

义务教育教科书

数 学

教师教学用书

六年级  
下册



人民教育出版社 课程教材研究所  
小学数学课程教材研究开发中心 编著

人民教育出版社  
·北京·

## 图书在版编目(CIP)数据

义务教育教科书教师教学用书. 数学六年级. 下册 / 人民教育出版社课程教材研究所小学数学课程教材研究开发中心编著. —2版. —北京: 人民教育出版社, 2016. 10

ISBN 978-7-107-31347-9

I. ①义… II. ①人… III. ①小学数学课—教学参考资料 IV. ①G623

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第313654号

义务教育教科书教师教学用书 数学 六年级 下册

---

出版发行 人民教育出版社

(北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼 邮编: 100081)

网 址 <http://www.pep.com.cn>

经 销 全国新华书店

印 刷 ×××印刷厂

版 次 2016年10月第2版

印 次 年 月第 次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16

印 张 18

字 数 410千字

定 价 38.50元

---

版权所有·未经许可不得采用任何方式擅自复制或本产品任何部分·违者必究  
如发现内容质量问题、印装质量问题, 请与本社联系。电话: 400-810-5788

主 编：卢 江 杨 刚  
副 主 编：王永春 陶雪鹤 刘加霞

原本册编写人员：林 玲 曹培英 曹艺冰 李晓梅 卢 江 陶雪鹤  
王永春 丁国忠 张 华 周小川 熊 华 刘 丽  
刘福林

本册修订人员：吴有昌 管允跃 平国强 顾志能 刘 丽 邱廷建  
王永春 丁国忠

审 稿：王永春

责 任 编 辑：丁国忠

人教版®

# 说 明

---

一、为了帮助教师了解《义务教育教科书 数学》各册的教学内容、教材编排和教学目标，更好地进行数学教学，我们编辑出版了这套教师教学用书。全套书共十二册，与各册教科书配合使用。

## 二、教师教学用书的主要内容

(1) 本册教材说明：包括本册教材的教学内容和教学目标、教材的编写特点、教学中需要准备的教具和学具、课时安排等。帮助教师对全册教材有个概括的了解，作好开学前的准备。

(2) 各单元的教材说明和教学建议：包括每个单元的教学目标、内容安排及其特点、教学建议；每一页教科书的教材分析和教学建议，以及本单元教学的教学设计或教学片段、备课资料、评价建议与评价样例。供教师备课时参考。

三、这套教师教学用书，在编写过程中吸收了以往教学用书的一些编写经验和内容，在编排上有如下特点。

(1) 与教科书密切配合，除了对全册和各单元教材作概要介绍外，针对每页教科书的具体教学内容进行教材编写意图分析，提出比较详细的教学建议。

(2) 加强对教材的分析，着重说明每部分教材的地位作用、编排顺序、前后联系、编写特点、重点难点，并注意说明练习题的编排意图和教学目标，以便于教师备课时查阅。

(3) 注意提出一些具体的、切实可行的教学建议，特别着重以现代教学论作指导，说明如何运用操作、直观、启发来引导学生思考，既使学生获得正确的数学概念和规律性知识，又使思维能力得到发展。

四、编写这套教师教学用书时，虽然作了一些努力，但是限于时间和编者水平，难免有不妥之处。希望广大教师和教研人员提出批评和修改建议。

五、使用这套教师教学用书时，教师应该根据自身的特点和风格以及学生的实际情况，有选择、灵活地运用书中的有关内容。教师应充分发挥主动性和积极性，改革教育、教学方法，提高教学质量。使学生获得“四基”，增强发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力，形成创新意识和实践能力。

六、这套教师教学用书从2012年秋季开始陆续出版，至2014年已经全部出齐。2016年秋季，我们进行了如下修订：一是根据教师使用的反馈意见，对内容进行完善，如增加部分练习题参考答案及说明，丰富教学设计或教学片段、备课资料等参考资源；二是开发“人教小数微课”移动应用平台（APP），提供教材及知识点讲解等微课资源；三是进一步丰富书后所附光盘中的教学课件等多媒体资源。

2016年6月

---

# 目 录

<b>《义务教育教科书 数学》六年级下册说明</b>	<b>1</b>
一、教学内容和教学目标	1
二、教材的编写特点	2
三、教学中需要准备的教具和学具	7
四、课时安排	7
<b>各单元的教材说明和教学建议</b>	<b>9</b>
<b>第一单元 负数</b>	<b>9</b>
一、教材说明和教学建议	9
(一) 教学目标	9
(二) 内容安排及其特点	9
(三) 教学建议	10
(四) 具体内容的教材分析和教学建议	11
二、教学设计或教学片段	17
课题：认识负数	17
三、备课资料	20
四、评价建议与评价样例	37

<b>第二单元 百分数（二）</b>	<b>39</b>
.....	
一、教材说明和教学建议	39
（一）教学目标	39
（二）内容安排及其特点	39
（三）教学建议	40
（四）具体内容的教材分析和教学建议	41
二、教学设计或教学片段	50
课题：购物中的折扣问题	50
三、备课资料	52
四、评价建议与评价样例	53
<b>第三单元 圆柱与圆锥</b>	<b>55</b>
.....	
一、教材说明和教学建议	55
（一）教学目标	55
（二）内容安排及其特点	55
（三）教学建议	57
（四）具体内容的教材分析和教学建议	59
二、教学设计或教学片段	82
课题1：圆柱的认识	82
课题2：解决问题	85
课题3：圆锥的体积	87
三、备课资料	89
四、评价建议与评价样例	91
<b>第四单元 比例</b>	<b>93</b>
.....	
一、教材说明和教学建议	93
（一）教学目标	93
（二）内容安排及其特点	93
（三）教学建议	96
（四）具体内容的教材分析和教学建议	100
二、教学设计或教学片段	127

课题 1: 比例的意义	127
课题 2: 反比例的意义	131
课题 3: 用正比例解决问题	135
三、备课资料	139
四、评价建议与评价样例	141

## 自行车里的数学 144

---

一、教材说明和教学建议	144
(一) 教学目标	144
(二) 内容安排及其特点	144
(三) 教学建议	145
(四) 具体内容的教材分析和教学建议	146
二、教学设计或教学片段	147
课题: 自行车里的数学	147
三、备课资料	149
四、评价建议与评价样例	151

## 第五单元 数学广角——鸽巢问题 152

---

一、教材说明和教学建议	152
(一) 教学目标	152
(二) 内容安排及其特点	152
(三) 教学建议	154
(四) 具体内容的教材分析和教学建议	156
二、教学设计或教学片段	160
课题: 鸽巢问题	160
三、备课资料	162
四、评价建议与评价样例	164

<b>第六单元 整理和复习</b>	166
<b>单元教材说明和教学建议</b>	166
(一) 教学目标	166
(二) 内容安排及其特点	166
(三) 教学建议	168
<b>各小节教材说明和教学建议</b>	170
<b>第1节 数与代数</b>	170
<b>一、教材说明和教学建议</b>	170
(一) 教学目标	170
(二) 内容安排	170
(三) 教学建议	171
(四) 具体内容的教材分析和教学建议	172
<b>二、教学设计或教学片段</b>	186
课题：式与方程	186
<b>三、备课资料</b>	189
<b>四、评价建议与评价样例</b>	195
<b>第2节 图形与几何</b>	197
<b>一、教材说明和教学建议</b>	197
(一) 教学目标	197
(二) 内容安排	197
(三) 教学建议	198
(四) 具体内容的教材分析和教学建议	199
<b>二、教学设计或教学片段</b>	209
课题：立体图形的整理和复习	209
<b>三、评价建议与评价样例</b>	212
<b>第3节 统计与概率</b>	215
<b>一、教材说明和教学建议</b>	215
(一) 教学目标	215



(二) 内容安排	215
(三) 教学建议	216
(四) 具体内容的教材分析和教学建议	218
二、评价建议与评价样例	222
<b>第4节 数学思考</b>	224
<b>一、教材说明和教学建议</b>	224
(一) 教学目标	224
(二) 内容安排	224
(三) 教学建议	225
(四) 具体内容的教材分析和教学建议	227
<b>二、教学设计或教学片段</b>	232
课题：数学思考	232
<b>三、备课资料</b>	234
<b>四、评价建议与评价样例</b>	237
<b>第5节 综合与实践</b>	240
<b>一、教材说明和教学建议</b>	240
(一) 教学目标	240
(二) 内容安排	240
(三) 教学建议	240
(四) 具体内容的教材分析和教学建议	242
<b>二、教学设计或教学片段</b>	250
课题：邮票中的数学问题	250
<b>三、评价样例</b>	252
<b>附录</b>	261
.....	
附录1 部分练习题参考答案及说明	261
附录2 第一学段教材教学内容编排结构表	264
第二学段教材教学内容编排结构表	265
附录3 人教版义务教育教科书配套教学资源简介	266



# 《义务教育教科书 数学》六年级下册说明

人民教育出版社、课程教材研究所小学数学课程教材研究开发中心研制出版的《义务教育教科书数学（一~六年级）》是《义务教育课程标准实验教科书 数学（一~六年级）》（以下简称实验教材）经修订后形成的一套新教材。实验教材以《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》（以下简称《标准（实验稿）》）的基本理念和所规定的教学内容为依据，在总结以往九年义务教育小学数学教材研究和使用的经验的基础上编写的。实验教材从2001年秋季开始使用，经过国家级实验区和省级实验区实验使用证明，是一套我国城乡广大地区普遍适用的小学数学教材。从2011年7月开始，实验教材的编写者根据新颁布的《义务教育数学课程标准（2011年版）》（以下简称《标准（2011版）》）对实验教材进行了全面而系统的修订，形成了《义务教育教科书数学（一~六年级）》，于2013年3月全部通过国家基础教育课程教材专家工作委会的审查，并已于2012年秋季开始陆续替换实验教材。

下面就六年级下册教材中几个主要问题作一简要说明，以供教师参考。

## 一、教学内容和教学目标

这一册教材包括下面一些内容：负数、百分数（二）、圆柱与圆锥、比例、数学广角、整理和复习、综合与实践主题活动等。

百分数（二）、圆柱与圆锥、比例、整理和复习等是本册教材的重点教学内容。

在数与代数方面，这一册教材安排了负数、百分数（二）和比例三个单元。教材结合生活实例使学生初步认识负数，了解负数在实际生活中的应用。百分数在实际生活中应用广泛，学会解决有关百分数的简单实际问题是加强问题解决教学的重要方面之一。比例的教学，使学生理解比例、正比例、反比例、比例尺的概念，会解比例和用比例（尺）知识解决问题，会把一个图形在方格纸上放大或缩小。

在图形与几何方面，这一册教材安排了圆柱与圆锥的教学，在已有知识和经验的基础上，使学生通过对圆柱、圆锥特征和有关知识的探索与学习，掌握有关圆柱、圆锥表面积、体积计算的基本方法，并能够解决简单的实际问题，促进空间观念的进一步发展。

在用数学解决问题方面，教材结合百分数（二）、圆柱与圆锥、比例等知识的学习，教学用所学的知识解决生活中的简单问题，培养学生发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力。

在数学思想方法方面，教材除了结合负数、百分数（二）、圆柱与圆锥、比例、整理和复习等知识，让学生体会、理解和掌握归纳法、类比法、符号思想、分类思想、演绎推理思想、转化思想、数形结合思想、函数思想等思想方法外，还安排了“数学广角”的教学内容，引导学生通过观察、实验、推理等活动，理解和掌握模型思想、归纳法、演绎推理思想，体会运用

数学思想方法解决问题的有效性、优越性，发展学生的四能。

本册教材根据学生所学习的数学知识和生活经验，安排了六个综合与实践主题活动，让学生通过小组合作的探究活动或有现实背景的活动，运用所学知识解决问题，体会探索的乐趣和数学的实际应用，感受用数学的愉悦，培养学生的数学应用意识和实践能力。

整理和复习单元是在完成小学数学的全部教学内容之后，引导学生对所学内容进行一次系统的、全面的回顾与整理，这是小学数学教学的一个重要环节。通过整理和复习，使原来分散学习的知识得以梳理，由数学的知识点串成知识线，由知识线构成知识网，并在数学思想方法方面进行概括和提炼，从而帮助学生完善头脑中的数学认知结构，为初中的数学学习打下良好的基础；同时进一步提高学生综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力。

这一册教材的教学目标是使学生：

1. 了解负数的意义，会用负数表示一些日常生活中的问题。
2. 能够解决有关百分数的简单实际问题。
3. 认识圆柱、圆锥的特征，会计算圆柱的表面积和圆柱、圆锥的体积，能够解决有关的简单实际问题。
4. 理解比例的意义和基本性质，会解比例，理解正比例和反比例的意义，能够判断两种量是否成正比例或反比例，会用比例（尺）知识解决比较简单的有关实际问题，能根据给出的有正比例关系的数据在有坐标系的方格纸上画图，并能根据其中一个量的值估计另一个量的值。
5. 会看比例尺，能利用方格纸等形式按一定的比例将简单图形放大或缩小。
6. 经历对“抽屉原理”的探究过程，初步了解“抽屉原理”，会用“抽屉原理”解决简单的实际问题，发展分析、推理的能力。
7. 经历从实际生活中发现、提出、分析和解决问题的过程，体会数学在日常生活中的作用，初步形成综合运用数学知识解决问题的能力。
8. 通过系统的整理和复习，加深对小学阶段所学的数学知识的理解和掌握，形成比较合理的、灵活的计算能力，发展思维能力、空间观念和数据分析观念，提高综合运用所学数学知识解决问题的能力。
9. 体会解决问题策略的多样性及运用数学思想方法解决问题的有效性、优越性，感受数学的魅力。形成发现生活中的数学的意识，初步形成观察、分析及运用数学思想方法解决问题的能力。
10. 体会学习数学的乐趣，提高学习数学的兴趣，建立学好数学的信心。
11. 养成认真作业、书写整洁的良好习惯。

## 二、教材的编写特点

如前所述，这套教材的实验教材是以《标准（实验稿）》的基本理念和所规定的教学内容为依据，在总结以往九年义务教育小学数学教材研究和经验的基础上进行设计的。在使用

十年后，2012年在总结10年实验与使用经验的基础上，根据《标准（2011版）》提出的新要求，广泛听取并吸收小学数学教师和教研人员的意见和建议，对实验教材进行了系统、细致的修订。通过教材的修订，我们期望使本套小学数学教材的内容质量得到全面提升，体现数学的价值，体现时代精神与科技进步，渗透社会主义核心价值观；使教材结构更为科学合理，符合学生学习数学的认知规律，减轻学生课业负担，增强学生学好数学和会用数学的信心，获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验，初步形成发现、提出、分析和解决数学问题的能力；使教材的风格和特色更加鲜明，将数学学科体系严谨性与学生自主学习的开放性有机结合，更好地促进教育教学活动，初步培养学生严谨求实又勇于探索创新的科学精神，更加符合实施素质教育的要求；使教材的版面设计清爽美观，图文并茂，配合恰当，装帧精美，文字准确并适合于小学生阅读。

修订后的教材，既具有原实验教材的主要特点，同时又呈现出一些新的特色。

### 1. 改进负数的编排，加深学生对数概念的理解，认识数系扩充的必要性。

负数是《标准（2011版）》第二学段规定的教学内容。对于小学生来说，认识负数是数概念建立过程中的一次拓展。他们以往所认识的数——整数、分数、小数等都是算术范围内的数，建立负数的概念则使学生认数的范围从算术的数扩展到有理数，从而丰富了小学生对数概念的认识。

“负数”概念对于小学生来说比较抽象，《标准（2011版）》要求学生“在熟悉的生活情境中，了解负数的意义，会用负数表示日常生活中的一些量。”因此，本册教材的编排，首先注意为学生的学习提供丰富多彩、贴近生活的素材，如负数的引入以学生熟悉的中央气象台发布的天气预报中对气温的表示方法、日常生活中对收入与支出的记录方法等，让学生在现实生活背景中感受和体会负数产生的必要性、正负数的含义。教材还注意在练习中提供应用负数的活动，让学生在应用中加深对负数的理解。例如，用正、负数表示海拔高度、记录不同时区的时间、记录食品净重与标准净重的差距，等等。这样的编排不仅加深了学生对负数的理解、数系扩充必要性的认识，还有助于培养学生用数学眼光观察现实，逐步形成数学应用意识。在此基础上，教材又安排了用负数解决问题的例题，通过生动有趣的活动和联系实际的素材，让学生学习在直线上表示所学过的数，初步渗透数轴的概念，形成数的比较完整的认知结构，以及初步体会负数、零和正数的大小关系，体会数形结合思想。

### 2. 改进比例的编排，突出函数思想。

比例是传统的教学内容之一，也是小学高年级学生需要学习和掌握的重要基础知识。首先，它有着较大的实用价值，有一些实际问题需要用比例来解决。例如绘制地图、图形的扩大或缩小等；其次，它是学生进一步学习的基础知识，中学理科学习过程中常常要用到比例知识。另外，通过对正比例与反比例知识的学习，还可以加深学生对两个变量之间关系的认识，体会函数思想，为中学的数学学习打下基础。因此，比例是小学高年级重点教学内容之一。

这部分教材的编排，既注意体现了《标准（2011版）》的要求和所提倡的数学教学新理念，又突出了比例在学生数学知识结构中的作用和地位。因此，本套教材的编排与原实验教材相比有以下几方面的改进。

(1) 突出变量之间的关系和函数思想。函数是近代数学的重要概念之一，在现代科学技术中有广泛的应用，是中学数学学习的一个重要内容。在小学阶段，主要是通过一些知识的学习让学生体会函数思想。正比例和反比例的教学正是让学生体会函数思想的重要内容。本册教材改进了这部分内容的编排。正比例，原来的标题“成正比例的量”改为“正比例”，情境由原来的观察一组相同的圆柱形杯子中水的体积与对应的水的高度之间的关系，改为观察文具店销售彩带的总价与米数的关系。加强利用图象发现问题、分析问题和解决问题，体会正比例图象的线性关系。反比例，原来的标题“成反比例的量”改为“反比例”。正比例和反比例都以提出问题让学生思考、回答的方式呈现，加强了知识的逻辑性和探究性，突出了变量之间的关系和函数思想。通过阅读“你知道吗”，让学生体会反比例图象是一条平滑曲线。这些内容都可使学生体会到成正、反比例的量的变化规律，对一种量怎样随着另一种量的变化而变化有鲜明的印象，使学生对函数思想获得初步的理解。

(2) 加强数值比例尺和线段比例尺的关系。教材一引出数值比例尺和线段比例尺的概念，就让学生把线段比例尺改成数值比例尺。加强对比例尺中图上距离与实际距离关系的认识，提出问题让学生思考。同时增加一道根据实际距离、图上距离求比例尺的例题。

(3) 图形的放大与缩小，体会变与不变的思想。教材让学生思考放大前后的图形的变与不变时，思考的问题更加具体了，增加了发现问题的教学。把放大后的图形再缩小时，不再按照相同的比缩小，让学生体会放大与缩小的比具有任意性，变与不变具有一般性。

### 3. 加强综合与实践的编排，培养发现、提出、分析和解决数学问题的能力。

用数学解决问题能力的培养是义务教育阶段数学课程的重要目标之一，因此解决问题教学在数学教学中有着重要的作用。它既是发展学生数学思维的过程，又是培养学生应用意识、创新意识的重要途径。与前面几册教材一样，本册教材仍然注意将解决问题的教学融合于各部分内容的教学中，通过各部分内容的教学培养学生用数学解决问题的能力。如百分数中的成数增设例题，增加用百分数解决实际问题的例题，圆柱的体积增设解决问题的例题。再如用比例解决问题，加强了问题解决步骤和方法的教学，突出引导学生分析，在三个量的关系中，什么量是一定的，然后判断另两个量成什么比例关系，再进行列式解答，加强分析问题和解决问题的能力培养。

教材同时加强了综合运用知识解决问题的教学，使学生逐步提高数学思维能力和解决实际问题的能力。本册教材除了保留原有的综合与实践活动外，还增加了“绿色出行”和“北京五日游”两个数学综合与实践活动，让学生通过小组合作的探究性活动，综合运用所学的数学知识和方法（如调查统计的方法、百分数的实际应用等有关知识），动手实践解决问题，体会数学在日常生活中的应用价值，增强学生应用数学的意识，不断提高学生的实践能力和解决实际问题的能力。

