考不作定量要求，可作定性讨论.因此，在求弹力的功或弹性势能的改变时，一般以能量的转化与守恒的角度来求解.

●歼灭难点

1.如左图所示，小球在竖直力 F 作用下将竖直弹簧压缩，若将力 F 撤去，小球将向上弹起并离开弹簧，直到速度变为零为止，在小球上升的过程中





A.小球的动能先增大后减小

B.小球在离开弹簧时动能最大

C.小球的动能最大时弹性势能为零

D.小球的动能减为零时，重力势能最大

2.（00 年春）一轻质弹簧，上端悬挂于天花板，下端系一质量为 M 的平板，处在平衡状态.一质量为 m 的均匀环套在弹簧外，与平板的距离为 h，如图右所示.让环自由下落，撞击平板.已知碰后环与板以相同的速度向下运动，使弹簧伸长.

A.若碰撞时间极短，则碰撞过程中环与板的总动量守恒

B.若碰撞时间极短，则碰撞过程中环与板的总机械能守恒

C.环撞击板后，板的新的平衡位置与 h 的大小无关

D.在碰后板和环一起下落的过程中，它们减少的动能等于克服弹簧力所

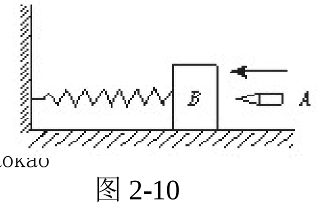


图 2-10

做的功

3.如图 2-10 所示的装置中，木块 *B* 与水平桌面间的接触是光滑的，子弹 *A* 沿水平方向射入木块后留在木块内，将弹簧压缩到最短.现将子弹、木块和弹簧合在一起作为研究对象（系统），则此系统在从子弹开始射入木块到弹簧压缩至最短的整个过程中

A.动量守恒，机械能守恒

B.动量不守恒，机械能不守恒

C.动量守恒，机械能不守恒

D.动量不守恒，机械能守恒

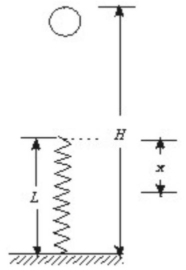


图 2-11

4.如图 2-11 所示，轻质弹簧原长 L，竖直固定在地面上，质量为 m 的小球从距地面 H 高处由静止开始下落，正好落在弹簧上，使弹簧的最大压缩量为 x，在下落过程中，空气阻力恒为 f，则弹簧在最短时具有的弹性势能为 E_p=________.

5.（01 年上海）如图 9-12（A）所示，一质量为 m 的物体系于长度分别为 l_1、l_2 的两根细线上，l_1 的一端悬挂在天花板上，与竖直方向夹角为 θ，l_2 水平拉直，物体处于平衡状态.现将 l_2 线剪断，求剪断瞬时物体的加速度.

（1）下面是某同学对该题的一种解法：

解：设 l_1 线上拉力为 T_1，l_2 线上拉力为 T_2，重

$T_1\cos\theta=mg,T_1\sin\theta=T_2,T_2=mg\tan\theta$

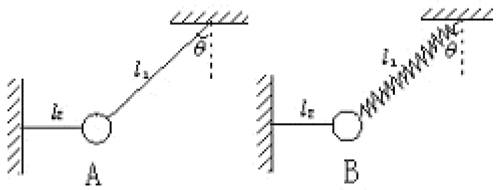


图 2—12

剪断线的瞬间，T_2 突然消失，物体即在 T_2 反方向获得加 $g\tan\theta=ma$,所以

加速度 $a=g\tan\theta$,方向在 T_2 反方向.

你认为这个结果正确吗?请对该解法作出评价并说明理由.

（2）若将图 A 中的细线 l_1 改为长度相同、质量不计的轻弹簧，如图 2-12（B）所示，其他条件不变，求解的步骤与（1）完全相同，即 $a=g\tan\theta$，你认为这个结果正确吗?请说明理由.

*6.如图 2-13 所示，*A*、*B*、*C* 三物块质量均为 m，置于光滑水平台面上.*B*、*C* 间夹有原已完全压紧不能再压缩的弹簧，两物块用细绳相连，使弹簧不能伸展.物块 A 以初速度 v_0 沿 *B*、*C* 连线方向向 *B* 运动，相碰后，*A* 与 *B*、*C* 粘合在一起，然后连接 *B*、*C* 的细绳因受扰动而突然断开，弹簧伸展，从而使 *C* 与 *A*、*B* 分离，脱离弹簧后 *C* 的速度为 v_0.

（1）求弹簧所释放的势能 ΔE.

（2）若更换 B、C 间的弹簧，当物块 A 以初速 v 向 B 运动，物块 C 在脱离弹簧后的速度为 $2v_0$，则弹簧所释放的势能 $\Delta E'$ 是多少?

（3）若情况（2）中的弹簧与情况（1）中的弹簧相同，为使物块 C 在脱离弹簧后的速度仍为 $2v_0$，A 的初速度 v 应为多大?

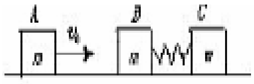


图2-13

参考答案：

［难点提出］

1.C　　2. $\frac{1}{k^2}m_2$（m_1+m_2）g^2;（$\frac{1}{k_2}+\frac{1}{k_2}$）$m_1$（$m_1+m_2$）$g^2$

3. $\frac{1}{2}x_0$

［歼灭难点］

1.AD　　2.AC　　3.B

4.分析从小球下落到压缩最短全过程

由动能定理：（$mg-f$）（$H-L+x$）$-W_{弹性}=0$

$W_{弹性}=E_p=$（$mg-f$）（$H-L+$x）

5.（1）结果不正确.因为 l_2 被剪断的瞬间，l_1 上张力的大小发生了突变，此瞬间

$T_2=mg\cos\theta$,$a=g\sin\theta$

（2）结果正确，因为 l_2 被剪断的瞬间、弹簧 l_1 的长度不能发生突变、T_1 的大小和方向都不变.

6.（1）$\frac{1}{3}mv_0^2$　　（2）$\frac{1}{12}m$（$v-6v_0$）^{2}　　（3）$4v_0$

四 弹性碰撞模型及应用

弹性碰撞问题及其变形在是中学物理中常见问题，在高中物理中占有重要位置，也是多年来高考的热点。弹性碰撞模型能与很多知识点综合，联系广泛，题目背景易推陈出新，掌握这一模型，举一反三，可轻松解决这一类题，切实提高学生推理能力和分析解决问题能力。所以我们有必要研究这一模型。

(一) 弹性碰撞模型

弹性碰撞是碰撞过程无机械能损失的碰撞，遵循的规律是动量守恒和系统机械能守恒。确切的说是碰撞前后动量守恒，动能不变。在题目中常见的弹性球、光滑的钢球及分子、原子等微观粒子的碰撞都是弹性碰撞。

已知 A、B 两个钢性小球质量分别是 m_1、m_2，小球 B 静止在光滑水平面上，A 以初速度 v_0 与小球 B 发生弹性碰撞，求碰撞后小球 A 的速度 v_1，物体 B 的速度 v_2 大小和方向

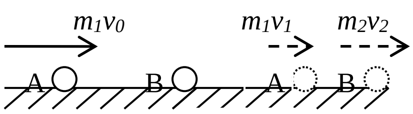


图 1

解析：取小球 A 初速度 v_0的方向为正方向，因发生的是弹性碰撞，碰撞前后动量守恒、动能不变有：

$$m_1v_0 = m_1v_1 + m_2v_2 \qquad ①$$

$$\frac{1}{2}m_1v_0^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \qquad ②$$

由①②两式得：$v_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)v_0}{m_1 + m_2}$ ， $v_2 = \dfrac{2m_1v_0}{m_1 + m_2}$

结论：（1）当 $m_1=m_2$时，$v_1=0$，$v_2=v_0$，显然碰撞后 A 静止，B 以 A 的初速度运动，两球速度交换，并且 A 的动能完全传递给 B，因此 $m_1=m_2$也是动能传递最大的条件；

（2）当 $m_1>m_2$时，$v_1>0$，即 A、B 同方向运动，因 $\dfrac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} < \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}$，所以速度大小 $v_1<v_2$，即两球不会发生第二次碰撞；

若 $m_1>>m_2$时，$v_1= v_0$，$v_2=2v_0$ 即当质量很大的物体 A 碰撞质量很小的物体 B 时，物体 A 的速度几乎不变，物体 B 以 2 倍于物体 A 的速度向前运动。

（3）当 $m_1<m_2$ 时，则 $v_1<0$，即物体 A 反向运动。

当 $m_1<<m_2$ 时，$v_1=-v_0$，$v_2=0$ 即物体 A 以原来大小的速度弹回，而物体 B 不动，A 的动能完全没有传给 B，因此 $m_1<<m_2$ 是动能传递最小的条件。

以上弹性碰撞以动撞静的情景可以简单概括为：（质量）等大小，（速度和动能）交换了；小撞大，被弹回；大撞小，同向跑。

（二）应用举例

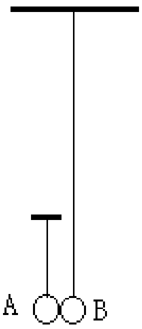


图2

[例 1]如图 2 所示，两单摆的摆长不同，已知 B 的摆长是 A 摆长的 4 倍,A 的周期为 T,平衡时两钢球刚好接触，现将摆球 A 在两摆线所在的平面向左拉开一小角度释放，两球发生弹性碰撞,碰撞后两球分开各自做简谐运动，以 m_A，m_B 分别表示两摆球 A，B 的质量，则下列说法正确的是；

A．如果 $m_A=m_B$ 经时间 T 发生下次碰撞且发生在平衡位置

B．如果 $m_A>m_B$ 经时间 T 发生下次碰撞且发生在平衡位置

C．如果 $m_A>m_B$ 经时间 T/2 发生下次碰撞且发生在平衡位置右侧

D．如果 $m_A<m_B$ 经时间 T/2 发生下次碰撞且发生在平衡位置左侧

[解析] 当 $m_A=m_B$ 时，A、B 球在平衡位置发生弹性碰撞，速度互换，A 球静止，由于 B 摆长是 A 摆长的 4 倍,由单摆周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ 可知,A 周期是 T，B 的周期是 $2T$，当 B 球反向摆回到平衡位置经时间为 T，再次发生碰撞。故 A 选项正确。当 $m_A>m_B$ 时，发生第一次碰撞后两球同向右摆动，但 A 球的速度小于 B 球的速度，并有 A 的周期是 B 周期的一半，T/2 时 B 到达右侧最大位移处,此时 A 向左回到平衡位置,A 继续向左;再经 T/2, B 完成半个全振动向右,A 恰好完成一次全振动向左同时回到平衡位置发生碰撞，故 B 选项正确，C 选项错误；当 $m_A<m_B$ 时，碰撞后 A 反弹向左运动，B 向右，若 m_A 越接近 m_B 发生下一次碰撞的时间越接近 T，若 $m_A<<m_B$，A 接近原速反弹，B 几乎不动，发生下一次碰撞的时间越接近 T/2，当 A 经 T/2 经平衡位置从左向右运动时 B 恰好在右侧最高点，而 A、B 碰撞的位置只能在平衡位置的右侧，或十分接近平衡位置，不可能在平衡位置的左侧，故 D 选项错误。

[例 2] 质量为M 的小车静止于光滑的水平面上，小车的上表面和 $\frac{1}{4}$ 圆弧的轨道均光滑，如图 3 如图所示，一个质量为 m 的小球以速度 v_0 水平冲向小车，当小球返回左端脱离小车时，下列说法正确的是：

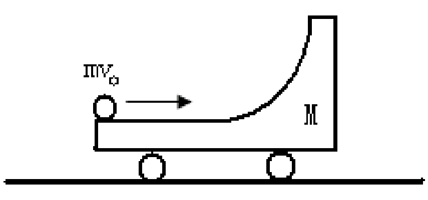


图3

A．小球一定沿水平方向向左做平作抛运动

B．小球可能沿水平方向向左作平抛运动

C．小球可能沿水平方向向右作平抛运动

D．小球可能做自由落体运动

[解析]：小球水平冲上小车，又返回左端，到离开小车的整个过程中，系统动量守恒、机械能守恒，相当于小球与小车发生弹性碰撞的过程，如果 $m<M$，小球离开小车向左平抛运动，$m=M$，小球离开小车做自由落体运动，如果 $m>M$，小球离开小车向右做平抛运动，所以答案应选 B，C，D

[例 3]在光滑水平面上有相隔一定距离的 *A*、*B* 两球，质量相等，假定它们之间存在恒定的斥力作用，原来两球被按住，处在静止状态。现突然松开两球，同时给 *A* 球以速度 v_0，使之沿两球连线射向 *B* 球，*B* 球初速度为零；若两球间的距离从最小值（两球未接触）到刚恢复到原始值所经历的时间为 t_0，求：*B* 球在斥力作用下的加速度

[解析]：*A* 球射向 *B* 球过程中，*A* 球一直作匀减速直线运动，*B* 球由静止开始一直作匀加速直线运动，当两球速度相等时相距最近，当恢复到原始值时相当于发生了一次弹性碰撞，，由于 *A*、*B* 质量相等，*A*、*B* 发生了速度交换，系统动量守恒、机械能守恒。

设 *A*、*B* 速度相等时速度为 v，恢复到原始值时 *A*、*B* 的速度分别为 v_1、v_2，

$mv_0= 2mv$　　　　①

$2mv=mv_1+ mv_2$　　　　②

$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2$　　　　③

由①式得 $v=\frac{v_0}{2}$，由②③解得 $v_1=0$，$v_2= v_0$　　（另一组解 $v_1= v_0$，$v_2= 0$ 舍去）

则 *B* 的加速度 $a=\frac{v_2-v}{t_0}=\frac{v_0-{v_0}/{2}}{t_0}=\frac{v_0}{2t_0}$

[例 4]　如图 4 所示,光滑水平地面上静止放置两由弹簧相连木块 *A* 和 *B*,一质量为 *m* 子弹,以速度 v_0,水平击中木块 *A*,并留在其中,*A* 的质量为 $3m$,*B* 的质量为 $4m$.

(1)求弹簧第一次最短时的弹性势能

(2)何时 *B* 的速度最大，最大速度是多少？

[解析](1)从子弹击中木块 *A* 到弹簧第一次达到最短的过程可分为两个小过程一是子弹与木块 *A* 的碰撞过程，动量守恒，有机械能损失；二是子弹与木块 *A* 组成的整体与木块 *B* 通过弹簧相互作用的过程，动量守恒，系统机械能守恒，

子弹打入:　　　　$mv_0=4mv_1$　　①

打入后弹簧由原长到最短:　　$4mv_1=8mv_2$　　②

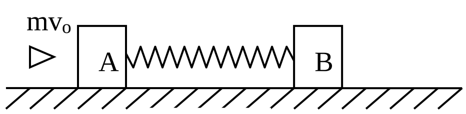


图 4

机械能守恒: $\frac{1}{2}4mv_1^2=\frac{1}{2}8mv_2^2+E_P$ ③

解①②③得 $\boldsymbol{E_P=\frac{1}{16}mv_0^2}$

(2)从弹簧原长到压缩最短再恢复原长的过程中，木块 B 一直作变加速运动,木块 A 一直作变减速运动,相当于弹性碰撞，因质量相等，子弹和 A 组成的整体与 B 木块交换速度,此时 B 的速度最大,设弹簧弹开时 A、B 的速度分别为 v_1',v_2'

$4mv_1=4mv_1'+4mv_2'$ ④

$\frac{1}{2}4mv_1^2=\frac{1}{2}4mv_1'^2+\frac{1}{2}4mv_2'^2$ ⑤ 解得: $v_1'=o$,$v_2'=v_1=\frac{v_0}{4}$

可见,两物体通过弹簧相互作用,与弹性碰撞相似。

弹性碰撞模型的应用不仅仅局限于“碰撞”，我们应广义地理解 “碰撞”模型。这一模型的关键是抓住系统“碰撞”前后动量守恒、系统机械能守恒（动能不变），具备了这一特征的物理过程，可理解为“弹性碰撞”。我们对物理过程和遵循的规律就有了较为清楚的认识，问题就会迎刃而解。

五 电磁学导棒问题归类分析

近十年高考物理试卷和理科综合试卷，电磁学的导棒问题复现率高达 100%(除 98 年无纯导棒外)，且多为分值较大的计算题．为何导棒问题频繁复现，原因是：导棒问题是高中物理电磁学中常用的最典型的

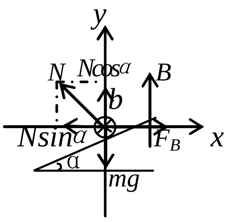
模型，常涉及力学和热学问题，可综合多个物理高考知识点．其特点是综合性强、类型繁多、物理过程复杂，有利于对学生综合运用所学的知识从多层面、多角度、全方位分析问题和解决问题的能力考查；导棒问题是高考中的重点、难点、热点、焦点问题．

导棒问题在磁场中大致可分为两类：一类是通电导棒，使之平衡或运动；其二是导棒运动切割磁感线生电．运动模型可分为单导棒和双导棒．

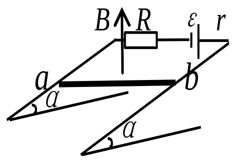
(一)通电导棒问题

通电导棒题型，一般为平衡和运动型，对于通电导棒平衡型，要求考生用所学物体的平衡条件(包含$\Sigma F=0$，$\Sigma M=0$)来解答，而对于通电导棒的运动型，则要求考生用所学的牛顿运动定律、动量定理以及能量守恒结合在一起，加以分析、讨论，从而作出准确地解答．

例 1：如图(1-1-1)所示，相距为 d 的倾角为 α 的光滑平行导轨(电源 ε、r 和电阻 R 均已知)处于竖直向上的匀强磁场 B 中，一质量为 m 的导棒恰能处于平衡状态，则该磁场 B 的大小为___________；当 B 由竖直向上逐渐变成水平向左的过程中，为保持棒始终静止不动，则 B 的大小应是_________．上述过程中，B 的最小值是______________．



图(1-1-2)

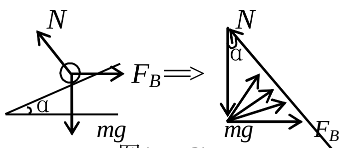


图(1-1-1)

分析和解：此题主要用来考查考生对物体平衡条件的理解情况，同时考查考生是否能利用矢量封闭三角形或三角函数求其极值的能力．

将图(1-1-1)首先改画为从右向左看的侧面图，如图(1-1-2)所示，分析导棒受力，并建立直角坐标系进行正交分解，也可采用共点力的合成法来做．

根据题意$\Sigma F=0$，即$\Sigma F_x=0$；$\Sigma F_y=0$；$\Sigma F_x=F_B-N\sin\alpha=0$ ①



图(1-1-3)

$\Sigma F_y=F\cos\alpha-mg=0$ ②，①/②得：$tg\alpha=\dfrac{F_B}{mg}$ ③

由安培力公式 $F_B=BId$ ④；全电路区姆定律 $I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$ ⑤，

联立③④⑤并整理可得 $B=\dfrac{mgtg\alpha(R+r)}{\varepsilon\cdot d}$

(2)借助于矢量封闭三角形来讨论，如图(1-1-3)在磁场由竖直向上逐渐变成水平的过程中，安培力由水平向右变成竖直向上，在此过程中，由图(1-1-3)看出 F_B 先减小后增大，最终 $N=0$，$F_B=mg$，因而 B 也应先减小后增大．

(3)由图(1-1-3)可知，当 F_B 方向垂直于 N 的方向时 F_B 最小，其 B 最小，故 $\sin\alpha=\dfrac{F_B}{mg}$ ①，而 $F_B=BId$ ②，

$I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$③，联立①②③可得 $mg\sin\alpha=B\dfrac{\varepsilon}{R+r}d$，即 $B_{\min}=\dfrac{mg\sin\alpha(R+r)}{Bd}$

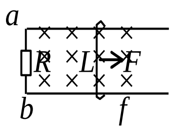
评析：该题将物体的平衡条件作为重点，让考生将公式和图象有机地结合在一起，以达到简单快速解题的目的，其方法是值得提倡和借鉴的．

(二)棒生电类：

棒生电类型是电磁感应中的最典型模型、生电方式分为平动切割和转动切割，其模型可分为单导棒和双导棒．要从静态到动态、动态到终态加以分析讨论，其分析动态是关键．对于动态分析，可从以下过程考虑：闭合电路中的磁通量发生变化⇒导体产生感应电流⇒导体受安培力和其他力作用⇒导体加速度变化⇒速度变化⇒感应电流变化⇒周而复始地循环最后加速度减小至零⇒速度达到最大⇒导体做匀速直线运动．我们知道，电磁感应现象的实质是不同形式能量的转化过程，因此，由功能观点切入，分清楚电磁感应过程中能量转化关系，往往是我们解决电磁感应问题的关键，当然也是我们处理这类题型的有效途径．

1、单导棒问题

例 1：(2001 年全国高考试题)如图(2-1-1)所示，一对平行光滑轨道放置在水平面上，两轨道间距 L=0.20m，电阻 R=1.0 Ω；有一导棒静止地放在轨道上，与两轨道垂直，棒及轨道的电阻皆可忽略不计，整个装置处于磁感应强度 B=0.50T 的匀强磁场中，磁场方向垂直轨道面向下．现用一外力 F 沿轨道方向拉棒，使之做匀加速运动，测得力 F 与时间 t 的关系如图(2-1-2)所示．求棒的质量 m 和加速度 a．



图(2-1-1)

分析和解：此题主要用来考查学生对基本公式掌握的情况，是否能熟练将力电关系式综合在一起，再根据图象得出其 a 和 m 值．从图中找出有用的隐含条件是解答本题的关键．

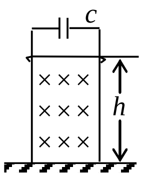
解法一：导棒在轨道上做匀加速直线运动，用 v 表示其速度，t 表示时间，则有 $v=at$ ①，棒切割磁感线，产生感应电动势 $\varepsilon=BLv$②，在棒、轨道和电阻的闭合电路中产生感应电流 $I=\dfrac{\varepsilon}{R}$③，杆所受安培力 $F_B=BIL$ ④，再由牛顿第二定律 $\Sigma F=ma$ 故 $F-F_B=ma$ ⑤，联立求解①~⑤式得 $F=ma+\dfrac{B^2L^2}{R}at$⑥．在图线上取两点代入⑥式，可得 $a=10m/s^2$，m=0.1kg．

解法二：从 $F-t$ 图线可建立方程 $F=1+0.1t$ ①，棒受拉力 F 和安培力 F_B 作用，做匀加速直线运动，其合力不随时间 t 变化，并考虑初始状态 F_B=0，因而 F_B 的大小为 $F_B=0.1t$ ②，再由牛顿第二定律：$\Sigma F=ma$ 有 $F-F_B=ma$ ③，联立①②③可得 ma=1 ④．又∵$F_B=BIL$ ⑤，而 $I=\dfrac{\varepsilon}{R}$⑥，$\varepsilon=BLv$⑦，联立⑤⑥⑦得 $F_B=\dfrac{B^2L^2v}{R}$

⑧，而 $v=at$，故 $F_B=\frac{B^2L^2at}{R}$ ⑨，②/⑨得：$a=\frac{0.1R}{B^2L^2}=\frac{0.1\times1.0}{(0.50)^2\times(0.20)^2}=10(m/s^2)$ ⑩，再由④与⑩式得 $m=\frac{1}{a}=0.1kg$.

评析：解法一采用了物理思维方法，即用力学的观点，再结合其 F-t 图象将其所求答案一一得出．解法二则采用了数学思维方法，先从 F-t 图象中建立起相应的直线方程，再根据力学等知识一一求得，此解法不落窠臼，有一定的创新精神．我们认为，此题不愧为电磁学中的经典习题，给人太多的启发，的确是一道选拔优秀人才的好题．

例 2：如图(2-1-2)所示，两根竖直放置在绝缘地面上的金属框架上端接有一电容量为 C 的电容器，框架上有一质量为 m，长为 L 的金属棒，平行于地面放置，与框架接触良好且无摩擦，棒离地面的高度为 h，磁感应强度为 B 的匀强磁场与框架平面垂直，开始时电容器不带电，将棒由静止释放，问棒落地时的速度多大？落地时间多长？



图(2-1-2)

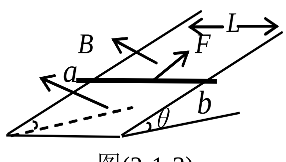
分析和解：此题主要用来考查考生对匀变速直线运动的理解，这种将其电容和导棒有机地综合在一起，使之成为一种新的题型．从另一个侧面来寻找电流的关系式，更有一种突破常规思维的创新，因而此题很具有代表性．

经分析，导棒在重力作用下下落，下落的同时产生了感应电动势．由于电容器的存在，在棒上产生充电电流，棒将受安培力的作用，因此，棒在重力作用和安培力的合力作用下向下运动，由牛顿第二定律 $\Sigma F=ma$，得故 $mg-F_B=ma$ ①，$F_B=BiL$ ②.

由于棒做加速运动，故 v、a、ε、F_B 均为同一时刻的瞬时值，与此对应电容器上瞬时电量为 $Q=C\cdot\varepsilon$，而 $\varepsilon=BLv$. 设在时间△t 内，棒上电动势的变化量为△ε，电容器上电量的增加量为△Q，显然△$\varepsilon=BL$△v ③，△$Q=C\cdot$△ε ④，再根据电流的定义式 $i=\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ ⑤，$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ ⑤′，联立①~⑤′得：$a=\frac{mg}{m+B^2L^2C}$ ⑥

由⑥式可知，a 与运动时间无关，且是一个恒量，故棒做初速度为零的匀加速直线运动，其落地速度为 v，则 $v=\sqrt{2ah}$ ⑦，将⑥代入⑦得：$v=\sqrt{\frac{2mgh}{m+B^2L^2C}}$ ⑧，落地时间可由 $h=\frac{1}{2}at^2$，得 $t=\sqrt{\frac{2h}{a}}$，将⑥代入上式得 $t=\sqrt{\frac{2h}{\frac{mg}{m+B^2L^2C}}}=\sqrt{\frac{2h(m+B^2L^2C)}{mg}}$.

