

第 35 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考解答与评分标准

一、选择题. 本题共 5 小题, 每小题 6 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项符合题意, 有的小题有多项符合题意. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得 6 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

1. [B]; 2. [D]; 3. [D]; 4. [CD]; 5. [C]

二、填空题. 把答案填在题中的横线上. 只要给出结果, 不需写出求得结果的过程.

6. (10 分)

答案: $\frac{v_0}{g} \sqrt{2gH + v_0^2}$

$\arccos \frac{v_0}{\sqrt{2(gH + v_0^2)}}$ (或 $\arcsin \frac{v_0}{\sqrt{2(gH + v_0^2)}}$, 或 $\arctan \frac{v_0}{\sqrt{2gH + v_0^2}}$)

7. (10 分)

答案: $\frac{3\pi h}{r}$

$\frac{4\pi}{3hR} \sqrt{\frac{r^5}{g}}$

8. (10 分)

答案: $\frac{L}{d} \geq 1 + \frac{\tan\theta}{\mu}$

$\frac{L}{d} \geq 2$

9. (10 分)

答案: 0.34

0.73

10. (10 分)

答案: 5.5×10^3

15

三、计算题. 计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤, 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的, 答案中必须明确写出数值和单位.

11. (20 分)

(1) 系统在竖直方向上受力平衡, 有

$$F_1 + F_2 - mg = 0 \quad \text{①}$$

式中, F_1 和 F_2 分别是后轮和前轮与地面之间的正压力的大小. 系统相对于其质心没有转动, 由力矩平衡 (以逆时针方向为力矩正方向) 有,

$$-x_c mg + lF_2 = 0 \quad \text{②}$$

由①②式得

$$F_1 = \frac{l - x_c}{l} mg$$

$$F_2 = \frac{x_c}{l} mg \quad \text{④}$$

(2) 设骑车人开始蹬踏自行车时, 在保证安全的条件下自行车的加速度为 a (朝前为正)。设地面给车后轮施加的静摩擦力大小为 f 。按照牛顿第二定律, 由题意有

$$f = ma \quad (5)$$

系统相对于其质心没有转动, 由力矩平衡有

$$y_c f - x_c F_1 + (l - x_c) F_2 = 0 \quad (6)$$

由①⑤⑥式得

$$F_1 = \left(\frac{l - x_c + \frac{a}{g} y_c}{l} \right) mg \quad (7)$$

$$F_2 = \left(\frac{x_c}{l} - \frac{y_c}{l} \frac{a}{g} \right) mg \quad (8)$$

由⑤式和关于加速度正方向的约定,

$$a > 0$$

⑦⑧式表明, 随着加速度 a 增大, 后轮与地面间的正压力 F_1 增大, 同时前轮与地面间的正压力 F_2 减小。一旦 $F_2 = 0$, 系统就失去平衡。为了保证安全, 应有

$$F_2 \geq 0 \quad (9)$$

由⑧⑨式知, 在保证安全的条件下自行车可达到的最大加速度大小为

$$a_{\max} = \frac{x_c}{y_c} g \quad (10)$$

评分标准: 本题 20 分。第 (1) 问 8 分, ①②③④式各 2 分; 第 (2) 问 12 分, ⑤⑥⑦⑧⑨⑩式各 2 分。

12. (20 分)