4. 改进整理和复习的编排，使学生所学的数学知识系统化、结构化，做好中小学数学教学的衔接。

本学期是小学阶段学习的最后一个学期，本册教材的最后一个单元仍然安排了“整理和复习”，把小学阶段所学的主要内容进行系统的梳理和提纲挈领的复习，使学生对所学的数学知

识得到巩固和加深理解,各种能力得到进一步提高,更好地达到小学数学教学的预定目标,为中学的数学学习做好必要的准备。

整理和复习是小学数学教学的一个重要环节。尽管《标准(2011)》为体现义务教育的整体性,将整个义务教育阶段划分为三个学段,使各学段之间数学课程的联系更为密切了。但是由于诸多因素影响,目前我国绝大多数地区的学校教育实际上仍然是小学和初中独立建校,使得小学和初中的教学基本上是分开的。而从小学到初中,学生学习的数学知识、学生的学习方法都发生了较大的变化。因此,在小学生完成学业之前,对所有数学学习内容进行一次系统的、全面的回顾与整理是非常必要的。通过整理和复习,使那些最为核心的基本概念和基本原理以及它们之间的联系突现出来,形成良好的知识结构,为新知识的学习打下坚实的基础,解决中小学数学学习的衔接问题。同时,“整理和复习”的设置也体现了学生学习的一般规律。学生对数学知识的理解,由浅入深、由此及彼,进而认识相关知识之间的内在联系。在完成了小学数学全部内容的学习之后,进行总体的整理和复习,可以使原来分散学习的知识得以梳理,使数学的知识点串成知识线,再构成知识网,帮助学生完善头脑中的数学认知结构,增进持久的记忆,对于提高学生的数学能力也是十分有益的。因此,“整理和复习”单元不仅是本册教材的重点教学内容之一,也是全套小学数学教材的一个重要组成部分。

本册教材更加注重知识的结构化、系统性、层次性、探索性及知识宽度、深度、思想和方法、解题策略的提升。与原实验教材相比,本册教材对“整理和复习”单元的编排有以下几点改进。

(1) 突出整理和复习的重点,为学生主动参与知识的整理提供自主探索的空间。与原实验教材比较,本册教材在内容编排上不求面面俱到,而是突出重点,抓住主要内容、主要问题进行整理和复习。这一方面使教材摆脱了知识点罗列,概念、法则汇编的局面,另一方面也给学生提供了梳理知识的线索,留给学生参与知识的整理的空间。例如,“数的认识”,教材先通过主题图所创设的情境和呈现的大量数据,让学生重温各种数的应用,然后让学生对学过的数进行分类整理,找出它们的联系和区别,进而达到对所学数的整体认识。再如,“数的运算”,加强了估算策略的复习,让学生体会和理解估算在生活中的应用和价值。

(2) 加强数学思想方法的教学。教材一方面在整理和复习上给学生留有足够的自主探索空间,另一方面加强了数学思想方法的教学。如把原实验教材“数与代数”中的“数学思考”独立安排为一节,重点复习数学思想方法,同时增加体现演绎推理思想的例题,这在小学数学教材史上是一个创新。再如,引导学生对学过的数、图形等进行分类,让学生理解分类思想的重要性;让学生用符号和模型表示一些概念、公式、性质、运算律、规律、关系等,理解符号和模型表达的普遍性、简洁性和一般性,从整体上认识数学。

(3) 在基本练习的基础上,提供具有综合性、挑战性的练习题,促进学生综合应用能力的不断提高。在练习中既注意基本的训练,又注意加强灵活和综合运用知识的练习,还适当提供具有挑战性的练习题,以利于进一步提高学生综合的数学能力,如练习十八第15、16、17题等。

## 5. 加强数学思想方法的教学，培养学生数学思维能力和提高数学素养。

数学思想方法作为数学四基中的第三基，表明了它的地位和作用。本套教材加强了思想方法的编排和教学，除了在数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践这四个领域加强思想方法的编排外，还在每册教材中单独设计数学广角单元，体现各种思想方法。数学思想方法不仅可以使学生提高学习数学的效率和水平，而且还能有效地提高学生的逻辑思维能力，进而奠定发展更高素质的基础。因此，培养学生掌握数学思想方法是数学教学要达到的重要目标之一。本套教材总体设想之一是：系统而有步骤地体现数学思想方法，尝试把重要的数学思想方法通过学生可以理解的简单形式，采用生动有趣的事例呈现出来。通过教学使学生受到数学思想方法的熏陶，形成探索、解决数学问题的兴趣与方法，逐步发展数学思维能力和提高数学素养。据此，本册教材除了在整理和复习中加强数学思想方法教学外，还在“数学广角”单元继续安排“鸽巢问题”。通过教学，使学生体会推理思想、模型思想，激发学生对数学的学习兴趣，促进学生推理能力的发展，培养学生观察、分析、推理以及解决问题的能力，以及探索数学问题的兴趣。

## 6. 情感、态度、价值观的培养渗透于数学教学中，用数学的魅力和学习的收获激发学生的学习兴趣与内在动机。

本套教材继续强调对学生情感、态度和价值观的培养，全面提高学生的素质。小学高年级学生已经具有了一定的知识和生活经验，对自然与社会现象有了一定的探求欲望，此时需要教育者进行有目的的启发与引导。在数学教学中，就是要通过数学学习活动，使学生形成丰富的情感、积极的态度和正确的价值观，这同样是学生学习、生存和发展的重要基础。本册教材不仅内容涉及数学教学内容的各个领域，为学生探索奇妙的数学世界提供了丰富素材，而且注意结合教学内容安排了许多体现数学文化的阅读材料、数学史实等，使学生的数学学习活动丰富多彩、充满魅力。这些都有助于学生初步认识数学与人类生活的密切联系，了解数学的价值，激发学生学习数学的欲望。

### (1) 提供丰富的培养学习数学兴趣爱好的素材。

考虑到学生年龄的增长、视野的扩大等因素，教材注意选择知识内容深刻、内涵更丰富的教学素材，使学生在在学习数学的同时，受到情感、态度、价值观的熏陶。例如，“数学综合应用”内容的选择，注意挑选高年级学生关心和理解的题材——“自行车里的数学”“绿色出行”“北京五日游”“邮票中的数学问题”等；数学广角“鸽巢问题”的教学，蕴含了从纷繁芜杂的现实素材中找出最本质的数学模型，让学生经历将具体问题“数学化”的过程，有助于提高学生的逻辑思维能力；等等。

### (2) 注意反映数学与人类生活的密切联系以及数学的文化价值。

与前几册教材一样，本册教材仍然注意采用阅读材料的形式，结合教学内容编排一些有关的数学史料，丰富学生对数学发展的整体认识，培养学生探索数学、学习数学的兴趣与欲望。如安排了多个“你知道吗”“生活中的数学”。介绍了现实生活中数学知识的应用、数学家的故事、数学发展的历史知识，著名的数学问题，等等。这些内容不仅可以使学生对数学本身产生浓厚的兴趣，激励他们扩大知识面和产生进一步探索研究的欲望，而且对学生具有陶冶科学情



操、培养科学精神的作用。

(3) 通过自主探索的活动, 让学生获得学习成功的体验, 增进学好数学的信心。

结合学生的年龄特点和教学内容, 本册教材设计了很多需要学生自主探索的活动, 例如, 探究圆锥体积的计算方法时, 先让学生联想、猜测, 再引导学生进行实验, 探究圆锥和圆柱体积之间的关系, 得出圆锥体积的计算方法和公式。让学生有更多的机会应用数学知识, 进行自主探索的实践, 并通过这些活动获得自己成功、能力增强等良好体验, 从而逐步增强学好数学、会用数学的信心。

### 三、教学中需要准备的教具和学具

在以往的教师教学用书中介绍的一些教具和学具仍可继续使用, 结合本册的教学需要, 介绍几种使用效果较好的教具和学具, 以供参考。

**1. 圆柱、圆锥的实物及模型** 教师和学生可以收集一些具有圆柱、圆锥形体的实物, 如茶叶筒、罐头盒、铅垂、小丑帽等。本册教科书第 115 页印有圆柱的展开图, 教学时让学生剪下来贴在厚纸上, 然后制作成圆柱。此外, 教师还要准备好能够说明圆柱、圆锥体积的模型或实验用品。

**2. 方格作图纸** 在教学比例的应用时用。教师和学生可以自制方格纸, 从市场上买来绘图用的坐标纸, 根据需要制成不同规格的方格纸。

**3. 其他教具** 教师还可以根据各部分教学内容的需要自己准备或设计制作一些教具和学具。如教学比例尺时可以找本省、市、县的地图作为挂图。

### 四、课时安排

根据《义务教育课程设置实验方案》, 本册教材为六年级下学期数学教学安排了 61 课时的教学内容。各部分教学内容教学课时大致安排如下, 教师教学时可以根据本班具体情况适当灵活掌握。

一、负数 (2 课时)

二、百分数 (二) (5 课时)

生活与百分数 (1 课时)

三、圆柱与圆锥 (9 课时)

1. 圆柱 ..... 6 课时左右

2. 圆锥 ..... 2 课时左右

整理和复习 ..... 1 课时

四、比例 (14 课时)

1. 比例的意义和基本性质 ..... 4 课时左右

2. 正比例和反比例 ..... 4 课时左右

3. 比例的应用 .....	5 课时左右
整理和复习 .....	1 课时
自行车里的数学 (1 课时)	
五、数学广角——鸽巢问题 (3 课时)	
六、整理和复习 (26 课时)	
1. 数与代数 .....	10 课时左右
2. 图形与几何 .....	6 课时左右
3. 统计与概率 .....	3 课时左右
4. 数学思考 .....	3 课时左右
5. 综合与实践 .....	4 课时

人教版®

# 各单元的教材说明和教学建议

## 第一单元 负数

### 一、教材说明和教学建议

#### (一) 教学目标

1. 使学生在熟悉的生活情境中初步认识负数，理解正数、负数的意义，能正确地读、写正数和负数。
2. 使学生理解并掌握0既不是正数也不是负数的结论，知道数可以分为正数、0、负数，理解分类讨论思想。
3. 使学生初步掌握用数轴上的点表示正、负数的方法，体会数形结合思想。

#### (二) 内容安排及其特点

##### 1. 教学内容和作用

本单元的主要学习内容是了解正数、负数的意义和读、写法，认识数轴，会用负数表示一些日常生活中的量。这些内容是在学生认识了自然数、分数和小数的基础上进行学习的。

小学阶段教学负数有以下两方面的作用。

一是对数系加以扩展，为中学学习有理数作准备。在前面五年的学习中，“数与代数”领域主要是关于0和正数的学习。由于负数在日常生活中的应用比较广泛，学生也经常有机会接触负数，学习一些负数的知识，有助于他们理解生活中负数的具体含义，从而拓宽数学视野。同时，对数的认识范围加以扩展，为第三学段学习有理数的意义和运算打下良好的基础。

二是会用正、负数表示生活中相反意义的量，提高数学应用能力。在实际生活中存在很多具有相反意义的量，比如，零上温度和零下温度，存折上现金的存入金额和支出金额，水位上升的高度和下降的高度，高于海平面的海拔和低于海平面的海拔等。想要简洁地表示意义相反的量，需要引入负数。用正数和负数表示相反意义的量，充分体现了数学的应用价值。

本单元教材的具体内容安排如下表。



## 2. 教材编排特点

(1) 让学生在熟悉的生活情境中，了解负数的含义。

负数是现实生活中广泛应用的数。教材注意结合学生熟悉的生活情境，唤起学生已有的生活经验，引导学生在熟悉的生活情境中认识负数。例如，例1通过中央气象台发布的六个城市某一天的气温预报，让学生初步认识负数，知道负数的读法，并借助具体的温度理解负数所表示的含义。因为气温是学生每天都能接触到的信息，以温度来引入负数，能让学生体会引入负数的必要性。为了帮助学生进一步了解负数的意义，理解学习负数是源于生活实际的需要，教材在例2中通过存折明细中存入和支出的对比，进一步体会用正数、负数可以表示两种相反意义的量。

(2) 在活动情境中完善数轴的模型，让学生体会数形结合的思想。

学生在前面自然数、分数、小数的学习过程中，已经了解了在数轴上表示0及正数的方法，认识了数轴的正半轴。教材在例3安排了一个活动情境，在一条直线上，从一点向两个相反方向行走，可以用正数、0和负数表示行走的距离和方向，从而完善数轴的基本模型。借助数轴直观感受正数、0和负数之间的关系，突出正数、负数可以表示相反意义的量；知道每一个数在数轴上都有一个点与之对应；感受数形结合的基本数学思想。

### (三) 教学建议

1. 在具体生活情境中认识负数。

小学阶段对负数的学习，主要是出于表示生活中相反意义的量的需要。教学时，教师应通过丰富多彩的生活实例，特别是学生感兴趣的素材，唤起已有的生活经验，激发学习兴趣，在具体情境中感受引入负数的必要性。在引入负数以后，教师要鼓励学生举出生活中用正数、负数表示相反意义的量的实际例子，培养学生用数学的眼光观察生活，并通过大量的具体事例加深对负数的认识，感受数学在实际生活中的广泛应用。

2. 把握好教学的度。

作为中学学习有理数的过渡，小学阶段只要求学生初步认识负数，能在具体的情境中理解负数的意义，初步建立负数的概念。这里不出现正、负数的数学定义，而是结合具体实例描述什么样的数是正数，什么样的数是负数，只要求学生能辨认证、负数。关于数轴的认识，也没有严格的数学定义，只是通过直观性描述，让学生借助已有的在直线上表示正数和0的经验，迁移类推到负数，能把数轴上的点和相应的正数、0和负数建立一一对应关系。

3. 建议用2课时教学。

## (四) 具体内容的教材分析和教学建议

### 1 负数

下面是中央气象台 2012 年 1 月 21 日下午发布的六个城市的气温预报 (2012 年 1 月 21 日 20 时—2012 年 1 月 22 日 20 时)。



观察上图,你发现了什么?

0℃表示什么意思?

-3℃和+3℃表示什么意思?

0℃表示淡水开始结冰的温度,比0℃低的温度叫零下温度,通常在数字前加“-”(负号)。如,-3℃表示零下3摄氏度,读作负三摄氏度。比0℃高的温度叫零上温度,在数字前加“+”(正号),一般情况下可省略不写。如,+3℃表示零上3摄氏度,读作三摄氏度,也可以写成3℃,读作三摄氏度。

根据上图中的信息填写下表,并说一说各数表示的意思。

城市	北京	哈尔滨	上海	武汉	长沙	海口
最高气温/℃						
最低气温/℃						

### 编写意图

(1) 例1呈现了中央气象台某一天发布的六个城市的气温预报,通过温度的表示法自然地引出生活中的负数。

(2) 教材让学生观察主题图,说出能发现什么,意图是让学生了解同一时间不同地区的温度有高有低,并观察到温度的表示中出现了负号。小精灵的提问,是为了让学生明确0℃是零上温度和零下温度的分界点,选取-3℃和3℃这两个绝对值相等的数量,让学生理解它们的实际含义,是为了形成鲜明的对比,让学生初步理解正、负数可以表示两种相反意义的量。

(3) 以0℃、+3℃、-3℃为例对正数、负数的表示与读法、写法给出初步的具体描述。

(4) 通过让学生把六个城市的最高气温与最低气温填入表格,巩固正数、负数的读、写法,理解其实际含义。

### 教学建议

(1) 给学生充分交流的机会,唤醒相关生活经验。

出示六个城市的气温预报后,可让学生结合生活经验说一说对这些气温的理解,交流不同温度下的自然现象与冷热感受,唤醒对0℃、零上温度与零下温度的生活经验。

(2) 借助温度计等教具使学生直观地认识正、负数。

教学时,可借助温度计,让学生在温度计上找到各温度,使学生更深地体会正数和负数可以分别表示“零上”和“零下”,也能更直

观地看到0℃就是零上温度和零下温度的分界点。

(3) 在具体情境中初步学习正、负数的读、写,认识正号与负号。

教材虽然给出了0℃、+3℃、-3℃的读法与表示方法,但教学时不需要抽象概括正数与负数的读法、写法,只要能够结合具体的温度初步认识正号、负号,会读、写出六个城市的最高气温与最低气温,就达到了教学目标。

## 编写意图

(1) 例2通过呈现存折上的收支明细,让学生了解生活中另外一类常见的用正、负数表示相反意义的量的实例。

(2) 教材在例1、例2认识具体量的基础上归纳概括出正数和负数的描述性定义,让学生了解怎样的数是正数、负数。这样,就把原来学过的数纳入到新的数系之中。之后,再概括出负数与正数的读法与表示方法。

(3) 对于0与正数、负数的关系,根据前面的“ $0^{\circ}\text{C}$ 是零上温度和零下温度的分界点”的经验直接可得出“0既不是正数也不是负数”的结论。

(4) 让学生说说在哪些地方见过负数,有利于丰富对用正、负数表示相反意义的量的生活经验,感受负数在生活中的广泛应用。

2

“2000.00”表示存入2000元。

“-500.00”表示支出500元。

“500.00”和“-500.00”是相反数,一个是存入,一个是支出。

这些数都表示什么?

为了表示两种相反意义的量,如零上温度和零下温度,收入与支出等,需要用两种数,一种是我们在以前学过的数,如3, 500, 4.7,  $\frac{3}{8}$ , 这些数是正数;另一种是在这些数的前面加上负号“-”的数,如-3, -500, -4.7,  $-\frac{3}{8}$ 等,这些数是负数。

负数的读法是:先读“负”,再读数,如-3读作负三,  $-\frac{3}{8}$ 读作负八分之三。正数前面的“+”可以省略不写,如果为了与负数对比,也可以加上正号,如+3,读作正三。

0既不是正数,也不是负数。

你还在什么地方见过负数?

我在妈妈的家庭收支账本上见过负数。

我在冰柜上见过负数,冰柜里的温度是-10℃。

## 教学建议

(1) 突出对存折上正、负数的实际含义的理解。

教学时,可以出示不同的存折让学生观察。学生会看到,不同的存折表示“支出”与“存入”的方式是不同的。有的是把“支出”和“存入”放在不同栏,记录金额时不会出现负数,有的是把“支出”和“存入”放在同一栏,此时记录金额时就会出现负数。让学生对这两种方式进行对比,理解“发生金额”为正时表示“收入”,为负时表示“支出”。再让学生对教材上各数表示的实际含义进行交流,教师要提醒学

生注意不能出现“支出-500元”的说法。

(2) 在分类的基础上进一步认识抽象的正数与负数,理解0的属性。

在学生经历了用正、负数分别表示零上温度和零下温度、存入和支出的钱数之后,教师可以引导学生把前面出现的数进行分类,再通过归纳、概括,引出正、负数的描述性定义。在此基础上,结合实例,突出0是正数与负数的分界点,从而理解0既不是正数也不是负数。

(3) 举例说明负数在生活中的应用。

学生初步理解了负数的意义后,再引导学生想一想生活中哪些地方用到了负数,体会负数的价值。

## 做一做

1. 温度越低就越冷,  $-3^{\circ}\text{C}$  与  $-18^{\circ}\text{C}$  哪个温度低?



2. 读出下列各数, 并指出哪些是正数, 哪些是负数.

$-7$     $2.5$     $+\frac{4}{5}$     $0$     $-5.2$     $-\frac{1}{3}$     $+41$

<p>中国人很早就开始使用负数. 在古代商业活动中, 以收入为正, 支出为负; 以盈余为正, 亏损为负.</p>	<p>你知道吗?</p> <p><math>+23</math> <math>-34</math></p> <p>我国古代数学家很早就发明了用算筹记分数、负数的方法. 如“正算筹, 负算筹”, 就是用红色算筹表示正数, 黑色则表示负数.</p>
<p>图一 4.12 -1 136 0 -248</p> <p>由于记录时颜色不方便, 到了13世纪, 数学家还创造了在数字上画斜线的方式来表示负数的方法.</p>	<p>3.6 → 3.6 是 0 - 3</p> <p>国外对负数的认识也经历了一个曲折的过程, 并且也出现了各种表示负数的形式, 直到20世纪初, 才逐渐形成现在的形式.</p>

## 编写意图

(1) 第1题, 分别给出北京和哈尔滨两个城市的气温, 并提示温度越低就越冷, 来判断  $-3^{\circ}\text{C}$  与  $-18^{\circ}\text{C}$  哪个温度低. 让学生根据生活经验, 再结合具体量初步感知负数的相对大小, 但不必让学生掌握抽象的负数的大小比较方法.

(2) 第2题, 通过读数的练习, 巩固正数、负数的读法与表示法, 特别是掌握正数的两种表示方法.