评析：本题应用了微元法求出△Q 与△v 的关系，又利用电流和加速度的定义式，使电流 i 和加速度 a 有机地整合在一起来求解，给人一种耳目一新



图(2-1-3)

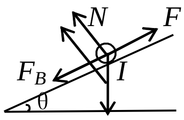
的感觉．读后使人颇受启示．

例：如图(2-1-3)所示，倾角为 $\theta=30°$ ，宽度为 $L=1m$ 的足够长的 U 型平行光滑金属导轨固定在磁感应强度 $B=1T$，在范围充分大的匀强磁场中，磁场方向垂直导轨平面斜向上，现用平行导轨、功率恒为 $6w$ 的牵引力 F，牵引一根质量 $m=0.2kg$、电阻 $R=1\,\Omega$放在导轨上的导棒 ab，由静止沿导轨向上移动(ab 棒始终与导轨接触良好且垂直)．当金属导棒 ab 移动 $S=2.8m$ 时，获得稳定速度，在此过程中金属导棒产生的热量为 $Q=5.8J$(不计导轨电阻及一切摩擦，g 取 $10m/s^2$)

问(1)导棒达到稳定速度是多大？

(2)导棒从静止达到稳定速度所需时间是多少？

分析和解：此题主要用来考查考生是否能熟练运用力的平衡条件和能量守恒定律来巧解此题．



图(2-1-4)

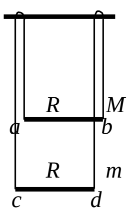
当金属导棒匀速沿斜面上升有稳定速度 v 时，导棒受力如图(2-1-4)所示，由力的平衡条件 $\Sigma F=0$，则 $F-mg\sin\theta-F_B=0$ ①，$F_B=BIL$ ②，$I=\dfrac{\varepsilon}{R}$ ③，$\varepsilon=BLv$ ④，又∵ $F=P/v$ ⑤，由①②③④⑤可得 $\dfrac{P}{v}-mg\sin\theta-\dfrac{B^2L^2v}{R}=0$，整理得 $PR-mg\sin\theta v\cdot R-B^2L^2v^2=0$，代入有关数据得 $v^2+v-6=0$，解得 $v=2m/s$，$v=-3m/s$(舍去)．

(2)由能量转化和守恒 $Pt=mg\sin\theta\cdot S+\dfrac{1}{2}mv^2+Q$，代入数据可得 $t=1.5s$．

评析：此题较一般电磁感应类型题更能体现能量转化和守恒过程，因此，在分析和研究电磁感应中的导棒问题时，从能量观点去着手求解，往往更能触及该问题的本质，当然也是处理此类问题的关键和一把金钥匙．

2、双导棒问题：

在电磁感应现象中，除了单导棒问题外，还存在较多的双导棒问题，这类问题的显著特征是：两导棒在切割磁感线时，相当于电池的串联或并联，组成闭合回路，而且，求解此类型问题最佳途径往往从能量守恒、动量守恒的角度出发，用发展、变化的眼光，多角度、全方位地发散思维，寻求相关物理量和公式，挖掘隐含条件，采用“隔离法”或“整体法”(系统法)快捷作出解答．因此，双导棒问题更能反映考生的分析问题和解决问题的能力，特别是方法、技巧、思路均反映在解题中，是甄别考生层次拉大差距的优秀试题．



图(2-2-1)

例 1：(1993 年全国高考题)如图(2-2-1)所示两金属导棒 ab 和 cd 长均为 L，电阻均为 R，质量分别为 M 和 m，$M>m$．用两根质量和电阻均可忽略不可伸长的柔软导线将它们连成闭合回路，并悬挂于水平、光滑、不导电的圆棒两侧，两金属导棒都处于水

平位置，整个装置处在一与回路平面相垂直的匀强磁场中，磁感应强度为 B，若金属导棒 ab 正好匀速向下运动，求运动的速度．

分析和解：此题主要用来考查考生对力学中的受力分析、力的平衡、电磁感应、欧姆定律和安培力公式的掌握．此题也可从不同方法去解答．

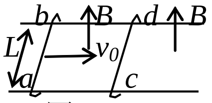
解法一：采用隔离法，假设磁场 B 的方向是垂直纸面向里，ab 杆向下匀速运动的速度为 v，则 ab 棒切割磁感线产生的感应电动热大小 $\varepsilon_1 = BLv$，方向由 $a \to b$，cd 棒以速度 v 向上切割磁感线运动产生感应电动势大小为 $\varepsilon_2 = BLv$，方向由 $d \to c$．回路中的电流方向由 $a \to b \to d \to c$，大小为 $i = \dfrac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2R} = \dfrac{2BLv}{2R} = BLv$ ①，ab 棒受到安培力向上，cd 棒受到安培力向下，大小均为 F_B 即 $F_B = BiL = \dfrac{B^2L^2v}{R}$ ②，当 ab 棒匀速下滑时，令棒受到的导线拉力为 T，则对 ab 有 $T+F_B=mg$ ③，对 cd 有：$T=F_B+mg$ ④，由③④解得 $2F_B=(M-m)g$ ⑤，再由②⑤可得 $2\dfrac{B^2L^2v}{R} = (M-m)g$，故 $v = \dfrac{(M-m)gR}{2B^2L^2}$．

解法二：采用整体法，把 ab、cd 柔软导线视为一个整体，∵$M>m$，∴整体动力为$(M-m)g$ ①，ab 棒向下，cd 棒向上，整体所受安培力与整体动力相等时正好做匀速向下运动，则 $(M-m)g = 2\dfrac{B^2L^2v}{R} \Rightarrow v = \dfrac{(M-m)gR}{2B^2L^2}$．

解法三：采用能量守恒法，将整个回路视为一个整体系统，用其速度大小不变，故动能不变．ab 棒向下，cd 棒向上运动过程中，因 $Mg>mg$，系统的重力势能减少，将转化为回路的电能，电能量转化守恒定律 $Mgv - mgv = \dfrac{\varepsilon_{总}^2}{2R}$ ①，而 $\varepsilon_{总}=2\varepsilon$ ②，$\varepsilon=BLv$ ③，联立①②③可得 $v = \dfrac{(M-m)gR}{2B^2L^2}$．

评析：此题为典型的双导棒在磁场中运动的问题．并且两根棒都切割磁感线产生感应电动势，对整个回路而言，相当于电池组的串联，整个回路中有电流流过，两棒都受安培力，在未达到稳定速度前，两棒均做变加速运动，当加速度减为零时，速度为最大．从以上三种解法来看，其解法三更显简便，思维灵活，故该题对考生的考查确实具有针对性．

例 2：(2001 高考春招试题)如图(2-2-2)所示，两根足够长的固定的平行金属导轨位于同一水平面内，两导轨间距为 L．导轨上面横放着两根导体棒 ab 和 cd，构成矩形回路．两根导体棒的质量皆为 m，电阻皆为 R，回路中其余部分的电阻可不计．在整个导轨平面内都有竖直向上的匀强磁场，磁感应强度为 B．该两导体棒可沿导轨无摩擦地滑行．开始时，棒 cd 静止，棒 ab 有指向棒 cd 的初速度度 v_0，若两导体棒在运动中始终不接触，求：



图(2-2-2)

(1)在运动中产生的焦耳热最多是多少？

(2)当 ab 棒的速度变为初速度的 $\frac{3}{4}$ 时，cd 棒的加速度是多少？

分析和解：此题主要用来考查考生对双棒运动的动态分析和终态推理以及两个守恒定律的熟练掌握情况．此题是一道层次较高的典型水平面双棒试题．

ab 棒向 cd 棒运动时，ab 棒产生感应电动势，由于通过导轨和 cd 棒组成回路，于是回路中便产生感应电流，ab 棒受到与运动方向相反的安培力作用做减速运动，而 cd 棒则在安培力作用下做加速运动．在 ab 棒的速度大于 cd 棒的速度时，回路中总有感应电流，ab 棒继续减速，cd 棒继续加速，而棒速度达到相同后，回路面积保持不变，磁通量不变化，即不产生感应电流，两棒的相同的速度 v 做匀速直线运动．

(1)从初始至两棒达到速度相同的过程中，两棒组成的系统动量守恒，则有 $mv_0=2mv$ ①，再根据能量守恒 $\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}(2m)v^2+Q$ ②，联立①②两式得：$Q=\frac{1}{4}mv_0^2$．

(2)设 ab 棒的速度变为初速的 $\frac{3}{4}$ 时，cd 棒的速度为 v'，则再次由动量守恒定律可知 $mv_0=m\frac{3}{4}v_0+mv'$ ③，此时回路中的感应电动势和感应电流分别是：$\varepsilon=(\frac{3}{4}v_0-v')BL$ ④，$I=\frac{\varepsilon}{2R}$ ⑤，此时 cd 棒所受安培力 $F_B=BIL$ ⑥，cd 棒的加速度 $a=\frac{F_B}{m}$ ⑦，联立 ①~⑦得 $a=\frac{B^2L^2v_0}{4mR}$．

评析：此题将分析双棒的初态、过渡态、终态以及整个过程的运动情况，各个物理量的变化情况和动量守恒、能量守恒天然联系在一起，确实达到了命题人综合考查考生各方面分析问题和解决问题能力的目的．充分体现了命题专家以综合见能力的命题意图，即“着眼综合、立足基础、突出能力．”此题的确是一道经典考题．

通过对以上高考例题的分类处理、解析，从中发现，电磁学中的导棒问题内涵的确丰富、灵活、新颖，涉及面广、易于拓展和延伸，的确不愧为电磁学中的精华部分．高考试题是经典题目，通过分析和求解，更能启迪思维和培养各种能力，由于篇幅限制，此处不能将历年高考导棒试题列出，希望大家收集并加以适当的训练．

构建复合运动模型　解析物体运动问题

抽象物理模型是解答物理问题的关键．在对简单问题进行模型化处理时，常可把它抽象为一个已知的物理模型，然而在对某些比较复杂问题进行模型化处理时，常常通过联想旧模型、创造新模型来构建复合模型（或称模型链）．构建复合物理模型能将复杂问题转化为简单问题的组合，使问题得到顺利解答.本文通过结合具体教学实例就如何构建复合运动模型来巧解物理竞赛中复杂运动问题.

一、构建直线运动和圆周运动的复合运动模型

1.构建同一平面内直线运动和圆周运动的复合运动模型，解答摆线运动问题

例 1　如图 1 所示，一质量为 m、带电量为＋q 的小球从磁感应强度为 B 的匀强磁场中 A 点由静止开始下落，试求带电小球下落的最大高度 h.

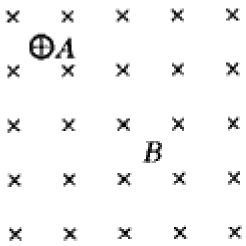


图 1

分析与解　可以证明这个问题中带电小球运动轨迹是比较复杂的摆线，对高中学生而言从合运动角度分析这个问题比较困难.现构建小球有两个大小相等、方向相反的水平初速度 v_{10}、v_{20}，所构建的这两个分运动与小球原有初始运动条件等效.现使小球的分运动 v_{10}产生的洛伦兹力为 $qv_{10}B=mg$ 则 $v_{10}=mg/qB$,因而小球的运动可视为沿水平方向以速度 v_{10}做匀速直线运动和在竖直平面内以速度 v_{20}做逆时针方向的匀速圆周运动的合运动.匀速圆周运动的半径 $R=mv_{20}/qB=g(m/qB)^2$，因而小球在运动过程中下落的最大高度为 $H_m=2R=2g(m/qB)^2$.

通过构建匀速直线运动和匀速圆周运动复合模型，巧妙地解答了这个复杂问题.

2.构建不同平面内的直线运动和圆周运动的复合运动模型，解答螺旋运动问题

例 2　如图 2 所示，两个平行板内存在互相平行的匀强电场和匀强磁场，电场强度为 E，方向竖直向

上，磁感应强度为B.在平行板的右端处有一荧光屏MN，中心为O，OO′既垂直电场方向又垂直荧光屏，长度为L.在荧光屏上以O点为原点建立一直角坐标系，y轴方向竖直向上，x轴正方向垂直纸面向外.现有一束具有相同速度和荷质比的带正电粒子束，沿O′O方向从O′点射入此电场区域，最后打在荧光屏上．若屏上亮点坐标为（$\sqrt{3}$L／3，L／6），重力不计.试求：（1）磁场方向；（2）带电粒子的荷质比.

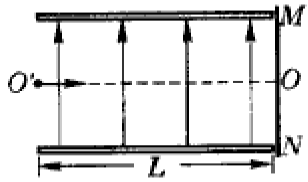


图2

分析与解　带电粒子在相互平行的匀强电场与磁场中运动为比较复杂的三维运动（螺旋线运动），根据力和运动独立作用原理，可以把此螺旋运动构建为y轴方向上的加速直线运动和xOz平面内的匀速圆周运动的复合运动模型.在xOz平面内构建出如图3所示的几何图景，由图3运用物理知识和三角形知识可得：磁场方向竖直向上，且

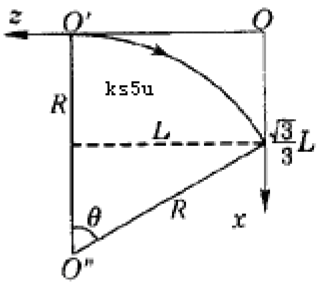


图3

$R=2\sqrt{3}L/3$，

$\sin\theta=\sqrt{3}/2$，　$\theta=\pi/6$.

粒子在磁场中运动的时间为

$t=T/6=\pi m/(3qB)$，

结合 $y=Eqt^2/(2m)=L/6$ 得粒子的荷质比为

$q/m=E\pi^2/(3B^2L)$.

二、构建简谐运动和圆周运动的复合运动模型

1. 构建简谐运动和圆周运动的复合运动模型，巧解“狗追击狼”的问题

例 3　如图 4 所示，一只狼沿半径为 R 的圆形轨道边缘按逆时针方向匀速跑动．当狼经过 A 点时，一只猎狗以相同的速度 v 从圆心 O 点出发追击狼．设追击过程中，狼、狗、O 点始终在同一条直线上．问：狗沿什么轨迹运动?在何处追上狼?

分析与解　由于狗、狼、O 点始终在同一条直线上，狗与狼沿运动轨道的切向的角速度相等，因而可以把狗的运动构建为径向运动和切向圆周运动的复合运动. 设当狗离开圆心距离 r 时，狗的径向速度为 v_r，切向速度为 v_t，则

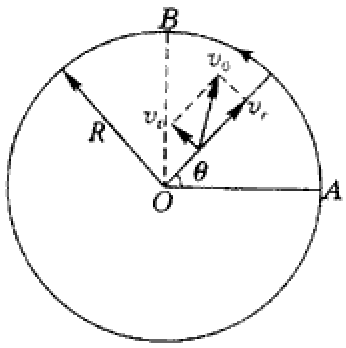


图 4

$$v_t=\omega r=v_0 r/R,$$

由图 4 可知

$$v_r=\sqrt{v_0^2-v_t^2}=\sqrt{(v_0^2-r^2\omega^2)}.$$

由此可知，狗在径向相对圆心 O 做简谐运动，狗的运动为径向简谐运动和切向圆周运动的复合运动. 由简谐运动知识可知 $r=R\sin\omega t$，任意时刻狗的直角坐标为

$$x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta,$$

结合 $\theta=\omega t$，得

$$x=R\sin\omega t\cos\omega t=(1/2)R\sin(2\omega t),$$

$$y=R\sin^2\omega t=(1/2)R[1-\cos(2\omega t)],$$

因而得狗的轨迹方程为

$$x^2+(y-R/2)^2=(R/2)^2.$$

即狗的轨迹为一个半径为 R／2 的圆，在圆形轨道的 B 点追上狼.

有关例 3 问题在很多参考书上有各种不同解法，笔者认为上述运用构建圆周运动和简谐运动的复合运动模型的方法解答此问题最简捷.

2.构建简谐运动和圆周运动的复合运动模型，巧解“有心力作用”问题

例 4　如图 5 所示，两个同轴的带电无限长半圆柱面，内外圆柱面的半径分别为 a、b.设在图中 $a<r<b$ 区域内只有径向电场，电势分布为 $U=k\ln b/r$，其中 k 为常量.由此电势分布可得出电场强度分布为 $E=k/r$.现有一质量为 m、初速为 v_0、带电量为 $-q$ 的粒子从左方 A 处射入，且 v_0 既与圆柱面轴线垂直又与入射处的圆柱的直径垂直（不计带电粒子的重力）.

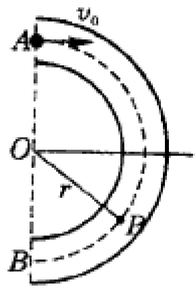


图 5

（1）试问 v_0 为何值时可使粒子沿半径为 R（$R>a$）的半圆轨道运动?

（2）若粒子的入射方向与上述 v_0 偏离一个很小的角度 β（仍然在图 5 所示的纸面内），其它条件不变，则粒子将偏离（1）中的半圆轨道．设新轨道与原半圆轨道相交于 P 点.试证明：对于很小的 β 角，P 点的位置与 β 角无关，并求出 P 点的方位角 $\theta=\angle AOP$ 的数值.

分析与解　（1）根据带电粒子在径向电场中做圆周运动的条件，即带电粒子所受的电场力等于粒子沿径向指向圆心 O 的向心力，得

$$(mv_0^2/R)=qE=(qk/R)，则\ v_0=\sqrt{qk/m}.$$

（2）带电粒子运动轨迹看似比较复杂，但考虑到 β 较小，粒子沿切向的分速度为 $v_t=v_0\cos\beta\approx v_0$，径向的分速度 $v_r=v_0\sin\beta\approx v_0\beta$ 很小．若运用力和运动独立性原理，则把此复杂的运动可构建为沿着半径为 R 的匀速圆周运动和径向的振幅较小的简谐运动的复合运动.粒子沿径向做简谐运动的平衡位置为 $r_0=R$，设振动时的微小位移为 x，回复力 F_r 满足

$$-qk/(r_0+x)=F_r-mv_t^2/(r_0+x),$$

即　$F_r=-[qk/(r_0+x)-mv_t^2/(r_0+x)]$，

由角动量守恒，得

$$mv_0r_0=mv_t(r_0+x),$$

由于 x　r_0，运用数学近似处理，有

$$1/(r_0+x)\approx(1-x/r_0)/r_0,$$

$$1/(r_0+x)^3 \approx (1-3x/r_0)/r_0^3,$$

结合 $qk/r_0 = mv_0^2/r_0$，得 $F_r = -2mv_0^2 x/r_0^2$.

令 $k' = 2mv_0^2/r_0^2$. 粒子沿径向做简谐运动的周期为

$$T = 2\pi\sqrt{m/k'} = \pi r_0\sqrt{2}/v_0.$$

粒子第一次到达平衡位置 P 点时经过时间为 $t = T/2$，粒子做匀速圆周运动转过的角度为

$$\theta = v_0 t/r_0 = \pi(\sqrt{2}/2).$$

三、构建两个简谐运动模型

1. 构建两条直线上的复合简谐运动模型

例 5　如图 6 所示，一弹性细绳穿过水平面上光滑的小孔 O 连接一质量为 m 的小球 P，另一端固定于地面上 A 点，弹性绳的原长为 OA，劲度系数为 k．现将小球拉到 B 位置使 OB＝L，并给小球 P 以初速度 v_0，且 v_0 垂直 OB. 试求：（1）小球绕 O 点转动 90° 至 C 点处所需时间；（2）小球到达 C 点时的速度.

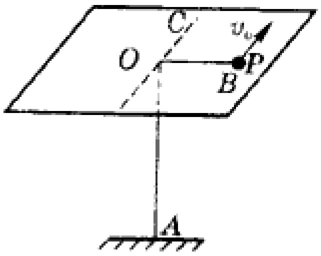


图 6

分析与解　（1）设 OB 为 x 轴方向，OC 为 y 轴方向，当小球和 O 点的连线与 x 轴成 θ 角且与 O 点相距为 r 时，弹性绳对小球的弹力为 F＝kr. 将力 F 沿着 x、y 两个方向分解，有

$$F_x = -F\cos\theta = -kr\cos\theta = -kx,$$

$$F_y = -F\sin\theta = -kr\sin\theta = -ky.$$

由此可知，小球在 x 方向做初速度为零的简谐运动，在 y 方向上做初速度为 v_0 的简谐运动，小球运动可视为两个简谐运动组成的复合运动模型. 小球到达 C 点时，$F_x=0$，即小球恰好经过 x 轴方向上做简谐运动的平衡位置，故小球从 B 点运动到 C 点所经过的时间为小球沿 x 轴方向做简谐运动的周期的四分之一，即

$$t = T/4 = (\pi/2)\sqrt{m/k}.$$

（2）因为小球到达 C 点时在 y 轴方向上速度为零，所以小球在 C 点的速度就是在 x 轴方向上的最大速度，则

$v_C=v_{xmax}=\omega L=L\sqrt{m/k}$.

2.构建双振子复合模型，解答多体振动问题

例6　如图7所示，质量为2m的均匀带电球M的半径为R，带电量为＋Q，开始静止在光滑的水平面上.在通过直径的直线上开一个很小的绝缘、光滑的水平通道.现在球M的最左端A处，由静止开始释放一质量为m、带电量为－Q的点电荷N.若只考虑两电荷间的相互静电力.试求点电荷运动到带电球M的球心时两带电体的速度.

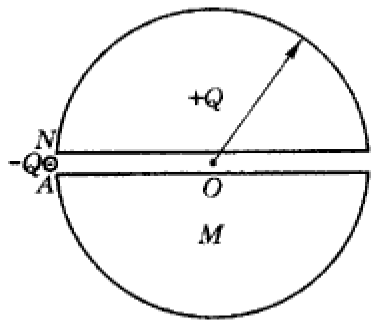


图7

分析与解　均匀带电球M在球内离球心距离为x处产生的电场强度为$E=kQx/R^3$，点电荷N在此处所受的电场力为$F_N=kQ^2x/R^3$，此时带电球M所受的电场力也为$F_M=kQ^2x/R^3$，因而可将此系统构建为类似如图8所示的双振子相对质心O′点做简谐运动.由质心运动定理可知，系统的质心O′点静止不动，质心O′点距开始静止的球心O点的距离为x′，则

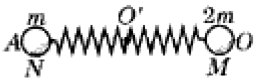


图8

$x'=(mR/M+m)=(R/3)$.

以质心O′为双振子振动的平衡位置，令$k_0=kQ^2/R^3$，N相对质心振动等效弹簧劲度系数为$k_N=3k_0/2$、振幅为$A_N=2R/3$；球M相对质心振动等效弹簧劲度系数$k_M=3k_0$、振幅为$A_M=R/3$.N到达球心时对应于两振子都到达平衡位置，由简谐运动知识得，此时点电荷N、球M的速度分别为

$v_N=A_N\sqrt{m/k_N}=2R\sqrt{(2m/3k_0)}/3$,

$v_M=A_M\sqrt{m/k_M}=R\sqrt{(2m/3k_0)}/3$.

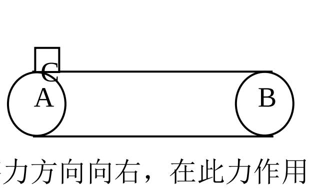
六 滑块与传送带相互作用模型研究

滑块与传送带相互作用的滑动摩擦力，是参与改变滑块运动状态的重要原因之一。其大小遵从滑动摩擦力的计算公式，与滑块相对传送带的速度无关，其方向取决于与传送带的相对运动方向，滑动摩擦力的方向改变，将引起滑块运动状态的转折，这样同一物理环境可能同时出现多个物理过程。因此这类命题，往往具有相当难度。

滑块与传送带等速的时刻，是相对运动方向及滑动摩擦力方向改变的时刻，也是滑块运动状态转折的临界点。按滑块与传送带的初始状态，分以下几种情况讨论。

一、滑块初速为 0，传送带匀速运动

[例 1]如图所示，长为 L 的传送带 AB 始终保持速度为 v_0 的水平向右的速度运动。今将一与皮带间动摩擦因数为 μ 的滑块 C，轻放到 A 端，求 C 由 A 运动到 B 的时间 t_{AB}



解析：“轻放”的含意指初速为零，滑块 C 所受滑动摩擦力方向向右，在此力作用下 C 向右做匀加速运动，如果传送带够长，当 C 与传送带速度相等时，它们之间的滑动摩擦力消失，之后一起匀速运动，如果传送带较短，C 可能由 A 一直加速到 B。

滑块 C 的加速度为 $a=\mu g$，设它能加速到为 v_0 时向前运动的距离为

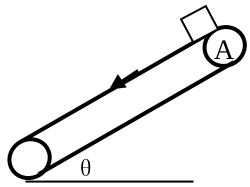
S_1，由$v_0^2=2\mu gS_1$，得$S_1=\dfrac{v_0^2}{2\mu g}$。

若 $L\le S_1$，即$L\le\dfrac{v_0^2}{2\mu g}$，C 由 A 一直加速到 B，由 $L=\dfrac{1}{2}\mu gt_{AB}^2$，得$t_{AB}=\sqrt{\dfrac{2L}{\mu g}}$。

若 $L>S_1$，即$L>\dfrac{v_0^2}{2\mu g}$，C 由 A 加速到 v_0用时 $t_1=\dfrac{v_0}{\mu g}$，前进的距离 $S_1=\dfrac{v_0^2}{2\mu g}$，之后$L-\dfrac{v_0^2}{2\mu g}$距离内以 v_0速度匀速运动 $t_2=\dfrac{L-v_0^2/2\mu g}{v_0}=\dfrac{L}{v_0}-\dfrac{v_0}{2\mu g}$，∴

C 由 A 运动到 B 的时间 $t_{AB}=\dfrac{L}{v_0}+\dfrac{v_0}{2\mu g}$。

[例 2]如图所示，倾角为θ的传送带，以 v_0的恒定速度按图示方向匀速运动。已知传送带上下两端相距 L 今将一与传送带间动摩擦因数为μ的滑块 A 轻放于传送带上端，求 A 从上端运动到下端的时间 t。



解析：当 A 的速度达到 v_0时是运动过程的转折点。A 初始下滑的加速度 $a_1=g\sin\theta+\mu g\cos\theta$ 若能加速到 v_0，下滑位移（对地）为

$$S_1=\frac{v_0^2}{2a_1}=\frac{v_0^2}{2g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}。$$

（1）若 $L\le S_1$，即$L\le\dfrac{v_0^2}{2g(\sin\theta+\mu co\mu g\theta)}$。A 从上端一直加速到下端

$$L=\frac{1}{2}a_1t^2, t=\sqrt{\frac{2L}{a_1}}=\sqrt{\frac{2L}{g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}}。$$

（2）若 $L>S_1$，A 下滑到速度为 v_0用时 $t_1=\dfrac{v_0}{a_1}=\dfrac{v_0}{g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}$

之后 $L-S_1$距离内摩擦力方向变为沿斜面向上。又可能有两种情况。

（a）若 $\mu>gtg\theta$，A 达到 v_0后相对传送带停止滑动，以 v_0速度匀速，

$$t_2=\frac{L-S_1}{v_0}=\frac{L}{v_0}-\frac{v_0}{2g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}$$

总时间 $t=t_1+t_2=\dfrac{L}{v_0}+\dfrac{v_0}{2g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}$

（b）若 $\mu<gtg\theta$，A 达到 v_0后相对传送带向下滑， $a_2=g\sin\theta-\mu g\cos\theta$，到达末端速度

$$v'=\sqrt{v_0^2+2a_2(L-S_1)}$$

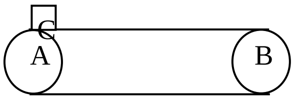
用时

$$t_2=\frac{v'-v_0}{a_2}=\sqrt{\frac{v_0^2}{g^2(\sin\theta-\mu\cos\theta)^2}-\frac{v_0^2}{g^2(\sin\theta+\mu\cos\theta)^2}+\frac{2L}{g(\sin\theta-\mu\cos\theta)}}-\frac{v_0}{g(\sin\theta-\mu\cos\theta)}$$ 总时间

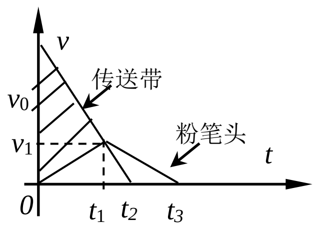
$$t=t_1+t_2=\sqrt{\frac{v_0^2}{g^2(\sin\theta-\mu\cos\theta)^2}-\frac{v_0^2}{g^2(\sin\theta+\mu\cos\theta)^2}+\frac{2L}{g(\sin\theta-\mu\cos\theta)}}-\frac{2v_0\mu\cos\varsigma}{g(\sin^2\theta-\mu^2\cos^2\theta)}$$

二、滑块初速为 0，传送带做匀变速运动

[例 3]将一个粉笔头轻放在以 2m/s 的恒定速度运动在足够长的水平传送带上后，传送带上留下一条长度为 4m 的划线。若使该传送带仍以 2m/s 的初速改做匀减速运动，加速度大小恒为 1.5m/s²，且在传送带开始做匀减速运动的同时，将另一粉笔头（与传送带的动摩擦因数和第一个相同）轻放在传送带上，该粉笔头在传送带上能留下一条多长的划线？



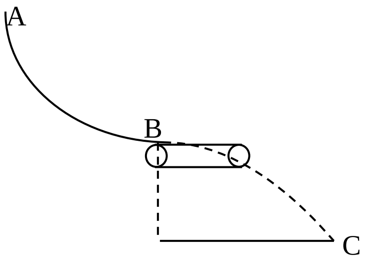
解析：在同一 v-t 坐标图上作出两次划线粉笔头及传送带的速度图象，如图所示。第一次划线。传送带匀速，粉笔头匀加速运动，AB 和 OB 分别代表它们的速度图线。速度相等时（B 点），划线结束，图中 ΔAOB 的面积代表第一次划线长度 $\frac{1}{2}\times2\times\overline{AB}=4,\therefore\ \overline{AB}=4$，即 B 点坐标为（4，2），粉笔头的加速度 $a_1=\frac{2}{4}=0.5(m/s^2)$。



第二次划线分两个 AE 代表传送带的速度图线，它的加速度为 $a=1.5m/s^2$可算出 E 点坐标为（4/3，0）。OC 代表第一阶段粉笔头的速度图线，C 点表示二者速度相同，$a_1t_c=2-at_c,得t_c=\dfrac{2}{a_1+a}=1(s),v_c=a_1t_c=0.5(m/s)$即 C 点坐标为（1，0.5）该阶段粉笔头相对传送带向后划线，划线长度 $S_1=S_{\Delta AOC}=\dfrac{1}{2}\times2\times1,m=1m$。等速后，粉笔头超前，所受滑动摩擦力反向，开始减速运动， 由于传送带先减速到 0，所以后来粉笔头一直匀减速至静止。CF 代表它在第二阶段的速度图线。可求出 F 点坐标为（2，0）此阶段粉笔头相对传送带向前划线，长度 $S_2=S_{\Delta CEF}=\dfrac{1}{2}\times0.5(2-\dfrac{4}{3}m)=\dfrac{1}{6}m<1m$。可见粉笔头相对传送带先向后划线 1m，又折回向前划线 1/6m，所以粉笔头在传送带动能留下 1m 长的划线。

三、传送带匀速运动，滑块初速与传送带同向

[例 4]如图所示，AB 是一段位于竖直平面内的光滑轨道，高度为 h，末端 B 处的切线方向水平。一个质量为 m 的小物体 P 从轨道顶端 A 处由静止释放，滑到 B 端后飞出，落到地面上的 C 点，轨迹如图中虚线 BC 所示。已知它落地时相对于 B 点的水平位移 OC=l。现在轨道下方紧贴 B 点安一水平传送带，传送带的右端与 B 距离为 $l/2$。当传送带静止时，让 P 再次从 A 点由静止释放，它离开轨道并在传送带上滑行后从右端水平飞出，仍然落在地面的 C 点。当驱动轮转动带动传送带以速度 v 匀速向右运动时（其它条件不变）。P 的落点为 D。不计空气阻力。