(1) 在小物块相对于平板向右滑动过程中, 平板受到的滑动摩擦力为

$$f = \mu mg \quad (1)$$

方向向右。对平板, 由牛顿第二定律有

$$f - kx = Ma \quad (2)$$

式中, x 为弹簧的伸长, a 为平板的加速度 (向右为正)。令

$$x' = x - \frac{\mu mg}{k} \quad (3)$$

由①②③式得

$$-kx' = Ma \quad (4)$$

可见, 平板在弹簧伸长

$$x = \frac{\mu mg}{k}$$

即

$$x' = 0$$

时处于平衡位置, 平板在该位置附近做简谐运动。

初始时, 弹簧没有伸长

$$x = 0$$

由③式知, 这时

$$x' = -\frac{\mu mg}{k}$$

此时平板的运动速度为零。故平板做简谐运动的振幅 A 为

$$A = \frac{\mu mg}{k} \quad (5)$$

由④式可知，平板做简谐运动的频率 ν (周期 T) 为

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}) \quad (6)$$

(2) (i) 平板开始时相对于地面静止，平板在 t 时刻相对于地面的速度为

$$V_M = A\omega \sin \omega t \quad (7)$$

设小物块相对于地面的初速度为 v_0 ，小物块在平板对它的滑动摩擦力的作用下，做匀减速直线运动，加速度大小为 μg 。小物块在 t 时刻相对于地面的速度为

$$v_m = v_0 - \mu g t \quad (8)$$

在时刻 $t = \frac{T}{4}$ ，平板第一次经过其平衡位置，速度达到最大值

$$V_{M,\max} = A\omega = \mu mg \sqrt{\frac{1}{kM}}$$

此时小物块的运动速度为

$$v_m\left(\frac{T}{4}\right) = v_0 - \frac{\mu g T}{4} \quad (10)$$

由题意，此时小物块相对于平板静止，故有

$$v_m\left(\frac{T}{4}\right) = V_{M,\max} \quad (11)$$

由⑥⑨⑩⑪式得

$$v_0 = \mu g \sqrt{\frac{M}{k}} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{m}{M} \right) \quad (12)$$

(ii) 小物块相对平板运动，小物块与平板之间的滑动摩擦力做负功，消耗系统的机械能而转化成热能。由能量守恒，在平板从静止开始运动四分之一周期的过程中产生的热量为

$$Q = \frac{1}{2} m v_0^2 - \left(\frac{1}{2} (m+M) A^2 \omega^2 + \frac{1}{2} k A^2 \right) \quad (13)$$

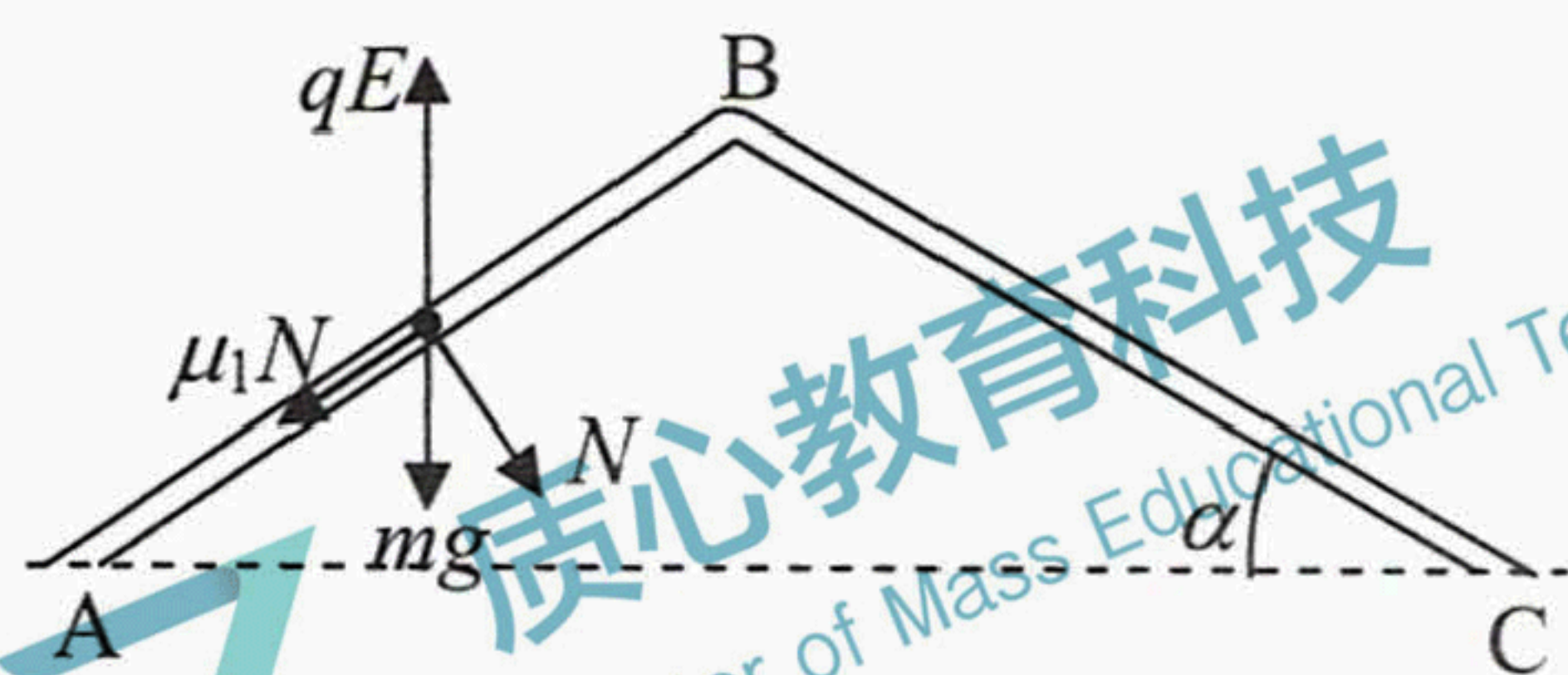
由⑤⑥⑫⑬式得

$$Q = \frac{\mu^2 g^2 m M}{2k} \left[\frac{\pi^2}{4} + (\pi - 2) \frac{m}{M} \right] \quad (14)$$