(3) “你知道吗”用图文结合的方式向学生介绍了负数产生、发展的历史, 进一步丰富学生对负数的认识, 特别是我国古代在这方面的卓越贡献. 一方面, 有利于学生建立动态的数学观, 知道今天的数学是在经历了不断的发展变化过程后得到的结果; 另一方面, 通过对中国古代在负数发展史上的作用的了解, 激发学生的民族自豪感.

## 教学建议

(1) 结合具体生活情境初步体会正、负数的大小.

小学阶段教学负数的认识, 不涉及正、负数的大小比较, 尤其是抽象的比较方法. 因此, 可以结合“做一做”第1题, 借助学生对温度高低与冷热感受的生活经验, 对  $-3^{\circ}\text{C}$  与  $-18^{\circ}\text{C}$  代表的气温高低进行比较, 初步体会负数的大小比较. 教学时, 还可以补充一些零上温度, 如  $36^{\circ}\text{C}$ 、 $20^{\circ}\text{C}$ , 让学生初步感受所有的正数都比负数大, 并对负数之间的大小比较方法和正数的大小比较方法进行对比, 初步

感知负数之间比较大小时, 负号后面的数越大, 该负数反而越小.

(2) 通过对负数发展历史的学习, 培养学生对数学史的兴趣, 建立科学的数学观.

教学时, 通过组织学生自主阅读“你知道吗”, 使学生了解负数的产生与发展过程. 数学并不从来都是我们今天所看到的面貌, 数学的概念、符号、表达经常是在动态变化发展的. 通过对负数表示方法的历史回顾, 激发学生对数学史的兴趣, 并通过符号化的过程, 感受用“+”“-”表示正、负数的简洁性, 渗透符号意识, 体会数学符号的价值.

## 编写意图

(1) 例3,教材从生活情境入手,通过“向西走多少米”“向东走多少米”这一表示距离和方向的实际问题,引出在数轴上表示正、负数,从具体的数量逐渐过渡到直观模型。为了不增加难度,教材没有使用“数轴”这样的抽象名词,而是用已有名词“直线”来表示。学生在前面的学习中已经接触过数轴这一直观模型,在此进一步扩展,为将来学习有理数、直角坐标系等知识打下基础。

(2) 首先,教材通过两个同学的对话,把实际问题中的“向东”与“向西”这两个相反的意义与正、负数表示相反意义的量建立起联系,将生活情境数学化。在“分析与解答”环节,用数形结合的方式使学生把起点、行走方向、行走距离等生活概念与数轴上的点以及相应的数之间建立起一一对应关系。0表示正、负数的交界点以及负号表示与正号相反的方向这两个知识再一次得到巩固。教材还把数轴上的数从整数扩展到小数(分数)。最后,通过“回顾与反思”,对用数轴表示距离与相反方向的方法进行了总结。



3

向西走了3米。 向西走了2米。 向东走了3米。 向东走了4米。

小树

小明 小华 小军 小亮

上图中的四个同学以大树为起点,分别向东、西两个相反的方向走,如何在一条直线上表示他们行走的距离和方向呢?

**方法与技巧**

我们两人向东,两人向西,走的方向正好相反。

正数与负数正好可以表示相反意义的量。

**分析与解答**

用0表示起点。

以及树为起点,向东为正,向西——

0右边的数是正数,左边的数是负数。

小明 小华 小树 小军 小亮

-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4

在直线上表示出-1.5,如果你想从起点到-1.5处,该如何运动?

**回顾与反思**

用正数和负数的直线可以表示距离和相反的方向。

**做一做**

在直线上表示下列各数。

-4 1 -2 2.5 -0.5 1.5  $\frac{5}{2}$

0

## 教学建议

(1) 培养学生的数学抽象能力和数形结合的思想。

教学例3时,教师可以通过主题图引出问题:如何在一条直线上表示他们行走的距离和方向?在此过程中教师可适当加以引导,让学生先确定好起点(原点)、方向和单位长度,再用数来表示这些同学和大树的相对位置关系。这样逐渐把一个实际问题抽象成一个数学直观模型。另外,也要培养学生把直观模型“还原”为实际问题的能力,即能根据数轴上的点以及对应的正、负数说出其代表的实际含义。

(2) 使学生直观体会正、负数的排列顺序。

数轴是学生未来学习经常要用到的一个直观模型,在这里也是数系扩展的一个重要工具。教学时,可先结合实际情境,引导学生观察数轴:从0点往右依次是1, 2, 3, 4, ..., 而从0点往左依次是-1, -2, -3, -4, ..., 这些点分别表示什么意思?然后逐渐脱离具体情境,把数轴的点 and 抽象的正、负数对应起来,直观体会数轴上正、负数的排列顺序。并通过让学生对已有的在数轴上表示正数的方法进行迁移类推,自主探索出如何在数轴上表示出-1.5,进一步实现从整数系到有理数系的扩展。



## 练习一

1. 月球表面白天的平均温度是零上 $126^{\circ}\text{C}$ ，记作 $\quad^{\circ}\text{C}$ ，夜间的平均温度为零下 $150^{\circ}\text{C}$ ，记作 $\quad^{\circ}\text{C}$ 。



与北京时间相比，东京时间早1小时，记为 $+1$ 时；巴黎时间晚了个小时，记为 $-1$ 时，以北京时间为标准，表示出其他时区的时间。

悉尼时间： $\quad$  伦敦时间： $\quad$

你知道其他时区的时间吗？

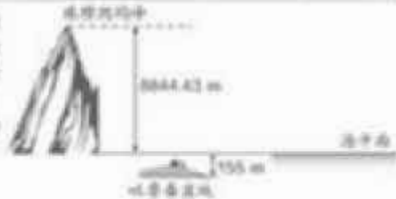


3. (1) 如果规定向东为正，那么向东走 $5\text{m}$ 记作 $\quad\text{m}$ ，向西走 $8\text{m}$ 记作 $\quad\text{m}$ 。  
 (2) 如果河水的警戒水位记为 $0\text{m}$ ，正数表示水面高于警戒水位，那么汛期水位高于警戒水位 $1.5\text{m}$ ，记为 $\quad\text{m}$ ，旱季水位低于警戒水位 $3\text{m}$ ，记为 $\quad\text{m}$ 。  
 (3) 一种袋装食品标准净重为 $200\text{g}$ ，质检工作人员为了了解这种食品与袋的净重与标准的误差，把食品净重 $205\text{g}$ 记为 $+5\text{g}$ ，那么食品净重 $197\text{g}$ 就记为 $\quad\text{g}$ 。

4. 写出点A、B、C、D、E表示的数。



5. 通常，我们把海平面的海拔高度为 $0\text{m}$ ，高于海平面的为正，珠穆朗玛峰的海拔高度为 $\quad\text{m}$ ，吐鲁番盆地的海拔高度为 $\quad\text{m}$ 。



## 编写意图

(1) 第1题是巩固用正、负数表示零上温度和零下温度。

(2) 第2题是用正、负数表示时间差，使学生进一步了解负数在生活中的广泛应用。可以根据题中给出的示例进行类推，得出各时区相对于北京时间的时间差，包含两个方面，一是确定相差几小时；二是确定正、负号，早为正，晚为负。因此，悉尼为 $+2$ 时，伦敦为 $-8$ 时。

(3) 第3题，通过多种素材使学生理解，对于日常生活中具有相反意义的量，如果确定了某个方向为正，那么相反的方向则用负数来表示。而且，正、负号后面数的大小是相对于“分界点”而言的，“分界点”的绝对值有时并非为0。

(4) 第4题，让学生写出数轴上指定点所对应的数，进一步巩固学生对数轴的直观认识。

(5) 第5题通过用正、负数表示地理位置的海拔高度，使学生再次体会正、负数是相对于“分界点”而言的。这样的素材也有助于丰富学生的地理知识。

## 教学建议

(1) 引导学生灵活运用正、负数来表示生活中具有相反意义的量，并理解正数与负数所表示的实际含义。

在用正、负数表示生活中具有相反意义的量时，第一要知道“分界点”是什么；第二是要知道何为正，何为负；第三是要知道某个量与“分界点”之间相差多少；第四是要知道要表示这个量与“分界点”之间相差多少，该用正号还是负号。

例如，学生完成第3题后，教师可以提出“可以规定向西为正吗？如果规定向西为正，

那么向东又如何表示？如果规定向南为正，向北如何表示”等问题，拓展学生的思维，使学生灵活学会用正、负数表示相反意义的量。

(2) 引导学生理解正、负数表示的相对性。

生活中常用正、负数表示量与量之间的相对大小关系。如第2题中的相对时间，只表示其他地方比北京时间早或晚的时间，并不是指某一特定的时刻；第3题第(2)小题中的相对水位，只表示某一水位高于或低于警戒水位的高度，并不是指此时的水深；第(3)小题中的相对误差，只表示与标准净重的差额，并不是指具体重多少。教学时，也可以让学生说说“误差 $\pm 5\text{g}$ ”表示什么意思。

## 编写意图

(1) 第6题是一道较为复杂的用正、负数表示生活中的量的问题。让学生明确按照习惯,收入用正数表示,支出用负数表示,几项收入加起来就是家庭的总收入,几项支出(负号后面的钱数)加起来就是家庭的总支出,总收入减去总支出就是这个月的余额。学生在计算余额时,使用的仍为小学阶段的思维(如减去1000元,而不是加上一1000元),但也可作为第三学段学习有理数的运算做好准备。

(2) 第7题,让学生先用正、负数在数轴上表示出行走的路径,并根据直观模型,直接说出终点的位置。数轴上0所在的点代表的是初始的出发点,行走+5 m到达5所在的点,再出发时,是以5所在的点为出发点的。数轴上的“-4”和题中的“-4 m”表示的含义是有区别的。

(3) 第8题,向学生介绍负数和0也可以表示负增长和零增长。在这里,需注意表述方式的科学性,如“减少10%”和“增长-10%”含义相同,但不能说成“减少-10%”。在这里编排有关百分数的习题,也有利于和第二单元的内容进行衔接。

## 教学建议

(1) 结合现实素材帮助学生进一步理解负号所表示的不同实际含义。

教学时,要注意引导学生结合生活情境,理解负号代表的实际含义。例如,第6题中,+5000元表示收入5000元,-1000元表示支出1000元;第7题中,走-4 m表示向西走4 m,而数轴上的-4表示该点在起点的西边,距离起点4 m。因此,负号有时表示一种动态的含义(如减少、降低),有时又表示一种静态的含义。支出1000元的“-1000元”和计

6. 春节快到了,小亮要做一个月2月份的家庭收支计划。爸妈工资收入为5200元,春节补贴2000元,春节压岁钱,外婆给500,外婆给1000元,给小亮100元,交上个月的水电等费用400元,购买800元食品,31日买新衣服花费1000元,出去旅游需要2000元,请根据以上信息填写下表。

项目	收支金额/元
爸妈工资收入	+5200
春节补贴	
春节压岁钱、外婆	
给小亮压岁钱	
上个月水电等费用	
购买食品	
买新衣服	
春节旅游	

你能算出这个月的余额吗?



7. 如果把一个人先向东走5 m记作+5 m,那么这个人又走-4 m是什么意思?这时他距出发点有多远?在直线上表示出来。



8. 某商店1月份营业额为100万元,2月份营业额为130万元,比1月份增长( )%,3月份营业额为90万元,比1月份减少( )%,称为负增长,也可以记为增长-10%,4月份营业额为95万元,比1月份增长( )%,5月份营业额为100万元,与1月份持平,增长率为( )%,也称为零增长。

本单元结束了,  
你有什么收获?

课标小档案



负数在生活中有很多应用。

我会用所学正、负数的知识解决实际问题了。



算出余额为“-1000元”的含义是不同的。

(2) 利用教材中的素材资源使学生认识负数在生活中的广泛应用。

负数在生活中应用广泛,本单元中的温度、资金收支、时差、相对水位、相对误差、海拔、增长率都是负数的常见应用。借助这些载体,一方面使学生理解负数在不同情境中的具体含义,另一方面,也了解了时区、水位、海拔等方面的知识,还了解到统计中经常使用负增长率来代替下降率,以表示下降的幅度。

## 二、教学设计或教学片段

### 课题：认识负数

教学设计：迟莹莹、冯丽芬。

教学内容：教科书第2~4页例1、例2。

教学目标：

1. 引导学生在熟悉的生活情境中初步认识负数，能正确地读、写正数和负数；知道0既不是正数也不是负数，理解分类讨论思想。

2. 使学生初步学会用负数表示一些日常生活中的实际问题，体验数学与生活的联系。

3. 结合负数的历史，对学生进行数学史的教育与爱国主义的教育，培养学生良好的数学情感。

教学重、难点：负数意义的理解。

教学过程：

#### (一) 情境导入

师：同学们，之前我们都学过些什么数？

生：自然数、分数、小数。

师：负数是我们今天一起学习的新数（板书：认识负数），其实负数就藏在我们身边，它藏在哪里？（板书“？”）今天就让我们一起来找找看。（播放录像）

师：对！它藏在了每天的气温中（板书：气温），让我们一起来看看几个城市某一天的天气情况。

#### (二) 探究新知

##### 1. 教学例1。

出示六个城市的气温图，并板书其中的温度 $3^{\circ}\text{C}$ 、 $-3^{\circ}\text{C}$ 、 $0^{\circ}\text{C}$ 。

师：这两个3摄氏度有区别吗？小组内交流一下。（引导同学们说出以零摄氏度为分界。）

师：观察上图，你能发现什么？

师（小结）： $0^{\circ}\text{C}$ 表示水开始结冰的温度，所以以 $0^{\circ}\text{C}$ 为分界点。比 $0^{\circ}\text{C}$ 低的温度叫零下温度，通常在数字前加“-”（负号），如 $-3^{\circ}\text{C}$ 表示零下3摄氏度，读作负三摄氏度。比 $0^{\circ}\text{C}$ 高的温度叫零上温度，在数字前加“+”（正号），一般情况下可省略不写，如 $+3^{\circ}\text{C}$ 表示零上3摄氏度，读作正三摄氏度，也可以写成 $3^{\circ}\text{C}$ ，读作三摄氏度。

师： $-3^{\circ}\text{C}$ 和 $3^{\circ}\text{C}$ 各表示什么意思？

生： $-3^{\circ}\text{C}$ 表示零下3摄氏度， $+3^{\circ}\text{C}$ 表示零上3摄氏度。

师：哈尔滨的气温 $-27^{\circ}\text{C}$ 和 $-19^{\circ}\text{C}$ 各表示什么意思？

生： $-27^{\circ}\text{C}$ 表示零下27摄氏度， $-19^{\circ}\text{C}$ 表示零下19摄氏度。

师：海口的气温  $20^{\circ}\text{C}$  和  $23^{\circ}\text{C}$  各表示什么？

生： $20^{\circ}\text{C}$  表示零上 20 摄氏度， $23^{\circ}\text{C}$  表示零上 23 摄氏度。

师：同桌之间互相说一说每个城市的气温分别表示什么意思。

师：根据上图中的信息填写下表，并说一说各数表示的意思。

城市	北京	哈尔滨	上海	武汉	长沙	海口
最高气温/ $^{\circ}\text{C}$						
最低气温/ $^{\circ}\text{C}$						

（设计意图：学生思维品质的培养是数学教学的重要内容，从创设气温预报的情境入手，积极鼓励学生观察、发现、分析、讨论，使其思维的批判性、灵活性得以发展。当学生感受到用已学的数在表达相反意义的量时存在局限，认知需求油然而生，借助生活经验和书本简介，学生能更好地体会添加“+”号、“-”号表示相反意义的量的方法。）

## 2. 教学例 2。

师：在生活中处处有数学的影子，负数也随处可见。（呈现例 2 的情境图）请同学们仔细观察这张存折，并说出这些数各表示什么。

生 1：2000 表示存入 2000 元。

生 2： $-500$  表示支出 500 元。

生 3： $-132$  表示支出 132 元。

生 4：500 表示存入 500 元。

师：我们仔细分析这两个数“500”和“-500”，它们有什么区别和联系？

生：符号不同，但后面的数相同。

师：它们表示的意义相同吗？

师：“500”表示存入 500 元，“-500”表示支出 500 元，正好相反，一个表示存入一个表示支出。其中存入和支出是两种相反意义的量，你还知道哪些相反意义的量呢？（让生举一些例子。）

师总结出正数和负数的概念。

师：那负数怎么读呢？我们一起来学习，先读“负”，再读数，如 $-3$ 读作负三。

师：你能读出下面的负数吗？（出示 $-\frac{8}{15}$ 、 $-0.3$ 、 $-45$ 、 $-12$ 。）

生：负十五分之八，负零点三，负四十五，负十二。

师：正数前面的“+”可以省略不写，如果为了与负数对比，也可以加上正号。如 $+3$ ，读作正三。 $500$ 也可以写成 $+500$ ，为了简便，正数前面通常不加“+”，但是我们也要知道它是正数。

师：看，刚才我们出现了这么多数，谁能把它整理一下？怎样分类？（板书：正数、负数）

师：同桌之间各说五个正数、五个负数。都能说出来吗？说得尽吗？

师：老师说几个你来判断一下， $-10$ 、 $6.8$ 。

师：0呢？0是正数还是负数呢？

师：0是正数和负数的分界线，0既不是正数也不是负数。正数大于0，负数小于0。

师：负数在我们的生活中使用很广泛，好，下面让我们跳出去，寻找一下它的足迹！生活中哪里有负数呢？（结合同学们的发言进行板书。）

生：冰箱上见过负数，冷冻室的温度是 $-18^{\circ}\text{C}$ 。

师：老师也找了一些，给大家看看。（电脑展示：电梯里有-1，-2层等。）

（设计意图：通过学生对正数和负数的多次感知，并运用观察、发现、分析、讨论、归纳等学习方式，体验到正数、负数概念形成的过程。）

### （三）巩固练习

1. 完成教科书第4页“做一做”第1题。

师：为什么 $-18^{\circ}\text{C}$ 温度低？

师： $-3^{\circ}\text{C}$ 是比 $0^{\circ}\text{C}$ 摄氏度低3摄氏度，而 $-18^{\circ}\text{C}$ 是比 $0^{\circ}\text{C}$ 摄氏度还低18摄氏度，所以， $-18^{\circ}\text{C}$ 温度低。

2. 完成教科书第4页“做一做”第2题。

师：同桌互相写5个数，让对方判断哪些是正数，哪些是负数。

3. 联系生活经验猜测物体的温度。

（1）水沸腾的温度；（2）水结冰的温度；（3）地球表面的最低气温；（4）月球表面的最低气温。

师：大家知道吗？现在全球的气温发生了很大的变化，甚至造成了很大的影响，请看。（播放有关全球变暖的录像。）

师：看完你有什么想说的？

生：要保护环境，爱护我们的地球家园。

### （四）拓展延伸

师：请同学们仔细认真阅读“你知道吗”。

师：你还知道哪些关于负数的资料？

### （五）全课总结

师：今天我们一起认识了负数，你觉得你的表现怎样？知识都弄明白了吗？这里有一份学习评价表，请在小组里交流一下你今天的收获，看你今天能获得几颗星星。

师：同学们，数学来源于生活，希望大家用雪亮的眼睛多观察，你肯定会发现负数就在我们身边。

## 三、备课资料

### 1. 负数的由来

据史料记载，早在两千多年前，我国就有了正、负数的概念，掌握了正、负数的运算法则。

我国三国时期的学者刘徽在建立负数的概念上有重大贡献。他首先提出正、负数的定义：“今两算得失相反，要令正负以名之。”意思是说，在计算过程中遇到具有相反意义的量，要用正数和负数来区分它们。

刘徽第一次提出了区分正、负数的方法：“正算赤，负算黑；否则以邪正为异。”意思是说，用红色的小棍摆出的数表示正数，用黑色的小棍摆出的数表示负数；也可以用斜摆的小棍表示负数，用正摆的小棍表示正数。用不同颜色的数表示正、负数的习惯，一直保留到现在。现在一般用红色表示负数，报纸上登载某国经济上出现赤字，表明支出大于收入，财政上亏了钱。

我国古代著名的数学专著《九章算术》（成书于公元1世纪）中，最早提出了正、负数加、减法的法则：“正负数曰：同名相除，异名相益，正无人负之，负无人正之；其异名相除，同名相益，正无人正之，负无人负之。”这里的“名”就是“号”，“除”就是“减”，“相益”“相除”就是两数的绝对值“相加”“相减”，“无”就是“零”。用现在的话说就是：“正、负数的加减法则是：同号两数相减，等于其绝对值相减，异号两数相减，等于其绝对值相加。零减正数得负数，零减负数得正数。异号两数相加，等于其绝对值相减，同号两数相加，等于其绝对值相加。零加正数等于正数，零加负数等于负数。”负数的引入是我国数学家杰出的贡献之一。