（1）求 P 与传送带之间的动摩擦因数 μ。

（2）求出 O、D 间距离 S 随速度 v 变化函数关系式

解析：这是一道滑块平抛与传送带结合起来的综合题。（1）没有传送带时，物体离开 B 点作平抛运动 $v_0=\sqrt{2gh}.l=v_0t,t=\frac{l}{\sqrt{2gh}}$。

当 B 点下方的传送带静止时，物体离开传送带右端作平抛运动，时间仍为 t，有 $\frac{l}{2}=v_1t$

由以上各式得 $v_1=\frac{v_0}{2}=\frac{\sqrt{2gh}}{2}$

由动能定理，物体在传送带动滑动时，有

$\mu mg\frac{l}{2}=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv_1^2.\therefore\ \mu=\frac{3h}{2l}$。

（2）当传送带的速度 $v>\frac{\sqrt{2gh}}{2}$时，物体将会在传送带上作一段匀变速运动。若尚未到达传送带右端，速度即与传送带速度相同，此后物体将做匀速运动，而后以速度 v 离开传送带。v 的最大值 v_2为物体在传送带动一直加速而达到的速度。

$\mu mg\frac{l}{2}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_0^2$

把μ代入得 $v_2=\sqrt{\frac{7}{2}gh}$

若 $v>v_2$。物体将以 $v_2=\sqrt{\frac{7}{2}gh}$ 离开传送带，得 O、D 距离

S= $\frac{1}{2}+t\sqrt{\frac{7}{2}gh}=\frac{l}{2}(1+\sqrt{7})$

当 $v_1<v<v_2$，即 $\sqrt{\frac{7}{2}gh}<v<\sqrt{\frac{7}{2}gh}$时，物体从传送带飞出的速度为 v，

$$S=\frac{l}{2}+vt=\frac{l}{2}(1+\frac{2v}{\sqrt{2gh}})$$

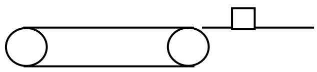
综合上述结果 S 随 v 变化的函数关系式

$$S(v)=\begin{cases} l(v\le\frac{\sqrt{2gh}}{2}) \\ \frac{l}{2}(1+\frac{2v}{\sqrt{2gh}})(\frac{\sqrt{2gh}}{2}<v<\sqrt{\frac{7}{2}gh}) \\ \frac{l}{2}(1+\sqrt{7})(v\ge\sqrt{\frac{7}{2}gh}) \end{cases}$$

求解本题的关键是分析清楚物体离开传送带的两个极值速度：在传送带上一直匀减速至右端的最小速度 v_1，及在传送带上一直匀加速至右端的最大速度 v_2。以此把传送带速度 v 划分为三段。才能正确得出 S 随 v 的函数关系式。

四、传送带匀速运动，滑块初速与传送带速度方向相反

[例 5]如图所示，一水平方向足够长的传送带以恒定的速度 v_1 沿顺时针方向传动，传送带右端一与传送带等高的光滑水平面。一物体以恒定的速率 v_2 沿直线向左滑向传送带后，经过一段时间又返回光滑水平面，速率为 v_2'。则下列说法正确的是：



A、只有 $v_1=v_2$ 时才有 $v_2'=v_1$

B、若 $v_1>v_2$，则 $v_2'=v_2$

C、若 $v_1<v_2$，则 $v_2'=v_1$

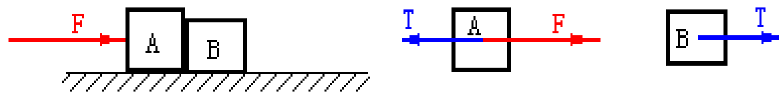
D、不管 v_2 多大，总有 $v_2'=v_1$

解析：滑块向左运动时所受滑动摩擦力必然是向右。返回时开始阶段滑块速度小于传送带速度，所受摩擦力仍向右，滑块向右加速。若它能一直加速到右端，速度 $v_2'=v_2$，前提是传送带速度一直大于滑块速度，即 $v_1\ge v_2'=v_2$。若 $v_1<v_2$，则返回加速过程中，到不了最右端滑块速度就与传送带速度相等了，之后以 v_1 速度匀速到达右端，即 $v_1<v_2$ 时，$v_2'=v_1$，所以正确选项为 B、C。

七 连接体问题的求解思路

【例题精选】

【例 1】在光滑的水平面上放置着紧靠在一起的两个物体 A 和 B（如图），它们的质量分别为 m_A、m_B。当用水平恒力 F 推物体 A 时，问：⑴A、B 两物体的加速度多大？⑵A 物体对 B 物体的作用力多大？



分析：两个物体在推力的作用下在水平面上一定做匀加速直线运动。对整体来说符合牛顿第二定律；对于两个孤立的物体分别用牛顿第二定律也是正确的。因此，这一道连接体的问题可以有解。

解：设物体运动的加速度为 a，两物体间的作用力为 T，把 A、B 两个物体隔离出来画在右侧。因为物体组只在水平面上运动在竖直方向上是平衡的，所以分析每个物体受力时可以只讨论水平方向的受力。A 物体受水平向右的推力 F 和水平向左的作用力 T，B 物体只受一个水平向右的作用力 T。对两个物体分别列牛顿第二定律的方程：

对 m_A 满足 $F-T=m_Aa$ ⑴

对 m_B 满足 $T=m_Ba$ ⑵

⑴＋⑵得 $F=(m_A+m_B)a$ ⑶

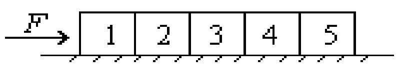
经解得： $a=F/(m_A+m_B)$ ⑷

将⑷式代入⑵式可得 $T=Fm_B/(m_A+m_B)$

小结：①解题时首先明确研究对象是其中的一个物体还是两个物体组成的物体组。如果本题只求运动的加速度，因为这时 A、B 两物体间的作用力是物体组的内力和加速度无关，那么我们就可以物体组为研究对象直接列出⑶式动力学方程求解。若要求两物体间的作用力就要用隔离法列两个物体的动力学方程了。

②对每个物体列动力学方程，通过解联立方程来求解是解决连接体问题最规范的解法，也是最保险的方法，同学们必须掌握。

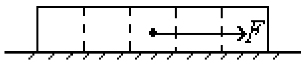
【例 2】如图所示，5 个质量相同的木块并排放在光滑的水平桌面上，当用水平向右推力 F 推木块 1，使它们共同向右加速运动时，求第 2 与第 3 块木块之间弹力及第 4 与第 5 块木块之间的弹力。



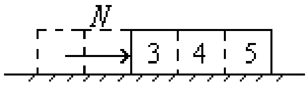
分析：仔细分析会发现这一道题与例 1 几乎是一样的。把第 1、第 2 木块看作 A 物体，把第 3、4、5

木块看作 B 物体，就和例 1 完全一样了。因 5 个木块一起向右运动时运动状态完全相同，可以用整体法求出系统的加速度（也是各个木块共同加速度）。再用隔离法求第 2 与第 3 木块之间弹力，可以以第 3、4、5 木块为一个研究对象，也可以第 1、2 木块为一个研究对象。

解：（1）如图所示，以 5 个木块整体为研究对象。设每个木块质量为 m，则 $F=5ma\ \therefore a=\dfrac{F}{5m}$



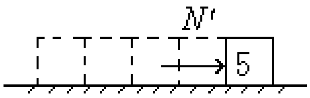
将第 3、4、5 块木块隔离为一个研究对象，设第 2 块木块对第 3 块木块的弹力为 N，其受力分析（如图），则



$$N=3ma=3m\frac{F}{5m}=\frac{3}{5}F$$

所以第 2 与第 3 木块之间弹力为 $\dfrac{3}{5}F$。

（2）将第 5 木块隔离为一个研究对象（如图），设第 4 对第 5 木块弹力为 N'，则

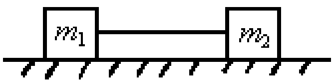


$$N'=ma=m\cdot\frac{F}{5m}=\frac{1}{5}F$$

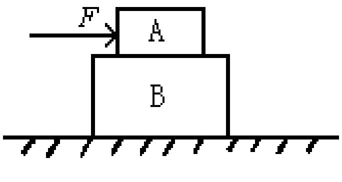
所以第 4 与第 5 块木块之间弹力为 $\dfrac{1}{5}F$。

小结：从这道题可以看出当 5 个木块一起向右加速运动时，各木块之间的相互作用力大小不同，其中“2”对“3”的作用力比“4”对“5”的作用力大，其原因是“2”对“3”的作用力 N 要使 3 个木块获加速度 a，而“4”对“5”的弹力 N' 只使一个木块获得加速度 a。

思考题：如图所示，光滑水平面上有两物体 m_1与m_2 用细线连接，设细线能承受的最大拉力为 T，$m_1>m_2$，现用水平拉力 F 拉系统，要使系统得到最大加速度 F 应向哪个方向拉？（答：向左拉 m_1）



【例 3】如图所示，木块 A 质量为 1kg，木块 B 质量为 2kg，叠放在水平地面上，AB 之间最大静摩擦力为 5N，B 与地面之间摩擦系数为 0.1，今用水平力 F 作用于 A，保持 AB 相对静止的条件是 F 不超过________________N。（$g=10m/s^2$）

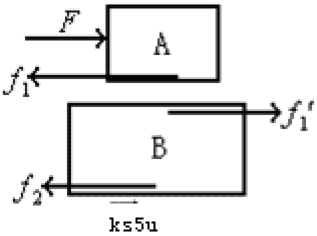


分析：当 F 作用于 A 上时，A 与 B 的受力分析如图所示。要使 A、B 保持相对静止，A 与 B 的加速度必须相等。B 的加速度最大值为：

$$a=\frac{f_1'-f_2}{m_B}$$

其中 f_1' 为 5N，　　$f_2=(m_A+m_B)g\cdot\mu=2(2+1)\times10\times0.1=3N$

代入上式　　$a=\dfrac{5-3}{2}m/s^2=1m/s^2$

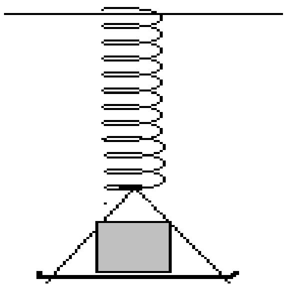


这也是 A 的加速度最大值。

又因　　$F-f_1=m_Aa$

$$F=m_Aa+f_1=1\times1+5=6N$$

$\therefore$ F最大不超过$6N$。



【例 4】如图所示，一根轻质弹簧上端固定，下端挂一个质量为m_0的平盘，盘中有一物体，质量为 m，当盘静止时，弹簧的长度比其自然长度伸长了 l，今向下拉盘，使弹簧再伸长Δl后停止，然后松手，设弹簧总处在弹性限度内，则刚松手时盘对物体的支持力等于：

A．$(1+\Delta l/l)mg$　　　　B．$(1+\Delta l/l)(m+m_0)g$

C．$\Delta lmg/l$　　　　D．$\Delta l(m+m_0)g/l$

分析：根据题意由盘及物体组成的系统先后经过了三个状态：（1）盘中放物，弹簧被伸长，系统处于平衡态，此时有$(m+m_0)g=kl$，（2）手对盘有向下拉力 F，弹簧被再伸长了Δl，系统仍平衡，即$(m+m_0)g+F=k(1+\Delta l)$，可得$F=k\Delta l$。（3）撤去拉力 F 的瞬间，系统失去平衡。有向上的加速度，此时系统受合力的大小与撤去的力 F 相等，方向与 F 相反。可用整体法求出此刻系统的加速度，用隔离法以物体为对象，求出盘对物体的支持力。

解：当盘与物的总重力跟弹簧弹力平衡时，有：

$$(m+m_0)g=kl$$
$$k=\frac{(m+m_0)g}{l}$$

刚松手时盘与物所受合力向上，大小为$F_{合}=k\Delta l$，此时盘与物的加速度

$$a=\frac{F_{合}}{m+m_0}=\frac{\frac{(m+m_0)g}{l}\cdot\Delta l}{m+m_0}=\frac{\Delta l}{l}g$$

以物为对象，设盘对物的支持力为 N，则

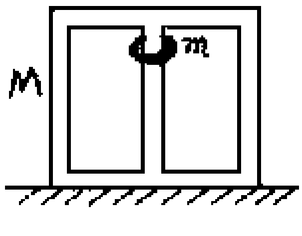
$$N - mg = ma$$

$$N = m(g + a) = mg\left(1 + \Delta l/l\right)$$

$\therefore$ A选项正确

答案：A

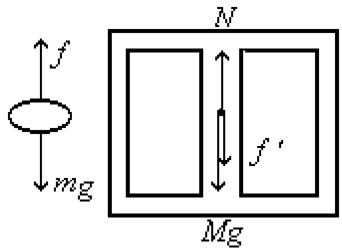
【例 5】一个箱子放在水平地面上，箱内有一固定的竖直杆，在杆上套着一个环，箱与杆的质量为 M，环的质量为 m，如图所示，已知环沿杆加速下滑，环与杆的摩擦力大小为 f，则此时箱子对地面压力为：



A. Mg　　　　B. $(m+M)g$

C. $Mg+f$　　　　D. $(M+m)g-f$

分析：由于木箱与环的运动状态不同，木箱处于静止状态，环是加速下滑，解题时只能用隔离法。分别以环和木箱为对象，受力分析如图（甲）（乙）所示，应注意环受摩擦力 f 向上，而木箱受到摩擦力 f' 是向下的，又木箱处于平衡状态，所以对于木箱有



$$N = Mg + f'$$

其中 N 为地面对木箱的压力，与木箱对地面的压力大小相等，f' 与题中已知 f 相等，所以 C 选项是对的。

答案：C。

【专项训练】：

一、选择正确答案：

1、m_1和m_2两物体与斜面之间的滑动摩擦系数相同，已知 $m_1 > m_2$，它们先后从同一斜面的顶端由静止开始自由下滑，则它们到达底端时的速度应满足：

A. $v_1 > v_2$　　　　B. $v_1 = v_2$　　　　C. $v_1 < v_2$　　　　D. 不确定

2、一个物体只在一个力 F 作用下，做匀加速直线运动，从某时刻起，力 F 逐渐变化，下述说法正确的是：

A. 当 F 减小时，物体速度也减小

B. 当 F 减小时，物体速度还在增大

C. 当 F 为零时，物体速度为零

D. 当力 F 反向时，物体立刻向相反方向运动。

3、一物体挂在弹簧秤下，弹簧秤的上端固定在电梯的天花板上，在下列哪种情况下弹簧秤的读数最小：

A．电梯匀加速上升，且$a=\frac{g}{3}$　　B．电梯匀减速上升，且$a=\frac{g}{2}$

C．电梯匀加速下降，且$a=\frac{g}{3}$ D．电梯匀减速下降，且$a=\frac{g}{2}$

4、在光滑的水平面上，质量为m的物体受到力F的作用，测得该物体的加速度为$\frac{F}{2m}$，则这个力的方向可能是：

A．水平　　B．斜向上方　　C．竖直向上　　D．斜向下方

5、用手托着 30N 的物体以$\frac{g}{2}$的加速度沿竖直方向向上作匀加速运动，物体对手的压力是：

A．20N　　B．30N　　C．45N　　D．60N

6、“相同的合外力在一半的时间内使质量减半的物体移动的距离也减半”这句话在下列哪种情况下适用？

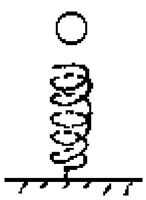
A．物体作初速度为零的匀加速直线运动

B．物体作初速度不为零的匀加速直线运动

C．物体作匀减速直线运动

D．以上各种运动都不满足

7、如图所示，一个轻质弹簧，竖直固定在水平桌面上，一个球从弹簧的正上方竖直落下，从小球与弹簧接触开始直到弹簧被压缩到最短的过程中，小球的速度与加速度的大小变化情况是：



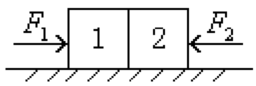
A．加速度越来越小，速度也越来越小

B．加速度先变小后变大，速度一直减小

C．加速度先变小后变大，速度先变大后变小

D．加速度越来越大，速度越来越小

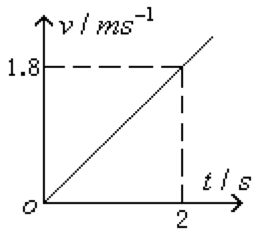
8、如图所示，两个质量相同的物体 1 和 2 紧靠在一起，放在光滑水平桌面上，分别受到水平推力F_1和F_2的作用，且$F_1 > F_2$，则 1 与 2



之间作用力大小为

A．F_1　　B．F_2　　C．$\frac{1}{2}\left(F_1+F_2\right)$　　D．$\frac{1}{2}\left(F_1-F_2\right)$

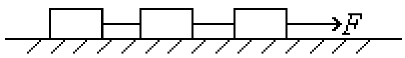
二、填空：



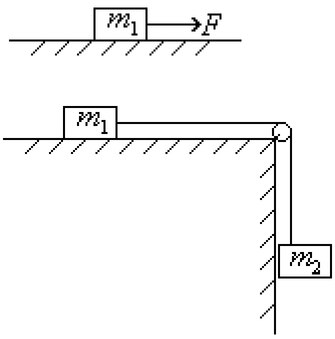
9、将物体从某一高度释放后，其速度随时间变化的图象如图所示，物体加速度是____________ m/s^2，若物体的重力为 1*N*，则空气阻力为____________*N*。

10、恒力 *F* 作用在甲物体上，可使甲从静止开始运动 54*m* 用 3*s* 时间，当该恒力作用在乙物体上，能使乙在 3*s* 内速度由 8*m/s* 变到－4*m/s*。现把甲、乙绑在一起，在恒力 *F* 作用下它们的加速度的大小是____________。从静止开始运动 3*s* 内的位移是_______。

11、如图所示，三个质量相同的木块顺次连接，放在水平桌面上，物体与平面间 $\mu=0.2$，用力 *F* 拉三个物体，它们运动的加速度为 $1m/s^2$，若去掉最后一个物体，前两物体的加速度为__________ m/s^2。



12、如图所示，在水平力 *F*=12*N* 的作用下，放在光滑水平面上的 m_1，运动的位移 s 与时间 t 满足关系式：$s=3t^2+4t$，该物体运动的初速度 $v_0=$______________，该物体的质量 $m_1=$________________。若改用下图装置拉动 m_1，使 m_1 的运动状态与前面相同，则 m_2 的质量应为______________。（不计摩擦）



三、计算题：

13、把一个物体放在倾角为 $30°$ 的斜面上时，它恰好匀速下滑，若把斜面倾角改为 $60°$，求物体下滑的加速度。

【答案】

一、选择题：

1、B　2、B　3、B　4、B C D

5、C　6、A B C　7、C　8、C

二、填空题：

9、9，0.1　10、3m/s^2，13.5m　11、2.5　12、4m/s，2kg，3kg

三、计算题：

13、 5.81m/s^2

（提示：当 $\theta=30^\circ$ 时 $mg\sin30^\circ=mg\cos30^\circ\mu$，$\mu=\mathrm{tg}\,30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$； 当 $\theta=60^\circ$ 时， μ 不变，

$mg\sin60^\circ-mg\cos60^\circ\mu=ma$，$a=g\sin60^\circ-\mu g\cos60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times10-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{2}\times10=5.81m/s^2$）

碰撞问题考点透析

碰撞问题是历年高考试题的重点和热点，同时它也是同学们学习的难点．它所反映出来的物理过程、状态变化及能量关系，能够全方位地考查同学们的理解能力、逻辑思维能力及分析推理能力．高考中考查的碰撞问题，碰撞时间极短，位移为零，碰撞过程遵循动量守恒定律．

一、考点诠释

两个(或两个以上)物体相遇，物体之间的相互作用仅持续一个极为短暂的时间，而运动状态发生显著变化，这种现象称为碰撞。碰撞是一个基本，十分重要的物理模型，其特点是：

1．瞬时性．由于物体在发生碰撞时，所用时间极短，因此在计算物体运动时间时，通常把碰撞时间忽略不计；在碰撞这一极短的时间内，物体的位置是来不及改变的，因此我们可以认为物体在碰撞中位移为零。

2．动量守恒性．因碰撞时间极短，相互作用的内力大于外力，所以系统在碰撞过程中动量守恒。

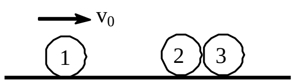
3．动能不增．在碰撞过程中，系统总动能只有减少或者不变，而绝不会增加，即不能违背能量守恒原则。若弹性碰撞则同时满足动量、动能守恒。非弹性碰撞只满足动量守恒，而不满足动能守恒（系统的动能减少）。

二、解题策略

首先要根据碰撞的瞬时性特点，正确选取相互作用的研究对象，使问题简便解决；其次要确定碰撞前和碰撞后系统中各个研究对象的状态；然后根据动量守恒定律及其他规律求解，并验证求得结果的合理性。

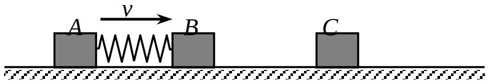
三、边解边悟

1．在光滑的水平面上有三个完全相同的小球排成一条直线．2、3小球静止，并靠在一起，1 球以速度 v_0 射向它们，如图所示．设碰撞过程不损失机械能，则碰后三个小球的速度为多少？



解析：本题的关键在于分析清楚实际的碰撞过程：由于球 1 与球 2 发生碰撞时间极短，球 2 的位置来不及发生变化，这样球 2 对球 3 也就无法产生力的作用，即球 3 不会参与此次碰撞过程．而球 1 与球 2 发生的是弹性碰撞，质量又相等，故它们在碰撞中实现速度交换，碰后球 1 立即停止，球 2 速度立即变为 v_0；此后球 2 与球 3 碰撞，再一次实现速度交换．所以碰后球 1、球 2 的速度为零，球 3 速度为 v_0.

2．用轻弹簧相连的质量均为 m=2 kg的 A、B 两物体都以 v=6m/s 的速度在光滑的水平地面上运动，弹簧处于原长，质量 M = 4 kg的物体 C 静止在前方，如图所示。B 与 C 碰撞后二者粘在一起运动，在以后的运动中，求：



（1）当弹簧的弹性势能最大时物体 A 的速度。

（2）弹性势能的最大值是多大？

解析：（1）由动量守恒定律得

当弹簧的压缩量最大时，弹性势能最多，此时 A、B、C 的速度相等

$2mv=(2m+M)v_1$

$v_1=2mv/(2m+M)=3$ m/s

即 A 的速度为 3 m/s

（2）由动量守恒定律得 B、C 碰撞时

$mv=(m+M)v_2$

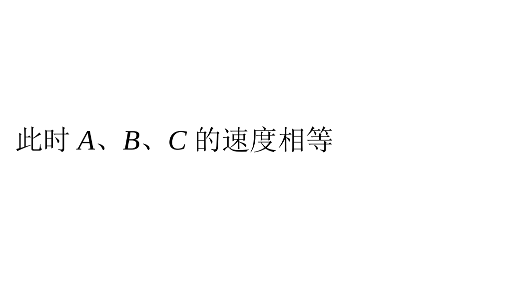
$v_2=mv/(m+M)=2$m/s

由能量守恒可得

$mv^2/2+(m+M)v_2^2/2=(2m+M)v_1^2/2+\triangle E_P$

解得：$\triangle E_P$=12J

3．质量均为 m，完全相同的两辆实验小车 A 和 B 停放在光滑水面上，A 车上另悬挂有一质量为 $2m$ 的小球



更多资

C。开始 B 静止，A、C 以速度 v_0 向右运动，两车发生完全非弹性碰撞但不粘连，碰撞时间极短，碰后小球 C 先向右摆起，再向左摆起……每次均未达到水平，求：

（1）小球第一次向右摆起至最大高度 h_1 时小车 A 的速度大小 v.

（2）小球第一次向右摆起的最大高度 h_1 和第一次向左摆起的最大高度 h_2 之比.

解析：（1）研究 A、B、C 整体，从最开始到小球第一次向右摆起至最大高度过程中，根据水平方向动量守恒

$$(3m)v_0 = (4m)v$$

解得 $v=\frac{3}{4}v_0$

（2）研究 A、B 整体，两车碰撞过程中，设碰后瞬间 A、B 共同速度为 v_1，根据动量守恒

$$mv_0 = (2m)v_1$$

解得 $v_1=\frac{1}{2}v_0$

从碰拉结束到小球第一次向右摆起至最大高度过程中，根据机械能守定律

$$(2m)gh_1=\frac{1}{2}(2m)v_0^2+\frac{1}{2}(2m)v_1^2-\frac{1}{2}(4m)v^2$$

解得 $h_1=\frac{v_0^2}{16g}$

由受力分析可知，小球下摆回最低点，B、C 开始分离。设此时小球速度为 v_3，小车速度为 v_4，以向右为正方向，从碰撞结束到小球摆回最低点过程中根据水平方向动量守恒

$$(2m)v_0 +(2m)v_1 = (2m)v_3 +(2m)v_4$$

根据机械能守恒定律

$$\frac{1}{2}(2m)v_0^2+\frac{1}{2}(2m)v_1^2=\frac{1}{2}(2m)v_3^2+\frac{1}{2}(2m)v_4^2$$

解得小球速度 $v_3 = v_1 =\frac{1}{2}v_0$，方向向右

小车速度 $v_4 = v_0$，方向向右

另一根不合题意舍去。

研究 A、C 整体从返回最低点到摆到左侧最高点过程。

根据水平方向向量守恒

$$(2m) v_3 +mv_4 = (3m)v_5$$

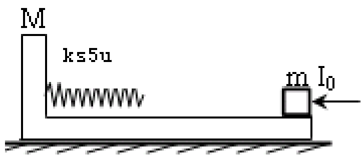
根据机械能守恒定律

$$(2m)gh_2=\frac{1}{2}(2m)v_3^2+\frac{1}{2}mv_4^2-\frac{1}{2}(3m)v_5^2$$

解得 $h_2=\dfrac{v_0^2}{24g}$

所以 h_1：h_2=3：2

4．如图所示，质量为 M=3kg、长度为 L=1.2m 的木板静止在光滑水平面上，其左端的壁上有自由长度为 L_0=0.6m 的轻弹簧，右端放置一质量为 m=1kg 的小物块，小物块与木块间的动摩擦因数为μ=0.4，今对小物块施加一个水平向左的瞬时冲量 I_0=4N·s，小物块相对于木板向左运动而压缩弹簧使弹性势能增大为最大值 E_{max}，接着小物块又相对于木板向右运动，最终恰好相对静止于木板的最右端，设弹簧未超出弹性限度，并取重力加速度为 g=10m/s²。求：



（1）当弹簧弹性势能最大时小物块速度 v；

（2）弹性势能的最大值 E_{max} 及小物块相对于木板向左运动的最大距离 L_{max}。

解析：（1）由动量定理及动量守恒定律得

$I_0=mv_0$　　$mv_0=(m+M)v$

解得：v=1m/s

（2）由动量守恒定律和功能关系得

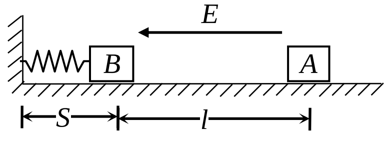
$mv_0=(m+M)u$

$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}(m+M)v^2+\mu mgL_{max}+E_{max}$

$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}(m+M)u^2+2\mu mgL_{max}$

解得：E_{max}=3J　L_{max}=0.75m

5. 在绝缘水平面上放一质量 $m=2.0\times10^{-3}$kg 的带电滑块 A，所带电荷量 $q=1.0\times10^{-7}$C. 在滑块 A 的左边 l=0. 3m 处放置一个不带电的绝缘滑块 B，质量 $M=4.0\times10^{-3}$kg，B 与一端连在竖直墙壁上的轻弹簧接触(不连接)且弹簧处于自然状态，弹簧原长 S=0.05m. 如图所示，在水平面上方空间加一水平向左的匀强电场，电场强度的大小为 $E=4.0\times10^{5}$N/C，滑块 A 由静止释放后向左滑动并与滑块 B 发生碰撞，设碰撞时间极短，碰撞后两滑块结合在一起共同运动并一起压缩弹簧至最短处(弹性限度内)，此时弹性势能 $E_0=3.2\times10^{-3}$J，两滑块始终没有分开，两滑块的体积大小不计，与水平面间的动摩擦因数均为 μ=0. 5，g 取 10m/s². 求：



(1)两滑块碰撞后刚结合在一起的共同速度 v；

(2)两滑块被弹簧弹开后距竖直墙壁的最大距离 s.