评分标准：本题 20 分。第 (1) 问 9 分，①②式各 2 分，③式 1 分，④式 2 分，⑤⑥式各 1 分；第 (2) (i) 问 8 分，⑦式 2 分，⑧式 1 分，⑨式 2 分，⑩⑪⑫式各 1 分；第 (2) (ii) 问 3 分，⑬式 2 分，⑭式 1 分。

13. (20 分)

(1) 小球的受力情况如图所示 (为清楚起见，对于题图放大了尺寸)：向下的重力 mg ，向上的电场力 qE ，管壁对小球的正压力 N_1 (垂直于管壁向下为正)，滑动摩擦力 $\mu_1 N_1$ 。小球从 A 点到 B 点做初速度为零的匀加速直



线运动，设加速度大小为 a_1 。由牛顿第二定律有

$$qE\sin\alpha - mg\sin\alpha - \mu_1 N = ma_1 \quad ①$$

$$qE\cos\alpha = mg\cos\alpha + N \quad ②$$

由①②式和题给数据得

$$a_1 = \frac{(qE - mg)(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha)}{m} = 2.0 \text{ m/s}^2 \quad ③$$

由运动学公式有

$$v_B^2 = 2a_1 l \quad ④$$

由③④式得

$$v_B = 2\sqrt{2} \text{ m/s} = 2.8 \text{ m/s} \quad ⑤$$

(2) 小球从 B 点沿 BC 管向下（远离 B 点）做匀减速直线运动直至速度为零，设加速度大小为 a_2 。由牛顿第二定律得

$$qE\sin\alpha - mg\sin\alpha + \mu_2 N = ma_2$$

$$qE\cos\alpha = mg\cos\alpha + N$$

与①②式相比，只是 $\mu_1 \rightarrow -\mu_2$ ， $a_1 \rightarrow a_2$ 。由上述两式和题给数据得

$$a_2 = \frac{(qE - mg)(\sin\alpha + \mu_2 \cos\alpha)}{m} = 8.0 \text{ m/s}^2 \quad ⑥$$

由运动学公式 $v_B^2 = 2a_2 S_1$ ，以及③④式和题给数据得

$$S_1 = \frac{a_1 l}{a_2} = 0.50 \text{ m} \quad ⑦$$

(3) 小球在 BC 管中速度第一次减为零后返回 B 点过程中，滑动摩擦力方向反向，小球做匀加速直线运动，设加速度大小为 a_3 。由牛顿第二定律得

$$qE\sin\alpha - mg\sin\alpha - \mu_2 N = ma_3$$

$$qE\cos\alpha = mg\cos\alpha + N$$

与①②式相比，只是 $\mu_1 \rightarrow \mu_2$ ， $a_1 \rightarrow a_3$ 。由上述两式和题给数据得

$$a_3 = \frac{(qE - mg)(\sin\alpha - \mu_2 \cos\alpha)}{m} = 4.0 \text{ m/s}^2 \quad ⑧$$

此过程中，小球走过的路程仍为 S_1 。

继而，小球远离 B 点在 AB 管中做匀减速直线运动，设加速度大小为 a_4 。由牛顿第二定律可得

$$qE\sin\alpha - mg\sin\alpha + \mu_1 N = ma_4$$

$$qE\cos\alpha = mg\cos\alpha + N$$

与①②式相比，只是 $\mu_1 \rightarrow -\mu_1$ ， $a_1 \rightarrow a_4$ 。由上述两式和题给数据得

$$a_4 = \frac{(qE - mg)(\sin\alpha + \mu_1 \cos\alpha)}{m} = 10 \text{ m/s}^2 \quad ⑨$$