在古代数学中，负数常常是在代数方程的求解过程中产生的。对古代巴比伦的代数研究发现，巴比伦人在解方程中没有提出负数根的概念，即不用或未能发现负数根的概念。3世纪的希腊学者丢番图的著作中，也只给出了方程的正根。然而，在中国的传统数学中，已较早形成负数和相关的运算法则。

除《九章算术》定义了有关正、负数的运算方法外，东汉末年刘洪、宋代杨辉也论及了正、负数加、减法则，都与九章算术所说的完全一致。特别值得一提的是，元代朱世杰除了明确给出了正、负数同号、异号的加、减法则外，还给出了关于正、负数的乘除法法则。在印度，数学家婆罗摩笈多于公元628年才认识负数可以是二次方程的根。而在欧洲，14世纪最有成就的法国数学家丘凯把负数说成是荒谬的数。直到17世纪，荷兰人日拉尔才首先认识和使用负数解决几何问题。

与中国古代数学家不同，西方数学家更多的是研究负数存在的合理性。16、17世纪欧洲大多数数学家不承认负数是数。帕斯卡认为从0减去4是纯粹的胡说。帕斯卡的朋友阿润德提出一个有趣的说法来反对负数，他说 $(-1) : 1 = 1 : (-1)$ ，那么较小的数与较大的数的比怎

么能等于较大的数与较小的数比呢？直到 1712 年，连莱布尼兹也承认这种说法合理。英国著名代数学家德·摩根在 1831 年仍认为负数是虚构的。他用以下的例子说明这一点：“父亲 56 岁，其子 29 岁。问：何时父亲年龄将是儿子的二倍？”他列方程  $56+x=2(29+x)$ ，并解得  $x=-2$ 。他称此解是荒唐的。当然，欧洲 18 世纪排斥负数的人已经不多了。

印度人最早提出负数的是 628 年左右的婆罗摩笈多（约 598—665）。他提出了负数的运算法则，并用小点或小圈记在数字上表示负数。在欧洲初步认识、提出负数概念，最早要算意大利数学家斐波那契（1170—1250）。他在解决一个盈利问题时说：我将证明这个问题不可能有解，除非承认这个人可以负债。15 世纪的舒开（1445?—1510?）和 16 世纪的史提非虽然都发现了负数，但又都把负数说成是荒谬的数，卡当给出了方程的负根，但他把它说成是“假数”。韦达知道负数的存在，但他完全不要负数。笛卡儿部分地接受了负数，他把方程的负根叫假根，因它比“无”更小。

哈雷奥特（1560—1621）偶然地把负数单独地写在方程的一边，并用“—”表示它们，但他并不接受负数。邦别利（1526—1572）给出了负数的明确定义。史提文在方程里用了正、负系数，并接受了负根。基拉德（1595—1629）把负数与正数等量齐观，并用减号“—”表示负数。总之在 16、17 世纪，欧洲人虽然接触了负数，但对负数的接受的进展是缓慢的。

## 2. 摄氏度的小知识

“摄氏度”是目前世界上使用比较广泛的一种温标，它是 18 世纪瑞典天文学家摄尔维斯提出来的。他把冰点定为 100 度，沸点定为 0 度，其间分成 100 等份，1 份为 1 度。但是，在使用中，人们感到很不方便。摄尔维斯第二年就把该温度表的刻度值颠倒过来使用。又隔两年，著名博物学家林耐也使用了这种把刻度颠倒过来的温度表，并在信中宣称：“我是第一个设计以冰点为 0 度，以沸点为 100 度的温度表的。”这种温度表仍然称为摄氏温标（又叫百分温标）。后人为了纪念摄尔维斯，用他的名字第一个字母“C”来表示。

## 3. 找准起点，基于学生的经验展开教学<sup>①</sup>

——“认识负数”一课的研究和改进历程

“认识负数”是义务教育课程标准实验教科书新增的内容，由于不受先前基础知识的影响，成为众多教师上公开课的选题。但把负数的部分内容放到小学进行教学，学生是否有一定的经验？究竟该让学生掌握到什么程度？尽管课程标准给出的答案非常明确：在熟悉的生活情境中，了解负数的意义，会用负数表示日常生活中的一些量。但与课程标准配套的教材所呈现的内容却大相径庭，给一线教师的课堂把握带来了一定的困惑。为此，我们从 2010 年开始从教材的比较、名课的品鉴和学生基础的调查等进行了一系列的研究，试图从中找准教学的起点、筛选出合适的教学素材。

<sup>①</sup> 斯苗儿、朱伟森、金奎，找准起点，基于学生的经验展开教学 [J]. 小学数学教育，2015（5）：24-29. 引时略有改动。

## 一、不同版本教材带来的困惑

我们对使用范围较广的三个版本教材及教学用书进行比照研读，三个版本分别是 A 版、B 版和 C 版，就“负数”这一内容的编排发现有诸多的不同。

### 1. 编排的年级。

A 版编排在四年级上册，B 版编排在五年级上册，而 C 版编排在六年级下册。

### 2. 呈现的知识点。

三个版本都出现的知识点	三个版本教材出现不同知识点	
	知识点	出现教材
(1) 用列举式下定义，什么是正数，什么是负数 (2) 0 既不是正数也不是负数 (3) 正、负数的读法与写法；正号的省略 (4) 用正、负数表示生活中相反意义的量	通过在温度计上标注零上、零下温度，体验 0 的分界作用	A 版、B 版
	用冷、暖或温度计比较温度的高低，寻找最高温度或最低温度	A 版、C 版
	重新定义 0	A 版、C 版
	正数大于 0、负数小于 0	B 版
	在数轴上表示正、负数	B 版、C 版

### 3. 对“温度”的借鉴。

三个版本教材都以温度为主要情境引入正、负数。但 A 版专门编了一课“温度”，作为学习正、负数的铺垫，其他两个版本则直接编排，温度都作为第一个例题的核心素材。A 版的“温度”课后有 4 道小题是与温度计有关的练习，C 版没有，B 版有 10 道小题是从温度计上读数或标温度的练习。

### 4. 数轴的编排。

A 版没有出现数轴，只是在第二课时的练习中出现一幅类似数轴的线（没有箭头）。C 版在例 3 正式出现数轴，B 版在紧接着例 4 的“试一试”中出现数轴，均未出现名称。

### 5. 正、负数大小比较。

A 版在第一课时“温度”中，便引导学生利用冷、热来比较正、负数（或负数与负数）的大小。C 版则是在例 2 后的练习中出现负数与负数之间的大小比较。B 版没出现正、负数的大小比较。

我们还对教材进行了横向和纵向的梳理。

从横向的梳理中，发现 D 出版社的科学教材在三年级下册专门编排了“温度和温度计”一个单元，教学目标是：(1) 温度表示物体的冷热程度，物体的温度可以用温度计测量。(2) 常用液体温度计是利用玻璃管内的液柱随温度变化而上升和下降来测量温度的。(3) 识读温度计刻度上的数字，并把刻度上的数字与更热或更冷的温度联系起来。教学重点是：温度计的正确读数方法的指导。教学难点是：识读零下温度，选择正确角度观察温度计的读数。教材为此编排了不少识读零下温度的练习。可见，科学学科的这一内容已经成为学生学习负数的现实基础。《数学课程标准（2011 年版）》在教材编写建议中也强调：数学的许多内容与其他学科知识有着密切的联系，随着学生学习的深入，其他学科的知识也就成为学生的“现实”，教



材在选择数学学习素材时应当予以关注。从这一角度来看，A版对“温度和温度计”借鉴的分量似乎重了一些，“温度”一课的编写更是显得多余。

从纵向的梳理中，C版七年级上册第一单元“有理数”单元的目标是：理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数；能借助数轴理解相反数和绝对值的意义……由此可见数轴的地位和作用。教材开始对数轴进行了系统的阐述。在引入正、负数的概念时，使用了大量生活、生产实例，如体重的增减、不同国家商品进出口总额的增长率、降水量的增减、海拔高度、银行存折等。其中不少素材在C版六年级上册教材中曾经出现过。

以上的教材梳理引发我们做以下的思考：

(1) 从素材选择来看，有了科学学科的学习基础，温度与温度计在学生“负数”中究竟该放在怎样的位置？还有哪些生活素材便于学生感悟相反意义的量？

(2) 从目标定位来看，数轴最能直观地说明正、负数作为相反意义的量，并进行正、负数大小的比较，但教学中该如何恰当把握要求，才能与初中学习既能恰当渗透和衔接，又能保持小学学习的阶段性？

## 二、“名课”的导入引发的质疑

一节成功的课必须有一个好的开始，我们收集到的20多个“认识负数”的教学设计，都十分重视导入环节的设计，归纳起来，大致分为以下几种：

### 1. 从对生活中的问题进行多元表征引入。

选取各种结构相似、类型不同的生活例子，如收入和支出、增加和减少等，让学生用自己喜欢的方式进行表征，试图通过学生画图形、用文字记录、甚至出现正数和负数等，让学生感悟负数产生的必要性，最后通过教师引导，得出数学上统一用正、负数来表示相反意义的量，从而揭示课题，并说明用正、负数表示的好处之一就是：简洁性。这类引入占的比例最高。

### 2. 以负数的发展史引入。

许多教材把负数产生的史料作为阅读材料呈现，于是，不少课就从讲解负数产生的历史开始。如一开始就放一段视频，让学生了解：早在两千多年前，中国就有了正、负数的概念，掌握了正、负数的运算法则。刘徽第一次给出区分正、负数的方法：“正算赤，负算黑”，用不同颜色的数表示正、负数的习惯，一直保留到现在；数学专著《九章算术》中，最早提出了正、负数加减法的法则。

### 3. 以生活素材的描述引入。

通过出示一些生活中看到的负数，让学生运用自己原有的经验和认知水平进行描述并解释。

### 4. 以“标准”的变化引入。

如以运动员身高比较作为基本素材，通过规定某个身高为标准，引起正、负数的变化，让学生感受到正、负数产生的原因及“0”的特殊地位。

### 5. 以“小数减大数”的运算引入。

部分教师认为，以一个较小的数减去一个较大的数，便可以得到一个负数。所以就用这样的方法引入。

这些导入各有特点，仅从数学知识的角度，只要没有科学性的问题，就很难评价谁优谁劣，但如果从“以学定教”的理念去审视，每种导入都深深地打上了执教者的烙印，折射出他们不同的教学观。这些导入，材料基本上是教师提供的，绝大多数都忽视了学生的现实基础。

### 三、我们的改进历程

#### 【做调查，让数据改变观念】

为了满足听课教师猎新的心理，许多教师在设计公开课时，试图从名师的课堂上汲取养分，诱发灵感。满脑子想的就是：我该“新”在哪儿？就“认识负数”而言，许多教师往往会因面对不同版本的教材、不同风格的名师课堂而陷于困境，也常常容易忽视教学对象——学生的真实基础。2009年浙江省小学数学优质课比赛，“认识负数”一课也在其中，遗憾的是抽到此课题的两位教师都未能获得一等奖，其中很大的原因就是忽视了学生的经验。

于是，2010年华东六省一市第十二届小学数学课堂教学观摩研讨活动，我们还是选了“认识负数”这节课，让朱伟森老师执教。经过一段时间的准备，朱老师已经对教材和名课进行了“先博后约”，正如他自己所说：“备课前学习了三个版本教材的‘生活中的负数’的具体编排以及两个版本初中教材对负数这一知识点的后续编排，也学习了几节名师的课，如赵震的全国夺冠课、特级教师蔡宏圣的展示课、顾娟的省优质课赛课、特级教师庄惠芬在中美国际论坛的展示课等。”自认为教案已经成熟，就连续发了几份教案给斯苗儿老师，一份比一份详尽，期待得到认同甚至赞许，而斯苗儿老师却通过手机短信用寥寥几句话回复了他：“教案我看完了，最大的问题是无视学生的现实起点，问问自己，学生一点都不知道负数吗？”这几句话着实让他受惊不小，至今他还清晰地记得收到短信的时间是2010年10月9日22时17分，回复给斯苗儿老师的时间是2010年10月10日05时11分。用他当时的话说就是：“脑子空白半小时。峰姐姐（网络上的名师朋友）的表扬刚刚把我弄得飘飘然，一下子就被斯老师的那盆冷水泼清醒了。写教案时，我有重视学生的现实起点吗？几十个小时的备课过程中，或许有十几分钟想过，其余时间都在考虑怎么从我的角度教正、负数。”他认为：教学设计中，第一、二环节都有了解学生起点的设计，如第一环节的记录、第二环节让学生写出现实生活中见过的负数等，还质疑了一句：“学生没有学过负数，怎么会知道呢？”

我们不妨看着他当时的教学设计：

#### （一）引发冲突，初步认识

##### 1. 记录，引出正负数。

##### （1）师报，学生记录。

要求：独立思考，用你喜欢的方式记录，关键让人一眼看出你要表达的意思。

转学情况：三年级转进3人，四年级转出3人；

逛商场：先到4楼买鞋子，再到地下一楼买零食；

水果店：每箱苹果赚12.5元，每箱梨亏0.8元。

##### （2）展示学生的作品。（先文字、再其他符号，最后是正、负号）

##### （3）介绍材料里的正负数及正、负号。

##### （4）学生快速读下列正、负数。

$$-3.2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 70.8$$

(5) 用列举法下定义。

像 $+3$ 、 $+\frac{1}{3}$ 、 $+70.8$ 这样的数叫正数；(板书：正数)像 $-3$ 、 $-3.2$ 、 $-\frac{1}{2}$ 这样的数叫负数。(板书：负数)

## 2. 数学史的学习。

(1) 出示课本中的“你知道吗”。

中国是世界上最早认识和应用负数的国家。早在两千多年前的《九章算术》中，就有正数和负数的记载。在古代，人们为区别正数和负数，常用红筹表示正，黑筹表示负，也有的将算筹正放或斜放加以区别。而西方认识正数、负数则要迟于中国数百年。

(2) 学生读，说体会。

师：为什么红正、黑负等表示正、负数的方法没有沿用到现在？

3. 第一次追问：问问自己——我了解正、负数了吗？

(二) 丰富感知，增强认识

1. 填一填，说一说。

(1) 学生在作业纸上独立练习。



(2) 说一说。

日期	摘要	币种	钞/汇	存入或支出	余额	操作员	备注
20101010				2000.00			
20101011	水费			-100.00	1900.00		
20101011	电费			-30.00	1870.00		

这些数表示什么意思？

小知识：正数前面的正号可以省略不写，如 $+2000$ 也可以写成 $2000$ 。

2. 画集合圈。

抽生把黑板上所有正数圈在一起，所有负数圈在一起。

3. 第二次追问：再问问自己——我了解正、负数了吗？

### (三) 拓展延伸, 深化认识

#### 1. 0 的再认识。

课件出示: 北京某天的气温 $-4\sim 2\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。

(1) 说一说 $-4\sim 2\text{ }^{\circ}\text{C}$ 表示什么意思?

(2) 能很快找到哪个温度? 温度计上的 4 是表示零下 $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ 吗? 零下 $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ 会在哪儿?

(3) 一生指。0 下面还能有数吗?

(4) 学生在空白温度计上设计, 要求既能表示出零上 $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ 又能表示出零下 $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。

(5) 交流。引导得出 0 既不是正数也不是负数。

#### 2. 数轴。

把温度计横放, 变成数轴。

学生试着填正、负数。

看数轴, 说发现。

### (四) 小结

第三次追问: 再问问自己——我了解正、负数吗?

显然, 他深受名师公开课的影响, 把一节课设计得满满当当, 没有给学生留多少空间, 而且他认为考虑到学生的第一、二两个环节的设计, 也只是浅层次的。

于是, 就让朱伟森老师设计一些问题, 对学生进行调查, 让数据改变他的观念。

2010 年 10 月 11 日, 朱伟森老师就下面三个问题对缙云县城郊结合部 50 位四年级学生展开调查:

1. 零下 5 摄氏度与零上 5 摄氏度。

写作: ① ( ) ② ( )

2. 你会把下面的数分成几类? 请把分类的结果写在下面。

$-7$   $0$   $1$   $-98$   $-100$   $21$   $-45$

3. 平时, 你还在哪些地方见过 $-45$ 、 $-7$ 、 $-98$ 这样的数? 你知道它们所表示的意思吗? 请把它们写出来。

通过前测发现:

1. 有 92% 的学生能用正、负数表示零上、零下温度。

2. 数的分类中, 学生都把负数、其余的数各分为一类, 没有把 0 单独分为一类。

3. 有 46% 的学生已经通过天气预报、电梯等场景见过负数。

为什么学生用正、负数表示零上、零下温度的百分比这么高呢? 前面提到过, 学生在三年级科学课上已经学习了“温度和温度计”。内容包括: 介绍温度的定义及单位; 观察温度计; 温度的读和写, 如 25 摄氏度可以写成 $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ 读作 25 摄氏度, 零下 8 摄氏度可以写成 $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$ 读作零下 8 摄氏度; 读出温度计上的温度。诚然, 科学课的温度与数学课有不同的分工。科学课, 重在介绍科学知识和引导学生如何使用温度计; 数学课, 重在利用温度帮助学生理解正、负数的意义。但并不能否认学生已经有了一定的生活经验和知识储备。也由此改变了朱老师的想法。



### 【初次实践：确立方向】

2010年10月，安徽省合肥市，华东六省一市第十二届小学数学课堂教学观摩研讨活动；  
2012年12月，浙江省杭州市，浙江省小学数学十年改革经典课例展示。执教者：朱伟森。

#### (一) 开门见山，了解起点

##### 1. 回忆。

师：同学们，今天我们学什么？

生：（看屏幕）负数。

课件演示课题变成“你了解负数吗？”

师：生活中，你在哪些地方看到过、听到过负数？先独自想一想，再和同桌说一说。

生<sub>1</sub>：我在温度里面见过负数。

师：他在表示温度的数据里见过负数，你们见过吗？

生<sub>2</sub>：我在电梯的按钮上见过。

生<sub>3</sub>：我在电脑的分数中见过。

师：你是说在电脑游戏得分中见过负数，是吗？

生<sub>3</sub> 点头认可。

##### 2. 表示。

教师板书-3和+3。

师：-3和+3可能表示什么意思呢？

师：那我给你一条线，你们是不是能在上面找出这两个数呢？

表示学生的不同作品，教师不作讲评。

生<sub>1</sub>： 

生<sub>2</sub>： 

生<sub>3</sub>： 

#### (二) 丰富情境，扩展外延

##### 1. 初步了解正、负数，学习读法。

师：先学习温度里的正、负数。

课件出示：

北京：-3℃ 杭州：+3℃

缙云：+7℃ 哈尔滨：-13℃

师：像刚才用来表示零下温度的-3、-13就是负数。（板书：-3 -13 负数）

师：（指着-3）会读吗？

生<sub>1</sub>：零下三摄氏度。

生<sub>2</sub>：减三。

师：我们单独把这个数写出来，它就不再表示温度，在这里，它读作：负三。这个“-”

号表示负号。

学生跟读，再练习“-13”的读法。

用同样的方法学习正数的读法。

2. 在温度计上找温度，初步体会“0”的意义。

师：你能从温度计中找出-3和+3吗？

课件出示：



生<sub>1</sub>、生<sub>2</sub> 分别在不同位置上找到了-3和+3。

生<sub>3</sub>：（很着急地）老师，我觉得在这里不能找到这两个温度！

师：为什么？

生<sub>3</sub>：因为没有0℃。

（其余学生纷纷表示赞同）

课件出示：



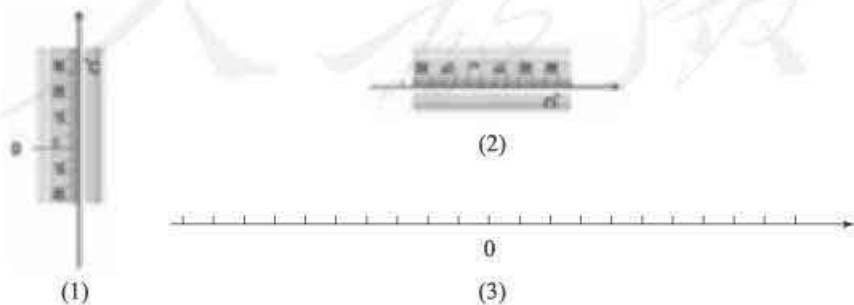
教师与学生一起找-3℃，学生在作业纸上找另外三个温度，并与同桌交流找温度的办法。