解析:(1)设两滑块碰前 A 的速度为 v_1，由动能定理有：

$$qEl-\mu mgl=\frac{1}{2}mv_1^2$$

解得:v_1=3m/s

A、B 两滑块碰撞，由于时间极短动量守恒，设共同速度为 v

$$mv_1=(M+m)v$$

解得:v=1.0m/s

(2)碰后 A、B 一起压缩弹簧至最短，设弹簧压缩量为 x_1，由动能定理有：

$$qEx_1-\mu(M+m)gx_1-E_0=0-\frac{1}{2}(M+m)v^2$$

解得:x_1=0.02m

设反弹后 A、B 滑行了 x_2 距离后速度减为零，由动能定理得:

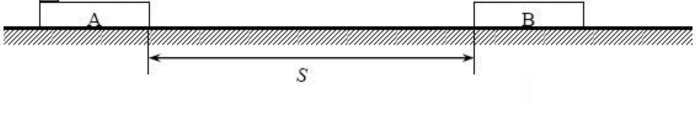
$$E_0-qEx_2-\mu(M+m)gx_2=0$$

解得:$x_2\approx$0.05m

以后，因为 $qE>\mu(M+m)g$，滑块还会向左运动，但弹开的距离将逐渐变小，所以，最大距离为:

$S=x_2+s-x_1$=0.05m+0.05m−0.02m=0.08m.

6.如图所示，两个完全相同质量为m 的木板A、B 置于水平面上。它们的间距s=2.88m，质量为2m、大小可以忽略的物块C 置于A 板的左端。C 与A 之间的动摩擦因数为μ_1=0.22，A、B 与水平面之间的动摩擦因数μ_2=0.10，最大静摩擦力可认为等于滑动摩擦力。开始时，三个物体处于静止状态，现给C 施加一个水平向右，大小为$\frac{2}{5}$mg的恒力F，假定A、B 碰撞时间很短且碰撞后粘连在一起，要使C 最终不脱离木板，每块木板的长度最少要为多少？



解析：在 A，B 碰撞之前，A，C 间的最大静摩擦力为 2$\mu_1$mg=0.44mg，大于 C 所受到的外力 0.4mg，因此，A，C 之间无相对运动。所以 A，C 可作为一个整体。碰撞前 A，C 的速度可以用动能定理求出。

碰撞之后，A，B 具有共同的速度，C 的速度不变。A，C 间发生相对运动。并且根据题意，A，B，C

系统所受的摩擦力等于 F，因此系统所受的合外力为零。可运用动量守恒定理求出 C 刚好不脱离木板的系统最终的共同速度。然后，运用能量守恒定律求出 A，B 的长度，即 C 与 A，B 发生相对位移的距离。

由于 F 小于 A，C 间最大静摩擦力，所以 A，C 无相对运动。

$FS-\mu_2 3mgS=\frac{1}{2}3mv_1^2$

解得 $v_1=\frac{4}{5}\sqrt{3}$ m/s

$v_c=\frac{4}{5}\sqrt{3}$ m/s，$mv_1=2mv_{ab}$

得 $v_{ab}=\frac{2}{5}\sqrt{3}$ m/s

因为，$F=\mu_2 4mg=0.4mg$;所以，A，B，C 组成的系统合外力为零

$2mv_c+2mv_{ab}=4mv$

得，$v=\frac{3}{5}\sqrt{3}$ m/s

由能量守恒定理得

$F2L+\frac{1}{2}4mv^2-\mu_1 2mg2L=\frac{1}{2}2mv_c^2+\frac{1}{2}2mv_{ab}^2$

L=5m

碰撞与类碰撞

高中《动量》部分内容是历年高考的热点内容，碰撞问题是动量部分内容的重点和难点之一，在课本中，从能量角度把碰撞分为弹性碰撞和非弹性碰撞，而学生往往能够掌握这种问题的解决方法，但只要题型稍加变化，学生就感到束手无策。在此，作者从另外一个角度来研究碰撞问题，期望把动量中的碰撞问题和类似于碰撞问题归纳和总结一下，供读者参考。

从两物体相互作用力的效果可以把碰撞问题分为：

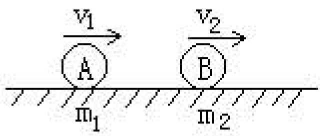
一般意义上的碰撞：相互作用力为斥力的碰撞

类碰撞：

相互作用力为引力的碰撞（例如绳模型）

相互作用力既有斥力又有引力的碰撞（例如弹簧模型）

一、一般意义上的碰撞



如图所示，光滑水平面上两个质量分别为 m_1、m_2 小球相碰。这种碰撞可分为正碰和斜碰两种，在高中阶段只研究正碰。正碰又可分为以下几种类型：

1、完全弹性碰撞：碰撞时产生弹性形变，碰撞后形变完全消失，碰撞过程系统的动量和机械能均守恒

2、完全非弹性碰撞：碰撞后物体粘结成一体或相对静止，即相互碰撞时产生的形变一点没有恢复，碰撞后相互作用的物体具有共同速度，系统动量守恒，但系统的机械能不守恒，此时损失的最多。

3、一般的碰撞：碰撞时产生的形变有部分恢复，此时系统动量守恒但机械能有部分损失。

例：在光滑水平面上 A、B 两球沿同一直线向右运动，A 追上 B 发生碰撞，碰前两球动量分别为 $P_A = 12kg \cdot m/s$、$P_B = 13kg \cdot m/s$，则碰撞过程中两物体的动量变化可能的是（　）

A、$\Delta P_A = -3kg \cdot m/s$，$\Delta P_B = 3kg \cdot m/s$

B、$\Delta P_A = 4kg \cdot m/s$，$\Delta P_B = -4kg \cdot m/s$

C、$\Delta P_A = -5kg \cdot m/s$，$\Delta P_B = 5kg \cdot m/s$

D、$\Delta P_A = -24kg \cdot m/s$，$\Delta P_B = 24kg \cdot m/s$

[析与解]：碰撞中应遵循的原则有：

1、统动量守恒原则：即 $\Delta P_A + \Delta P_B = 0$。此题 ABCD 选项均符合

2、物理情景可行性原则：

（1）、碰撞前，A 追上 B 发生碰撞，所以有碰前 $v_A > v_B$

（2）、碰撞时，两球之间是斥力作用，因此前者受到的冲量向前，动量增加；后者受到的冲量向后，动量减小，既 $\Delta P_A < 0$，$\Delta P_B > 0$。此题 B 选项可以排除

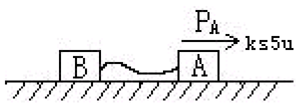
（3）、碰撞后，A 球位置在后，所以有 $v_A' > v_B'$

3、系统能量守恒原则：在碰撞中，若没有能量损耗，则系统机械能守恒；若能量有损失，则系统的机械能减小；而系统的机械能不可能增加。一般而言，碰撞中的重力势能不变，所以有 $E_{KA} + E_{KB} = E_{KA}{'} + E_{KB}{'}$。此题中 D 选项可以排除。

综上所述，本题正确答案为（A、C）

二、类碰撞中绳模型

例：如图所示，光滑水平面上有两个质量相等的物体，其间用一不可伸长的



细绳相连，开始 B 静止，A 具有 $P_A = 4kg \cdot m/s$（规定向右为正）的动量，开始绳松弛，那么在绳拉紧的过程中，A、B 动量变化可能是（　　）

A、$\Delta P_A = -4kg \cdot m/s$，$\Delta P_B = 4kg \cdot m/s$

B、$\Delta P_A = 2kg \cdot m/s$，$\Delta P_B = -2kg \cdot m/s$

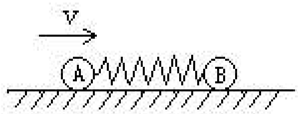
C、$\Delta P_A = -2kg \cdot m/s$，$\Delta P_B = 2kg \cdot m/s$

D、$\Delta P_A = \Delta P_B = 2kg \cdot m/s$

[析与解]：绳模型中两物体组成的系统同样要满足上述的三个原则，只是在第 2 个原则中，由于绳对两个小球施加的是拉力，前者受到的冲量向后，动量减小；后者受到的冲量向前，动量增加，当两者的速度相等时，绳子的拉力为零，一起做匀速直线运动。综上所述，本题应该选择 C 选项。

三、类碰撞中弹簧模型

例：在光滑水平长直轨道上，放着一个静止的弹簧振子，它由一轻弹簧两端各联结一个小球构成，两小球质量相等，现突然给左端小球一个向右的速度 V，试分析从开始运动到弹簧第一次恢复原长这一过程中两球的运动情况并求弹簧第一次恢复到自然长度时，每个小球的速度？



[析与解]：刚开始，A 向右运动，B 静止，A、B 间距离减小，弹簧被压缩，对两球产生斥力，相当于一般意义上的碰撞，此时 A 动量减小，B 动量增加。当两者速度相等时，两球间距离最小，弹簧形变量最大。接着，A、B 不会一直做匀速直线运动，弹簧要恢复原长，对两球产生斥力，A 动量继续减小，B 动量继续增加。所以，到弹簧第一次恢复原长时，A 球动量最小，B 球动量最大。

在整个过程中，系统动量守恒，从开始到第一次恢复原长时，弹簧的弹性势能均为零，即系统的动能守恒。

$$mv = mv_A + mv_B$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

解得：$\begin{cases} v_A = v \\ v_B = 0 \end{cases}$（这组解即为刚开始两个物体的速度）

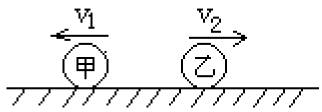
或 $\begin{cases} v_A = 0 \\ v_B = v \end{cases}$（此组解为弹簧第一次恢复原长时两个物体的速度）

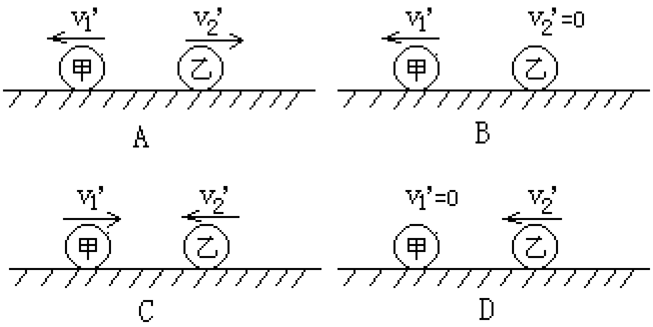
当然，读者还可以继续讨论接下来两个物体的运动情况。

实际上，不管是一般意义上的碰撞，还是类碰撞，在相互作用时两个物体的受力情况、冲量方向及动量变化情况是学生处理这类问题的难点所在。下面作者再补充一些相关习题作巩固用

1、甲、乙两球在光滑水平面上，在同一直线同一方向上运动，它们的动量分别为$P_{甲}=5kg\cdot m/s$，$P_{乙}=7kg\cdot m/s$。已知甲的速度大于乙的速度，甲球与乙球相碰，碰撞后乙球的动量变为$10kg\cdot m/s$，则甲、乙两球质量$m_{甲}$和$m_{乙}$的关系为$\dfrac{m_{甲}}{m_{乙}}=$__________。

2、甲、乙两球放在光滑水平面上，它们用细绳相连。开始时细绳处于松弛状态，现使两球反向运动，如图所示，当细绳拉紧，突然绷断，此后两球的运动情况可能是图中的（　　）





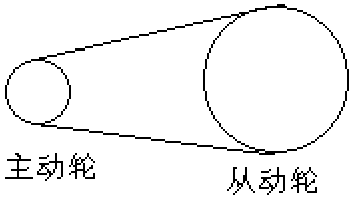
3、如图所示，滑块 A、B 的质量分别为m_1、m_2，且$m_1<m_2$，由轻质弹簧相连接，置于水平气垫导轨上，用一细线把两滑块拉至最近，使弹簧处于最大压缩状态后绑紧，两个滑块一起以恒定的速度v_0向右滑动。某时刻烧断细线，当弹簧伸长至本身的自然长度时，滑块 A 的速度恰好为零，求

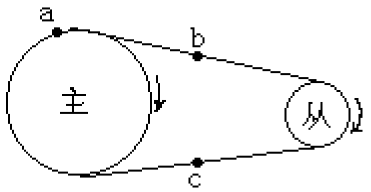
（1）最初弹簧处于最大压缩状态时的弹性势能为多少？

（2）定量分析在以后的运动过程中，滑块 B 是否会有速度等于零的时刻

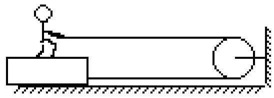
皮带轮问题

1 主动轮带动皮带，皮带带动从动轮，从动轮阻碍皮带，皮带阻碍主动轮。



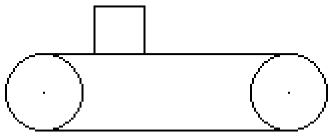


不计皮带自重且不打滑，带上 a,b,c 张力__c__处最大(两边拉)，__a__处次之，__b__处最小(两边挤)。2：如图所示，人与木块重分别为 600N 和 400N，人与木块，木块与水平面间的动摩擦因素为 0.2，绳与滑轮间摩擦不计，则当人用 F＝________N 的力拉绳，就可以使人与木块一起匀速运动，此时人与木块间相互作用的摩擦力大小为______N，木块对水平面的摩擦力的大小为_______。



答案：(100，100　200)

3：如图所示，皮带是水平的，当皮带不动时，为了使物体向右匀速运动而作用在物体上的水平拉力为 F_1 当皮带向左运动时，为使物体向右匀速运动而作用在物体上的水平拉力为 F_2。（A）



A．$F_1=F_2$　　B．$F_1>F_2$

C．$F_1<F_2$　　D．以上三种情况都在可能

4．图 3 所示是健身用的“跑步机”示意图，质量为 m 的运动员踩在与水平面成 α 角的静止皮带上，运动员用力向蹬皮带，皮带运动过程中受到的阻力恒为 f，使皮带以速度 v 匀速　向后运动,则在运动过程中,下列说法正确的是（AD　）

A．人脚对皮带的摩擦力是皮带运动的动力

B．人对皮带不做功

C．人对皮带做功的功率为 mgv

D．人对皮带做功的功率为 fv

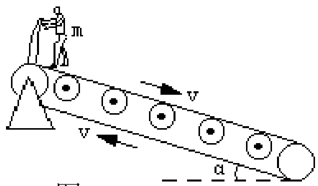
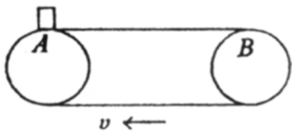


图 3

5.如图所示，两轮靠皮带传动，绷紧的皮带始终保持 3m/s 的速度水平地匀速运动．一质量为 1kg 的小物体无初速地放到皮带轮的 A 处，着物体与皮带的动摩擦因数 $\mu=0.2$，AB 间距为 5.25 m。g 取$10m/s^2$。



（1）求物体从 A 到 B 所需时间？全过程中转化的内能有多少焦耳？

（2）要使物体经 B 点后水平抛出，则皮带轮半径 R 不的超过多大？

6.（18 分）解：（1）小物体无初速放到皮带上，受到皮带的摩擦力作用向右作初速为零的匀加速直线运动。

$f = \mu N = \mu mg$　　　　　　　　　1 分

$a = f/m = \mu g = 2\ \mathrm{m/s^2}$　　　　　　1 分

$v = at_1$　　$t_1 = v/a = 3/2 = 1.5\ \mathrm{s}$　　　　1 分

$s_1 = at_1/2 = 2\times1.5\times1.5/2 = 2.25\ \mathrm{m}$　　　　1 分

小物体从 1.5 s 末开始以 3 m/s 的速度作匀速直线运动。

$t_2 = s_2/v = (5.25-2.25)/3 = 1\ \mathrm{s}$　　　　　2 分

所以　$t = t_1 + t_2 = 2.5\ \mathrm{s}$　　　　　　　2 分

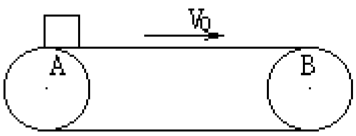
$Q = fs_{相} = \mu mg(vt_1 - s_1) = 4.5\ \mathrm{J}$　　　　5 分

（2）小物体达到 B 点时速度为 3 m/s，皮带对小物体的支持力 N＝0，小物体仅受重力作用从 B 点水平抛出。

$mg = mv^2/$　　　　　　　　　　　3 分

$R = v^2/g = 0.\ \mathrm{m}$　　故皮带轮的半径不能超过 0.9 m　　　　2 分

例题：如图所示，水平传送带以 2m/s 的速度运动，传送带长 AB＝20m 今在其左端将一工件轻轻放在上面，工件被带动，传送到右端，已知工件与传送带间的动摩擦系数 μ＝0.1 试求这工件经过多少时间由传送带左端运动到右端？



解：加速运动的时间为：$t_0=\dfrac{v_0}{a}=\dfrac{v_0}{ug}=2\mathrm{s}$

在 t_0 时间内运动的位移：$s=\dfrac{1}{2}at_0^2=2\mathrm{m}$

在 t_0 秒后，工件作匀速运动运动时间为：

$t_1=(AB-s)/v_0=9\mathrm{s}$

工件由传送带左端运动到右端共用时间为：

$t=t_0+t_1=11\mathrm{s}$

7.将一底面涂有颜料的木块放在以 v=2 m/s 的速度匀速运动的水平传送带上，木块在传送带上留下了 4 m 长的滑痕.若将木块轻放在传送带上的同时，传送带以 a=0.25 m/s² 做匀加速运动，求木块在传送带上留下的滑痕长度.

解析：传送带匀速运动时

$vt-(v/2)t=4$

解得:$t=4$ (s)

∴木块在传送带上的加速度为

$a_{木}=v/t=2/4=2$ (m/s²)

传送带加速运动时，木块的加速度仍为 $a_{木}=2$ m/s² 不变.设经过时间 t' 木块和传送带达到共速 v'，

$a_{木}t'=v+at'$

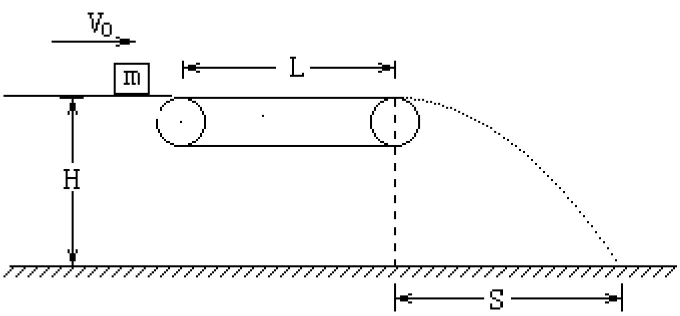
将 $a_{木}=2$ m/s²,$v=2$ m/s,$a=0.25$ m/s² 代入上式得

$t'=8$ (s)

∴$v'=a_{木}t'=v+at'=4$ (m/s)

滑痕长度 $s_{痕}=(v+v')t'/2-v't'/2=vt'/2=8$ (m

8 如图所示，水平传送带水平段长 L＝6m，两皮带轮半径均为 R＝0.1m，距地面高 H＝5m，与传送带等高的光滑水平台上在一小物块以 v_0=5m/s 的初速度滑上传送带，物块与传送带间的动摩擦系数 μ＝0.2，取 g=10m/s.设皮带轮匀速转动的速度为 v′，物体平抛运动的水平位移为 s,以不同的 v′ 值重复上述过程，得一组对应的 v′,s 值。由于皮带轮的转动方向不同，皮带上部向右运动时用 v′>0,皮带上部向左运动时用 v′<0 表示，在图中（b）中给出的坐标上正确画出 s-v′ 的关系图线。

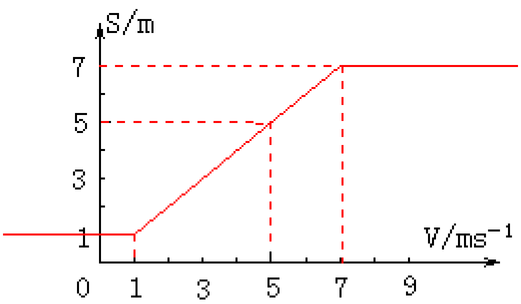


分析：平抛运动的时间为 $t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$ =1S

v 很大时，物块一直加速　　$v_{max}=\sqrt{V_0^2+2as}$ =7m/s

v 很小时，物块一直减速

$v_{min}=\sqrt{V_0^2-2as}$ ＝1m/s



皮带轮匀速转动的速度为 v′

当 v′ >＝7m/s ($v'\geq v_{max}$)物体只做匀加速，v＝7m/s

当 5m/s<v′ <7m/s，($v_0<v'<v_{max}$ 物体先加速后匀速 v= v′

当 v′ ＝5m/s($v'=v_0$)物体作匀速运动 v＝5m/s

当 1m/s<v′ <5m/s ($v_{min}<v'<v_0$ 物体先减速后匀速 v= v′

当 v′＜1m/s （v′＜v_{min} 物体只做匀减速运动，v＝1m/s

当 v′＜0 是反转

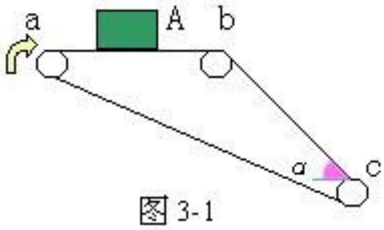


图 3-1

9、如图 3-1 所示的传送皮带，其水平部分 ab=2 米，bc=4 米，bc 与水平面的夹角 α=37°，一小物体 A 与传送皮带的滑动摩擦系数 μ=0.25，皮带沿图示方向运动，速率为 2 米/秒。若把物体 A 轻轻放到 a 点处，它将被皮带送到 c 点，且物体 A 一直没有脱离皮带。求物体 A 从 a 点被传送到 c 点所用的时间。

分析与解：物体 A 轻放到 a 点处，它对传送带的相对运动向后，传送带对 A 的滑动摩擦力向前，则 A 作初速为零的匀加速运动直到与传送带速度相同。设此段时间为 t_1，则：$a_1=\mu g=0.25x10=2.5$ 米/秒 ^{2}

$t=v/a_1=2/2.5=0.8$ 秒

设 A 匀加速运动时间内位移为 S_1，则：$S_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2=\frac{1}{2}\times2.5\times0.8^2=0.8$米

设物体 A 在水平传送带上作匀速运动时间为 t_2，则 $t_2=\frac{ab-S_1}{v}=\frac{2-0.8}{2}=0.6$秒

设物体 A 在 bc 段运动时间为 t_3，加速度为 a_2，则：

$a_2=g*Sin37°-\mu gCos37°=10x0.6-0.25x10x0.8=4$ 米/秒 ^{2}

$$bc=vt_3+\frac{1}{2}a_2t_3^2$$

即 $4=2t_3+\frac{1}{2}\times4\,t_3^2$

解得：t_3=1 秒 （t_3=-2 秒舍去）

所以物体 A 从 a 点被传送到 c 点所用的时间 $t=t_1+t_2+t_3=0.8+0.6+1=2.4$ 秒。

10、如图 4-1 所示，传送带与地面倾角 θ=37°，AB 长为 16 米，传送带以 10 米/秒的速度匀速运动。在传送带上端 A 无初速地释放一个质量为 0.5 千克的物体，它与传送带之间的动摩擦系数为 μ=0.5，求：

（1）物体从 A 运动到 B 所需时间，

（2）物体从 A 运动到 B 的过程中，摩擦力对物体所做的功 （g=10 米/秒 ^{2}）

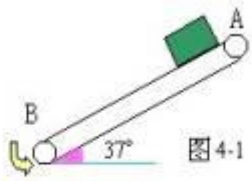


图 4-1

分析与解：（1）当物体下滑速度小于传送带时，物体的加速度为 α_1，（此时滑动摩擦力沿斜面向下）则：

$$a_1=\frac{mg\sin\theta+\mu mg\cos\theta}{m}=g\sin37^0+\mu$$

$t_1=v/\alpha_1=10/10=1$ 秒

$$S_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2=\frac{1}{2}X10X1^2=5米$$

当物体下滑速度大于传送带 v=10 米/秒 时，物体的加速度为 a_2，（此时 f 沿斜面向上）则：

$$a_2=\frac{mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta}{m}=g\sin37^0-\mu g\cos37^0=10X0.6-0.5X10X0.8=2米/秒^2$$

$$S_2=vt_2+\frac{1}{2}a_2t_2^2=(a_1t_1)t_2+\frac{1}{2}a_2t_2^2=10x1xt_2+\frac{1}{2}x2t_2^2=16-5=11$$

即：$10t_2+t_2^2=11$ 解得：$t_2=1$ 秒（$t_2=-11$ 秒舍去）

所以，$t=t_1+t_2=1+1=2$ 秒

（2）$W_1=fs_1=\mu mg\cos\theta S_1=0.5X0.5X10X0.8X5=10$ 焦

$W_2=-fs_2=-\mu mg\cos\theta S_2=-0.5X0.5X10X0.8X11=-22$ 焦

所以，$W=W_1+W_2=10-22=-12$ 焦。

想一想：如图 4-1 所示，传送带不动时，物体由皮带顶端 A 从静止开始下滑到皮带底端 B 用的时间为（$s=\frac{1}{2}at^2$）其中 a=2 米/秒^2 得 t＝4 秒，则：（请选择）

A. 当皮带向上运动时，物块由 A 滑到 B 的时间一定大于 t。

B. 当皮带向上运动时，物块由 A 滑到 B 的时间一定等于 t。

C. 当皮带向下运动时，物块由 A 滑到 B 的时间可能等于 t。

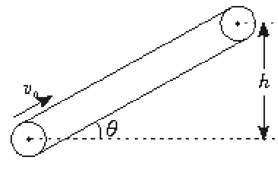
D. 当皮带向下运动时，物块由 A 滑到 B 的时间可能小于 t。

答案：（B、C、D）

11.(15 分)如图所示，绷紧的传送带与水平面的夹角 $\theta=30°$，皮带在电动机的带动下，始终保持 $v_0=2$ m/s 的速率运行.现把一质量为 $m=10$ kg 的工件(可看为质点)轻轻放在皮带的底端，经时间 1.9 s，工件被传送到 $h=1.5$ m 的高处，取 $g=10$ m/s^2.求：

(1)工件与皮带间的动摩擦因数；

(2)电动机由于传送工件多消耗的电能.



解：由题图得，皮带长 $s=\frac{h}{\sin30^\circ}=3$ m

(1)工件速度达 v_0 前，做匀加速运动的位移 $s_1=\bar{v}t_1=\frac{v_0}{2}t_1$

达 v_0 后做匀速运动的位移 $s-s_1=v_0(t-t_1)$

解出加速运动时间 $t_1=0.8$ s

加速运动位移 $s_1=0.8$ m

所以加速度 $a=\dfrac{v_0}{t_1}$=2.5 m/s^2　　　　(5 分)

工件受的支持力 $N=mg\cos\theta$

从牛顿第二定律，有 $\mu N-mg\sin\theta=ma$

解出动摩擦因数 $\mu=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　　(4 分)

(2)在时间 t_1 内，皮带运动位移 $s_{皮}=v_0t$=1.6 m

在时间 t_1 内，工件相对皮带位移　$s_{相}=s_{皮}-s_1$=0.8 m

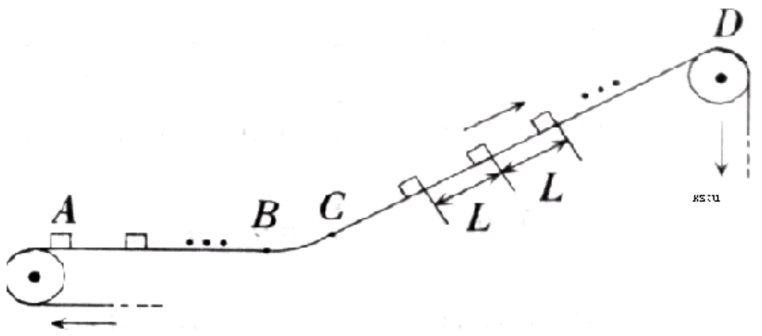
在时间 t_1 内，摩擦发热　$Q=\mu N\cdot s_{相}$=60 J

工件获得的动能　$E_k=\dfrac{1}{2}mv_0^2$=20 J

工件增加的势能 $E_p=mgh$＝150 J

电动机多消耗的电能 $W=Q+E_k$十 E_p=230 J　　　　(6 分)

12．（22分）一传送带装置示意如图，其中传送带经过 AB 区域时是水平的，经过 BC 区域时变为圆弧形（圆弧由光滑模板形成，未画出），经过 CD 区域时是倾斜的，AB 和 CD 都与 BC 相切。现将大量的质量均为 m 的小货箱一个、个在 A 处放到传送带上，放置时初速为零，经传送带运送到 D 处 D 和 A 的高度差为 h。稳定工作时传送带速度不变，CD 段上各箱等距排列．相邻两箱的距离为 L。每个箱子在 A 处投放后，在到达 B 之前已经相对于传送带静止，且以后也不再滑动（忽略经 BC 段时的微小滑动）。已知在一段相当长的时间 T 内，共运送小货箱的数目为 N。这装置由电动机带动，传送带与轮子间无相对滑动，不计轮轴处的摩擦。求电动机的平均输出功率 $\bar{P}$ 。



解：以地面为参考系（下同），设传送带的运动速度为v0，在水平段运输的过程中，小货箱先在滑动摩擦力作用下做匀加速运动，设这段路程为s，所用时间为t，加速度为a，则对小箱有 $s=\dfrac{1}{2}at^2$①

$v_0=at$②　在这段时间内，传送带运动的路程为 $s_0=v_0t$　③　由以上可得 $s_0=2s$④

用 f 表示小箱与传送带之间的滑动摩擦力，则传送带对小箱做功为 $A=fx=\dfrac{1}{2}mv_0^2$⑤

传送带克服小箱对它的摩擦力做功 $A_0=fx_0=2\cdot\dfrac{1}{2}mv_0^2$⑥

两者之差就是克服摩擦力做功发出的热量 $Q=\frac{1}{2}mv_0^2$ ⑦

可见，在小箱加速运动过程中，小箱获得的动能与发热量相等。 T 时间内，电动机输出的功为

$W=\overline{P}T$ ⑧ 此功用于增加小箱的动能、势能以及克服摩擦力发热，即

$W=\frac{1}{2}Nmv_0^2+Nmgh+NQ$ ⑨

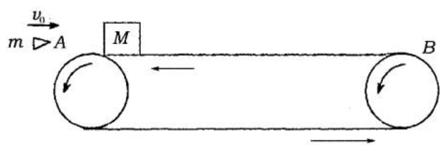
已知相邻两小箱的距离为 L，所以 $v_0T=NL$ ⑩

联立⑦⑧⑨⑩，得 $\overline{P}=\frac{Nm}{T}[\frac{N^2L^2}{T^2}+gh]$ ⑾

13．（22 分）如图所示，水平传送带 AB 长 l=8．3m，质量为 M=1kg 的木块随传送带一起以 $v_1=2m/s$ 的速度向左匀速运动（传送带的传送速度恒定），木块与传送带间的动摩擦因数 μ=0．5。当木块运动至最左端 A 点时，一颗质量为 m=20g 的子弹以 $v_0=300m/s$ 水平向右的速度正对射入木块并穿出，穿出速度 u=50m/s，以后每隔 1s 就有一颗子弹射向木块，设子弹射穿木块的时间极短，且每次射入点各不相同，g 取 $10m/s^2$。求：

1）在被第二颗子弹击中前，木块向右运动离 A 点的最大距离?