设此过程中，小球走过的路程为 S_2 ，类似于⑦式有

$$S_2 = \frac{a_3 S_1}{a_4} \quad ⑩$$

设小球在 AB 管和 BC 管中第 n 次的远离 B 点的最大距离分别为 S_{2n} 和 S_{2n-1} ，类似于⑦⑩式有

$$S_{2n} = \frac{a_3}{a_4} S_{2n-1} \quad (11)$$

$$S_{2n+1} = \frac{a_1}{a_2} S_{2n} \quad (12)$$

注意到 $S_0 \equiv l = 2.0\text{m}$ ，小球分别在 AB 管和 BC 管中第 n 次远离 B 点的最大距离为

$$S_{2n} = \left(\frac{a_1 a_3}{a_2 a_4} \right)^n S_0 \quad (13)$$

$$S_{2n-1} = \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^n \left(\frac{a_3}{a_4} \right)^{n-1} S_0 \quad (14)$$

小球分别在 AB 管和 BC 管中运动的总路程为

$$S_{AB} = S_0 + 2 \left(\sum_n S_{2n} \right) = S_0 + 2S_0 \sum_n \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^n \left(\frac{a_3}{a_4} \right)^n \quad (15)$$

$$S_{BC} = 2 \left(\sum_n S_{2n-1} \right) = 2S_0 \sum_n \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^n \left(\frac{a_3}{a_4} \right)^{n-1} \quad (16)$$

将加速度值③⑥⑧⑨代入，取极限 $n \rightarrow \infty$ 得

$$S_{AB} = \frac{11}{9} l = \frac{22}{9} \text{m} \quad (15)$$

$$S_{BC} = \frac{5}{9} l = \frac{10}{9} \text{m} \quad (16)$$

评分标准：本题 20 分。第 (1) 问 8 分，①②③式各 2 分，④⑤式各 1 分；第 (2) 问 3 分，⑥式 1 分，⑦式 2 分；第 (3) 问 9 分，⑧⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮⑯式各 1 分。

14. (20 分)

(1) 金属棒在导轨上做匀加速直线运动，开始运动后，在时刻 t ，棒的速度为

$$v_t = at \quad (1)$$

棒相对于起始位置的位移为

$$s_t = \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

由法拉第电磁感应定律，棒在时刻 t 的感应电动势为

$$\varepsilon_t = BLv_t \quad (3)$$

由欧姆定律得，棒在时刻 t 的的电流为

$$i_t = \frac{\varepsilon_t}{R_t} \quad (4)$$

式中 R_t 是在时刻 t 由棒和导轨构成的闭合电路的总电阻。

设棒经过时间 t_l 运动到 C、D 处，有

$$s_{t_l} = l \quad (5)$$

由②⑤式和题给数据得

$$t_l = 3.0\text{s} \quad (6)$$

由②⑤⑥式和题给条件有

$$R_t = R + 2s_t \frac{r}{l}, \quad t \leq t_1 \quad ⑦$$

$$R_t = R + 2r, \quad t > t_1 \quad ⑧$$

由②⑤⑥⑦⑧式和题给数据得, 通过棒的电流与时间 t 关系为

$$i_t = \frac{2.0 \times t}{4.0 + t^2} \text{A}, \quad t \leq t_1 \quad ⑨$$

$$i_t = \frac{2.0 \times t}{13} \text{A}, \quad t > t_1 \quad ⑩$$

⑨⑩式中, t 取以秒为单位的数值, 电流单位为 A。

(2) 从金属棒开始运动直至到达 CD 位置的过程中, 棒受到的安培力为

$$F_A = Bi_t L \quad ⑪$$

由牛顿第二定律得

$$F - F_A - mg \sin \theta = ma$$

或

$$F = F_A + mg \sin \theta + ma \quad ⑫$$

由⑨⑩⑪⑫式和题给数据得

$$F = \left(1.2 + \frac{2.0}{\frac{4.0}{t} + t} \right) \text{N} \quad ⑬$$

在⑬式及其下一式中, t 取以 s 为单位的数值。因

$$\frac{1}{2} \left(\frac{4.0}{t} + t \right) \geq \sqrt{\frac{4.0}{t}} = 2.0$$

拉力 F 的最大值为

$$F_{\max} = 1.7 \text{N} \quad ⑭$$

评分标准: 本题 20 分。第 (1) 问 14 分, ①②③④式各 2 分, ⑤⑥⑦⑧⑨⑩式各 1 分; 第 (2) 问 6 分, ⑪⑫式各 2 分, ⑬⑭式各 1 分。

15. (20 分)