3. 横放温度计，引出数轴。

（1）认识数轴。

师：刚才找温度时，我们都要先找到0摄氏度，0℃以上的就是正数，0℃以下的就是负数。大家注意看屏幕，我把温度计的位置变一变，看看你还能不能找到正、负数的位置。

课件演示把温度计顺时针旋转90°，再隐藏，剩下数轴，如下图。

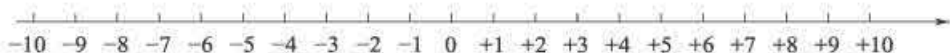


师：（指数轴0的右边）这边表示什么数？

课件逐步出示： $+1$ 、 $+2$ 、 $+3$ 、 $\dots$

师：（指数轴上0的左边）那这边呢？

师一边指刻度，学生一边数出： $-1$ 、 $-2$ 、 $-3$ 、 $\dots$ 形成以下图形：



(2) 在数轴上找正、负数。

4. 用正、负数表示海拔。



5. “0”的再认识。

师：同学们，在温度里，我们以0为标准，比0高的是正数，比0低的是负数；在海拔里，以海平面0为标准，高于海平面为正，低于海平面为负。那0是什么数呢？

师：数学中规定，0既不是正数也不是负数。（板书：0既不是正数也不是负数）

6. 存折上的正、负数。

**存折**

日期	摘要	币种	存入或支出	金额	余额	账号
20101010	工资	存入	-	2000.00		
20101011	电费	支出	-	-100.00		
20101011	水费	支出	-	-30.00		

以负数表示什么意义？

师：大家发现没有，这些省略正号的就是我们以前学过的数。既然正号都可以省略，那干脆点儿，把所有负号都省略，好吧？（做擦负号的动作）

生：（齐）不行！

师：为什么？

生：如果把负号也省略了，那就变成正、负不分了。

(三) 练习巩固，提炼内涵

1. 练习巩固。

请你用正、负数将下列信息记录到表格中。

新学期光明小学三年级转入17人，四年级转出13人；小明去逛商场，先到地上三楼买鞋子，再到地下二楼买零食；水果店，每箱苹果赚15.5元，每箱梨亏3.3元。

转学情况		逛商场		水果店	
三年级	人	买鞋子	楼	苹果/箱	元
四年级	人	买零食	楼	梨/箱	元

## 2. 提炼内涵。

师：请大家回顾这节课中用来表示正、负数的一些词语。高于海平面为正，低于海平面为负；收入为正，支出为负；……（边说边用课件出示下图）

正数 高于 收入 转入 地上 赚 ……

0 \_\_\_\_\_

负数 低于 支出 转出 地下 亏 ……

师：大家看这些词语有什么特点？

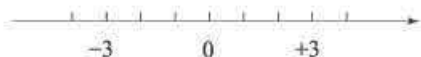
师：是啊，相反意义的量就可以用正、负数来表示。

### （四）首尾呼应，直击本质

师：同学们，学到这儿，你觉得你了解负数了吗？

让学生拿出课前表示的 $-3$ 和 $+3$ ，把表示不正确的作品进行修改。

观察数轴上 $-3$ 和 $+3$ 的相同点与不同点。（分别用红与蓝标出它们与 $0$ 的距离）



师：同学们，修改后的图是这样表示的吗？它们在数轴上有什么相同点和不同点？

生<sub>1</sub>：它们分别在 $0$ 的不同方向。 $-3$ 在 $0$ 的左边， $+3$ 在 $0$ 的右边。

生<sub>2</sub>：它们都是一样的。

师：谁理解“它们都是一样的”？

生<sub>3</sub>： $-3$ 和 $+3$ 离 $0$ 点都有 $3$ 格。也就是到 $0$ 点的距离一样长。

师：是这样吗？（课件演示移动后两条线段同样长）你还能在数轴上找到一对这样方向相反且到 $0$ 点距离相等的数吗？

生<sub>1</sub>： $+5$ 和 $-5$ 。

生<sub>2</sub>： $-101$ 和 $+101$ 。

师：能找一对这样的小数吗？

生： $-0.5$ 和 $+0.5$ 。

师：能找到一对这样的分数吗？

生： $-\frac{1}{4}$ 和 $+\frac{1}{4}$ 。

师：这样的数还有很多很多。（把黑板上的正、负数圈起来，并在圈内加上省略号）同学们，关于正、负数的知识还有很多，大家可以利用书本、网络等继续学习！

与前面的教学设计相比，很明显，已经舍弃了前面两个环节，即引发冲突感受负数产生的必要性和数学史学习。直接就问学生：“你了解负数吗？”再通过“请你举个例子”，在线段上表示 $-3$ 、 $+3$ ，把学生的经验激活并呈现出来。由此展开认识负数，在温度计上标示温度，初



步体验0的分界作用；并把温度计横放引出数轴，把所学的数依次排在数轴上，很自然地帮助学生建立起数的“框架”。借助海拔的情境，得出“0既不是正数，也不是负数”。之后存折、商场、转学、水果店情境中的负数，不断丰富学生负数的外延，此时，教师把本节课出现的能用正、负数表示的情境里的关键词进行抽象，让学生很自然地体会到相反意义的量。课尾，再次利用数轴，寻找-3、+3等在数轴上的异同点，也为初中学习有理数运算绝对值相等积累经验。

两次展示，尤其是后面一次由于朱老师观念的改变，课上得流畅了，前面教材研读中提出的“数轴”的目标定位问题得到了较好的解决和落实。但是材料还是过多，学生自主学习空间还是过小，看得出朱老师还是对事先收集的材料有诸多不舍。

#### 【再次调查：更充分了解学生的经验】

时隔三年，2013年12月，在华东六省一市第十五届小学数学课堂教学观摩研讨活动中，继续让金奎老师执教这节课，着重想解决的是学生经验的有效利用问题。

为更详细地了解学生对负数的现实基础，课前金奎老师对慈溪市城区200名学生和农村100名学生进行前测，前测的维度涉及“正、负数的读写及分类”“负数的生活表示”“正、负数的意义理解”和“0的状态理解”四个方面。通过前测发现：

- (1) 相当一部分学生会把正号和负号读成加或减。
- (2) 分类时，认为没写正号的数不是正数，把0归入正数或负数。
- (3) 有71%的受调查者认为负数就是小于0的数。
- (4) 车内上来8位乘客用+8表示，下去5位乘客用( )表示。有57.8%的学生能正确解答。
- (5) 小东身高150 cm，小红身高153 cm，小华身高147 cm，如果小东身高记作0，小红身高记作( )，小华身高记作( )。有93.4%的学生能正确解答。
- (6) 请把-2、-3、2、3标在下面的线上。



有44.4%的学生能正确解答，其中有分界意识的人数约占28.9%。

金老师通过调查分析，认为关于负数，农村与城区的学生差别并不大。教学需要着重解决的就集中在：一是0的归属问题；二是数表示在数轴上，学生会不会先考虑“0”的分界作用。

#### 【再次实践：充分利用学生的经验】

2013年11月，浙江省杭州市，华东六省一市第十五届小学数学课堂教学观摩研讨活动，执教者：金奎。

金老师承袭了朱老师的思路，但更充分地利用了学生的经验展开教学，具体教学过程如下：

(一) 围绕“-2”的不同表征，把握教学的起点

教师板书课题。

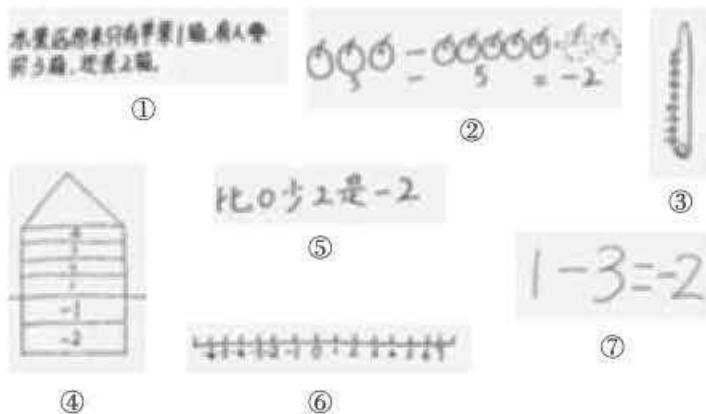
师：听说过负数吗？会不会写？请三个同学上黑板各写一个，其余同学在自己的本子上写。

师：(根据学生写的 $-1$ 、 $-2$ 、 $-3.5$ 、 $-\frac{2}{5}$ ) 这是负号。一起来读，读作负一、负二、负三点五、负五分之二。

师：学会了负数的读写，想一想，生活中在哪儿见到过负数呢？

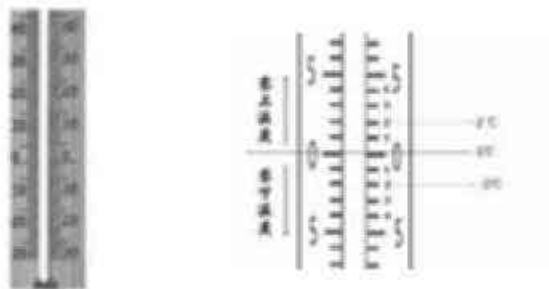
师：负数的应用真广泛。那么负数表示什么意义呢？选取刚才写的 $-2$ ，请用自己喜欢的方式在白纸上表示出它的意义，你可以画画图、列列式、写写话等。

根据学生反馈(如下面各图)，教师逐一板书： $-2$  少 亏 左 地下 零下



## (二) 渗透相反意义的量，建立正、负数的整体构架

1. 师：为了看得更清楚一些，把温度计放大。



观察一下：温度计上有两个 $2^{\circ}\text{C}$ ，如何区分？

生： $0$ 上 $2$ 格是 $2^{\circ}\text{C}$ ， $0$ 下 $2$ 格是 $-2^{\circ}\text{C}$ 。

师：先找什么？再怎么找？

生：先找 $0$ ，再往下数 $2$ 格，就是零下 $2^{\circ}\text{C}$ 。(先显示 $0$ ，再显示 $-2^{\circ}\text{C}$ 和 $2^{\circ}\text{C}$ )

师： $0$ 有什么作用？

生： $0$ 有分界的作用。高于 $0^{\circ}\text{C}$ 是零上温度，低于 $0^{\circ}\text{C}$ 是零下温度。

师： $-2^{\circ}\text{C}$ 表示零下 $2^{\circ}\text{C}$ ， $2^{\circ}\text{C}$ 表示零上 $2^{\circ}\text{C}$ 。

生读一读。

讨论：现在你知道为什么要用 $-2^{\circ}\text{C}$ 来表示零下 $2^{\circ}\text{C}$ 了吗？

生：因为有两个 $2^{\circ}\text{C}$ ，是零下还是零上要区分开来。

师：是啊，以前学过的数只能够表示零上温度或零度，那零下温度就要用负数来表示了。

请看：虽然零上  $2^{\circ}\text{C}$  与零下  $2^{\circ}\text{C}$  距离 0 都是  $2^{\circ}\text{C}$ ，但用一个数学符号就区分开来了，简洁吗？

教师逐一出示学生的表征，让学生完善描述：

地上 2 层记作 2 层，地下 2 层记作 -2 层——电梯；

盈利 2 元记作 2 元，亏本 2 元记作 -2 元——亏 2 元相对盈利 2 元；

多 2 记作 2，少 2 记作 -2——比 0 少 2 相对比 0 大 2；表征  $1-3=-2$  相对  $3-1=2$ 。

2. 师：观察用画一画、列一列、写一写多种方式表示出的 -2，这些信息有什么共同特点？同桌交流一下。

生<sub>1</sub>：每组的意思都是相反的。

生<sub>2</sub>：好像语文当中的反义词一样。

师：（小结）零上和零下、地上和地下……每组的意义都相反，这使我们明白了一个道理：2 和 -2 表示一组相反意义的量。

师：（推广）除了 2 和 -2，还能举出其他例子来表示另外一些相反意义的量吗？

生<sub>1</sub>：往前走三步记作 3 步，往后走三步记作 -3 步。（师板书：前、后 3、-3）

生<sub>2</sub>：顺时针转 6 圈记作 6 圈，逆时针转 6 圈记作 -6 圈。（师板书：顺、逆 6、-6）

……

师：这些负数的表示都十分吻合人们的生活习惯。下面的数能理解吗？



生<sub>1</sub>：+20 表示得到 20 分，-20 表示扣去 20 分。

生<sub>2</sub>：+150 表示存入 150 元，-150 表示支出 150 元。

师：得到和扣去、存入和支出，都表示一组相反意义的量。存折上是怎么规定的？

生：存入为正，支出为负。

师：（手指板书上一些数）像以前学过的很多数都是正数。+150，读作正一百五十，2 也可以写成 +2，读作正二，……省去正号和加上正号都是正数。

师：正号可以省去，那负号可以省去吗？为什么？

生<sub>1</sub>：去掉负号那就变成正数了，搞不清楚相反意义的量了。

生<sub>2</sub>：像存折上，如果去掉负号，那么支出和存入都分不清，要乱套。

师：回想一下，以前学习中，当测量中无法用整数表示多一些时，我们就去认识了分数和小数。现在有一组相反意义的量，一个量用以前学过的数来表示，那么与它相反意义的另一个量就需要用一种新的数——负数来表示。

（三）关注 0 的静动态变化，体会标准的相对性

师：一起来填一填相反意义的量，继续认识负数。

(1) 一个人体重增加 1.2 kg 记作 +1.2 kg, 体重减轻 0.5 kg 记作 ( ) kg。

(2) 向东走 10 m 记作 ( ) m, 那么向西走 14 m 记作 ( ) m。

生: 一个人体重增加 1.2 kg 记作 +1.2 kg, 体重减轻 0.5 kg 记作 -0.5 kg。

师: 去掉符号后数不同, 但只要意义相反的, 都可以用正、负数来表示。第 (2) 题呢?

生<sub>1</sub>: 向东走 10 m 记作 +10 m, 那么向西走 14 m 记作 -14 m。

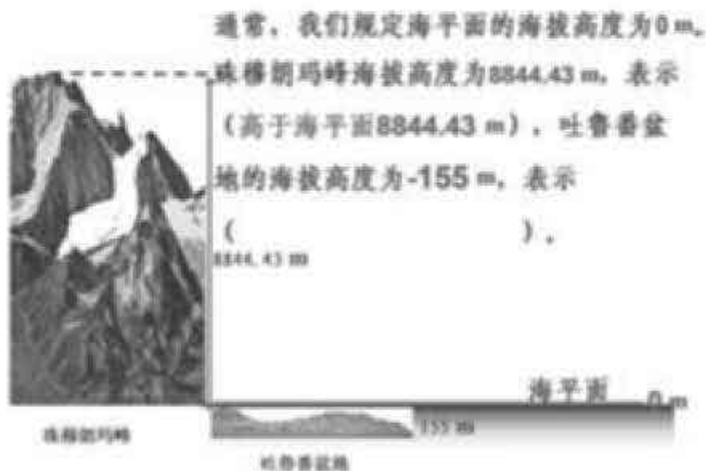
生<sub>2</sub>: 向东走 10 m 记作 -10 m, 那么向西走 14 m 记作 +14 m。

师: 同学们有没有想法?

生: 我认为两种都对, 因为规定了正数, 与它相反的可以用负数来表示。

师: 的确, 只要规定合理, 两种都是可以的。看来规定哪个为正是非常重要的。

师: (出示下图) 规定是什么? -155 表示什么意思?



生: 把海平面规定为 0, -155 m 表示低于海平面 155 m。

师: 高于海平面为正, 低于海平面为负, 那 0 呢?

生: 0 既不是正数, 也不是负数。(师板书)

师: 既然有规定, 如果 -2 这样表示: 小华身高可表示为 -2 cm。你觉得可能吗?

小华的身高可表示为 -2 cm。

全国 12 周岁儿童身高的正常范围为 140~160 cm。



生：不可能，因为人的身高不可能是负数的。

师：你再想想？

生：有可能，如果找一个比小华高 2 cm 的人为标准，那么小华身高可表示为 -2 cm。

师：给你个信息，全国 12 周岁儿童身高的正常范围为 140~160 cm。

生：小华 158 cm，如果以 160 cm 为标准，记作 0，小华可表示为 -2 cm。

师：如果以最低的 140 cm 为标准呢？

生：小华可表示为 +18 cm。

师：同样一个小华，怎么一会儿用正数表示，一会儿用负数表示，你又有何想法？

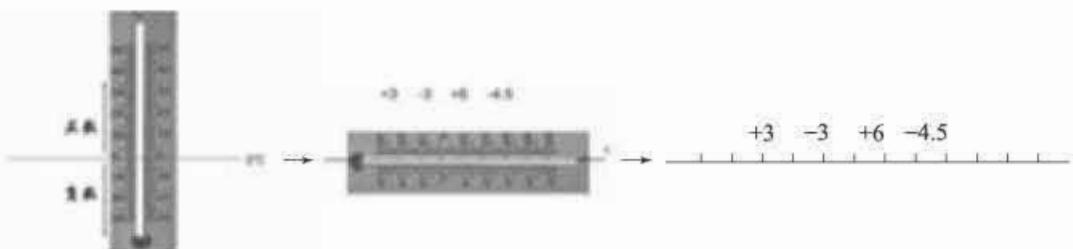
生：以谁为“0”非常重要！

师：好一个变化多端的“0”！看来确定标准是关键。标准变化，就会引起正、负的变化。如果分别以这两个为标准，你能表示出自己的身高吗？

(四) 沟通生活与数学，激发学习的应用意识

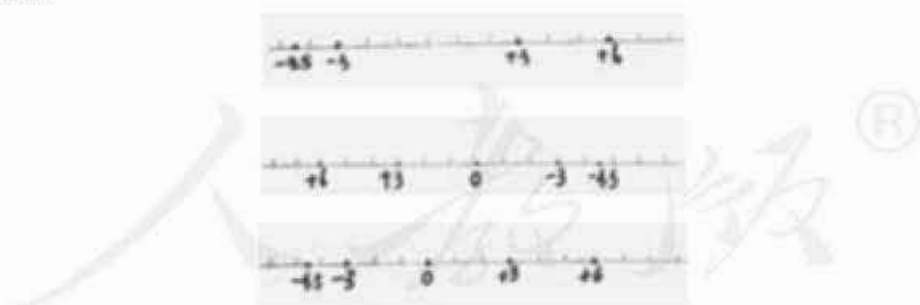
师：我们回头来观察，温度计把水结冰的温度规定为  $0^{\circ}\text{C}$ 。以 0 为界，0 上为正，0 下为负（课件出示）。负数一定在下面的吗？请看。

课件演示温度计抽象成直线。



师：请把这些数表示在这样的直线上。

生反馈：



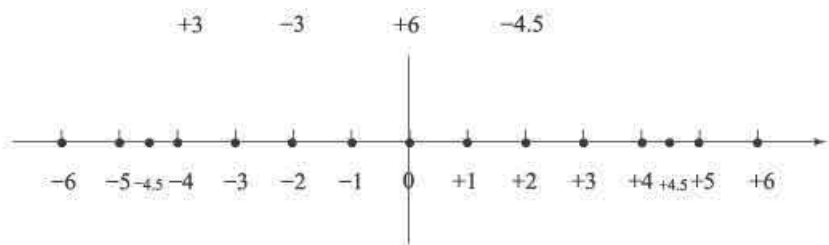
师：谁写得让你很明白？为什么？

生：第二幅和第三幅比较好。

师：第一幅为什么不喜歡？

生：因为没有写 0。

师：（课件演示）先写哪个数？



生：先写0。

师：+3怎么找？

生：往0的右边数3格。

师：为什么在右边，而不在左边？

生：左边也可以的。

师：为了研究方便，数学上通常把0的右边规定为正，用箭头做个记号。（加上表示正方面的箭头）-3怎么找？

生：0往左数3格就是-3。

师：这是+4.5，那表示相反意义的-4.5呢？

生：离0都是4.5格。

师：+6离0越来越远了，-6离0近了还是远了？

生：离0也越来越远了。

师：如果这里是+10，一定会有什么数？+100呢？+1000呢？你有什么想法？

生：我感觉这样一对一对的正、负数，都是对称的。

师：（课件一对一对演示）确实是对称关系。

生：直线上会有这么多的正数，就会有这么多的负数。

师：这样一对数中，总是一个为正，另一个就为负。有个数很孤单，再一次说明什么？

生：0既不是正数，也不是负数。

师：刚才同学们写出 $1-3=-2$ ，现在你能根据这个图来解释一下它的意义吗？

生：从1起，往左数3格，正好是-2的位置。

师：这是我们以后初中要学习的内容。

由于金老师课前对学生的情况有了清晰而全面的了解，综观整节课每个环节，材料进行了很好的整合，也具有很强的针对性，并给了学生很大的自主探索空间。课一开始，教师通过让学生上台写几个负数并读出负数，简单直接切入主题。再引导学生用自己的方式表示心目中的“-2”，从而再次激活学生的经验。通过学生的说理、教师的追问以及学生间的辨析，学生清晰地认识到多2、零上 $2^{\circ}\text{C}$ 、地上2层等都可以用+2来表示，少2、零下 $2^{\circ}\text{C}$ 、地下2层等则用-2来表示，从而很自然地看到：+2和-2是一组相反意义的量。整节课围绕重点呈现出清晰而大气的脉络，无论是-2的表征、0的状态，还是数轴的出示、把数表示在数轴上，都与学生已有经验进行了很好的对接。