2）木块在传送带上最多能被多少颗子弹击中?



3）从第一颗子弹射中木块到木块最终离开传送带的过程中，子弹、木块和传送带这一系统所产生的热能是多少?（ g 取 $10m/s^2$）

20．A）考点透视：在典型模型下研究物体的运动和功能问题

B）标准解法：

（1）第一颗子弹射入木块过程中动量守恒

$mv_0-Mv_1=mu+Mv'_1$ （1）

解得：$v'_1=3m/s$ （2）

木块向右作减速运动　加速度 $a=\frac{\mu mg}{m}=\mu g=5m/s$　　（3）

木块速度减小为零所用时间为 $t_1=\frac{v'_1}{a}$　　（4）

解得　$t_1=0.6s<1s$　　（5）

所以木块在被第二颗子弹击中前向右运动离 A 点最远时，速度为零，移动距离为 $S_1=\frac{v'^2_1}{2a}$ 解得 $S_1=0.9m$。（6）

（2）在第二颗子弹射中木块前，木块再向左作加速运动，时间 $t_2=1s-0.6s=0.4s$　　（7）

速度增大为 $v_2=at_2=2m/s$（恰与传递带同速）　（8）

向左移动的位移为 $S_2=\frac{1}{2}at_2^2=0.4m$　　（9）

所以两颗子弹射中木块的时间间隔内，木块总位移 $S_0=S_1-S_2=0.5m$ 方向向右　（10）

第 16 颗子弹击中前，木块向右移动的位移为 $S=15S_0=7.5m$　　（11）

第 16 颗子弹击中后，木块将会再向右先移动 0.9m，总位移为 0.9m+7.5=8.4m>8.3m 木块将从 B 端落下。

所以木块在传送带上最多能被 16 颗子弹击中。

（3）第一颗子弹击穿木块过程中产生的热量为

$$Q_1=\frac{1}{2}mv_0^2+\frac{1}{2}Mv_1^2-\frac{1}{2}mu-\frac{1}{2}Mv'^2_1$$

木块向右减速运动过程中板对传送带的位移为

$$S'=v_1\cdot t_1+S_1$$

产生的热量为

$$Q_2 = \mu mgS'$$

木块向左加速运动过程中相对传送带的位移为

$$S' = v_1 \cdot t_1 - S_2$$

产生的热量为

$$Q_3 = \mu mgS''$$

第 16 颗子弹射入后木块滑行时间为 t_3 有

$$v'_1 t_3 - \frac{1}{2}at_3^2 = 0.8$$ （17）

解得 $t_3 = 0.4s$ （18）

木块与传送带的相对位移为 $S = v_1 t_3 + 0.8m$ （19）

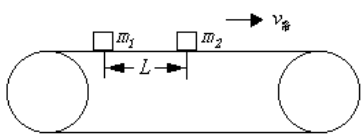
产生的热量为 $Q_4 = \mu mgS$ （20）

全过程中产生的热量为 $Q = 15(Q_1 + Q_2 + Q_3) + Q_1 + Q_4$

解得 Q=14155.5J （21）

C）思维发散：该题分析时对象选择整体隔离相结合。解题方法应是动力学和功能方法相结合。

14．（25 分）如图所示，质量 m1=1.0kg 的物块随足够长的水平传送带一起匀速运动，传送带速度 $v_{带}$=3.0m/s，质量 m_2=4.0kg 的物块在 m_1 的右侧 L=2.5m 处无初速度放上传送带，两物块与传送带间的动摩擦因数均为



0.10，碰后瞬间 m_1 相对传送带的速度大小为 2.0m/s，求碰撞后两物块间的最大距离.

解:以地面为参照物，由牛顿第二定律可得碰撞前 m_2 向右的加速度

$a=f_2/m_2=\mu m_2g/m_2=\mu g=1.0m/s^2$

碰撞前运动时间内 m_1 与 m_2 位移关系 $s_1=s_2+L$ 即 $v_{带}t=at^2/2+L$

代入数据解得: $t=1.0s$

$t'=5.0s$（不合题意舍去）

碰前 m_1 随传送带匀速运动速度为 $v_1=v_{带}=3.0m/s$，碰前瞬间 m_2 的速度 $v_2=at=1m/s$，碰后瞬间 m_1 的速度 $v_1'=v_1-2.0m/s=1.0m/s$，碰撞瞬间由动量守恒定律有: $m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1'+m_2v_2'$

代入数据解得: $v_2'=1.5m/s$

碰后 m_1 和 m_2 均作匀加速运动至与传送带相对静止，由于 $v_2'>v_1'$，其加速度均为 a，此过程中总有 m_2 均大于 m_1 的速度，故二者都相对传送带静止时距离最大（设为 s_m）.

m_1 相对滑动的时间为: $t_1=(v_1-v_1')/a=2.0s$

m_2 相对滑动的时间为: $t_2=(v_1-v_2')/a=1.5s$

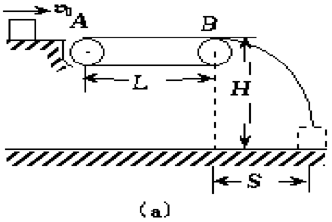
m_1 相对滑动的时间内 m_2 先加速后匀速，则

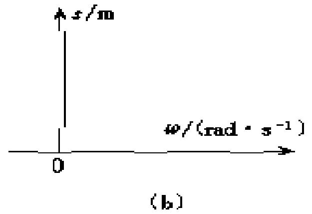
$s_m=s_{2m}-s_{1m}=v_2't_2+at_2^2/2+v_2(t_1-t_2)-(v_1't_1+at_1^2/2)=0.875s$

15.(13 分)如图 3-12 所示，水平传送带水平段长 L=6m，两皮带轮直径均为 D=0.2m，上面传送带距地面高为 H=5m，与传送带等高的光滑水平台面上有一小物块以 v_0=5m/s 的初速度滑上传送带，物块与传送带间的动摩擦因数 μ=0.2,g 取 10m/s^2。求：

(1)若传送带静止，物块滑到 B 端后做平抛运动的水平距离 S。

当皮带轮匀速转动，角速度为 ω，物体平抛运动的水平位移为 S，以不同的角速度 ω 重复上述过程，得到一组对应的 ω，S 值。设皮带轮顺时针转动时 $\omega>0$，逆时针转动时 $\omega<0$，在图 b 给定的坐标平面上正确画出 S-ω 关系图线。(皮带不打滑)





人船模型之二

动量守衡定律是自然界最重要最普遍的归律之一，利用该定律只考虑相互作用物体作用前后动量变化的关系，省去了具体细节的讨论，为我们解决力学问题提供了一种简捷的方法和思路。人船模型问题是一种很常见的题形，在研究过程当中，如果能恰当地应用动量守恒定律进行解题，会给我们带来意想不到的效果。

[例 1]　如图 1 所示，静水面上停有一小船，船长 L = 3 米，质量 M = 120 千克，一人从船头走到船尾，人的质量 m = 60 千克。那么，船移动的距离为多少？（水的阻力可以忽略不计）

过程分析　当人从船头走到船尾，通过脚与船发生了作用（也可以认为走动过程就是人与船发生间歇性碰撞的过程）。选取人和船为研究对象，由于不计水的阻力，所以系统在水平方向上动量守恒。

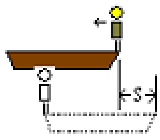


图 1

解：设人从船头走到船尾，船对地的就离为 S，则人对地移动了 L - S，根据动量守恒定律可得

$$M S/t - m (L - S)/t = 0$$

解得

$$S = ML/(M + m) = 60*3/(120 + 60) = 1 \text{ 米}$$

此题虽然很简单，但所展示的物理模型很重要，如果真正掌握了此题的解法，那么，下面几道题完全可以做到同法炮制，快速求解。

※[例 2]　一质量为 M 的船，静止于湖水中，船身长 L，船的两端点有质量分别为 m_1 和 m_2 的人，且 $m_1>m_2$,当两人交换位置后，船身位移的大小是多少？（不计水的阻力）

过程分析　此题初看上去较上题繁杂得多，物理模型也迥然相异，但实质上是大同小异，如出一辙。试想，若把质量大的人换成两个人，其中一个人的质量为 m_2，另一个人的质量为 $m = m_1 - m_2$。由上一题可知，当两个质量都为 m_2 的人互换位置之后，船将原地不动。这样一来，原来的问题就转化为上题所示的物理模型了，当质量为 $m = m_1 - m_2$ 的人从船的一端走到另一端，求船的位移。

解：设船对地移动的位移为 S，则质量为 $m = m_1 - m_2$ 的人对地移动的位移就是 L - S，由动量守恒定律可得

$$(M + 2m_2) S/t - (m_1 - m_2) (L - S)/t = 0$$

解得

$S = (m_1 - m_2)L/(M + m_1 + m_2)$

※[例 3]　某人在一只静止的小船上练习射击，船和人连同枪（不包括子弹）及靶的总质量为 M，枪内装有 n 颗子弹，每颗子弹的质量为 m，枪口到靶的距离为 L，子弹射出枪口时相对地面的速度为 v_0，在发射一颗子弹时，前一颗粒子弹已陷入靶中，则在发射完 n 颗子弹后，小船后退的距离为多少（不计水的阻力）。

过程分析　子弹发射时在枪内的运动，和击靶的过程，类似于人船模型中相互作用。连发 n 颗子弹，相当于 n 个人从船头走到船尾。把船、人、枪、靶和子弹作为一个系统进行研究，因该系统在水平方向上不受外力，所以在这个方向上总动量守恒。

解：设一颗子弹完成射击过程的历时为 t，小船移动 S_o，由动量守恒定律可得

$$[M + (n - 1) m] S_o/t - m (L - S_o)/t = 0$$

解方程可得

$$S_o = mL/(M + nm)$$

因此，发射 n 颗子弹后，小船后退的距离

$$S = nS_o = nmL/(M + nm)$$

※[例 4]　如图 2 所示，在光滑水平地面上，有两个光滑的直角三形木块 A 和 B，底边长分别为 a、b，质量分别为 M、m，若 M = 4m，且不计任何摩擦力，当 B 滑到底部时，A 向后移了多少距离？

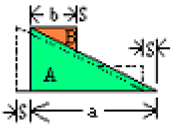


图 2

过程分析　选定木块 A 和 B 整体作为研究对象，在 B 沿斜面下滑的过程中，与人船模型类同，该系统在水平方向上所受的合外力为零，所以，在水平方向上动量守恒。

解：设当 B 沿斜面从顶端滑到底部时，A 向后移动了 S，则 B 对地移动了 a - b – S,由动量守恒定律得

$$MS/t - m(a - b - S)/t = 0$$

解得

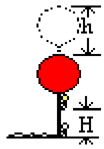
$$S = m(a - b)/(M + m) = (a - b)/5$$

[例 5]　质量为 M 的气球下系一质量可忽略的足够长的绳子，绳子上距地面 H 高处有一质量为 m 的猴子。开始时气球和猴子均静止在空中，猴子从某时刻开始沿绳子缓慢下滑，要它恰能滑到地面，开始下滑时，它下面的绳子至少应为多长？

过程分析 选定气球和猴子为一个系统，在猴子沿绳子下滑着地前的整个过程中，系统在竖直方向上所受合外力为零，因此，在竖直方向上每时每刻动量守恒，与人船模型类同。

解：设猴子从开始下滑到着地历时 t，其间气球又上升了 h，由动量守恒定律得

$M h/t - m H/t = 0$



解得

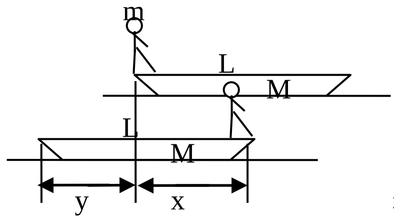
$h = Hm/M$

因此，所求绳长至少应为

人船模型之一

“人船模型”，不仅是动量守恒问题中典型的物理模型，也是最重要的力学综合模型之一．对“人船模型”及其典型变形的研究，将直接影响着力学过程的发生，发展和变化，在将直接影响着力学过程的分析思路，通过类比和等效方法，可以使许多动量守恒问题的分析思路和解答步骤变得极为简捷。

1、“人船模型”　　质量为 M 的船停在静止的水面上，船长为 L，一质量为 m 的人，由船头走到船尾，若不计水的阻力，则整个过程人和船相对于水面移动的距离？



分析：“人船模型”是由人和船两个物体构成的系统；该系统在人和船相互作用下各自运动，运动过程中该系统所受到的合外力为零；即人和船组成的系统在运动过程中总动量守恒。

解答：设人在运动过程中，人和船相对于水面的速度分别为v和 u，则由动量守恒定律得：

$$mv=Mu$$

由于人在走动过程中任意时刻人和船的速度v和 u 均满足上述关系，所以运动过程中，人和船平均速度大小$\bar{v}$ 和 $\bar{u}$也应满足相似的关系，即

$$m\bar{v}=M\bar{u}$$

而$\bar{v}=\frac{x}{t}$，$\bar{u}=\frac{y}{t}$，所以上式可以转化为：

mx=My

又有，x+y=L,得：$$x=\frac{M}{m+M}L$$

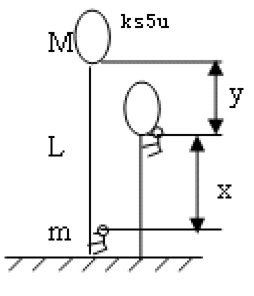
$$y=\frac{m}{m+M}L$$

以上就是典型的“人船模型”，说明人和船相对于水面的位移只与人和船的质量有关，与运动情况无关。该模型适用的条件：一个原来处于静止状态的系统，且在系统发生相对运动的过程中，至少有一个方向(如水平方向或者竖直方向)动量守恒。

2、“人船模型”的变形

变形 1：质量为 M 的气球下挂着长为 L 的绳梯，一质量为 m 的人站在绳梯的下端，人和气球静止在空中，现人从绳梯的下端往上爬到顶端时，人和气球相对于地面移动的距离？

分析：由于开始人和气球组成的系统静止在空中，竖直方向系统所受外力之和为零，即系统竖直方向系统总动量守恒。得：



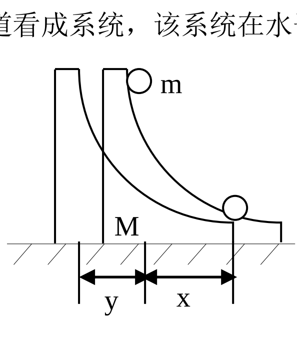
mx=My

x+y=L

这与“人船模型”的结果一样。

变形 2：如图所示，质量为 M 的$\frac{1}{4}$圆弧轨道静止于光滑水平面上，轨道半径为 R，今把质量为 m 的小球自轨道左测最高处静止释放，小球滑至最低点时，求小球和轨道相对于地面各自滑行的距离？

分析：设小球和轨道相对于地面各自滑行的距离为 x 和 y，将小球和轨道看成系统，该系统在水平方向总动量守恒，由动量守恒定律得：



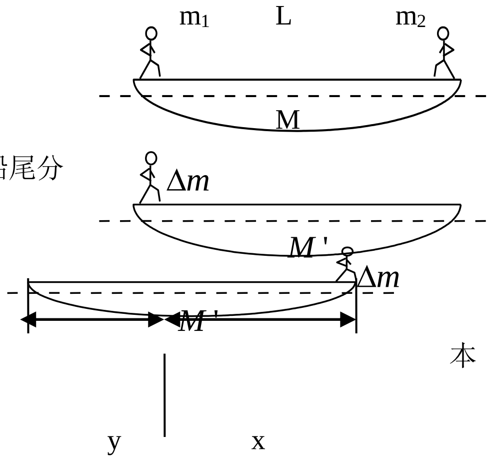
$$mx=My$$

$$x+y=L$$

这又是一个“人船模型”。

3、“人船模型”的应用

①“等效思想”



如图所示，长为 L 质量为 M 的小船停在静水中，船头船尾分别站立质量为 m_1、m_2（$m_1>m_2$）的两个人，那么，当两个人互换位置后，船在水平方向移动了多少？

分析：将两人和船看成系统，系统水平方向总动量守恒。本题可以理解为是人先后移动，但本题又可等效成质量为 $\Delta m(\Delta m=m_1-m_2)$ 的人在质量为 $M'=M+2m_2$ 的船上走，这样就又变成标准的“人船模型”。

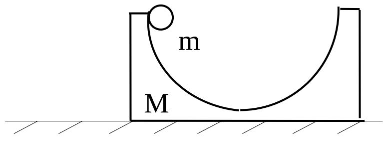
解答：人和船在水平方向移动的距离为 x 和 y，由动量守恒定律可得：

$$\Delta mx=M^{'}y$$

$$x+y=L$$

这样就可将原本很复杂的问题变得简化。

②“人船模型”和机械能守恒的结合



如图所示，质量为 M 的物体静止于光滑水平面上，其上有一个半径为 R 的光滑半圆形轨道，现把质量为 m 的小球自轨道左测最高点静止释放，试计算：

1.摆球运动到最低点时，小球与轨道的速度是多少?

2．轨道的振幅是多大?

分析：设小球球到达最低点时，小球与轨道的速度分别为 v_1 和 v_2，根据系统在水平方向动量守恒，得：

$$mv_1 = Mv_2$$

又由系统机械能守恒得：$mgR = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$

解得：$v_1 = \sqrt{\frac{2MgR}{m+M}}$，$v_2 = \frac{m}{M}\sqrt{\frac{2MgR}{m+M}}$

当小球滑到右侧最高点时，轨道左移的距离最大，即振幅 A。 由“人船模型”得：

$$mx = My$$

$$x + y = 2R$$

解得：$x = \frac{M}{m+M}2R$，$y = \frac{m}{m+M}2R$

即振幅 A 为：$A = \frac{m}{m+M}2R$

涉及绳子能发生突变的几个量

与绳子相连接的物体，它的基本物理量如弹力、速度、能量等，能发生突变，这种突变比较隐蔽，不容易发现，容易产生错解，这就要求我们要认真理解和把握这类情况，这样我们在分析和处理类似问题时就会站得更高，看得更远，考虑问题也就会更周全一些，这对我们解决问题大有益处。

一. 绳子的弹力可发生突变

由于绳子的特点，它的弹力可发生突变，它与弹簧不同，弹簧的弹力不能发生突变，同学们一定要注意区别，不能混淆。

例 1. 如图 1 所示，一条轻弹簧 OB 和一根细绳 OA 共同拉住一个质量为 m 的小球，平衡时细绳 OA 是水平的，弹簧与竖直方向的夹角是θ，若突然剪断细绳 OA，则在刚剪断的瞬间，弹簧拉力的大小是_________，小球加速度的方向与竖直方向的夹角等于_________，若将弹簧改为一根细绳，则在 OA 线剪断瞬间，绳 OB 的弹力大小是________，小球加速度方向与竖直方向夹角等于__________。

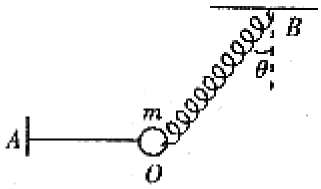


图 1

分析与解答：这是一道典型的要区分细绳与弹簧有什么不同的题，只要我们认清细绳可发生突变，而弹簧不能发生突变的情况，则这就不是一道难题。

细绳未剪断前，小球所受重力，弹簧的拉力和细绳的拉力是平衡的，即重力与弹簧的拉力的合力是沿水平方向向右，大小$F_{T1}=mg\tan\theta$，细绳剪断后，弹簧的形变不能马上改变，弹力仍保持原值$F_{T2}=\dfrac{mg}{\cos\theta}$，因重力、弹簧弹力不变，所以此时小球加速度方向是沿水平向右，即与竖直方向夹角是90°，若弹簧改用细绳，则 OA 线剪断瞬间，细绳 OB 的形变发生突变，小球有沿圆弧切线方向的加速度，故重力与绳 OB 的拉力的合力必沿切线方向，由此求得$F_{TOB}=mg\cos\theta$，夹角为θ。

二. 与绳子相连接的物体，速度发生突变

与绳子相连接的物体，由于某些时候绳子的形变发生突变，它的速度会随着发生突变，对这类问题若不加仔细分析，引起注意，接下来其他量的求解就会随着出错，因此必须引起高度重视。

例 2. 如图 2 所示，质量为 m 的小球用长为 L 的细绳系于 O 点，把小球拿到 O 点正上方且使细绳拉直的位置 A 后，以$v=\sqrt{\dfrac{gL}{2}}$的速度水平向右弹出（空气阻力不计）

（1）小球从弹出至下落到与 O 点等高的位置这一过程中，小球做什么运动，请说明理由；

（2）求小球到达最低点时细绳上的拉力大小。

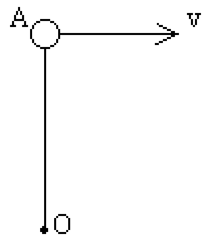


图 2

分析与解答：（1）设球在最高点只受重力且做圆周运动，则有：

$mg=\frac{mv^2}{L}$，$v=\sqrt{gL}$

因为$v_0=\sqrt{\frac{gL}{2}}<\sqrt{gL}$，所以小球做平抛运动。

（2）设小球下落到与 O 点等高的位置时，在水平方向的位移为 x，有$L=\frac{1}{2}gt^2$，$x=v_0t$，得：

$x=v_0\sqrt{\frac{2L}{g}}=\sqrt{\frac{gL}{2}}\times\sqrt{\frac{2L}{g}}=L$

水平方向速度：

$v_x=v_0=\sqrt{\frac{gL}{2}}$

竖直方向的速度：

$v_y=gt=g\sqrt{\frac{2L}{g}}=\sqrt{2gL}$

在此，小球在水平方向的速度突变为 0，消失了，只剩下竖直向下的速度，此后，小球以v_y为初速向下做圆周运动（同学们往往在此发生错误）。设小球下落到最低点时速度为v_1，绳子拉力为F_T，由机械能守恒：

$\frac{1}{2}mv_y^2+mgL=\frac{1}{2}mv_1^2$

又由牛顿第二定律有：

$$F_T - mg = \frac{mv_1^2}{L}$$

解得：$F_T = mg + 4mg = 5mg$

三. 与绳子相连接的物体，机械能发生突变

与松弛的绳子相连接的物体，在突然被绳子紧拉一下时，其机械能会发生突变，转变为其他形式的能，解这类题目要特别注意，否则将发生一系列连锁错误。

例 3. 在光滑水平面上，有一质量 $m_1 = 20kg$ 的小车，通过一根几乎不可伸长的轻绳与另一质量 $m_2 = 25kg$ 的拖车连接，一质量 $m_3 = 15kg$ 的物体放在拖车的平板上，物体与平板间的动摩擦因数 $\mu = 0.2$，开始时，拖车静止，绳未拉紧，如图 3 所示，小车以 $v_0 = 3m/s$ 的速度前进，求：

（1）m_1、m_2、m_3 以同一速度前进时，其速度的大小；

（2）物体在拖车平板上移动的距离。

图 3

分析与解答：整个运动过程可分成两个阶段：①绳子被拉紧时，m_1 与 m_2 获得共同速度，m_1、m_2 系统的动量守恒，由于绳子由未绷紧到绷紧，会有机械能的损失（在这个问题上很容易被忽视），此时 m_3 的速度还为零；②绳子拉紧后，在摩擦力作用下 m_3 加速，m_1 与 m_2 减速，m_3 与 m_2 间有相对滑动，直至三者速度相等，一起运动。此阶段系统动量守恒，机械能不守恒，但可由动能定理求解。

绳刚被拉紧时，设 m_1 与 m_2 的共同速度为 v_1，m_1 与 m_2 系统动量守恒，有：

$$m_1v_0 = (m_1 + m_2)v_1$$

解得：$v_1 = \frac{4}{3}m/s$

再对 m_1、m_2、m_3 系统，由动量守恒得：

$$m_1v_0 = (m_1 + m_2 + m_3)v_2$$

解得：$v_2 = 1m/s$

绳拉紧后，物体在拖车上相对滑动，设拖车位移为 s_1，物体位移为 s_2，分别对两车、物体用动能定理有：

小车和拖车：

$$\mu m_3 g s_1=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_1^{2}-\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_2^{2}$$

物块：$\mu m_3 g s_2=\frac{1}{2}m_3 v_2^{2}$

可解得物体在拖车上移动的距离：

$$\Delta s=s_1-s_2=0.33m$$

绳子、弹簧和杆产生的弹力特点

模型特点:

1. 轻绳

（1）轻绳模型的特点

“绳”在物理学上是个绝对柔软的物体，它只产生拉力（张力），绳的拉力沿着绳的方向并指向绳的收缩方向。它不能产生支持作用。

它的质量可忽略不计，轻绳是软的，不能产生侧向力，只能产生沿着绳子方向的力。它的劲度系数非常大，以至于认为在受力时形变极微小，看作不可伸长。

（2）轻绳模型的规律

①轻绳各处受力相等，且拉力方向沿着绳子；

②轻绳不能伸长；

③用轻绳连接的系统通过轻绳的碰撞、撞击时，系统的机械能有损失；

④轻绳的弹力会发生突变。

2. 轻杆

（1）轻杆模型的特点

轻杆的质量可忽略不计，轻杆是硬的，能产生侧向力，它的劲度系数非常大，以至于认为在受力时形变极微小，看作不可伸长或压缩。

（2）轻杆模型的规律

①轻杆各处受力相等，其力的方向不一定沿着杆的方向；

②轻杆不能伸长或压缩；

③轻杆受到的弹力的方式有拉力或压力。

3. 轻弹簧

（1）轻弹簧模型的特点

轻弹簧可以被压缩或拉伸，其弹力的大小与弹簧的伸长量或缩短量有关。

（2）轻弹簧的规律

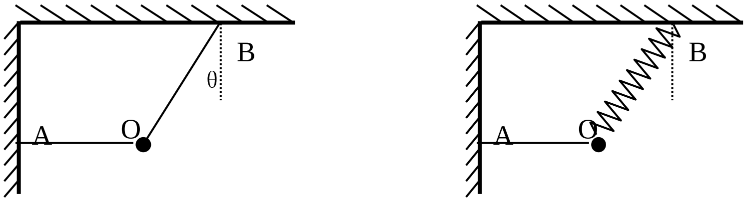
①轻弹簧各处受力相等，其方向与弹簧形变的方向相反；

②弹力的大小为 F=kx，其中 k 为弹簧的劲度系数，x 为弹簧的伸长量或缩短量；

③弹簧的弹力不会发生突变。

案例探究:

【案例 1】如图所示，一质量为 m 的物体系于长度分别为 L_1、L_2 的两根细绳 OA、OB 上，0B 一端悬挂在天花板上，与竖直方向夹角为θ，OA 水平拉直，物体处于平衡状态，现在将 OA 剪断，求剪断瞬间物体的加速度，若将绳 OB 换为长度为 L_2 的弹簧，结果又如何？