(1) 由题给条件, 对于被封住的理想气体的初态, 其体积和温度为

$$V_1 = 60.0 \text{cm} \cdot S, \quad T_1 = 300.0 \text{K}$$

式中 S 为左边试管的横截面积。由力平衡条件和题给数据知, 其压强 p_1 满足

$$p_1 = p_0 + 24.0 \text{cmHg} \quad ①$$

式中, p_0 为大气压强。

当被封闭的理想气体温度升高到 T_2 时, 一部分水银通过小孔溢出到右边试管中, 以至于左边试管中所剩水银柱的长度为 x 。由力平衡条件, 此时气体的压强 p_2 为

$$p_2 = p_0 + x \quad ②$$

$$V_2 = [(60.0 + 24.0 + 16.0) \text{cm} - x] \cdot S \quad ③$$

式中 x 是以 cmHg 为单位的数值（当它表示压强时）或以 cm 为单位的数值（当它表示长度时），下同。由理想气体状态方程有

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

由①②③④式和题给数据得

$$T_2 = \frac{(76.0 + x)(100.0 - x)}{20.0}$$

式中 T_2 是以 K 为单位的数值（下同），或

$$T_2 = 387.2 - \frac{(x - 12.0)^2}{20.0}$$

由⑤式可知，当

$$x = 12.0 \text{ cm}$$

时，温度 T_2 达到最高，此最高温度为

$$T_{2\max} = 387.2 \text{ K}$$

(2) 当气体的温度为 384.0K 时，由⑤式得

$$(x - 12.0)^2 = 64.0$$

其解为

$$x_a = 20.0 \text{ cm}$$

$$x_b = 4.0 \text{ cm}$$

评分标准：本题 20 分。第 (1) 问 14 分，①②③式各 2 分，④⑥式各 3 分，⑦式 2 分；第 (2) 问 6 分，⑧⑨⑩式各 2 分。

16. (20 分)

(1) 根据两平面镜夹角为 72° ，和平面镜反射成像规律，P 和 P 的像的中心恰是一正五边形的顶点，在图 b 中标出的 P 的所有像的方位示意图如图 (1) 所示。