先研究一类数——负数，后两类数结合——正、负数，再一对一对同时出现在数轴上，为

相反数的学习提供更为直观的抓手。“+1 与 -1、+3 与 -3、+6 与 -6 到 0 的距离都相同，并且在 0 的左边和右边。”“+3 离 0 越来越远了，-3 离 0 是近了还是远了？如果 +4、-4 呢？+5、-5 呢？请用手势表示：+10、-10 呢？直线可以向两边无限延伸，继续用手势表示：+100、-100、+1000、-1000、……”当一对一对相反意义的量呈现到此时，非常清楚地显示着 0 的“孤单”，没有成对，它不是正数，也不是负数，这比任何一种语言的表述更形象，更有说服力。

这样一来，对相反意义的量进行了深度刻画，也对 0 的状态进行了有效体验。本节课对教材进行了大幅度的处理，把数表示在数轴上，适当把生活中的负数上升为纯数学的理性表征，既对中学的学习进行了恰当的衔接，也保持了小学学习的阶段性。

#### 四、体会和思考

“认识负数”是在学生已经认识了自然数，并是在基本认识了分数和小数的基础上进行教学的。课程标准对这一内容的总体教学要求定位为“了解”，即在熟悉的生活情境中，了解负数的意义，会用负数表示日常生活中的一些量。但“了解”不只是停留在生活层面上的肤浅认识，凭我们从学生的前测结果分析，绝大多数学生在生活中听说过或见到过负数，只是不知道负数所表示的意义，因此，让学生理解负数的意义是教学的重点。要使学生对正、负数的认识逐渐从生活经验上升到数学概念，并尝试从数学的角度去理解、表达和运用，促进学生对负数本质的真正理解，我们认为：对“0”的再认识是关键，既然正、负数是一对具有相反意义的量，中间肯定需要分界点，所以对“0”的含意的理解程度将直接影响学生对正、负数概念的建构。尽管教材呈现了不少知识点，但着重围绕“相反意义的量”和“分界点”做文章即可。

同时，我们心里要更清楚：学生想什么比教师讲什么重要千百倍。为此，我们还需要继续思考：人教版教材把这一内容的学习放在六年级下册，从中小衔接的角度是否更合理？另外，也意味着学生有了更丰富的生活经验和更强的学习能力，是否可以把知识点的梳理、相反意义的量的感悟、“0”的含意及在数轴上表示数等，都放手让学生自主探究，教师只是做适当的引导和补充呢？

## 四、评价建议与评价样例

### （一）评价建议

根据本单元的教学内容和教学目标，在评价学生的学习时，既要关注学生对负数的认识，也要关注学生主动参与学习活动的情况，关注学生合作交流的情感和态度的发展，对学生做出合理的、激励性的评价。

知识与技能方面：能否结合熟悉的生活情境，了解负数的含意；能否正确读、写负数和正数；是否知道 0 既不是正数也不是负数。

数学思考及解决问题方面：能否用负数表示日常生活中的简单问题并进行适当的解释。能否自觉用正数和负数来表示日常生活中具有相反意义的量。

情感与态度方面：对周围环境中与负数有关的事物是否有好奇心；能否积极主动地参与教师组织的各种学习活动；是否能体验到负数与日常生活的密切联系，并主动应用负数进行表达和交流；是否乐于帮助同伴，愿意与同伴进行讨论与交流，发现错误能及时改正。

## (二) 评价样例

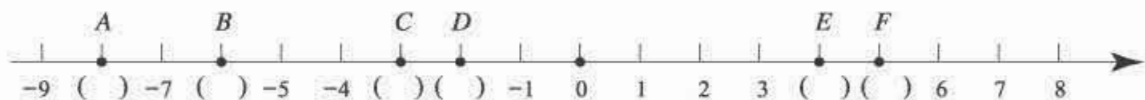
为方便教师评价，下面提供部分评价样例。

### 1. 填空题。

- (1) 某地一天最低气温是零下八摄氏度，写作（ ）。
- (2) 在  $0.5, -3, +90\%, 12, 0, -\frac{3}{2}$  这几个数中，正数有（ ），负数有（ ），（ ）既不是正数，也不是负数。
- (3)  $+4.05$  读作（ ），负四分之三写作（ ）。
- (4) 向东走  $9\text{ m}$  记作  $+9\text{ m}$ ，那么  $-7\text{ m}$  表示（ ）。
- (5) 银行存折上的“ $2000.00$ ”表示存入  $2000$  元，那么“ $-500.00$ ”表示（ ）。
- (6) 在带有正、负数的直线上， $-2$  在  $-5$  的（ ）边。
- (7) 上楼共跨了  $40$  级台阶记作  $+40$ ，下楼跨了  $22$  级台阶记作（ ）。
- (8) 温度上升  $10\text{ }^\circ\text{C}$  记作  $+10\text{ }^\circ\text{C}$ ，下降  $8\text{ }^\circ\text{C}$  记作（ ）。
- (9) 淘淘向东走  $48\text{ m}$ ，记作  $+48\text{ m}$ ，那么淘淘向西走  $60\text{ m}$  记作（ ） $\text{m}$ ；如果淘淘向南走  $36\text{ m}$  记作  $+36\text{ m}$ ，那么淘淘走  $-52\text{ m}$  表示他向（ ）走了（ ）。
- (10) 在知识竞赛中，如果用  $+10$  分表示加  $10$  分，那么扣  $20$  分表示为（ ）。

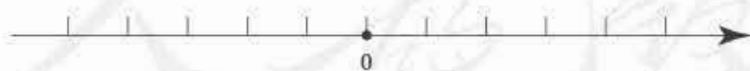
### 2. 在数轴上表示下列各数。

(1) 写出 A、B、C、D、E、F 点表示的数。



(2) 在数轴上表示下列各数。

$1.5, -\frac{1}{2}, -4, \frac{4}{3}, 5, -2, 3.5$



3. 一辆公共汽车从起点站开出经停靠站载客数量记录如下表。

	起点站	A站	B站	C站	D站	E站	
人数（+表示上车，-表示下车）	+15	+10	+3	+5	0	+1	…
		-2	0	-4	-3	-6	…

- (1) 从起点站到 E 站中（ ）站没人上车，（ ）站没人下车。
- (2) 公共汽车从 C 站开出时车上有（ ）人，E 站开出时车上有（ ）人。



## 第二单元 百分数（二）

### 一、教材说明和教学建议

#### （一）教学目标

1. 使学生理解折扣、成数、税率、利率的含义，知道它们在生活中的应用，会进行相关计算。
2. 使学生联系已有的知识和经验进行分析、比较、抽象、概括、归纳、推理等活动，提高解决有关百分数的实际问题的能力。
3. 使学生感受数学知识和方法的应用价值，获得成功的体验，增强学习数学的兴趣和信心。

#### （二）内容安排及其特点

##### 1. 教学内容和作用

本单元内容是在学生理解百分数的意义、掌握分数四则混合运算、能用分数四则运算解决实际问题、会解决一般性的百分数实际问题的基础上进行教学的。六年级上册主要编排百分数的认识以及用百分数解决一般性的问题，而本单元主要涉及折扣、成数、税率、利率等百分数的特殊应用。通过这些与生活实际密切相关的知识的学习，使学生进一步了解百分数在生活中的具体应用，提升灵活应用数学知识的能力。

通过本单元的学习，使学生在解决有关折扣、成数、税率和利率等一些与百分数有关的实际问题时，进一步体会百分数与分数之间的内在联系，完善认知结构。所以，通过本单元的学习，学生利用迁移、比较、推理，进一步巩固涉及分数的相关数量关系。

由于本单元后面的“综合与实践”活动——“生活与百分数”与本单元内容紧密相连，因此，也在本单元中加以说明。

本单元教材的具体内容安排如下表。



## 2. 教材编排特点

(1) 从学生已有的知识和生活经验出发, 突出百分数的广泛应用。

本单元的选材, 注意从实际出发, 贴近学生生活, 做到直观、有趣、充满时代气息。例题编排中, 注重从生活现象中提取有关百分数的数学问题, 重点突出解决有关折扣、成数、税率和利率等实际问题的学习。例如, 折扣问题的教学中, 教材一开始就出现百货商场打折的信息, 通过对话说明八五折就是原价的 85%, 从生活情境入手, 唤起学生的生活经验, 激发起自主解决实际问题的愿望。

(2) 教材编排凸显层次性。

教材依次按照折扣、成数、税率和利率的顺序编排, 体现了从简单到综合的层次性。折扣问题、成数问题都包含了一个数的百分之几、比一个数多(或少)百分之几等数量关系, 但折扣问题与学生生活实际的联系更加紧密, 学生比较容易理解, 而成数是表示农业收成方面的术语, 离学生的生活稍远一点。接着在引入税率的过程中, 先介绍纳税的意义、税收的用途及种类, 再介绍应纳税额和税率的含义, 生活情境开始趋于复杂化。最后在介绍利率的时候, 由于增加了时间变量, 使得计算利息时, 复杂程度更大。由于有时间、利息和本金三个变量, 比前面的知识内容更能体现应用的综合性。

(3) 举例说明相关概念, 并注意与已学的百分数知识进行联系与沟通。

本单元对折扣、成数、税率和利率等内容, 都是先呈现概念, 并举例说明, 使学生将这些概念与已学的百分数知识进行类比。通过百分数在生活中的这些特殊应用, 进一步巩固有关百分数的数量关系, 提升应用百分数解决实际问题的能力。

## (三) 教学建议

1. 加强数学与实际生活的联系, 培养学生应用数学的意识。

本单元在加强数学与现实生活的联系、培养学生应用数学的意识等方面做了不少的努力。教学时, 要充分利用这些资源, 加强数学与实际生活的联系。如在教学折扣、成数、税率和利率之前, 可以让学生利用课外时间了解和收集有关折扣、成数、税率和利率等方面的信息。一方面, 可以提高学生的学习兴趣, 激发学生自主探究的欲望; 另一方面, 可以大大丰富学习的素材, 有利于学生进一步巩固用百分数解决实际问题的方法, 深入理解百分数在生活中的应用价值。

2. 开放教学过程, 培养学生综合应用数学的能力。

学生各方面能力的全面发展是我们教学的首要任务。如果只把学生的数学学习局限于课堂, 会严重阻碍学生综合能力的提高。本单元教学内容与生活息息相关, 教学中, 可以尝试开放教学过程。例如, 课前可以让学生分组, 进行有关折扣、成数、税率和利率知识的调查, 通过对相关信息的搜集, 培养学生搜集信息的意识和实际调查的能力, 同时又能培养学生的合作精神和能力; 课堂教学中, 让学生通过小组交流, 把搜集到的信息进行汇报、交流, 总结税款、利息的求法, 可以培养学生的信息交流和处理能力; 课后, 还可以让学生去亲自实践, 体验储蓄的过程, 培养学生良好的生活习惯和利用数学知识解决实际问题的能力。

3. 建议用 6 课时教学(包括“生活与百分数”的 1 课时)。

## (四) 具体内容的教材分析和教学建议

### 2 百分数(二)

#### 折扣

商店有时降价出售商品,叫做打折扣销售,简称“打折”。几折就表示十分之几,也就是百分之几十。例如,打九折出售,就是按原价的90%出售。



八五折就是原价的85%。

爸爸,什么叫做“八五折”?

这辆车多少花了1元。



(1)爸爸给小雨买了一辆自行车,原价180元,现在商店打八五折出售,买这辆车用了多少钱?

$$180 \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \text{ (元)}$$

(2)爸爸买了一个随身听,原价160元,现在只花了九折的钱,比原价便宜了多少钱?

$$160 \times (1 - 90\%) = \frac{\quad}{\quad} \text{ (元)}$$

#### 做一做

算出下面各物品打折后出售的价钱。(单位:元)



六五折

原价:80.00  
现价:\_\_\_\_\_



七折

原价:105.00  
现价:\_\_\_\_\_



八八折

原价:35.00  
现价:\_\_\_\_\_

#### 编写意图

(1)教材以日常生活中常见的商场店庆时商品打折销售的情境引入“折扣”概念,并具体说明打折的含义,即几折就表示十分之几,也就是百分之几十。但也有学生很容易错误理解成打几折就是售价减少了原价的十分之几。因此,教材接着举例说明,打九折就是按原价的90%出售,帮助学生更准确地理解。

(2)例1以爸爸和小雨在商店买打折商品的具体情境,引出求商品的折后价和节省了多少钱的实际问题,实际上就是解决求一个数的百分之几是多少和求比一个数少百分之几的数是多少的问题。首先要让学生理解八五折表示的实际含义,在此基础上,放手让学生自行解决问题。

(3)教材安排的“做一做”的练习,都是出示原价和折扣,要求计算现价,使学生牢固掌握“原价 $\times$ 折扣=现价”的数量关系。

#### 教学建议

(1) 紧密联系生活实际,帮助学生理解“折扣”的实际含义。

折扣是商品经济中经常使用的一个概念,与人们的生活联系密切。教学中要利用教材的生活情境,联系学生的生活经验,唤起学生对所学内容的兴趣。

(2) 引导学生主动迁移,把折扣问题与已学的百分数问题联系起来。

折扣问题是百分数问题在实际生活中的特殊应用。解答时,要引导学生弄清楚八五折、九折表示什么含义。并把实际问题转化成百分

数问题,即分别为求180元的85%是多少和求比160少10%的数是多少。

(3) 可根据学生的接受情况,适当补充关于折扣的其他实际应用。

例如,在打折销售时,有些商场模仿国外的打折方式,呈现的是类似“off 30%”的形式。教师首先要让学生知道它表示“降价30%”,例如,要求一件原价为200元的服装按“off 30%”的方式打折后的价格,列式应为 $200 \times (1 - 30\%)$ ;而要计算该服装打折后便宜了多少钱,列式为 $200 \times 30\%$ 。



## 税率

纳税是根据国家税法的规定，按照一定的比率把集体或个人收入的一部分缴纳给国家。税收是国家收入的主要来源之一。国家用收来的税款发展经济、科技、教育、文化、国防等事业。因此，每个公民都有依法纳税的义务。



你知道哪些纳税项目?

税收主要分为消费税、增值税和个人所得税等几类。缴纳的税款叫做应纳税额，应纳税额与各种收入（销售额、营业额……）中应纳税部分的比率叫做税率。

**3** 一家饭店 10 月份的营业额中应纳税的部分是 30 万元。如果按应纳税部分的 3% 缴纳增值税，这家饭店 10 月份应缴纳增值税多少万元？

$$30 \times 3\% = 0.9 \text{ (万元)}$$

答：这家饭店 10 月份应缴纳增值税 0.9 万元。

## 做一做

李阿姨的月工资是 7500 元，扣除 5000 元个税免征额后的部分需要按 3% 的税率缴纳个人所得税。她应缴个人所得税多少元？



## 编写意图

(1) 教材首先通过图文结合的方式说明了纳税的含义以及税收的用途。四幅图分别体现了税收在国家基础建设和公益事业等领域的作用与意义，指出每个公民都有依法纳税的义务，对学生进行公民教育。

(2) 教材通过小精灵的提问，进一步让学生了解纳税的种类以及应纳税额与税率的概念，理解应纳税额、各种收入与税率三者之间的关系。由于税种较多，税率各不相同，教材没有给出具体的税额计算公式。在实际生活中，最困难的并不是计算本身，而是对于税种、应纳税额及税率的确定。

(3) 例 3 是以增值税为例，教学应纳税额的具体求法，其实质是求一个数的百分之几是多少的问题。在解决实际问题时，需要学生明确这一问题中的“一个数”指的是哪一部分应纳税额，“百分之几”指的是哪个税率。例如，例 3 中增值税的税率是针对营业额中应纳税的部分而言的，而“做一做”中的应纳税额是月工资扣除 3500 元所剩余的部分而不是所有的工资。

## 教学建议

(1) 加强数学知识与现实生活之间的联系，关注学生的生活经验。

“现实性”是这一内容的显著特点，因为税收伴随着我们每一个人的生活，虽然有时不是那么明显，例如，我们购买的每一件物品的价格中已经包含了各种复杂的税额。教学时，要尽可能使学习内容贴近学生的生活，并通过课后延伸等方式，为学生提供一个更为宽广的学习空间。例如，可以让学生了解不同的税种的税率，再如，即使只是个人所得税一项，因收入的高低不同，所适用的税率也是不同的。

可以通过收集有关税收的信息、互相交流，扩大学生的数学视野，更深地体会数学在社会生活中的作用。

(2) 引导学生自主探索有关税收的实际问题的解决方法。

在学生充分理解了应纳税额（即各种收入）、税率和应纳税额的数量关系之后，应鼓励学生自主探索，尝试解决各种税收问题。例如，“做一做”中的问题，可以像教科书上一样，直接求个人所得税；也可以改变问题，让学生用多样的解法求出税后收入；还可以直接给出某人所缴的税额，反推出其工资收入。这样，有利于提高学生用百分数解决问题的能力。

## 编写意图

(1) 教材首先说明了储蓄的意义,说明什么是本金、利息、利率以及三者之间的数量关系式,即利息=本金×利率×存期。利率是一个与存期直接相关的概念,在计算时要注意利率与存期的对应性,例如,二年期的年利率是2.10%,指的是不是两年内的利息与本金的比率是2.10%,而是指这两年中每年的利息与本金的比率是2.10%。此外,利率会根据国家经济的发展变化而发生动态变化,利率的变化反映了国家经济政策的调整。因此,利率的时间性也是学生需要关注的一个问题。现代经济生活日益灵活,各种储蓄、理财方式层出不穷,但其收益的基本计算模式是不变的。

(2) 例4通过两种方法解决王奶奶存5000元的两年定期后可以取回多少钱的问题,掌握计算利息的基本方法。既可以先计算利息,再加上本金;也可以直接用“求比一个数多百分之几的数是多少”来解决。在这里,由于存的是两年定期,需要找到相应的年利率,并注意存期为2年。而在“做一做”中,由于存期是3年,其年利率也要相应地改变。

## 教学建议

(1) 密切联系现实生活,增强课堂学习的趣味性。

在教学过程中,要创设与生活实际密切相关的情境,引导学生回忆日常生活中关于储蓄的经验和知识,增强课堂教学的趣味性,激发学生学习的兴趣,从而加深学生对本金、利息和利率的认识,并理解三者之间的数量关系。

(2) 要引导学生自主学习。

在例4的教学中,要注重让学生在理解相关概念的基础上独立分析解题思路,鼓励学生用不同的方法来解答。学生在交流解题思路

## 利率

人们常常把暂时不用的钱存入银行储蓄起来,储蓄不仅可以支援国家建设,也使得个人钱财更安全,还可以增加一些收入。

在银行存款的方式有多种,如活期、整存整取、零存整取等,存入银行的钱叫做本金,取款时银行多支付的钱叫做利息,单位时间(如1年、1月、1日等)内的利息与本金的比率叫做利率。利息的计算公式是:

$$\text{利息} = \text{本金} \times \text{利率} \times \text{存期}$$

根据国家经济的发展变化,银行存款的利率有时会有所调整。2015年10月中国人民银行公布的存款利率如下表:

存期	整存整取				
	三个月	六个月	一年	二年	三年
年利率(%)	0.35	1.10	1.30	1.50	2.10

4 2015年11月,王奶奶把5000元钱存入银行。

除了本金,还能拿一些利息。

两年两年,利息可以取回多少钱呢?

想,到期时,除了本金,还应加上利息,就是王奶奶可取回的钱。

小明的算法:

$$5000 \times 2.10\% \times 2 = 210 \text{ (元)}$$

$$5000 + 210 = 5210 \text{ (元)}$$

小丽的算法:

$$5000 \times (1 + 2.10\% \times 2)$$

$$= 5000 \times (1 + 0.042)$$

$$= 5000 \times 1.042$$

$$= 5210 \text{ (元)}$$

答:到期时王奶奶可以取回5210元。

## 做一做

2015年11月,张爷爷把儿子送来的8000元钱存入银行,存期为3年,年利率为2.75%。到期支取时,张爷爷可得到多少利息?到期时张爷爷一共能取回多少钱?