甲　　　　　　　　　　　　　　乙

分析与解答：

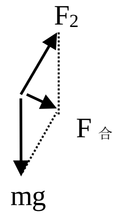
为研究方便，我们两种情况对比分析。

（1）剪断前，两种情况小球受力一样，分别如图（1）、（2）所示，利用平衡条件，则 mg 与 F_2 的合力与 F_1 大小相等，方向相反，可以解得 F_1=mgtgθ。

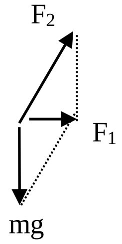
（1）　　　　　　　　　　（2

（2）剪断后瞬间，绳 OA 产生的拉力 F_1 消失，

对绳来说，其伸长量很微小，可以忽略不计，不需要形变恢复时间，因此，绳子中的张力也立即发生变化，这时 F_2 将发生瞬时变化，mg 与 F_2 的合力将不再沿水平方向，而是由于小球下一时刻做单摆运动沿圆弧的切线方向，与绳垂直，如图（3）所示，$F_合$=mgsinθ，所以 a=gsinθ。



（3）



（4）

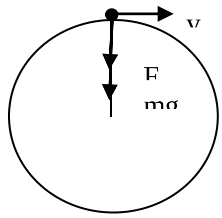
对弹簧来说，其伸长量大，形变恢复需要较长时间，认为弹簧的长度还没有发生变化。这时 F_2 不发生变化，故 mg 与 F_2 的合力仍然保持不变，与 F_1 大小相等，方向相反，如图（4）所示，所以 $F_合$ = F_1=mgstgθ，

a=gstgθ。

【案例 2】一根细绳，长度为 L，一端系一个质量为 m 的小球，在竖直面内做圆周运动，求小球通过最高点时的速度至少是多少？若将绳换为一根匀质细杆，结果又如何？

分析与解答：

（1）对绳来说，是个柔软的物体，它只产生拉力，不能产生支持作用，小球在最高点时，


（1）

弹力只可能向下，如图（1）所示。

这种情况下有 $F+mg=\dfrac{mv^2}{L}\geq mg$

即 $v\geq\sqrt{gL}$，否则不能通过最高点。

（2）对细杆来说，是坚硬的物体，它的弹力既可能向上又可能向下，速度大小 v 可以取任意值。

可以进一步讨论：

①当杆对小球的作用力为向下的拉力时，如图（2）所示：

F+mg=$\dfrac{mv^2}{L}$＞mg　所以 v＞$\sqrt{gL}$

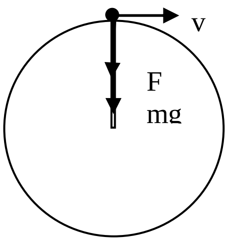
②当杆对小球的作用力为向上的支持力时，如图（3）所示：

mg－F=$\dfrac{mv^2}{L}$＜mg　所以 v＜$\sqrt{gL}$

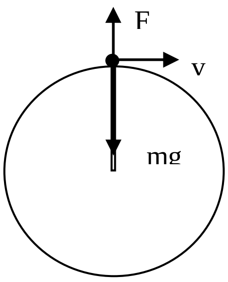
当 N=mg 时，v 可以等于零。

③当弹力恰好为零时，如图（4）所示：

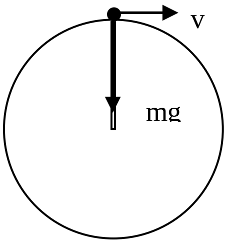
mg=$\frac{mv^2}{L}$　所以 v=$\sqrt{gL}$



（2）

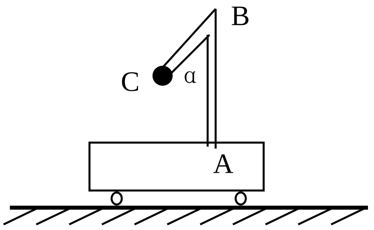


（3）



（4）

【案例 3】如图所示，小车上固定一弯折硬杆 ABC,C 端固定质量为 m 的小球，已知α=30°恒定。当小车水平向左以 v=0.5m/s 的速度匀速运动时，BC 杆对小球的作用力的大小是_____，方向是______；当小车水平向左以 a=g 的加速度作匀加速运动时，BC 杆对小球的作用力的大小是______，方向是_____。

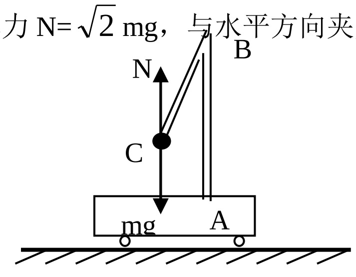


分析与解答：

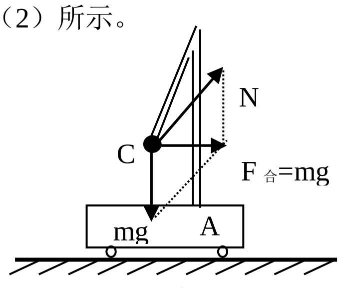
对细杆来说，是坚硬的物体，可以产生与杆垂直的横向的力，也可以产生与杆任何夹角的弹力

（1）当小车水平向左以 v=0.5m/s 的速度匀速运动时，由平衡条件，细杆对小球的力必定与重力等大反向，如图（1）所示。

（2）当小车水平向左以 a=g 的加速度作匀加速运动时，小球所受合力 $F_{合}$=mg 沿水平方向，则小球受细杆的弹力 N=$\sqrt{2}$ mg，与水平方向夹角为 45^0，如图（2）所示。



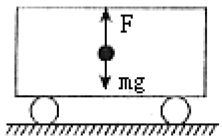
（1）



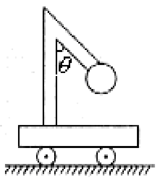
（2）

精品练习:

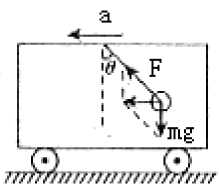
1.如图所示，有一质量为 m 的小球用轻绳悬挂于小车顶部，小车静止或匀速直线运动时，求绳子对小球作用力的大小和方向。



2. 如图所示，小车上有一弯折轻杆，杆下端固定一质量为 m 的小球。当小车处于静止或匀速直线运动状态时，求杆对球的作用力的大小和方向。

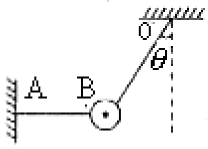


3. 如图所示，一质量为 m 的小球用轻绳悬挂在小车顶部，小车向左以加速度 a 做匀加速直线运动时，求轻绳对小球的作用力的大小和方向。

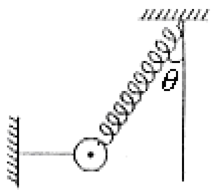


4. 若将上题中的轻绳换成固定的轻杆，当小车向左以加速度 a 做匀加速直线运动时，求杆对球的作用力的大小及方向。

5. 如图 6 所示，小球在细线 OB 和水平细线 AB 的作用下而处于静止状态，则在剪断水平细线的瞬间，小球的加速度多大？方向如何？



6. 如图 9 所示，一轻质弹簧和一根细线共同提住一个质量为 m 的小球，平衡时细线是水平的，弹簧与竖直方向的夹角是$\boxed{}$，若突然剪断细线，则在剪断的瞬间，弹簧拉力的大小是__________，小球加速度与竖直方向夹角等于_________。

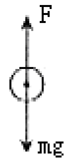


精品练习答案:

1.解析：小车静止或匀速直线运动时，小球也处于静止或匀速直线运动状态。由平衡条件可知，绳子对小球的弹力为，方向是沿着绳子向上。

若将轻绳换成轻弹簧，其结果是一样的。

2.解析：以小球为研究对象，可知小球受到杆对它一个的弹力和重力作用，



由平衡条件可知小球受力如图所示。则可知杆对小球的弹力为，方向与重力的方向相反即竖直向上。

注意：在这里杆对小球的作用力方向不是沿着杆的方向。

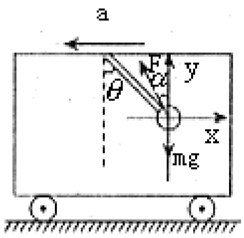
3.解析：以小球为研究对象进行受力分析，如图 4 所示。根据小球做匀加速直线运动可得在竖直方向

在水平方向

解之得

轻绳对小球的作用力大小随着加速度的增大而增大，它的方向沿着绳子，与竖直方向的夹角为。

4.解析：如图，小球受到重力和杆对它的弹力 F 作用而随小车一起向左做匀加速直线运动。



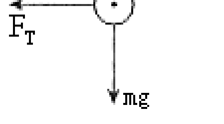
在竖直方向

在水平方向

解之得。

由解答可知，轻杆对小球的作用力大小随着加速度的增大而增大，它的方向不一定沿着杆的方向，而是随着加速度大小的变化而变化。只有时，F 才沿着杆的方向。

5.解析：在没有剪断之前对小球进行受力如图所示，由平衡条件可得



，。

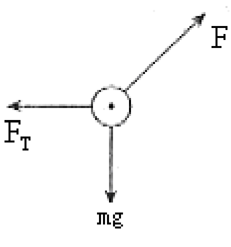
当剪断水平细线 AB 时，此时小球由于细线 OB 的限制，在沿 OB 方向上，小球不可能运动，故小球只能沿着与 OB 垂直的方向运动，也就是说小球所受到的重力，此时的作用效果是拉绳和沿垂直绳的方向做加速运动，其受力如图所示。由图可知，则可得方向垂直于 OB 向下。绳 OB 的拉力，则可知当剪断水平细线 AB 时，细线 OB 的拉力发生了突变。

6.解析：在细线未剪断前，由平衡条件可得

水平细线的拉力

弹簧的拉力

当剪断细线的瞬时，，而弹簧形变不能马上改变，故弹簧弹力 F 保持原值。在图所示中，。所以在剪断细线的瞬时 F 和 mg



的合力仍等于原　　的大小，方向水平向右。则可知小球的加速度方向沿水平向右，即与竖直成　　角，其大小为　　。

水平方向上的碰撞＆弹簧模型

［模型概述］在应用动量守恒、机械能守恒、功能关系和能量转化等规律考查学生的综合应用能力时，常有一类模型，就是有弹簧参与，因弹力做功的过程中弹力是个变力，并与动量、能量联系，所以分析解决这类问题时，要细致分析弹簧的动态过程，利用动能定理和功能关系等知识解题。

［模型讲解］

一、光滑水平面上的碰撞问题

例 1. 在光滑水平地面上有两个相同的弹性小球 A、B，质量都为 m，现 B 球静止，A 球向 B 球运动，发生正碰。已知碰撞过程中总机械能守恒，两球压缩最紧时的弹性势能为 EP，则碰前 A 球的速度等于（　）

A. $\sqrt{\frac{E_p}{m}}$ B. $\sqrt{\frac{2E_p}{m}}$ C. $2\sqrt{\frac{E_p}{m}}$ D. $2\sqrt{\frac{2E_p}{m}}$

解析：设碰前 A 球的速度为 v0，两球压缩最紧时的速度为 v，根据动量守恒定律得出 $mv_0 = 2mv$，由能量守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_0^2 = E_p + \frac{1}{2}(2m)v^2$，联立解得 $v_0 = 2\sqrt{\frac{E_p}{m}}$，所以正确选项为 C。

二、光滑水平面上有阻挡板参与的碰撞问题

例 2. 在原子核物理中，研究核子与核子关联的最有效途径是“双电荷交换反应”。这类反应的前半部分过程和下述力学模型类似，两个小球 A 和 B 用轻质弹簧相连，在光滑的水平直轨道上处于静止状态，在它们左

边有一垂直于轨道的固定挡板 P，右边有一小球 C 沿轨道以速度 v0 射向 B 球，如图 1 所示，C 与 B 发生碰撞并立即结成一个整体 D，在它们继续向左运动的过程中，当弹簧长度变到最短时，长度突然被锁定，不再改变，然后，A 球与挡板 P 发生碰撞，碰后 A、D 都静止不动，A 与 P 接触而不粘连，过一段时间，突然解除锁定（锁定及解除锁定均无机械能损失），已知 A、B、C 三球的质量均为 m。

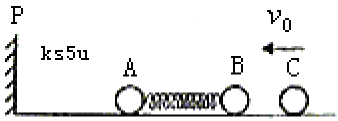


图 1

（1）求弹簧长度刚被锁定后 A 球的速度。

（2）求在 A 球离开挡板 P 之后的运动过程中，弹簧的最大弹性势能。

解析：（1）设 C 球与 B 球粘结成 D 时，D 的速度为 v1，由动量守恒得 $mv_0=(m+m)v_1$ 当弹簧压至最短时，D 与 A 的速度相等，设此速度为 v2，由动量守恒得 $2mv_1=3mv_2$，由以上两式求得 A 的速度 $v_2=\frac{1}{3}v_0$。

（2）设弹簧长度被锁定后，贮存在弹簧中的势能为 EP，由能量守恒，有 $\frac{1}{2}\cdot 2mv_1^2=\frac{1}{2}\cdot 3mv_2^2+E_P$ 撞击 P 后，A 与 D 的动能都为零，解除锁定后，当弹簧刚恢复到自然长度时，势能全部转弯成 D 的动能，设 D 的速度为 v3，则有 $E_P=\frac{1}{2}(2m)\cdot v_3^2$

以后弹簧伸长，A 球离开挡板 P，并获得速度，当 A、D 的速度相等时，弹簧伸至最长，设此时的速度为 v4，由动量守恒得 $2mv_3=3mv_4$

当弹簧伸到最长时，其势能最大，设此势能为 EP”，由能量守恒，有 $\frac{1}{2}\cdot 2mv_3^2=\frac{1}{2}\cdot 3mv_4^2+E_P'$ 解以上各式得 $E_P'=\frac{1}{36}mv_0^2$。

说明：对弹簧模型来说“系统具有共同速度之时，恰为系统弹性势能最多”。

三、粗糙水平面上有阻挡板参与的碰撞问题

例 3. 图 2 中，轻弹簧的一端固定，另一端与滑块 B 相连，B 静止在水平直导轨上，弹簧处在原长状态。另一质量与 B 相同滑块 A，从导轨上的 P 点以某一初速度向 B 滑行，当 A 滑过距离 l1 时，与 B 相碰，碰撞时间极短，碰后 A、B 紧贴在一起运动，但互不粘连。已知最后 A 恰好返回出发点 P 并停止，滑块 A

和 B 与导轨的滑动摩擦因数都为 ，运动过程中弹簧最大形变量为 l2，重力加速度为 g，求 A 从 P 出发时的初速度 v0。

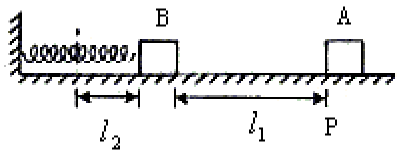


图 2

解析：令 A、B 质量皆为 m，A 刚接触 B 时速度为 v1（碰前）

由功能关系，有$\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv_1^2=\mu mgl_1$

A、B 碰撞过程中动量守恒，令碰后 A、B 共同运动的速度为 v2

有$mv_1=2mv_2$

碰后 A、B 先一起向左运动，接着 A、B 一起被弹回，在弹簧恢复到原长时，设 A、B 的共同速度为 v3，在这一过程中，弹簧势能始末状态都为零，利用功能关系，有

$$\frac{1}{2}(2m)v_2^2-\frac{1}{2}(2m)v_3^2=\mu(2m)g(2l_2)$$

此后 A、B 开始分离，A 单独向右滑到 P 点停下，由功能关系有$\frac{1}{2}mv_3^2=\mu mgl_1$

由以上各式，解得$v_0=\sqrt{\mu g(10l_1+16l_2)}$

四、结论开放性问题

例 4. 用轻弹簧相连的质量均为 2kg 的 A、B 两物块都以$v=6m/s$的速度在光滑的水平地面上运动，弹簧处于原长，质量为 4kg 的物体 C 静止在前方，如图 3 所示，B 与 C 碰撞后二者粘在一起运动。求：在以后的运动中，

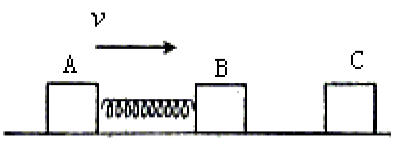


图 3

（1）当弹簧的弹性势能最大时物体 A 的速度多大？

（2）弹性势能的最大值是多少？

（3）A 的速度有可能向左吗？为什么？

解析：（1）当 A、B、C 三者的速度相等时弹簧的弹性势能最大，由于 A、B、C 三者组成的系统动量守恒，有

$$(m_A+m_B)v=(m_A+m_B+m_C)v_A$$

解得：$v_A=3m/s$

（2）B、C 碰撞时 B、C 组成的系统动量守恒，设碰后瞬间 B、C 两者速度为　，则

$$m_Bv=(m_B+m_C)v',\ v'=2m/s$$

设物块 A 速度为 vA 时弹簧的弹性势能最大为 EP，根据能量守恒

$$E_P=\frac{1}{2}(m_B+m_C)v'^2+\frac{1}{2}m_Av^2-\frac{1}{2}(m_A+m_B+m_C)v_A^2=12J$$

（3）由系统动量守恒得

$$m_Av+m_Bv=m_Av_A+(m_B+m_C)v_B$$

设 A 的速度方向向左，$v_A<0$，则$v_B>4m/s$

则作用后 A、B、C 动能之和

$$E_k=\frac{1}{2}m_Av_A^2+\frac{1}{2}(m_B+m_C)v_B^2>48J$$

实际上系统的机械能

$$E'=E_P+\frac{1}{2}(m_A+m_B+m_C)v_A^2=48J$$

根据能量守恒定律，$E_k>E'$是不可能的。故 A 不可能向左运动。

［模型要点］

系统动量守恒$p_1=p_2$，如果弹簧被作为系统内的一个物体时，弹簧的弹力对系统内物体做不做功都不影响系统的机械能。能量守恒$\Delta E_k=\Delta E_P$，动能与势能相互转化。

弹簧两端均有物体：弹簧伸长到最长或压缩到最短时，相关联物体的速度一定相等，弹簧具有最大的弹性势能。

当弹簧恢复原长时，相互关联物体的速度相差最大，弹簧对关联物体的作用力为零。若物体再受阻力时，弹力与阻力相等时，物体速度最大。

［模型演练］

（2006 年江苏省前黄高级中学检测题）如图 4 所示，在光滑水平长直轨道上，A、B 两小球之间有一处于

原长的轻质弹簧，弹簧右端与 B 球连接，左端与 A 球接触但不粘连，已知 $m_A=\frac{m}{2}$，$m_B=2m$，开始时 A、B 均静止。在 A 球的左边有一质量为 $\frac{1}{2}m$ 的小球 C 以初速度 v_0 向右运动，与 A 球碰撞后粘连在一起，成为一个复合球 D，碰撞时间极短，接着逐渐压缩弹簧并使 B 球运动，经过一段时间后，D 球与弹簧分离（弹簧始终处于弹性限度内）。

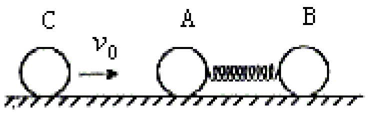


图 4

（1）上述过程中，弹簧的最大弹性势能是多少？

（2）当弹簧恢复原长时 B 球速度是多大？

（3）若开始时在 B 球右侧某位置固定一块挡板（图中未画出），在 D 球与弹簧分离前使 B 球与挡板发生碰撞，并在碰后立即将挡板撤走，设 B 球与挡板碰撞时间极短，碰后 B 球速度大小不变，但方向相反，试求出此后弹簧的弹性势能最大值的范围。

答案：（1）设 C 与 A 相碰后速度为 v1，三个球共同速度为 v2 时，弹簧的弹性势能最大，由动量守恒，能量守恒有：

$$\frac{1}{2}mv_0=m\cdot v_1\quad <1>\qquad v_1=\frac{1}{2}v_0$$

$$\frac{1}{2}mv_0=3m\cdot v_2\quad <2>\qquad v_2=\frac{1}{6}v_0$$

$$E_{p\max}=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}\cdot 3mv_2^2=\frac{1}{12}mv_0^2$$

（2）设弹簧恢复原长时，D 球速度为 v_3，B 球速度为 v_4

$$mv_1=mv_3+2mv_4\quad <3>$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_3^2+\frac{1}{2}\cdot 2mv_4^2\quad <4>$$

则有 $v_3=-\frac{1}{3}v_1=-\frac{v_0}{6}$，$v_4=\frac{2}{3}v_1=\frac{v_0}{3}$

（3）设 B 球与挡板相碰前瞬间 D、B 两球速度 v_5、v_6

$$\frac{1}{2}mv_0 = mv_5 + 2mv_6 \quad <5>$$

与挡板碰后弹性势能最大，D、B 两球速度相等，设为

$$mv_5 - 2mv_6 = 3mv' \quad <6>$$

$$v' = \frac{v_5 - 2v_6}{3} = \frac{v_5 - \frac{v_0}{2} + v_5}{3} = \frac{2v_5 - \frac{v_0}{2}}{3} = \frac{4v_5 - v_0}{6}$$

$$E_P' = \frac{1}{2}\times m\times(\frac{v_0}{2})^2 - \frac{1}{2}\times 3m\times v'^2$$

$$= \frac{mv_0^2}{8} - \frac{3m}{2}\times\frac{(4v_5 - v_0)^2}{36}$$

$$= \frac{mv_0^2}{8} - \frac{m(4v_5 - v_0)^2}{24}$$

当 $v_5 = \frac{v_0}{4}$ 时，E_P' 最大 $E_{P\max}' = \frac{mv_0^2}{8}$

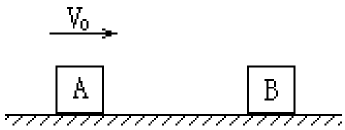
$v_5 = -\frac{v_0}{6}$ 时，E_P' 最小，$E_{P\min}' = \frac{mv_0^2}{108}$

所以 $\frac{mv_0^2}{108} \le E_P' \le \frac{mv_0^2}{8}$

完全非弹性碰撞中的机械能变化

例 1、如图所示，有一质量为 m 的物体 B 静止在光滑水平面上，另一质量也为 m 的物体 A 以初速度 v_0 匀速向 B 运动，两物体相撞后粘在一起运动，试求碰撞中产生的热能？

$$mv_0 = 2mv \qquad v = \frac{v_0}{2}$$



$$Q = \Delta E = \frac{1}{2}mv_0^{\ 2} - 2\times\frac{1}{2}m(\frac{v_0}{2})^2 = \frac{1}{4}mv_0^{\ 2}$$

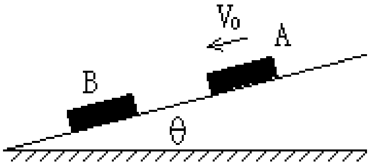
问题：这道题目主要考了哪两个知识点？它是怎么考的呢？

（1）动量守恒（2）能量守恒与转化

动量守恒——两个物体发生完全非弹性碰撞

能量守恒与转化——系统动能的减小转换成系统的热能

例 2、如图所示，在一倾角为θ的斜面上有两质量都为 m 的物体 A、B，物体 B 处于静止状态，物体 A 以 V0 速度匀速下滑，与 B 碰撞后（碰撞时间极短）粘在一起，求：两物体在碰撞中产生的热能？



$$mv_0 = 2mv \qquad v = \frac{v_0}{2}$$

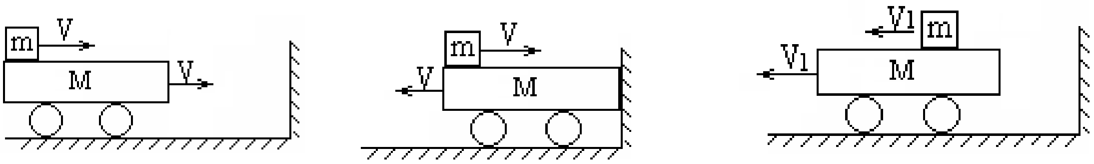
$$Q = \Delta E = \frac{1}{2}m{v_0}^2 - 2\times\frac{1}{2}m(\frac{v_0}{2})^2 = \frac{1}{4}m{v_0}^2$$

问题：

1、什么样的情形我们也可以处理成完全非弹性碰撞？

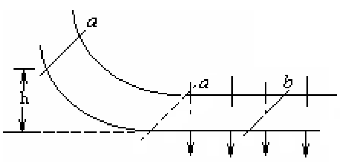
2、处理成完全非弹性碰撞后，系统动能的减小量是不是一定转化为热能？

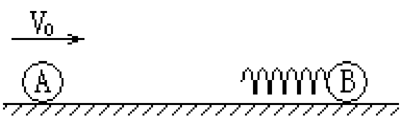
例 3、如图，小车的质量为 *M*，后端放一个质量为 *m* 的铁块，铁块和小车间的动摩擦因数为μ，小车和铁块一起以 *V* 的速度在光滑的地面上滑行时与墙发生正碰，在碰撞过程中无机械能损失。问铁块在车上能滑动多远（设车子足够长且 *M*＞*m*）？

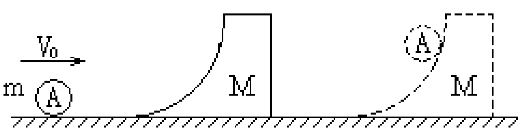


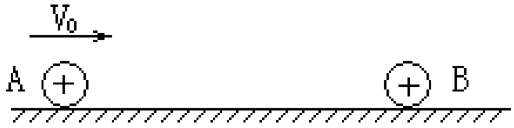
MV－mV＝（m＋M）V_1

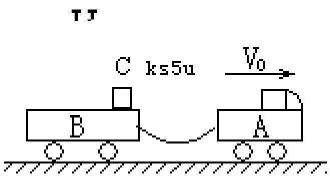
$$Q = \frac{1}{2}(m+M)v^2 - \frac{1}{2}(m+M){v_1}^2 = mguS$$



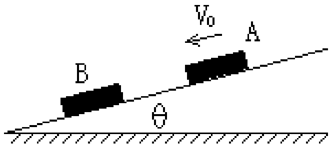








例 4、如图所示，在一倾角为θ的斜面上有两质量都为 m 的物体 A、B，物体 B 处于静止状态，物体 A 以 V0 速度匀速下滑，与 B 碰撞后（碰撞时间极短）粘在一起，求：两物体在碰撞中产生的热能？



$$mv_0 = 2mv \qquad v = \frac{v_0}{2}$$

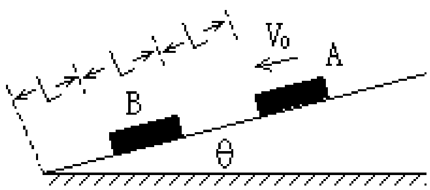
$$Q = \Delta E = \frac{1}{2}mv_0^{\ 2} - 2\times\frac{1}{2}m(\frac{v_0}{2})^2 = \frac{1}{4}mv_0^{\ 2}$$

1、重力势能减小量转化到哪里去了？

2、匀速运动这个条件有什么作用？

3、碰撞时间极短这个条件有什么作用？

例 5：如图所示，有两个相同的货箱停放在倾角为θ的斜面上，每个货箱长为 L，质量为 m，最下端的货箱到斜面底端的距离也为 L，已知货箱与斜面间的滑动摩擦力与最大静摩擦力相等，现给 A 货箱一初速度 V0，使之沿斜面下滑，与 B 发生碰撞后粘在一起运动，当动摩擦因数为μ时，两货箱恰好停在斜面底端，求整个过程中由于碰撞损失的机械能为多少？

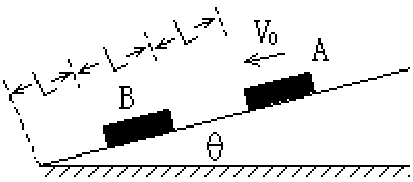


整个过程中货箱减小的动能和重力势能分别为：

$$\Delta E_K = mv^2/2$$

ΔE_P＝mgLsinθ＋mg2Lsinθ＝3 mgLsinθ

整个过程中摩擦力做功全部转化热能 Q_1：



Q1＝fs＝mgLcosθ＋mg2Lcosθ＝3 mgLcosθ

设碰撞中产生的热量为 Q2，则由功能关系可知：

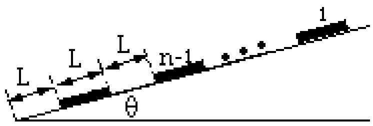
ΔEP＋ΔEK＝Q1＋Q2

Q2＝ $mv^2/2$ ＋3 mgLsinθ－3 mgLcosθ

例 6、如图所示，有 n 个相同的货箱停放在倾角为θ的斜面上，每个货箱长皆为 L，质量为 m 相邻两货箱间距离也为 L，最下端的货箱到斜面底端的距离也为 L，已知货箱与斜面间的滑动摩擦力与最大静摩擦力相等，现给第一个货箱一初速度 V0，使之沿斜面下滑，在每次发生碰撞的货箱都粘在一起运动，当动摩擦因数为μ时，最后第 n 个货箱恰好停在斜面底端，求整个过程中由于碰撞损失的机械能为多少？