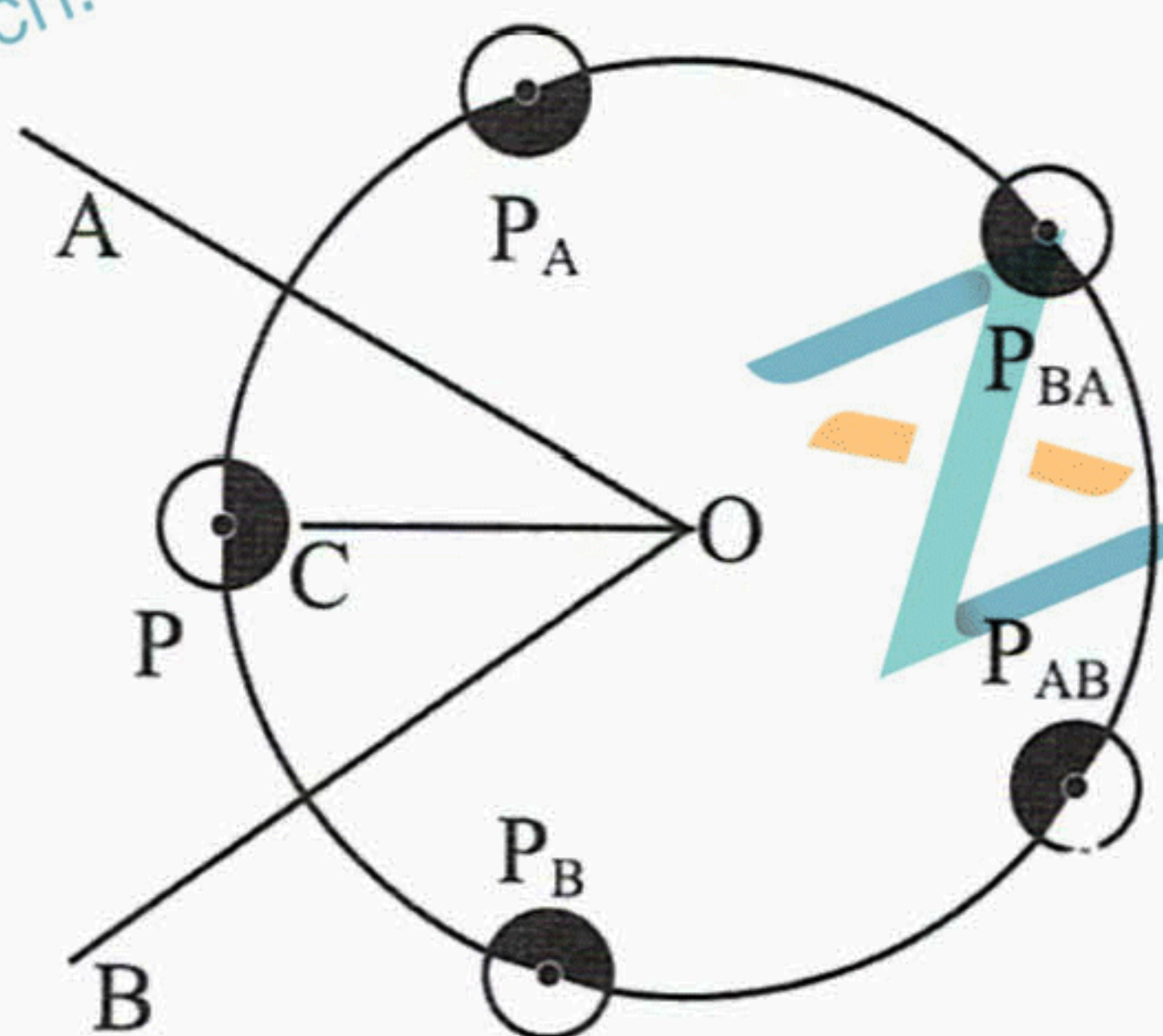


图 (1)

P 的像共有

$n = 4$
个，即

$$P_A, P_B, P_{AB}, P_{BA}$$

且 P_A 是 P 在镜 A 中的像，因而

P 与 P_A 对镜面 A 镜面对称；

P_B 是 P 在镜 B 中的像，因而

P 与 P_B 对镜面 B 镜面对称；

P_{AB} 是 P_A 在镜 B 中的像，因而

P_A 与 P_{AB} 对镜面 B 镜面对称；

且 P_{BA} 是 P_B 在镜 A 中的像，因而

P_B 与 P_{BA} 对镜面 A 镜面对称

(2) 照相机沿 CO 方向拍摄到的像是

$P_A, P_{BA}, P, P_{AB}, P_B$

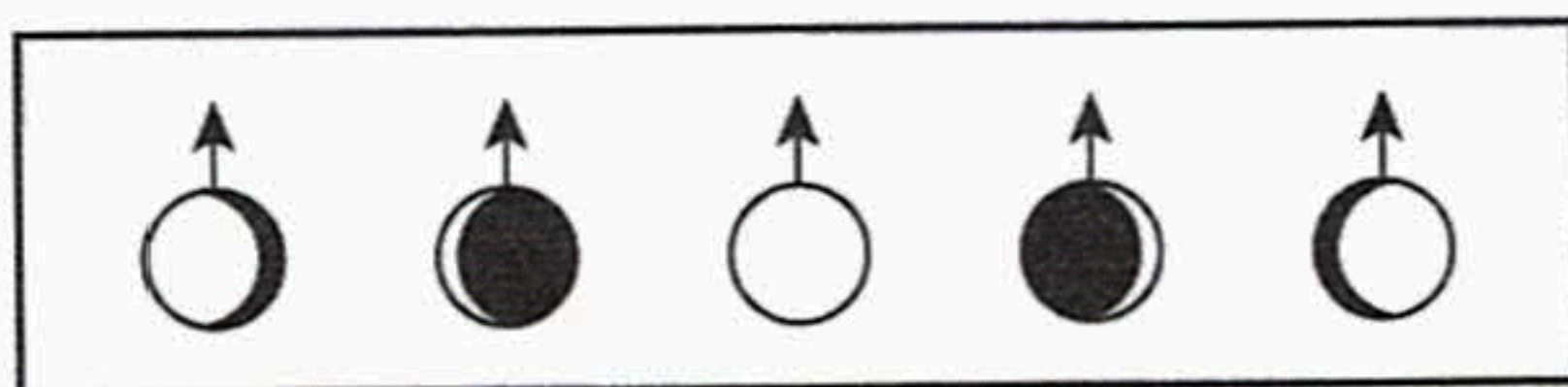


图 (2)

面向 CO 方向的头像表面的形象，如图 (2) 所示。

评分标准：本题 20 分。第 (1) 问 10 分，图 (1) 正确 10 分；如果图 (1) 基本正确给 6 分，再加上②③④⑤式各 1 分。第 (2) 问 10 分，图 (2) 正确给 10 分，即照相机沿 CO 方向拍摄到的 5 个头像表面的形象每一个正确便给 2 分。