时,教师要及时点出计算利息需注意的若干方面,如选择哪个利率,不要漏了乘上存期等。并对不同的解决方法进行比较,引导和鼓励学生拓宽解题思路。

(3) 结合储蓄的内容鼓励学生了解相关金融知识,拓宽知识面。

通过利率等相关知识的教学,一方面鼓励学生养成勤俭节约的好习惯,另一方面也可以通过让学生了解相关金融知识,培养学生从小理财的意识。尤其是理财方式精彩纷呈的今天,学生通过了解不同理财方式的不同利率,计算不同理财方式所带来的不同收益,可以进一步牢固地掌握涉及百分数的问题的解决方法。

## 编写意图

(1) 例 5, 让学生综合运用折扣知识解决生活中的“促销”问题。使学生对不同的促销方式有更深入的认识。例如, 学生在解决了这一问题后, 会自觉思考“每满 100 减 50 元”和“打五折”有什么区别。

(2) 在“阅读与理解”环节, 重点是使学生思考“每满 100 元减 50 元”的具体含义。在“分析与解答”阶段, 在对两种不同促销方式形成深入理解的基础上求出实际的花费。通过“回顾与反思”, 让学生明白“每满 100 元减 50 元”这种方式只是对价钱中的 100 元打五折, 没有满 100 元的部分没有享受这个折扣。而 A 商场则是对所有的钱数实行五折优惠。因此, 即使不计算出两种销售方式的实际花费, 也能判断“每满 100 元减 50 元”不如打五折实惠。商品的价格比整百数多的时候, 越接近于整百数, 两者的优惠力度越接近; 而商品的价格比整百数小的时候, 越接近于整百数, 两者的优惠力度差别越大。

(3) “做一做”, 让学生及时巩固例 5 中涉及的两种折扣方式, 进一步体会数学知识在实际生活中的价值。

5 某品牌的裙子搞促销活动, 在 A 商场打五折销售, 在 B 商场按“每满 100 元减 50 元”的方式销售。妈妈要买一条标价 230 元的这种品牌的裙子。

- (1) 在 A、B 两个商场买, 各应付多少钱?
- (2) 选择哪个商场更省钱?

**阅读与理解**

“每满 100 元减 50 元”是什么意思?

就是在总价中取整百元部分, 每个 100 元减去 50 元, 不满 100 元的部分不参与优惠。

**分析与解答**

在 A 商场买, 直接按总价的 50% 计算实际花费。

在 B 商场买, 先看总价中有几个 100, 230 里有 2 个 100, 然后从总价中减去 2 个 50 元。

在 A 商场买的实际花费:  $230 \times 50\% = 115$  (元)

在 B 商场买的实际花费:  $230 - 50 \times 2 = 130$  (元)

$115 < 130$

**回顾与反思**

总价每满 100 元减 50 元, 不如打五折实惠。如果总价比整百数多一点, 就相差不了。

以后遇到类似的购物、理财问题。

答: 在 A 商场买应付 115 元, 在 B 商场买应付 130 元; 选择 A 商场更省钱。

### 做一做

某品牌的旅游鞋搞促销活动, 在 A 商场按“每满 100 元减 40 元”的方式销售, 在 B 商场打八折销售。妈妈要买一双标价 120 元的这种品牌的旅游鞋。

- (1) 在 A、B 两个商场买, 各应付多少钱?
- (2) 选择哪个商场更省钱?

12

## 教学建议

### (1) 加强数学的实践性。

打折销售, 与学生的日常生活息息相关, 学生并不感到陌生。有条件的地区, 可让学生在课前进行调查, 了解商场的一些促销方式, 并理解其实际含义。例如, 直接打几折, “满 100 元返 50 元礼券”“每满 100 元减 50 元”“买五件送一件”, 都是很有代表性的促销方式。

(2) 引导学生理解不同促销方式的数学含义。

对于“打几折”, 学生通过前面的学习已经知道其数学含义就是“求原价的百分之几

十”。而对于“每满 100 元减 50 元”的方式, 要引导学生发现最关键的是找到商品的价格里有几个 100 元, 就要减去几个 50 元。在此基础上, 也可进一步延伸, 例如, 可以计算一下在 B 商场买这条裙子, 相当于打了几折, 即  $130 \div 230 \approx 56.5\%$ 。通过比较, 使学生发现什么情况下两种促销方式折扣相同 (价格为整百元), 什么情况下两种促销方式折扣比较接近 (总价比整百元多一点点), 什么情况下两种促销方式折扣差距较大 (总价比整百元少一点点)。通过这些问题的思考, 培养学生的反思和讨论问题的能力, 从而把提高学生问题解决能力的教学目标真正落到实处。

## 编写意图

(1) 第1~3题是关于折扣的巩固练习。

第1题,除了让学生解决一般性的折扣问题之外,第(2)小题让学生学会开放性地解决实际问题。

第3题,是属于“已知比一个数少百分之几的数是多少求这个数”的问题,需要学生联系已经学过的分数乘、除法问题,明确数量关系,在找准对应关系(节省的钱对应的是“二折”)的基础上列出正确的方程。

(2) 第4、5题,是关于成数的巩固练习。

第4题,转化成百分数问题就是“求比2.8多30%的数是多少”,学生可以有 $2.8 + 2.8 \times 30\%$ 和 $2.8 \times (1 + 30\%)$ 两种不同的解法。

第5题,是单位“1”未知的题目,转化成百分数问题就是“已知比一个数多30%的数是1.3,求这个数”。

## 练习二



(1) 打完折扣,每种面包各多少元?

(2) 顾客8.00以后,玲玲拿了3元钱去买面包,她可以怎样买?

2. 晓风的爸爸和妈妈去买新家具,他们选中了图中的家具,打完折扣后,分别应付多少钱?



3. 书店的同学凭优惠券可打八折,小明用优惠券买了一本书,省了9.6元,这本书原价多少钱?

4. 某县前年粮食产量为2.8万吨,去年比前年增产三成,去年粮食产量是多少万吨?

5. 某汽车出口公司二月份出口汽车1.3万辆,比上月增长三成,一月份出口汽车多少万辆?



13

## 教学建议

(1) 提高学生把相关实际问题转化为百分数问题的能力。

进行巩固练习时,要引导学生进一步加深对“折扣”“成数”的概念理解,并厘清实际问题中量与量之间的关系,把实际问题转化成已学过的一般性百分数问题。尤其是要明确“优惠后的价钱”与“优惠的部分”与“打几折”之间的关系。

(2) 引导学生运用迁移类推、自主探索,提高解题能力。

学生如能顺利地把折扣、成数等实际问题

转化成已学过的百分数问题,接下来就要放手让学生自主解决问题。例题中只涉及单位“1”已知的情形,而习题中却出现了要求单位“1”的问题。这就需要学生明确把谁看作单位“1”,单位“1”是已知还是未知的。明确数量之间的关系后,再正确列式或列出方程。例如,第3题,要注意指导学生理解9.6元表示的实际含义是什么,它与八折有什么关系,使学生明确9.6元是打折后比这原价少的钱数,它相当于原价的 $(1 - 80\%)$ ;第4题,使学生理解去年比前年增产三成的实际含义是去年产量相当于前年的 $(1 + 30\%)$ ;第5题,使学生明白二月份的出口数量相当于一月份的 $(1 + 30\%)$ 。



## 编写意图

(1) 第 6、7、10 题,是关于纳税的巩固练习。学生在练习的同时了解了更多的税种,知道不同的税种,适用的税率是不同的,计税的方法也是不同的,进一步扩展有关纳税的知识面。例如,同样是个人所得税,但第 6 题中的审稿费和第 10 题中的劳务费用,收入的性质不同,计税的基数(即应纳税额)是不同的,税率也不同。

(2) 第 8 题是关于汇款手续费的问题,使学生进一步了解百分数在生活中的广泛应用。例题中虽然没有出现汇率的相关知识,但学生结合生活经验,利用税率等概念进行类比,也是比较容易理解的。

(3) 第 9 题是关于利率的巩固练习。这里呈现了一张真实的存款凭证,让学生对存款有更感性的认识。和储蓄相关的信息,如储种、本金、存期都需要学生从存单上寻找,而相应的利率则需要学生从前面的例题中寻找。这样的呈现方式,有利于培养学生主动搜集信息的意识和能力。

(4) 第 11 题是折扣和纳税的综合问题,旨在提高学生综合运用数学知识解决实际问题的能力。

6. 李老師為某雜誌审稿,得到 300 元审稿費。為此她需要按照 3% 的稅率繳納個人所得稅。她應繳納個人所得稅多少元?

7. 媽媽買了一瓶售價為 100 元的化妝品,其中消費稅大約占售價的 25%。媽媽為此支付消費稅大約多少元?

8. 媽媽在郵局給奶奶匯 2000 元錢,需要交 1% 的匯費,匯費是多少元?

9. 下面是張叔叔 2015 年 11 月 1 日到銀行存款時填寫的存款憑證。到期時張叔叔可以取回多少錢?

存款人姓名	存款金額	存款日期	存款種類
存款種類	存款利率	存款期限	存款地點
存款用途	存款憑證號碼	存款金額	存款日期
存款利率	存款期限	存款地點	存款種類

10. 小明的爸爸得到一筆 3000 元的勞務費用,其中 600 元是免稅的,其餘部分要按 20% 的稅率繳稅。這筆勞務費用一共要繳稅多少元?

11. 小麗家買了一套標價為 32 萬元的普通商品房,他們選擇了一次付清房款,按九六折優惠付款。

(1) 打款這房子的總款是多少元?

(2) 買這套房子還要按照實際房價的 1.5% 繳納契稅,契稅是多少元?



## 教學建議

(1) 通過練習,使學生更多了解百分數在日常生活中的應用。

個人所得稅、消費稅、契稅等具體的稅種以及匯款手續費,都是學生家庭生活中隨時會遇到的現實問題。教師應結合這些素材打開學生的視野,引導學生在日常生活中靈活應用數學知識。例如,關於匯款手續費,也可以讓學生去了解一下郵局匯款、銀行櫃台匯款、網上銀行匯款的具体收費百分率。

(2) 培養學生根據問題尋找信息的能力。教學第 9 題時,可讓學生小組交流對存款

憑證的認識,說一說從存款憑證中可以知道哪些信息,還有哪些信息是在存款憑證中找不到的,應該在哪裡尋找。通過這樣的方式,真正地培養學生的實踐能力。

(3) 引導學生正確地使用信息。

在具体解决问题的时候,要引导学生学会正确地选择和使用信息,例如,第 9 题中,在前文的表格中找到半年期的年利率是 1.30%,相应的存期必须以“年”为单位,为 0.5(年)而非 6(个月)。第 10 题,需要在劳务费用中先扣除 800 元,剩下的钱才是应纳税额。第 11 题,第一个问题的单位“1”是商品房的标价,而第二个问题的单位“1”是优惠后的实际房价。

## 编写意图

(1) 第12题,使学生了解现实生活中有不同的理财方式。对于相同的投资金额,使用不同的理财方式,收益也是不同的。第一种方式是3年期的,利息是 $1 \times 3.8\% \times 3$ (万元);而第二种方式是1年期的,每年到期后连本带息取出后再存入,第一年利息为 $1 \times 4\% \times 1$ (即0.04万元),第二年的本金就变成了1.04万元,第二年的利息为 $1.04 \times 4\% \times 1$ (万元)……

(2) 第13、14题是例5的巩固练习。其中第13题出现了“折上折”,需要学生理解“在此基础上”的实际含义,即“九五折”是以“原价的六折”为单位“1”的。甲品牌, $260 - 100 = 160$ (元);乙品牌, $260 \times 60\% \times 95\% = 148.2$ (元)。第14题,A店, $80 \times 70\% = 56$ (元);B店, $80 - 19 = 61$ (元)。

(3) 第15\*题,出现了“比上一年末增长 $-0.068\%$ ”的数学信息,在具体生活情境中将负数与百分数的应用进行综合,拓宽数学的应用。需要学生回忆上一单元的相关知识,理解“比上一年末增长 $-0.068\%$ ”就是指“比上一年末减少 $0.068\%$ ”。

12. 妈妈有1万元钱,有两种理财方式:一种是买3年期国债,年利率3.8%;另一种是买银行1年期理财产品,年收益率4%,每年到期后连本带息继续购买下一年的理财产品。3年后,两种理财方式收益相差多少?

13. 百货大楼搞促销活动,甲品牌鞋每双200元减100元,乙品牌鞋“折上折”,就是先打六折,在此基础上再打九五折。如果两个品牌都有一双标价260元的鞋,哪个品牌的更便宜?



14. 爸爸想在网上书店买书, A店打七折销售, B店每满69元减19元。如果爸爸想买的书标价为80元。  
(1) 在A、B两个书店买,各应付多少元?  
(2) 在哪个书店买更省钱? A、B两店的价格相差多少钱?

15\* 截至2011年年末,上海市户籍人口总数为1419.36万人,比上一年末增长 $-0.068\%$ ,2010年年末上海市的户籍人口总数是多少万人?



## 教学建议

(1) 引导学生进一步了解有关百分数在日常生活中的更广泛的应用情境。

前面的例题中,只是呈现了有关折扣、成数、税率、利率的基本应用,而实际生活中,这些特殊的百分数的应用有时也会比较复杂。例如,第12题中的“连本带息取出再存入”就涉及“复利”的概念。实际存款时,同样的本金,选择不同的存期,利率会不同,计算利息的方式也完全不同。再如,“折上折”也是学生日常生活中经常会遇到的情形(如某品牌的产品搞优惠活动,先打了一个折扣,又恰逢商

场店庆,所有商品再打一个折扣)。因此,习题中编入这样的素材,可以帮助学生更好地理解百分数在商业生活中的广泛、灵活的应用。

(2) 全面提高学生综合利用百分数解决实际问题的能力。

教学时,要从阅读与理解、分析与解答、回顾与反思这三个方面全面提高学生的问题解决能力。例如,第15\*题,要引导学生首先正确理解“负增长”的含义;在此基础上,确定正确的计算方法,即已知比一个数少 $0.068\%$ 的数是1419.36万人,求这个数是多少;最后对计算过程和结果进行评估或延伸思考,如果计算的结果小于1419.36万人,一定是某个环节出了问题。

# 生活与百分数 %

## 活动 1

去附近的银行调查最新的利率,并与第 11 页的利率表进行对比,了解国家调整利率的原因。

## 活动 2

李阿姨准备给儿子存 2 万元,供他六年后上大学。银行给李阿姨提供了两种类型的理财方式:普通储蓄存款、购买国债和购买理财产品。

(1) 普通储蓄存款利率(2015 年 10 月 24 日)如下:

存款	年利率/%	存款	年利率/%
整存整取	三个月 1.50	零存整取	一年 1.50
整存整取	六个月 1.50	零存整取	二年 1.50
整存整取	一年 1.50	整存整取	三年 1.50
整存整取	二年 2.10		
整存整取	三年 2.75	活期利率	0.35

(2) 国债有一年期、三年期和五年期等,理财产品种类繁多,利率不一。请你先调查一下国债和理财产品的利率,然后帮李阿姨设计一个合理的存款方案,使六年后的收益最大。

## 你知道吗?

**千分数** 表示一个数是另一个数的千分之几的数,叫做千分数。千分数也叫千分率,与百分数一样,千分数也有千分号,千分号写作“‰”。例如,某市 2012 年人口总数是 3500000 人,这一年出生婴儿 28000 人,该市的人口出生率是 8‰。2011 年我国全年出生人口 1604 万人,出生率为 11.93‰,死亡人口 960 万人,死亡率为 7.14‰,自然增长率为 4.79‰。

**万分数** 表示一个数是另一个数的万分之几的数,叫做万分数。万分数也叫万分率,与百分数一样,万分数也有万分号,万分号写作“‱”。例如,一本书有 10 万字,差错率不能超过 1‱,即这本书的差错数不能超过 10 个。

16

## 编写意图

教材紧接着百分数(二)这一单元,安排“生活与百分数”这一“综合与实践”活动,目的是让学生进一步了解百分数在生活中的运用,提高数学应用意识和实践能力。

(1) 活动 1 通过让学生调查最新的利率,知道利率是在动态调整的,每次调整背后一定存在国家经济状况和政策的变化。

(2) 活动 2 通过解决一个实际问题,引导学生通过各种理财方式的比较,设计合理的存款方案,实际应用数学,学会科学理财,将提高学生的实践能力落到实处。

(3) “你知道吗”介绍了千分数和万分数的含义和应用实例,使学生知道当数据之间的比率比较小时,用千分数和万分数表示更方便,进一步拓宽学生的视野。

## 教学建议

(1) 重视学生实践能力的提高。

活动时,要让学生真正地展开调查活动,真实地感受百分数在生活中的价值。调查的面尽可能广,收集到的信息尽可能多。在此基础上,再在全班范围内进行交流汇报,说说自己在调查过程中的收获和体会。例如,对利率变动背后的深层次原因的探究,更是学生了解国家宏观经济、增长金融知识的一次很好机会。对小学生来说,这样的活动不可能非常深入,但对于学生理解数学在现实生活中的应用价值以及形成在生活中发现数学、运用数学的意识

和能力,具有不可忽视的作用。

(2) 通过实践活动使学生进一步理解百分数的意义,提高利用百分数解决问题的能力。

通过对实际生活中各类特殊百分数的应用,使学生进一步理解百分数表示的是一个数和另一个数的比率关系。不管百分数是以哪种具体形式(如折扣、成数、税率、利率、千分数、万分数)出现,都可把分数、百分数一般性问题中的数量关系迁移过来。因此,通过这样的实践活动,有助于学生真正提高把现实问题抽象成数学模型的能力。

## 二、教学设计或教学片段

### 课题：购物中的折扣问题

**教学设计：**李宇韬、谭志凌。

**教学内容：**教科书第12页例5及“做一做”，练习二第13题。

**教学目标：**

1. 通过解决购物中的折扣问题，使学生进一步巩固折扣的计算方法，能理解并正确计算不同优惠形式的折扣。

2. 通过两种不同优惠方式的对比，使学生经历综合运用所学知识解决稍复杂的折扣问题的过程，培养学生分析问题、解决问题的能力。

3. 使学生感受百分数在生活中的应用，体会数学学习的价值，激发数学学习兴趣。

**教学准备：**多媒体课件，投影仪等。

**教学重点：**理解购物中的多种优惠形式，并正确计算出优惠后的金额。

**教学难点：**理解“每满100减50”与“五折”的区别。

**教学过程：**

(一) 复习旧知，引入新课

师：“一件物品打九折出售”表示什么意思？

生：表示这件物品的实际售价是原价的90%。

师：生活中，是不是所有的优惠都是以“几折”来表示的呢？

生：不是，有时是买二送一，或者每满100减20。

师：购物中优惠的形式有很多种，我们要做一个精明的小买家。今天，我们就来研究购物中的折扣问题。（板书：购物中的折扣问题）

(二) 引导探究，解决问题

1. 呈现信息，提出问题。

出示：某品牌的裙子搞促销活动，在A商场打五折销售，在B商场按“每满100元减50元”的方式销售。妈妈要买一条标价230元的这种品牌的裙子。

师：根据这些信息，你能提出什么问题？

学生提问题，教师板书：在A、B两个商场买，各应付多少钱？哪个商场更省钱？

2. 分析问题，理解题意。

学生自主读题，理解题意。

师：题目给出的数学信息中，哪些是关键的？

生：A商场的优惠方式是打五折；B商场的优惠方式是“每满100元减50元”；妈妈要买的裙子标价230元。

师：怎样理解“每满100元减50元”？

生：商品的价钱满了100元就减50元，有几个100就减几个50。

师：不足100的部分呢？怎么办？

生：不减。

3. 独立思考，尝试解决。

师：请同学们独立思考，看能否解决黑板上的这两个问题。

4. 集体交流，汇报方法。

师：谁来说说自己的解决方法？

学生展示自己的算式，并解释。

生：要求这条裙子在A商场买应付多少钱，我是这样想的，A商场打五折销售，也就是说实际价格是原价的50%，也就是求230元的50%是多少，列式是 $230 \times 50\% = 115$ （元）。

生：要求这条裙子在B商场买应付多少钱，B商场是“每满100元减50元”，230元里满了2个100元，所以可以减2个50元，余下的30元不足100，所以不能再减。列式 $230 - 50 \times 2 = 130$ （元）。