分析：整个过程中货箱减小的动能和重力势能分别为：

$$\Delta E_K = mv^2/2$$



ΔEP＝mgLsinθ＋mg2Lsinθ＋---＋mgnLsinθ

＝mgLsinθ n(n+1)/2

整个过程摩擦力做功全部转化热能 Q1，其大小为：

Q1＝fs＝mgLcosθ＋mg2Lcosθ＋---＋mgnLcosθ

＝mgLcosθ n(n+1)/2

设碰撞中所产生的热量为 Q2，则由功能关系可知：

ΔEP＋ΔEK＝Q1＋Q2

Q2＝ $mv^2/2$ ＋mgLsinθ n(n+1)/2－mgLcosθ n(n+1)/2

子弹打木块模型之二

［模型概述］

子弹打木块模型及推广：

⑴一物块在木板上滑动($Q=\mu F_f s_{相对}=\Delta E$，Q 为摩擦在系统中产生的热量)。

⑵小球在置于光滑水平面上的竖直平面内弧形光滑轨道上滑动。

⑶一静一动的同种电荷追碰运动等。

［模型讲解］

例 1. 如图 1 所示，一个长为 L、质量为 M 的长方形木块，静止在光滑水平面上，一个质量为 m 的物块（可视为质点），以水平初速度 v_0 从木块的左端滑向右端，设物块与木块间的动摩擦因数为 μ，当物块与木块达到相对静止时，物块仍在长木块上，求系统机械能转化成内能的量 Q。

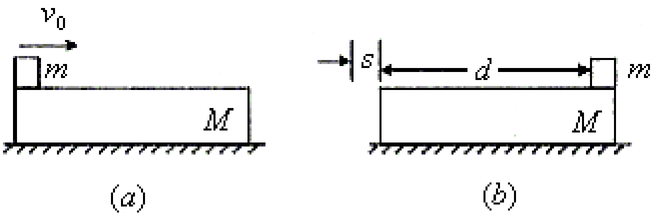


图 1

解析：可先根据动量守恒定律求出 m 和 M 的共同速度，再根据动能定理或能量守恒求出转化为内能的量 Q。

对物块，滑动摩擦力 F_f 做负功，由动能定理得：

$$-F_f(d+s)=\frac{1}{2}mv_t^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

即 F_f 对物块做负功，使物块动能减少。

对木块，滑动摩擦力 F_f 对木块做正功，由动能定理 $F_f s=\frac{1}{2}Mv^2-0$ 得，即 F_f 对木块做正功，使木块动能增加，系统减少的机械能为：

$$\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv_t^2-\frac{1}{2}Mv^2=F_f(d+s)-F_fs=F_fd \qquad <1>$$

本题中 $F_f=\mu mg$，物块与木块相对静止时，$v_t=v$，则上式可简化为：

$$\mu mgd=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(m+M)v_t^2 \qquad <2>$$

又以物块、木块为系统，系统在水平方向不受外力，动量守恒，则：

$$mv_0=(m+M)v_t \qquad <3>$$

联立式<2>、<3>得：

$$d = \frac{Mv_0^2}{2\mu g(M+m)}$$

故系统机械能转化为内能的量为：

$$Q = F_f d = \mu mg \cdot \frac{Mv_0^2}{2\mu g(M+m)} = \frac{Mmv_0^2}{2(M+m)}$$

点评：系统内一对滑动摩擦力做功之和（净功）为负值，在数值上等于滑动摩擦力与相对位移的乘积，其绝对值等于系统机械能的减少量，即 $F_f d = \Delta E$。

从牛顿运动定律和运动学公式出发，也可以得出同样的结论。由于子弹和木块都在恒力作用下做匀变速运动，位移与平均速度成正比：

$$\frac{s_2 + d}{s_2} = \frac{(v_0 + v)/2}{v/2} = \frac{v_0 + v}{v}$$

所以 $\frac{d}{s_2} = \frac{v_0}{v} = \frac{M+m}{m}$，$s_2 = \frac{m}{M+m} d$

一般情况下 $M >> m$，所以 $s_2 << d$，这说明，在子弹射入木块过程中，木块的位移很小，可以忽略不计。这就为分阶段处理问题提供了依据。象这种运动物体与静止物体相互作用，动量守恒，最后共同运动的类型，全过程动能的损失量可用公式：

$$\Delta E_k = \frac{Mm}{2(M+m)} v_0^2$$

［模型要点］

子弹打木块的两种常见类型：

①木块放在光滑的水平面上，子弹以初速度 v_0 射击木块。

运动性质：子弹对地在滑动摩擦力作用下做匀减速直线运动；木块在滑动摩擦力作用下做匀加速运动。

图象描述：从子弹击中木块时刻开始，在同一个 v—t 坐标中，两者的速度图线如下图中甲（子弹穿出木块）或乙（子弹停留在木块中）

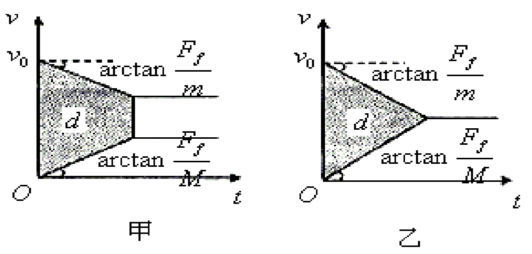


图 2

图中，图线的纵坐标给出各时刻两者的速度，图线的斜率反映了两者的加速度。两图线间阴影部分面积则对应了两者间的相对位移。

方法：把子弹和木块看成一个系统，利用 A：系统水平方向动量守恒；B：系统的能量守恒（机械能不守恒）；C：对木块和子弹分别利用动能定理。

推论：系统损失的机械能等于阻力乘以相对位移，即 $\Delta E = F_f d$

②物块固定在水平面，子弹以初速度 v_0 射击木块，对子弹利用动能定理，可得：

$$-F_f d=\frac{1}{2}mv_t^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

两种类型的共同点：

A、系统内相互作用的两物体间的一对摩擦力做功的总和恒为负值。（因为有一部分机械能转化为内能）。

B、摩擦生热的条件：必须存在滑动摩擦力和相对滑行的路程。大小为 Q＝F_f s，其中 F_f 是滑动摩擦力的大小，s 是两个物体的相对位移（在一段时间内“子弹”射入“木块”的深度，就是这段时间内两者相对位移的大小，所以说是一个相对运动问题）。

C、静摩擦力可对物体做功，但不能产生内能（因为两物体的相对位移为零）。

［误区点拨］

静摩擦力即使对物体做功，由于相对位移为零而没有内能产生，系统内相互作用的两物体间的一对静摩擦力做功的总和恒等于零。

不明确动量守恒的条件性与阶段性，如图 3 所示，不明确动量守恒的瞬间性如速度问题。

图 3

［模型演练］

如图 4 所示，电容器固定在一个绝缘座上，绝缘座放在光滑水平面上，平行板电容器板间的距离为 d，右极板上有一小孔，通过孔有一左端固定在电容器左极板上的水平绝缘光滑细杆，电容器极板以及底座、绝缘杆总质量为 M，给电容器充电后，有一质量为 m 的带正电小环恰套在杆上以某一初速度 v_0 对准小孔向左运动，并从小孔进入电容器，设带电环不影响电容器板间电场分布。带电环进入电容器后距左板的最小距离为 0.5d，试求：

（1）带电环与左极板相距最近时的速度 v；

（2）此过程中电容器移动的距离 s。

（3）此过程中能量如何变化？

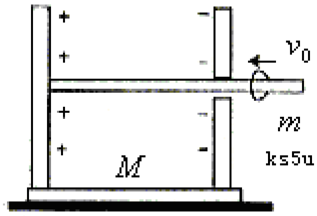


图 4

答案：（1）带电环进入电容器后在电场力的作用下做初速度为 v_0 的匀减速直线运动，而电容器则在电场力的作用下做匀加速直线运动，当它们的速度相等时，带电环与电容器的左极板相距最近，由系统动量守恒定律可得：

动量观点：

$$mv_0=(M+m)v,\quad v=\frac{mv_0}{M+m}$$

力与运动观点：

设电场力为 F

$$v_0-\frac{F}{m}t=\frac{F}{M}t=v,\quad v=\frac{mv_0}{M+m}$$

（2）能量观点（在第（1）问基础上）：

对 m：$-Eq\cdot(s+\frac{d}{2})=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$

对 M：$Eqs=\frac{1}{2}Mv^2-0$

$-Eq\frac{d}{2}=\frac{1}{2}(m+M)v^2-\frac{1}{2}mv_0^2$

所以 $s=\frac{m}{M+m}\cdot\frac{d}{2}$

运动学观点：

对 M：$\frac{v}{2}t=s$，对 m：$\frac{v+v_0}{2}t=s'$

$s'-s=\frac{d}{2}$，解得：$s=\frac{md}{2(M+m)}$

带电环与电容器的速度图像如图 5 所示。由三角形面积可得：

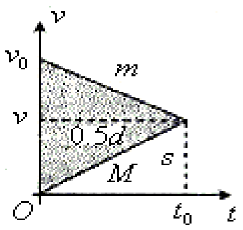


图 5

解得：$s=\frac{md}{2(M+m)}$

（3）在此过程，系统中，带电小环动能减少，电势能增加，同时电容器等的动能增加，系统中减少的动能全部转化为电势能。

常见弹簧类问题分析

高考要求　轻弹簧是一种理想化的物理模型，以轻质弹簧为载体，设置复杂的物理情景，考查力的概念，物体的平衡，牛顿定律的应用及能的转化与守恒，是高考命题的重点，此类命题几乎每年高考卷面均有所见. 应引起足够重视.

弹簧类命题突破要点

1. 弹簧的弹力是一种由形变而决定大小和方向的力. 当题目中出现弹簧时，要注意弹力的大小与方向时刻要与当时的形变相对应. 在题目中一般应从弹簧的形变分析入手，先确定弹簧原长位置，现长位置，找出形变量 x 与物体空间位置变化的几何关系，分析形变所对应的弹力大小、方向，以此来分析计算物体

运动状态的可能变化.

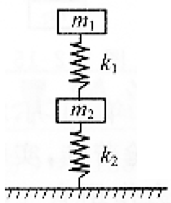
2.因弹簧（尤其是软质弹簧）其形变发生改变过程需要一段时间，在瞬间内形变量可以认为不变.因此，在分析瞬时变化时，可以认为弹力大小不变，即弹簧的弹力不突变.

3.在求弹簧的弹力做功时，因该变力为线性变化，可以先求平均力，再用功的定义进行计算，也可据动能定理和功能关系：能量转化和守恒定律求解.同时要注意弹力做功的特点：$W_k=-(\frac{1}{2}kx_2^2-\frac{1}{2}kx_1^2)$，弹力的功等于弹性势能增量的负值.弹性势能的公式 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$，高考不作定量要求，可作定性讨论.因此，在求弹力的功或弹性势能的改变时，一般以能量的转化与守恒的角度来求解.

下面就按平衡、动力学、能量、振动、应用类等中常见的弹簧问题进行分析。

一、与物体平衡相关的弹簧问题

1.(1999年，全国)如图示，两木块的质量分别为m$_1$和m$_2$，两轻质弹簧的劲度系数分别为 k_1 和 k_2，上面木块压在上面的弹簧上(但不拴接)，整个系统处于平衡状态．现缓慢向上提上面的木块，直到它刚离开上面弹簧．在这过程中下面木块移动的距离为(　　)



A. m_1g/k_1　B. m_2g/k_2　C. m_1g/k_2　D. m_2g/k_2

此题是共点力的平衡条件与胡克定律的综合题．题中空间距离的变化，要通过弹簧形变量的计算求出．注意缓慢上提，说明整个系统处于一动态平衡过程，直至m$_1$离开上面的弹簧．开始时，下面的弹簧被压缩，比原长短 $(m_1+m_2)g/k_2$，而m$_1$刚离开上面的弹簧，下面的弹簧仍被压缩，比原长短 $m_2g/k2$，因而m$_2$移动 $\triangle x=(m_1+m_2)\cdot g/k_2-m_2g/k_2=m_1g/k_2$.

此题若求m$_1$移动的距离又当如何求解?

参考答案:C

2.S_1和S_2表示劲度系数分别为 k_1，和 k_2 两根轻质弹簧，$k_1>k_2$；A和B表示质量分别为m_A和m_B的两个小物块，$m_A>m_B$,将弹簧与物块按图示方式悬挂起来．现要求两根弹簧的总长度最大则应使(　　).

A. S_1在上，A在上

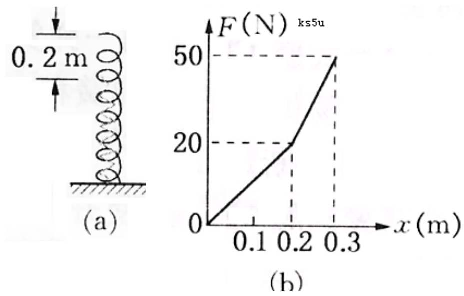
B. S_1在上，B在上

C. S_2在上，A在上

D. S_2在上，B在上

参考答案:D

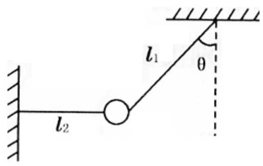
3. 一根大弹簧内套一根小弹簧，大弹簧比小弹簧长0.2m，它们的一端固定，另一端自由，如图所示，求这两根弹簧的劲度系数k_1(大弹簧)和k_2(小弹簧)分别为多少?



(参考答案 k_1=100N/m　k_2=200N/m)

4. (2001年上海高考)如图所示，一质量为m的物体系于长度分别为L_1、L_2的两根细线上，L_1的一端悬挂在天花板上，与竖直方向夹角为θ，L_2水平拉直，物体处于平衡状态．现将L_2线剪断，求剪断瞬时物体的加速度．

(1)下面是某同学对该题的一种解法：



解　设L_1线上拉力为T_1，L_2线上拉力为T_2，重力为mg，物体在三力作用下保持平衡

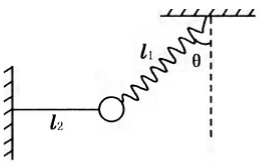
$T_1\cos\theta=mg$，$T_1\sin\theta=T_2$，$T_2=mg\tan\theta$，

剪断线的瞬间，T_2突然消失，物体即在T_2反方向获得加速度．

因为$mg\tan\theta=ma$，所以加速度$a=g\tan\theta$，方向在T_2反方向．你认为这个结果正确吗?清对该解法作出评价并说明理由．

解答：错．因为L_2被剪断的瞬间，L_1上的张力大小发生了变化．此瞬间

$T_2=mg\cos\theta$，　$a=g\sin\theta$

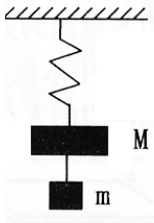


(2)若将图中的细线L_1改为长度相同、质量不计的轻弹簧，其他条件不变，求解的步骤和结果与(1)完全相同，即$a=g\tan\theta$，你认为这个结果正确吗?请说明理由．

解答：对，因为 L_2 被剪断的瞬间，弹簧 L_1 的长度未及发生变化，T_1 大小和方向都不变.

二、与动力学相关的弹簧问题

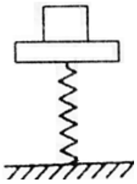
5.如图所示，在重力场中，将一只轻质弹簧的上端悬挂在天花板上，下端连接一个质量为 M 的木板，木板下面再挂一个质量为 m 的物体．当剪掉 m 后发现：当木板的速率再次为零时，弹簧恰好能恢复到原长，(不考虑剪断后 m、M 间的相互作用)则 M 与 m 之间的关系必定为　（　）



A. M>m　　B. M=m　　C. M<m　　D. 不能确定

参考答案:B

6.如图所示，轻质弹簧上面固定一块质量不计的薄板，在薄板上放重物，用手将重物向下压缩到一定程度后，突然将手撤去，则重物将被弹簧弹射出去，则在弹射过程中(重物与弹簧脱离之前)重物的运动情况是　（　）　参考答案：C

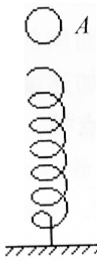


A. 一直加速运动　　B. 匀加速运动

C. 先加速运动后减速运动　D. 先减速运动后加速运动

［解析］ 物体的运动状态的改变取决于所受合外力．所以，对物体进行准确的受力分析是解决此题的关键，物体在整个运动过程中受到重力和弹簧弹力的作用．刚放手时，弹力大于重力，合力向上，物体向上加速运动，但随着物体上移，弹簧形变量变小，弹力随之变小，合力减小，加速度减小；当弹力减至与重力相等的瞬间，合力为零，加速度为零，此时物体的速度最大；此后，弹力继续减小，物体受到的合力向下，物体做减速运动，当弹簧恢复原长时，二者分离．

7.如图所示，一轻质弹簧竖直放在水平地面上，小球 A 由弹簧正上方某高度自由落下，与弹簧接触后，开始压缩弹簧，设此过程中弹簧始终服从胡克定律，那么在小球压缩弹簧的过程中，以下说法中正确的是（　）　参考答案:C



A. 小球加速度方向始终向上

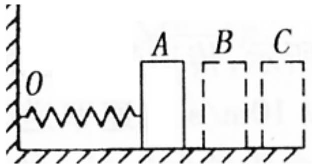
B. 小球加速度方向始终向下

C. 小球加速度方向先向下后向上

D. 小球加速度方向先向上后向下

（试分析小球在最低点的加速度与重力加速度的大小关系）

8. 如图所示，一轻质弹簧一端系在墙上的 O 点，自由伸长到 B 点．今用一小物体 m 把弹簧压缩到 A 点，然后释放，小物体能运动到 C 点静止，物体与水平地面间的动摩擦因数恒定，试判断下列说法正确的是（　）



A. 物体从 A 到 B 速度越来越大，从 B 到 C 速度越来越小

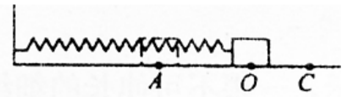
B. 物体从 A 到 B 速度越来越小，从 B 到 C 加速度不变

C. 物体从 A 到 B 先加速后减速，从 B 一直减速运动

D. 物体在 B 点受到的合外力为零

参考答案:C

9. 如图所示，一轻质弹簧一端与墙相连，另一端与一物体接触，当弹簧在 O 点位置时弹簧没有形变，现用力将物体压缩至 A 点，然后放手。物体向右运动至 C 点而静止，AC 距离为 L。第二次将物体与弹簧相连，仍将它压缩至 A 点，则第二次物体在停止运动前经过的总路程 s 可能为：



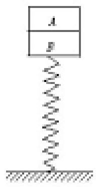
A. s=L　　　B. s>L

C. s<L　　　D. 条件不足，无法判断

参考答案:AC

（建议从能量的角度、物块运动的情况考虑）

10. A、B 两木块叠放在竖直轻弹簧上，如图所示，已知木块 A、B 质量分别为 0.42 kg 和 0.40 kg，弹簧的劲度系数 k=100 N/m，若在木块 A 上作用一个竖直向上的力 F，使 A 由静止开始以 0.5 m/s^2 的加速度竖直向上做匀加速运动（g=10 m/s^2）．



（1）使木块 A 竖直做匀加速运动的过程中，力 F 的最大值；

（2）若木块由静止开始做匀加速运动，直到 A、B 分离的过

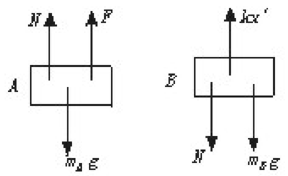
程中，弹簧的弹性势能减少了 0.248 J，求这一过程 F 对

木块做的功.

分析：此题难点和失分点在于能否通过对此物理过程的分析后，确定两物体分离的临界点，即当弹簧作用下的两物体加速度、速度相同且相互作用的弹力 $N=0$ 时，恰好分离.

解：

当 $F=0$（即不加竖直向上 F 力时），设 A、B 叠放在弹簧上处于平衡时弹簧的压缩量为 x，有



$kx=(m_A+m_B)g$

$x=(m_A+m_B)g/k$ ①

对 A 施加 F 力，分析 A、B 受力如图

对 A $F+N-m_Ag=m_Aa$ ②

对 B $kx'-N-m_Bg=m_Ba'$ ③

可知，当 $N\neq0$ 时，AB 有共同加速度 $a=a'$，由②式知欲使 A 匀加速运动，随 N 减小 F 增大. 当 $N=0$ 时，F 取得了最大值 F_m，

即 $F_m=m_A(g+a)=4.41$ N

又当 $N=0$ 时，A、B 开始分离，由③式知，

此时，弹簧压缩量 $kx'=m_B(a+g)$

$x'=m_B(a+g)/k$ ④

AB 共同速度 $v^2=2a(x-x')$ ⑤

由题知，此过程弹性势能减少了 $W_P=E_P=0.248$ J

设 F 力功 W_F，对这一过程应用动能定理或功能原理

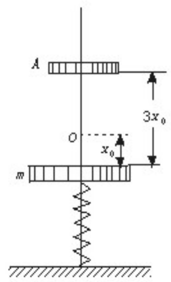
$W_F+E_P-(m_A+m_B)g(x-x')=\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2$ ⑥

联立①④⑤⑥，且注意到 $E_P=0.248$ J

可知，$W_F=9.64\times10^{-2}$ J

三、与能量相关的弹簧问题

11.（全国.1997）质量为 m 的钢板与直立轻弹簧的上端连接，弹簧下端固定在地上. 平衡时弹簧的压缩量为 x_0，如图所示. 一物块从钢板正上方距离为 $3x_0$ 的 A 处自由落下，打在钢板上并立刻与钢板一起向下运动，但不粘连. 它们到达最低点后又向上运动. 已知物块质



量为 m 时，它们恰能回到 O 点.若物块质量为 $2m$，仍从 A 处自由落下，则物块与钢板回到 O 点时，还具有向上的速度.求物块向上运动到达的最高点与 O 点的距离.

分析：本题的解题关键是要求对物理过程做出仔细分析，且在每一过程中运用动量守恒定律，机械能守恒定律解决实际问题，本题的难点是对弹性势能的理解，并不要求写出弹性势能的具体表达式，可用 Ep 表示，但要求理解弹性势能的大小与伸长有关，弹簧伸长为零时，弹性势能为零，弹簧的伸长不变时，弹性势能不变．答案：$\frac{1}{2}x_0$

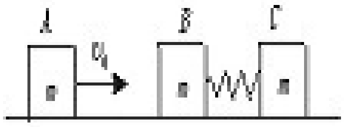
12.如图所示，A、B、C 三物块质量均为 m，置于光滑水平台面上.B、C 间夹有原已完全压紧不能再压缩的弹簧，两物块用细绳相连，使弹簧不能伸展.物块 A 以初速度 v_0 沿 B、C 连线方向向 B 运动，相碰后，A 与 B、C 粘合在一起，然后连接 B、C 的细绳因受扰动而突然断开，弹簧伸展，从而使 C 与 A、B 分离，脱离弹簧后 C 的速度为 v_0.

（1）求弹簧所释放的势能 ΔE.

（2）若更换 B、C 间的弹簧，当物块 A 以初速 v 向 B 运动，物块 C 在脱离弹簧后的速度为 $2v_0$，则弹簧所释放的势能 $\Delta E'$ 是多少?

（3）若情况（2）中的弹簧与情况（1）中的弹簧相同，为使物块 C 在脱离弹簧后的速度仍为 $2v_0$，A 的初速度 v 应为多大?

（1）$\frac{1}{3}mv_0^2$　　（2）$\frac{1}{12}m(v-6v_0)^2$　　（3）$4v_0$



13..某宇航员在太空站内做丁如下实验：选取两个质量分别为 m_A=0.1kg、m_B=0.20kg 的小球 A、B 和一根轻质短弹簧，弹簧的一端与小球 A 粘连，另一端与小球 B 接触而不粘连．现使小球 A 和 B 之间夹着被压缩的轻质弹簧，处于锁定状态，一起以速度 v_0=0.10m/s 做匀速直线运动，如图所示．过一段时间，突然解除锁定(解除锁定没有机械能损失)，两球仍沿原直线运动．从弹簧与小球 B 刚刚分离开始计时，经时间 t=3．0s 两球之间的距离增加了 s=2．7m，求弹簧被锁定时的弹性势能 E_0?

取 A、B 为系统,由动量守恒得:

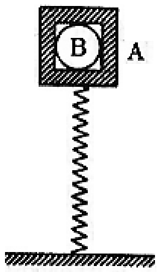
$(m_A+m_B)v_0=m_Av_A+m_Bv$　;VA t+VB t=s

$$E_P+\frac{1}{2}(m_A+m_B)V_0^2=\frac{1}{2}m_Av_B^2+\frac{1}{2}m_Bv_B^2$$

又 A、B 和弹簧构成系统，又动量守恒

解得：$E_p=0.0275J$

14.如下图所示，一质量不计的轻质弹簧竖立在地面上，弹簧的上端与盒子A连接在一起，下端固定在地面上．盒子内装一个光滑小球，盒子内腔为正方体，一直径略小于此正方体边长的金属圆球B恰好能放在盒内，已知弹簧的劲度系数为k=400N/m，A和B的质量均为2kg将A向上提高，使弹簧从自由长度伸长10cm后，从静止释放，不计阻力，A和B一起做竖直方向的简谐振动，g取$10m/s^2$已知弹簧处在弹性限度内，对于同一弹簧，其弹性势能只决定于其形变的大小．试求：

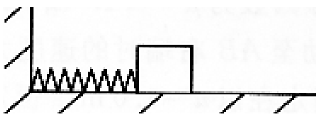


(1)盒子A的振幅；

(2)盒子A运动到最高点时，A对B的作用力方向；

(3)小球B的最大速度

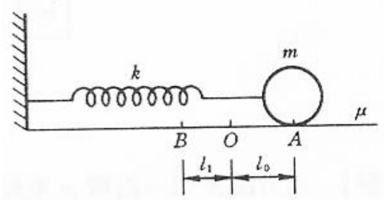
15.如图所示，一弹簧振子．物块质量为m，它与水平桌面动摩擦因数为μ，开始用手按住物块，弹簧处于伸状态，然后放手，当弹簧回到原长时物块速度为v_1，当弹簧再次回到原长时物块速度为v_2，求这两次为原长运动过程中弹簧的最大弹性势能．



16.如图，水平弹簧一端固定，另一端系一质量为m的小球，弹簧的劲度系数为k，小球与水平面之间的摩擦系数为μ，当弹簧为原长时小球位于O点，开始时小球位于O点右方的A点，O与A之间的距离为l_0，从静止释放小球。

1．为使小球能通过 0 点，而且只能通过 0 点一次，试问 μ 值应在什么范围?

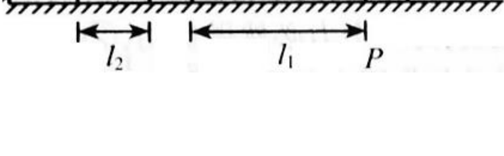
2．在上述条件下，小球在 0 点左方的停住点 B 点与 0 点的最大距离 l_1 是多少?



分析　1、小球开始时在 A 点静止，初始动能为零；弹簧拉长 l_0，具有初始弹性势能 $kl_0^2/2$ 释放后，小球在弹性力作用下向左运动，克服摩擦力作功，总机械能减小．为使小球能通过 0 点，要求初始弹性势能应大于克服摩擦力作的功 μmgl_0，于是可得出 μ 值的上限．当小球越过 0 点向左运动，又从左方最远点 B 往回(即向右)运动时，为使小球不再越过 0 点，要求初始弹性势能 $kl_0^2/2$ 小于克服摩擦力作的功 $\mu mg(l_0+2l_1)$，其中 l_1 是 B 点与 0 点的距离，于是可得出 μ 值的下限　即满足 1 的范围　$\frac{kl_0}{4mg}<\mu<\frac{kl_0}{2mg}$　．

2．设 B 点为小球向左运动的最远点，且小球在 B 点能够停住，则小球克服力作的功应等于弹性势能的减少．此外，小球在 B 点所受静摩擦力必须小于最大静摩擦力，由此可得出停住点 B 点与 0 点之间的最大距离．　$l_1\le\frac{l_0}{3}$　．

17.图中，轻弹簧的一端固定，另一端与滑块 B 相连，B 静止在水平直导轨上，弹簧处在原长状态．另一质量与 B 相同的滑块 A，从导轨上的 P 点以某一初速度向 B 滑行．当 A 滑过距离 L_1 时，与 B 相碰，碰撞时间极短，碰后 A、B 紧贴在一起运动，但互不粘连．已知最后 A 恰好返回到出发点 P 并停止．滑块 A 和 B 与导轨的滑动摩擦因数都为 μ，运动过程中弹簧最大形变量为 L_2，重力加速度为 g。求 A 从 P 点出发时的初速度 v_0．

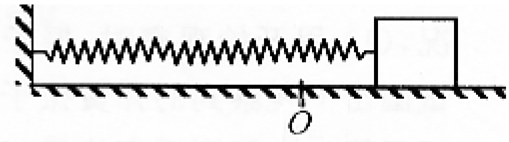


四、振动类问题

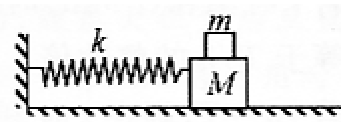
18.如图所示，在光滑的水平面上有一弹簧振子，弹簧的劲度系数为 k，开始时，振子被拉到平衡位置 O 的右侧某处，此时拉力为 F，然后轻轻释放振子，振子从初速度为零的状态开始向左运动，经过时间 t 后到达平衡位置 O 处，此时振子的速度为 v，则在这过程中，振子的平均速度为(　　)

A. v/2　　B. F/（2kt）

C. v　　　D. F/（kt）

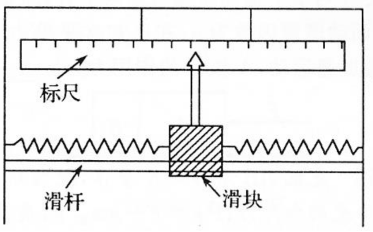


19.在光滑水平面上有一弹簧振子，弹簧的劲度系数为 k，振子质量为 M，振动的量大速度为 v_0. 如图所示，当振子在最大位移为 A 的时刻把质量为 m 的物体轻放在其上，则(1)要保持物体和振子一起振动，二者间动摩擦因数至少多大？(2)一起振动时，二者经过平衡位置的速度多大?二者的振幅又是多大？(已知弹簧弹形势能 $E_P=kx^2$，x 为弹簧相对原长伸长量)



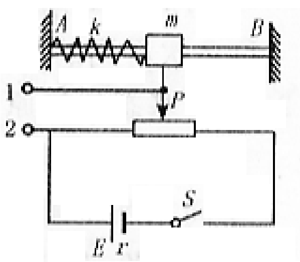
五、应用型问题

20..惯性制导系统已广泛应用于弹道式导弹工程中，这个系统的重要元件之一是加速度计，加速度计的构造原理示意图如下图所示。沿导弹长度方向安装的固定光滑杆上套一质量为 m 的滑块，滑块两侧分别与劲度系数为 K 的弹簧相连，弹簧处于自然长度，滑块位于中间，指针指示 0 刻度，试说明该装置是怎样测出物体的加速度的?



［分析］ 当加速度计固定在待测物体上，具有一定的加速度时，例如向右的加速度 a，滑块将会相对于滑杆向左滑动一定的距离 x 而相对静止，也具有相同的加速度 a，由牛顿第二定律可知：a∝F 而 F∝x，所以 a∝x。因此在标尺相应地标出加速度的大小，而 0 点两侧就表示了加速度的方向，这样它就可以测出物体的加速度了。

21.“加速度计”作为测定运动物体加速度的仪器，已被广泛地应用于飞机，潜艇、航天器等装置的制导系统中，如图所示是“应变式加速度计”的原理图，支架 A、B 固定在待测系统上，滑块穿在 A、B 间的水平光滑杆上，并用轻弹簧固定于支架 A 上，随着系统沿水平方向做变速运动，滑块相对于支架发生位移，滑块下增的滑动臂可在滑动变阻器上相应地自由滑动，并通过电路转换为电信号从 1，2 两接线柱输出.



已知：滑块质量为 m，弹簧劲度系数为 k，电源电动势为 E，内阻为 r、滑动变阻器 的电阻随长度均匀变化，其总电阻 R=4r，有效总长度 L，当待测系统静止时，1、2 两接线柱输出的电压 U_0=0．4 E，取 A 到 B 的方向为正方向，

(1)确定“加速度计”的测量范围.

(2)设在 1、2 两接线柱间接入内阻很大的电压表，其读数为 u，导出加速度的计算式。

(3)试在 1、2 两接线柱间接入内阻不计的电流表，其读数为 I，导出加速度的计算式。

解：（1）当待测系统静上时，1、2 接线柱输出的电压 $u_0=E\bullet R_{12}/(R+r)$

由已知条件 $U_0=0.4E$ 可推知，$R_{12}=2r$，此时滑片 P 位于变阻器中点，待测系统沿水平方向做变速运动分为加速运动和减速运动两种情况，弹簧最大压缩与最大伸长时刻，P 点只能滑至变阻器的最左端和最

右端，故有：

a_1=kL/2m，　a_2=-kL/2m

所以“加速度计”的测量范围为　[-k·L/2m，·L/2m]，

(2)当1、2两接线柱接电压表时，设P由中点向左偏移x，则与电压表并联部分

的电阻　R_1=(L/2-x)·4r/L

由闭合电路欧姆定律得：　I=E/(R+r)

故电压表的读数为：　U=I·R_1

根据牛顿第二定律得:　k·x＝m·a

建立以上四式得:　a=kL/2m - 5kLU/（4·E·m），

(3)当1、2两接线柱接电流表时，滑线变阻器接在1，2间的电阻被短路．设P由中点向左偏x，变阻器接入电路的电阻为:

R_2=(L/2+x)·4r/L

由闭合电路欧姆定律得:　E=I(R_2+r)

根据牛顿第二定律得:　k·x=m·a

联立上述三式得:　a=k·L(E-3I·r)/(4I·m·r)

冲击块模型与连接体问题

一、学习内容

此卷依据近年高考特点和高考命题精神而设置的.通过连接体问题的讨论。,突出专题复习方法. 以三个分析：受力分析、过程分析，特定状态分析为命题重点。将知识重点与思维方法统一起来,从中考查分析问题的能力和综合应变能力。适用于3＋2、3＋x、3＋综合形式的考试。具体内容如下：**二、例题分析**

[例1]请做个小实验：

材料：一个金属螺母，一张纸片。

实验1：将螺母和纸片从同一高度同时释放，观察其现象。

实验2：将该纸片团成小纸团，将螺母、小纸团从同一高度同时释放，观察其现象。

请对观察到的现象作出合理的解释。

提示：

纸片纸团所受重力是相同的，不同的是纸片比纸团受到的空气阻力大。

参考答案：

如果没有空气阻力的影响 ，不同的物体自由下落的规律是相同的。纸团、纸片在空 气中下落时，所受的空气阻力的大小是不同的，显然纸片受到的空气阻力比纸团大。 所以下落的慢一些，团成纸团受到的空气阻力就小多了，所以与螺母几乎是同时落地。

说明：

地球表面处的各种不同的物体作自由下落时，如果有快慢不同的现象完全是由于空气 阻力造成的。如果没有空气阻力的影响，各种不同的物体自由下落的规律相同，与物 体重力大小无关。

[例 2]对于自由落体运动，1 秒钟下落的高度是 9.8 吗？；相邻两秒钟内的位移之差是 9.8m 吗？

提示：

此题检查对自由落体规律的认识和掌握情况。自由落体运动是初速为零的匀加速直线运动，并一定要对重力加速度的概念认识清楚。

参考答案：

加速度是矢量，有大小、有方向。重力加速度的方向竖直向下，大小是 $9.8m/s^2$。 重力加速度的大小是 $9.8m/s^2$，其意思是说：作自由落体的物体每一秒钟速度增加 为 9.8m/s。这并不是说作自由落体运动的物体一秒内下落的高度为 9.8m。

自由落体运动第 1 秒内的位移，根据公式 $h=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}9.8\times1^2=4.9$m。

自由落体运动是初速为零的匀加速直线运动。对于初速为零的匀加速直线运动，任意 两个连续相等时间的位移之差为一常数，常数为 at^2。对于自由落体运动这个常数等 于 gt^2，g 是重力加速度，t 是人们观察的连续相等的时间间隔。“相邻两秒钟内”，指 的是连续相等的时间间隔是 1 秒，即 t 是 1 秒。所以对于自由落体运动任意相邻两秒 钟内的位移之差 $\Delta S=gt^2=9.8m$

说明：

对于自由落体运动，一方面要搞清运动性质，另一方面，由它的运动性质所推出的一 些结论性的内容作为经验也应该记下来。例如上面论述的问题。

[例 3]甲球的重力是乙球的 5 倍，甲、乙分别从高 H、2H 处同时自由落下（H 足够大），下列说法正确

的是（ ）

A、同一时刻甲的速度比乙大

B、下落 1m 时，甲、乙速度相同

C、下落过程中甲的加速度大小是乙的 5 倍

D、在自由下落的全过程，两球平均速度大小相等

思路分析：

甲、乙两球同时作初速度为零，加速度为 g 的直线运动，知 B 正确；平均速度等于末速度一半，D 错。

答案：B

[例 4]甲、乙两辆汽车均以相同速度行驶，有关参考系，下列说法正确的是（ ）

A、如两辆汽车均向东行驶，若以甲为参考系，乙是静止的

B、如观察结果是两辆车均静止，参考系可以是第三辆车

C、如以在甲车中一走动的人为参考系，乙车仍是静止的

D、刹车停下，乙车向东行驶，以乙车为参考系，甲车往西行驶

思路分析：

判别某物是否运动、如何运动，只需看该物相对参考位置是否变化，A 正确；如有第三辆车丙和

甲、乙同向同速行驶，以丙为参考系，甲、乙均静止，甲车刹车停下，乙车向东行驶，甲相对乙往

西远离而去，D 对。

答案：ABD

[例 5]关于质点，下列说法正确的是（ ）

A、质点一定是体积、质量极小的物体

B、计算火车过桥时所用时间，火车可当成质点

C、虽然地球很大，且有自转，研究地球公转时仍可作为质点

D、运动员在百米赛跑时不可作为质点，在马拉松比赛时可作为质点

思路分析：

只要物体的大小对研究的问题影响可忽略不计，物体就可看成质点，A 错 C 对；火车长度与桥长比较

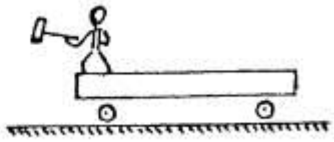
不可忽略，B 错；对百米赛跑而言，人体宽度不能忽略，对长达几十千米的马拉松长跑人体宽度可

忽略，D 对。

答案：CD

三、检测题

1． 如图所示，一平板车停在光滑的水平面上，某同学站在小车上，若他设计下列操作方法，能使平板车持续地向右驶去的是



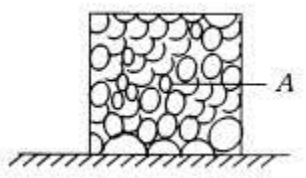
A.用大锤连续敲打车的左端

B.只要从平板车的一端走向另一端即可

C.在车上装个电扇，不停地向左吹风

D.他站在车的右端将大锤丢到车的左端上放置

2． 如图所示，有一箱装得很满的土豆，以一定的初速度在动摩擦因数为 μ 的水平地面上作匀减速运 动，不计其它外力及空气阻力，则中间一质量为 m 的土豆 A 受到其它土豆对它的总作用力大小应是



A. mg　　B. μmg　　C. $mg\sqrt{\mu^2+1}$　　D. $mg\sqrt{1-\mu^2}$

3．茶杯从同一高度掉到水泥地上比掉到沙地上易碎的主要原因是

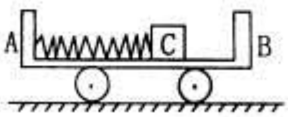
A.掉到水泥地上的动量变化大

B.掉到水泥地上受到的冲量大

C.掉到水泥地上受到的冲力大

D.逆时针方向持续流动的感应电流

4． 如图所示，小车 A、B 放在光滑的水平面上，A 端固定轻质弹簧，B 端有油泥，弹簧的另一端放一物块 C，C 与小车质量相等弹簧被压缩，开始时 C 随小车一起以 v_0 向右运动，某时刻突然放开物块 C，使 C 向 B 端冲去并跟 B 粘在一起，C 与车间摩擦不计，则



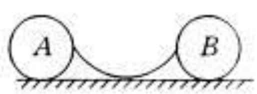
A． 弹簧伸长时 C 向右运动，小车向左运动

B． 任意一段时间内小车与 C 的速度改变量大小相等

C． C、B 粘合成一体后的速度应与放 C 前小车和 C 的共同速度 相等

D． C、B 粘合成一体后，系统内有弹性势能转化为系统的动能，故 C、B 合二为一后速度一定大于 v_0

5． 如图所示，放在光滑水平面上的 A、B 两物体，系在同一细绳的两端，开始绳是松弛的，A 和 B 向相反的方向运动，将绳拉断，那么绳拉断后，A、B 可能出现的运动状态是

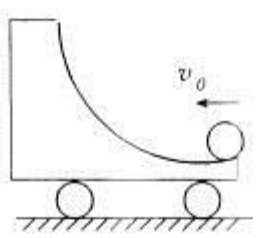


A． A 和 B 同时停下来

B． A 和 B 沿各自原来的方向运动

C． 其中一个停下来，另一个与它原来的速度等大反向运动

D． A 和 B 沿同一方向运动



6. 如图所示，在光滑水平面上停放质量为 m 装有弧形槽的车。现有一质量也为 m 的小球以 的水平速度沿槽口向小车滑去(不计摩擦)，到达某一高度后，小球又返回车右端，则

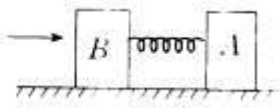
A.小球离车后，对地将向右做平抛运动

B. 小球离车后，对地将做自由落体运动

C. 此过程中小球对车做功为

D. 小球沿弧形槽上升的最大高度是

7. 如图所示，A、B 两个质量相等的木块，用轻弹簧连接，静止在光滑的水平面上，一颗子弹水平射入木块 B 中并留在里面，子弹射入 B 的时间极短，此后



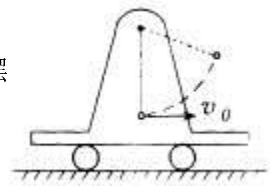
A.弹簧被压缩到最短时，A、B 具有相同的速度

B. 弹簧有最大伸长量时两木块的速度都等于 0

C. 弹簧由伸长的状态变化到形变消失时，A、B 的速度一定相同

D. 若 A 的加速度等于 0 时，则 B 的加速度也一定等于 0

8. 光滑水平面上静止一辆小车，车上挂有一单摆，若在最低位置 A 点，给摆球一个水平初速，如图中虚线位置为小球摆动过程中的最高位置，则



A.摆球从 A 点运动到最高位置的过程中，线的拉力对小车作正功

B. 摆球从最高位置运动到 A 点的过程中，线的拉力对小车做负功

C. 运动过程中小球的机械能守恒

D. 运动过程中系统动量守恒

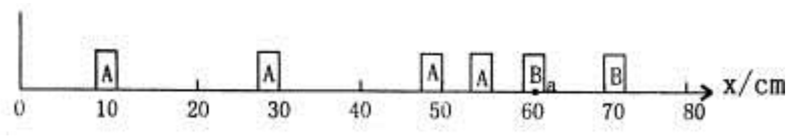
9. A、B 两铝质滑块在一水平长直气垫导轨上相碰，用闪光照相在 $t_o=0, t_1=\Delta t, t_2=2\Delta t, t_3=3\Delta t$ 各时刻闪光四次，摄得如图所示照片，其中滑块 A 和 B 的质量分别为 m_A 和 m_B，已知 $m_B=1.5m_A$，照片上可以看出 a 位置有 B 滑块的重迭像，据此照片可以推断下述结论中错误的是

A.碰撞前 B 静止，碰撞发生在 60cm 处，在 $t=2.5\Delta t$ 时刻发生了碰撞

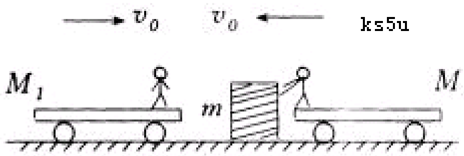
B. 碰撞前 B 静止，碰撞发生在 60cm 处，在 $t=0.5\Delta t$ 时刻发生了碰撞

C. 碰撞后 B 静止，碰撞发生在 60cm 处，在 $t=2.5\Delta t$ 时刻发生了碰撞

D. 碰撞后 B 静止，碰撞发生在 60cm 处，在 $t=0.5\Delta t$ 时刻发生了碰撞



10. 如图所示，甲车和小孩的总质量为 M_1，以速度 v_0 沿水平地面向右运动，乙车和小孩的总质量为 M_2，车上小孩推着地面上一质量为 m 的箱子以共同速度 v_0 向左运动，已知 $M_1=M_2$，不计摩擦，为了防止相撞，乙车上小孩将箱子推出，甲车上小孩将箱子接住，此后，下面情况中可能发生的是



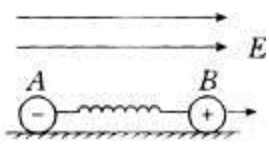
A. 甲车静止，乙车向右运动

B. 甲车向左运动，乙车向右运动，它们的运动速率相等且小于 v_0。

C. 两车都向左运动，甲车速率大于乙车速率

D. 甲车向左运动，乙车向右运动，甲车速率小于乙车速率

11. 如图所示，质量分别为 m_1 和 m_2 的 A、B 两小球，带有等量异种电荷，通过绝缘弹簧连接，置于绝缘光滑的水平面上，突然加一水平向右的匀强电场后，A、B 两球将由静止开始运动,在以后的运动过程中，对 A、B 两小球和弹簧组成的系统，以下说法正确的是(设整个过程中不考虑电荷间库仑力的作用且弹簧不超过弹性限度)



A. 由于电场力分别对 A 和 B 球做正功，故系统机械能不断增加

B. 由于两小球所受电场力等大反向，故系统动量守恒

C. 当弹簧长度达到最大值时，系统机械能最大

D. 当小球所受电场力与弹簧的弹力相等时，系统动能最大

12. 质量为 M 的汽车在平直的公路上行驶，发动机的输出功率 P 和汽车所受阻力 f 都恒定不变。在时间 t 内，汽车的速度由零增加到最大速率 v_m，汽车前进的距离为 S，则这段时间内，发动机所做过的功率用下列哪些式子计算

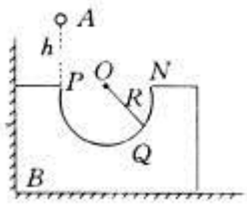
A. $W = p \cdot t$

B. $W = \frac{1}{2}(v_0 + v_m) f \cdot t$

C. $W = f v_m t$

D. $W = \frac{1}{2}mv_m^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + fs$

13. 如图所示，滑块 B 有一个半径为 R 的光滑圆弧槽 PQN。开始时静止在光滑水平面上，左端紧靠在竖直墙壁旁。质量为 m 的小滑块 A 从距 P 端高 h=0.5R 处有自由下落并恰好切入槽中，且沿槽恰好能滑到 N 端。则



A. 滑块 B 的质量为 2m

B. A、B 最终一起匀速

C.若内壁粗糙最终一起匀速

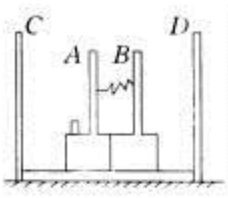
D．若小滑块A从P点运动到N点所花时间为t，地面对B的冲量为(M+m)gt

14．质量均为M的两小车A和B，停在光滑的水平面上。一质量为m的人从A车以水平速度 跳上B车，以的方向为正方向，则跳后A、B两车的速度分别为

A. $-\frac{mv}{M},\frac{mv}{M+m}$ B. $\frac{mv}{M},\frac{mv}{M+m}$ C. $\frac{mv}{M},-\frac{mv}{M+m}$ D. $-\frac{mv}{M},-\frac{mv}{M+m}$

15.据报道，1994年7月中旬，苏梅克-列维9号彗星(已分裂成若干碎块)将与木星相撞，碰撞后彗星发生巨大爆炸，并与木星融为一体。假设其中的一块质量为1.0×10^{12}kg，它相对木星的速度为6.0×10^{4}m/s，在这块彗星与木星碰撞的过程中，它对木星的冲量是________ N•s，损失的机械能为_____J。 (木星的质量远大于彗星质量)

16.如图所示，在实验室用两端带竖直挡板C和D的气垫导轨和有固定挡板的质量都是M的滑块A和B做验证动量守恒定律的实验，实验步骤如下：



(1)把两滑块A和B紧帖在一起，在A上放质量为m的砝码，置于导轨上，用电动卡销卡住A和B，在A和B的固定挡板间放入一弹簧，使弹簧处于水平方向上压缩状态；

(2)按下电钮使电动卡销放开，同时起动两个记录两滑块运动时间的电子计时器，当A和B与挡板C和D碰撞同时，电子计时器自动停表，记下A至C运动时间t_1，B至D运动时间t_2；(3)重复几次取t_1和t_2的平均值。

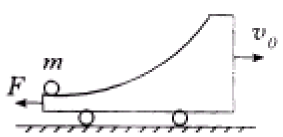
①在调整气垫时应注意________；

②应测量的数据还有________；

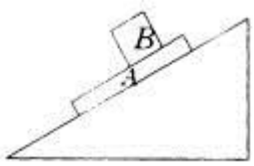
③只要关系式______成立，即可验证动量守恒。

17.质量均为1kg的小球A和B，带有足够多的同种电荷，置于光滑的绝缘水平面上，A球以速率υ_A=2m/s，B球以速率υ_B=1m/s沿一直线正对相向运动，则A、B系统中增加的电势能最大值是_____J。

18.如图所示，光滑水平面上一辆有$\frac{1}{4}$圆弧形光滑轨道的小车，小车上有一质量为m的小球，与小车一起向右匀速运动，速度大小为υ_0。现给小车施加一个向左的拉力F，经过一段时间，小球上升到最大高度h(h<R)时，小车速度变为向左，且速度大小也恰为v_0。则此过程F对车做的功为____。

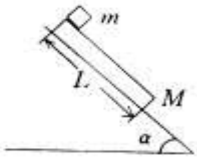


19.如图所示，在足够长的斜面上有一质量为m的长方形木板A，木板上表面光滑，当木板获得初速度v_0后正好能沿斜面匀速下滑，当木板匀速下滑时将一质量也为m的滑块B轻轻地放在木板表面上，当B在木板上无摩擦时，木板和B的加速度



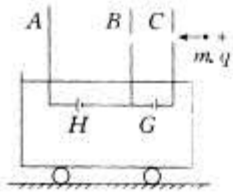
大小之比为______；当 B 在木板上动量为 $\frac{1}{2}mv_0$ 时，木板的动量为 ______；当 B 在木板上动量为 $\frac{3}{2}mv_0$，木板的动量为________。

20.倾角 α=45° 的粗糙斜面上有一块长为 L=1.4 米，质量 M=1 千克的平板，在板的上端放一质量 m=0.5 千克的小立方体，如图所示开始时板和立方体均静止。已知板和斜面间的动摩擦因数 μ=0.7，小立方体与板之间无摩擦。均释放后立方体从板上滑下来所需要的时间 为________。



21.质量为 M 的平板小车在光滑的水平面上以速度 v 向右做匀速直线运动，若将一个质量为 m(M=4m)的砂袋轻轻地放到平板车的右端，砂袋相对于平板车滑动的最大距离等于车长的 $\frac{1}{4}$，若将砂袋以水平向左的速度从车的右端扔到平板车上，为了不使砂袋从车上落下，砂袋的初速度的最大值是多少?若砂袋刚好从车上落下，求小车最终速度的大小和方向?

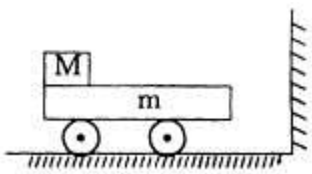
22.如图所示，三块平行金属板竖直固定在绝缘小车上，并与车内电池连接，小车总质量为M，静止在光滑水平面上，金属板 B、C 中间开有小孔，两孔在同一水平线上，已知车内电池 G 的电动势为 E_1，现有一质量为 m，带电量为 q 的粒子(不计重力)，以初速 v_0，水平射入 C 板小孔，它穿过 B 板小孔后继续向 A 板运动。



①为使粒子不至打到 A 板上，电池 H 的电动势 E_2 应满足什么条件?

②若 A、B、C 间隔均为 d，满足上面条件的电池 H 的电动势用 E_2 表示，则当小车运动后，其速度大小具有最小值时，带电粒子离 B 板的距离是多大?

23.如图一辆质量为 m 的平板车，左端放一质量 $M=3kg$ 的小滑块，滑块与平板车之间的摩擦系数。开始时平板车和滑块以 $v_0=2m\cdot s^{-1}$ 的速度在光滑平面上向右运动，并与竖直墙发生碰撞，设碰撞时间极短，且碰撞后平板车速度大小保持不变，但方向与原来相反。平板车足够长，以至滑块不会滑到平板车右端。（取 $g=10m\cdot s^{-2}$）求：

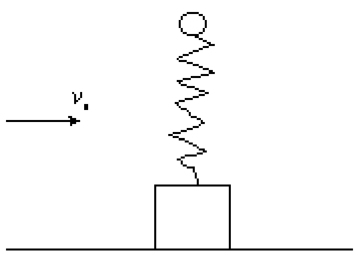


（1）平板车第一次与墙碰撞后运动的最大距离

（2）平板车第二次与墙碰撞前瞬时速度

（3）为使滑块始终不会滑到平板车右端，平板车至少多长？

24.如图所示，在光滑水平面上放着一个质量 $M=0.3kg$ 的木块（可视为质点），在木块正上方 1m 处有一固定的悬点 O，在悬点 O 和木块之间用一根长 2m、不可伸长的轻绳 连接。有一颗质量m=0.1kg 的子 弹以 80m/s 的速度射入木块并留在其中，之后木块绕 O 点在竖直平面内做圆周运动。



求：（1）木块以多大速度脱离水平地面？

（2）当木块到达最高点时它对轻绳的拉力 T 为多少？

答案：

1—7　C　C　C　BC　ABD　BC　AD

8—14　A　ABC　C　BCD　AD　AC　AC

15、6.0×10^{16} ，1.8×10^{21}

16、①使导轨水平 ② $\overline{AC}=L_1,\overline{BD}=L_2$ ③ $(M+m)\frac{L_1}{t_1}=\frac{ML_2}{t_2}$

17、2.25 A、B 球速度相等，动能最小。

18、mgh

19、1：1，$\frac{1}{2}mv_0$，0

20、$\sqrt{10}/5$ s

21、

当砂袋轻轻地放到平板车右端到相对静止，由动量守恒定律和动能定理：$Mv_0=(M+m)v$，得 $v=\frac{4}{5}v_0$

$\mu mg\frac{L}{4}=\frac{1}{2}Mv_0^2-\frac{1}{2}(M+m)v^2$　　得 $\mu mg=\frac{8}{5}v_0^2$

当砂袋的初速度最大值为 v_m，刚好滑到车的最左端相对静止时

$Mv_0-mv_m=(M+m)v$　　①

$\mu mgL=\frac{1}{2}Mv_0^2+\frac{1}{2}mv_m^2-\frac{1}{2}(M+m)v^2$　　②

由①、②得 $v_m=v_0$　　$v_3=v=\frac{5}{3}v_0$（方向水平向右）

（1）由动量守恒和动能定律有：$mv_0=(M+m)v$　　①

$\varepsilon_2q-\varepsilon_1q\geq\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(M+m)v^2$　　②

得 $\varepsilon_2\geq\varepsilon_1+\frac{Mmv_0^2}{2q(M+m)}$

（2）当小车具有最小速度 $v=0$ 时，$\varepsilon_2q\frac{x}{d}-\varepsilon_1q=\Delta E_k=0$，得 $x=\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\cdot d$

22、

23　、

1)由于碰后 $Mv_0 > mv_0$ 故车先向左减速至零，后又向右加速运动，故平板车第一次碰后与墙的最大距离 $S_m = 2v_0^2/2a$，且 $a = \mu Mg/m = 6m/s^2$ 即 $S_m = \frac{1}{3}m$

2）第一次碰后到第二次碰前，车与滑块组成系统动量守恒 $Mv_0 - mv_0 = (M+m)v$，即 $v = 0.4m/s$

3)滑块与车组成系统与墙多次相碰，最终静止下来，由动能定理：$\mu MgL = \frac{1}{2}(M+m)v_0^2$，得 $L = \frac{5}{6}m = 0.83m$．

24、（1）子弹射击物块过程中，由动量守恒定律 $mv_0 = (M+m)v_1$，得 $v_1 = \frac{mv_0}{M+m} = \frac{0.1\times 80}{0.3+0.1} = 20m/s$

在绳绷直过程中，设绳绷直后物块沿垂直绳方向速度 v_1'，$\frac{v_1'}{v_1} = \frac{1m}{2m} \Rightarrow v_1' = \frac{1}{2}v_1 = 10m/s$

即物块脱离水平地面的速度为10m/s，方向垂直细绳向上．

（2）物块脱离地面后绕O点作圆周运动到达最高点（设速度为 v_2）

由机械能守恒定律：$\frac{1}{2}(M+m)v_2^2 + (M+m)g(h+L) = \frac{1}{2}(M+m)v_1'^2$，得 $v_2^2 = 40$．

物块到达最高点时，由牛顿定律：$T + (M+m)g = (M+m)\frac{v_2^2}{L}, T = 4N$

由牛顿第三定律：物块对细绳的拉力 $T' = 4N$．