生：最后，把两个商场优惠的售价进行比较， $115 < 130$ ，知道在A商场买这条裙子更省钱。

5. 启发思考，辨析原因。

师：每满100元减50元，少了50元，也是打五折啊，怎么优惠的结果却不一样呢？在小组里讨论一下，一会儿汇报。

生：打五折就是无论标价是多少，实际售价都是原价的50%，满100元的是50%，不满100元的也能按50%计算。而“每满100元减50元”就只能是原价中满了100元的部分能优惠50元，能打五折，而不满100元的部分就没有折扣了。

师：什么情况下两种优惠会一样？

生：如果商品的售价刚好是整百元的时候，两种优惠结果是一样的。

生：难怪商场“每满100元减50元”的时候，妈妈总是想办法把购物款凑成整百元。

师：真是个精明的妈妈。

师：数学在生活中无处不在，商家会利用数学来赚取更多的利润，我们则利用数学知识解决生活中的实际问题，做一名精明的小买家。

（三）练习巩固，提高能力

1. 教科书第12页的“做一做”。

读题后，不计算，先让学生判断“哪个商场更省钱”，再独立计算验证。

2. 练习二第13题。

读题后，引导学生说一说“折上折”的含义，再独立完成。

（四）课堂总结

师：同学们，在今天的折扣问题中，我们碰到了不同形式的优惠，解决这些问题时要注意什么？通过今天的学习，你有什么收获？

## 三、备课资料

### 1. 有关纳税的知识

税收是国家财政收入的主要来源之一。国家用收来的税款发展经济、科技、教育、文化和国防等事业，以便不断提高人民的物质和文化水平，保卫国家安全。因此，根据国家规定，应该纳税的集体或个人都有依法纳税的义务。1993年我国进行了税制改革，将纳税主要分为增值税、消费税和个人所得税等几类。缴纳的税款叫应纳税额。根据纳税种类的不同，应纳税额的计算方法也有所不同。应纳税额与各种收入（如销售额、营业额中应纳税的部分、应纳税所得额等）的比率叫税率。应纳税额一般是根据收入的多少来计算的，收入包括各种各样的形式，如工厂销售产品所得收入，商店、饭店、旅店的营业收入等。

### 2. 有关储蓄的知识

这里介绍一下国债。

国债不同于银行存款，每期的票面利率是不相同的，而且期限也是五花八门，有1年期的、2年期的、3年期的、5年期的、7年期的、10年期的、20年期的等，而且是用招标形式发行的。2014年第4期国债（招标时间2014年1月30日），期限3年，票面利率3.10%；第13期国债（招标时间2014年5月29日），期限5年，票面利率3.09%；第14期国债（招标时间2014年7月3日），期限1年，票面利率3.48%。我们可以看到，不同期的国债，期限不同，利率也有较大差异。

### 3. 有关理财的知识

理财产品，是由商业银行和正规金融机构自行设计并发行，将募集到的资金根据产品合同约定投入相关金融市场及购买相关金融产品，获取投资收益后，根据合同约定分配给投资人的一类理财产品。

理财产品根据币种分类主要分为人民币理财产品、外币理财产品以及双币理财产品；根据收益方式分类主要分为保证收益理财产品和非保证收益理财产品；根据银行和投资人二者之间的法律关系，主要分为固定收益类理财产品、非保本浮动收益理财产品、商业银行承销的理财产品。

## 四、评价建议与评价样例

### (一) 评价建议

本单元的知识技能体现在要让学生掌握折扣、成数、税率与利率的含义，能运用百分数的概念，解决生活中的实际问题。

在解决百分数实际问题过程中，要让学生掌握通过分析、比较、综合、归纳、推理等数学思考方法，掌握商场购物打折等实际问题的解决方法，使学生学会在实际生活中灵活运用百分数的知识，提升学生的数学应用能力。

在学习本单元知识的同时，学生是否能激发浓厚的解决实际问题的学习兴趣，在小组学习、自主探究过程中能否获得成功的体验也是需要评价的方面。

### (二) 评价样例

为方便老师评价，下面提供部分评价样例，可供教师在练习中参考。

#### 1. 看谁算得全对。

$$\begin{array}{lll} 48 \times 25\% = & 50 \times (1 - 20\%) = & 60 \times 120\% = \\ 24 \div 40\% = & 3.5 \times (1 + 20\%) = & 30\% \times 20\% = \end{array}$$

#### 2. 填一填。

- ( ) 与 ( ) 的比率叫利率。
- 利息 = ( )  $\times$  ( )  $\times$  ( )。
- 一种商品打“五五折”出售，也就是把这种商品优惠了 ( )%。
- 七成五表示 ( )，改写成百分数是 ( )。
- 按营业额的 3% 缴纳营业税，就是把 ( ) 看作单位“1”，( ) 占 ( ) 的 3%。

#### 3. 解决实际问题。

(1) 河汉村有个种粮大户，前年收稻谷 26000 kg，去年比前年增产了一成五。这个种粮大户去年比前年多收多少稻谷？

(2) 李平将压岁钱 500 元存入银行，存期三年，年利率是 4.41%。到期后，银行支付的利息是多少元？

(3) 王叔叔 5 月份工资收入是 4500 元。扣除 3500 元个税免征额后的部分需要按 3% 的税率缴纳个人所得税，他 5 月份应缴纳个人所得税多少元？

(4) 一种饮料，大瓶装每瓶 1200 mL，10 元一瓶；罐装每罐 200 mL，2 元一罐。现有三家商店出售这种饮料，并推出了不同的促销方式。

甲商店：买一大瓶，送一罐；

乙商店：一律九折；

丙商店：满 30 元即享受八折优惠。

问：

①你喜欢上哪一家商店购买？说说你的想法。

②你们班共有多少同学？如果给每位同学配备 200 mL 饮料，共需多少饮料？

③这些饮料，上哪一家商店购买可以使所花费的钱最少？请以小组为单位，制订一个购买方案。

人教版®



# 第三单元 圆柱与圆锥

## 一、教材说明和教学建议

### (一) 教学目标

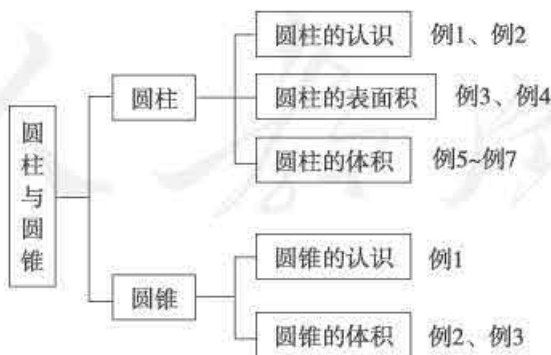
1. 使学生认识圆柱和圆锥，掌握它们的基本特征。并认识圆柱的底面、侧面和高，认识圆锥的底面和高。
2. 引导学生探索并掌握圆柱的侧面积、表面积的计算方法以及圆柱、圆锥体积的计算公式，会运用公式计算体积，解决有关的简单实际问题。
3. 通过观察、设计和制作圆柱、圆锥模型等活动，使学生了解平面图形与立体图形之间的联系，发展学生的空间观念。
4. 使学生理解除了研究几何图形的形状和特征，还要从数量的角度来研究几何图形，如图形的面积、体积等，体会数形结合思想。
5. 通过圆柱和圆锥体积公式的探索，使学生体会转化、推理、极限、变中有不变等数学思想。

### (二) 内容安排及其特点

#### 1. 教学内容和作用

本单元的主要内容有：圆柱和圆锥的认识，圆柱的表面积，圆柱的体积和圆锥的体积。

圆柱、圆锥是人们在生产、生活中经常遇到的几何形体。教学这一部分内容，有利于发展学生的空间观念，为进一步应用几何知识解决实际问题打下基础。本单元具体的教材内容安排如下表。



从具体编排来说，“圆柱”分为三个层次。

(1) 让学生结合实物探索圆柱的特征。教材从生活情境引入，结合实物图片从整体上感知圆柱，帮助学生抽象出圆柱的表象。然后引导学生通过观察、比较、交流等活动，进一步探索

圆柱的特征。在此基础上，结合圆柱的直观图，介绍圆柱的底面、侧面和高。通过快速旋转长方形硬纸的操作活动，引导学生结合空间想象，体会立体图形的形成过程，发展学生的空间观念。通过剪开圆柱形罐头盒的商标纸，让学生充分探究，把圆柱侧面展开后得到的长方形的长和宽与圆柱的相关量对应起来，为后面学习圆柱的表面积计算作准备。

(2) 引导学生探索圆柱表面积的计算方法。教材把探索圆柱侧面积的计算方法作为重点，强调了圆柱侧面展开图与圆柱的相关量之间的对应关系。通过计算生活情境中圆柱形厨师帽的布料，引导学生根据不同的问题情境灵活选择计算公式，提高解决问题的能力。

(3) 引导学生探索并掌握圆柱的体积计算公式。教材重视让学生体会转化思想和极限思想，引导学生经历把圆柱切开、再拼成一个近似长方体的逐步细分的过程，初步感悟直柱体体积的一般计算方法，从而得出圆柱体积的计算方法。在圆柱体积计算的应用中，教材编排了生活化的问题情境，重视提高学生的应用意识和问题解决策略，全面发展学生的问题解决能力。

“圆锥”的编排，除暂不探索圆锥侧面积的计算方法外，其他编排和“圆柱”相似。

(1) 通过观察、比较、测量、交流等活动，探索圆锥的特征。教材充分利用生活中的圆锥实物图片，让学生观察和发现圆锥的特征。结合圆锥的直观图，介绍圆锥的底面、顶点和高的含义。

(2) 探究圆锥和圆柱体积之间的关系。教材通过引导学生利用底面和高分别相等的圆柱和圆锥形容器，用倒沙子或水的方法进行实验，经历了“引出问题——实验探究——导出公式”的探索过程，从而理解圆锥体积的计算方法。教材同样重视圆锥与生活的联系，编排了具有现实意义的数学问题，加深学生对公式的理解，也丰富了有关圆锥的其他知识。

## 2. 教材编排特点

本单元教材在编排上有下面几个特点。

### (1) 加强数学与现实生活的联系。

对圆柱、圆锥的认识，教材都是通过列举大量生活中的圆柱、圆锥形实物，在学生观察思考这些物体形状的共同特点并从实物中抽象出它们的直观模型的基础上引入。在认识它们的主要特征后，再让学生从生活中寻找更多具有这样的特征的实物，以加强所学知识与现实生活的联系，加深对圆柱、圆锥的认识，进一步感受几何知识在生活中的广泛应用。

### (2) 加强对图形特征以及表面积、体积计算方法的探索。

对圆柱表面积计算的教学，教材一开始就提出问题：圆柱的侧面展开后是什么形状？让学生动手操作，剪一剪，展开，观察，再进一步探索：长方形的长、宽与什么有关？有什么关系？长方形的长与圆柱底面周长之间的关系、宽与圆柱的高的关系是学生在自主操作、观察与探索的过程中自主获取的。在此基础上，教材又提出进一步探索的问题：圆柱的表面积怎样计算呢？使学生通过探索得出：圆柱的表面积=圆柱的侧面积+两个底面的面积，圆柱的侧面积=底面周长×高。

### (3) 在操作中加强对空间与图形相关问题的思考，进一步发展空间观念。

《标准（2011版）》指出，在数学课程中应当注重发展学生的空间观念。在认识圆柱和圆锥时，教材注重引导学生根据物体特征抽象出几何图形，根据几何图形想象出物体相互之间的

关系。教材还编排了用长方形（或三角形）的硬纸贴在木棒上快速转动的活动及相应的练习。这些内容使学生在经历观察、操作、推理、想象的过程中认识圆柱、圆锥的特征，掌握体积的计算方法，不仅有利于激发学生的学习兴趣，同时使学生了解平面图形与立体图形之间的联系和转换，发展空间观念。

（4）注重在问题解决中培养应用意识和创新意识。

《标准（2011版）》指出，为了适应时代发展对人才培养的需要，数学课程还要特别注重发展学生的应用意识和创新意识。教材新增的解决问题的例题和相应的练习，突出“有意识利用数学的方法解释现实世界中的现象，现实生活中蕴含着大量与数量和图形有关的问题”。教材注意精心选择数学问题，引导学生回顾之前的学习中曾经运用转化的方法解决过的问题。例如，例7中，引导学生把不规则的图形转化成圆柱，通过转化思想的应用，为学生提供了解决现实问题的策略。丰富的现实情境和有效的问题解决策略无疑为学生提供了创新的土壤和素材。解决完具体问题后，及时回顾与反思，对问题解决的策略以及所涉及的数学思想进行归纳和概括，也是培养创新意识的重要方面。

### （三）教学建议

1. 加强数学知识与实际生活的联系，提高运用所学知识解决实际问题的意识与能力。

这部分内容与生活联系紧密，因此，教学时应注意加强与实际生活的联系，重视运用所学知识解决实际问题的意识与能力的训练。例如，在认识圆柱和圆锥之前，可以让学生收集、整理生活中有关圆柱、圆锥的实例和信息资料，以便在课堂中交流。认识圆柱、圆锥后，还可以让学生根据需要创设和制作一个圆柱或圆锥形物品，让大家欣赏或使用。学习完圆柱与圆锥的体积计算之后，可以让学生选择生活中的圆柱或圆锥物品，通过测量相关数据，计算其体积或容积。这样，既可激发学生的学习兴趣，又可提高学生应用数学于生活的意识和能力。

2. 引导学生经历知识的探索过程，培养学生自主解决问题的能力。

本单元注重对图形特征、计算方法的探索。为此，教学时，应放手让学生经历探索的过程，在观察、操作、推理、想象的过程中掌握知识、发展空间观念。如圆锥体积的教学，教材首先创设了一个问题情境：如何计算圆锥的体积呢？引导学生探索，并给出提示：圆锥的体积和圆柱的体积有没有关系呢？然后引导学生通过猜想和实验，探究圆锥和圆柱体积之间的关系。教学时，教师应大胆放手让学生猜想和探究，注意为学生提供积极思考、充分参与的时间和空间。虽然通过实验得出“圆锥的体积等于与它等底等高的圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ ”这一结论并不完全严密，但让学生经历这样的过程，对其探究意识和能力的培养，具有重要的意义。

3. 充分关注操作与想象相结合，发展学生的空间观念。

本单元加强了学生操作活动的安排。例如，通过快速旋转长方形和直角三角形硬纸片，引导学生结合空间想象体会立体图形的形成过程，发展空间观念。再如，教材还引导学生通过操作来观察圆柱的侧面展开图是一个怎样的图形，它的各部分和展开前有着怎样的对应关系。本单元还安排了一些操作性的练习，如把一张长方形的纸横着或竖着卷起来，问可以卷成什么形

状；一个圆柱的侧面展开图是正方形，求这个圆柱的底面直径与高的比；用4个面积相等的长方形和正方形分别卷成圆柱，问哪个圆柱的体积最小，哪个圆柱的体积最大，有什么发现；等等。通过这些练习，使学生加深对圆柱表面积和体积的认识，并初步体会一些变量之间的关系。

4. 建议用9课时教学。

人教版®

## （四）具体内容的教材分析和教学建议

### 3 圆柱与圆锥

#### 1. 圆柱

##### 圆柱的认识

我们学过的正方体和长方体都是由平面围成的立体图形。现在我们来研究一种立体图形——圆柱。



上面这些物体的形状有什么共同特点？



上面这些物体的形状都是圆柱体，简称圆柱。

你还见过哪些圆柱形的物体？



27

#### 编写意图

(1) 教材呈现了现实生活中的圆柱形建筑物和生活用品，让学生观察它们的形状有什么共同特点。学生在一年级已经对圆柱有了初步认识，在这里通过生活中更多的例子，来唤醒学生已有的认知。

(2) 把众多圆柱形实物中的其他属性剔除，而只保留形状上的一致属性，进而抽象出圆柱的一般性直观模型，再给出这一模型的名称，使学生对圆柱的认识经历由具体到表象的抽象过程。这一过程与一年级初步认识圆柱时也是保持一致的，也体现了“空间观念”中“根据物体特征抽象出几何图形”的要求。

(3) 让学生说说生活中还见过哪些圆柱形的物体，一方面让学生感受生活中圆柱的运用是非常广泛的；另一方面，要求学生“根据几何图形想象出所描述的实际物体”，把抽象的“圆柱”具体化，也是“空间观念”的重要体现。

#### 教学建议

(1) 加强直观演示和动手操作。

图形与几何的教学离不开直观演示、动手操作。教师可以做一些圆柱模型，也可让学生课前收集一些圆柱形的物体（如药盒、药瓶、纸筒、罐头盒等）。有条件的还可以将教材中的圆柱形物体的图片做成课件，引导学生观察和思考：“这些物体的形状有什么共同特点？”“如果把这些圆柱形物体的形状画下来会是什么样子？”然后运用多媒体演示，从实物中抽象出圆柱的几何图形，帮助学生建立圆柱的表象。

(2) 联系生活实际，加深对圆柱数学本质特征的认识，实现数学抽象。

教学时，可以从生活实例引入，但生活中的实物并非是完全标准的圆柱（如岗亭上内陷的玻璃窗、土楼屋顶等），在学生形成这些物体的几何图形表象的过程中，要引导他们从物体的几何特征去刻画，尽量减少无关因素的干扰。在学生认识了圆柱的几何模型之后，再让学生交流生活中还见过哪些圆柱形的物体，可追问学生是通过哪些特征判断出来的，在实物的例举和描述中，进一步加深对圆柱的认识。

## 编写意图

(1) 例1引导学生观察圆柱形的实物，认识圆柱的底面、侧面和高。然后通过观察、触摸了解圆柱的特征，为接下来学习表面积、体积作准备。这也是学生第一次从数学的角度认识曲面。

(2) 在探究完圆柱的特征之后，教材还安排了一个活动：拿一张长方形硬纸，在某一端贴在木棒上，快速转动小棒，看转出来的是什么形状。使学生从旋转的角度认识圆柱，感受平面图形与立体图形的转换。通过活动，使学生看到长方形的长、宽与圆柱的底面半径、高之间的关系，为解决更复杂的问题打下基础。

(3) “做一做”第1题旨在巩固对圆柱各部分的本质认识。例如，不管圆柱如何放置，高都是指两个底面之间的距离，而不是指圆柱的离地高度。第2题，让学生通过观察和想象，判断右面的圆柱分别是由左边的长方形怎样旋转出来的。使学生认识到分别以长方形的长和宽为旋转轴，得到的圆柱是不同的，进一步理解长方形的长、宽与圆柱的底面、高的关系，发展空间想象能力。

1 观察一个圆柱形的物体，看一看它是由哪几部分组成的，有什么特征。



圆柱是由两个面组成的，圆柱的上、下两个面叫做底面，圆柱周围的曲面（上、下底面除外）叫做侧面。圆柱的两个底面之间的垂直距离叫做高。



圆柱的底面是圆，并且大小一样。

圆柱的侧面是曲面。



如右图所示，把一张长方形的硬纸粘在木棒上，快速转动木棒，看看转动出来的是什么形状。



### 做一做

1. 指出下面圆柱的底面、侧面和高。



2. 将长方形 ABCD，生成右面的两个圆柱。说说它们分别是由长方形的哪条边为轴旋转而成的，底面半径和高分别是多少。



(1)



(2)

18

## 教学建议

(1) 从整体上把握圆柱的组成。

在学生观察、交流的基础上，指出圆柱的底面与侧面并不因圆柱的放置方法而改变，例如，当圆柱横放时，两侧是两个圆，我们并不说此时侧面是两个圆。一般学生不太容易发现并指出圆柱的高。教师可出示高、矮不同的两个圆柱，提问：“哪个圆柱高，哪个矮？想一想，圆柱的高矮与圆柱的两个底面之间有什么关系？”引导学生思考得出：圆柱的高矮与圆柱两个底面之间的距离有关，从而揭示圆柱高的含义。

(2) 深入对圆柱各个部分的探究。

结合问题，让学生通过操作和观察，探究圆柱的特点，如：圆柱的底面、侧面和高各有什么特征？你怎么证明上、下底面是两个大小一样的圆？怎样用直尺量出一个圆柱的高？虽然学生的发现可能停留在直观层面，仍应鼓励学生通过自主探索，不断加深对圆柱特征的理解与把握。

(3) 注重发展学生的空间想象能力。

让学生快速转动课前准备好的长方形纸片，看看有什么发现，在加深对圆柱与长方形各部分间内在关系的认识的同时，发展学生的空间想象能力，建立空间观念。

## 编写意图

(1) 例2教学认识圆柱侧面展开图。教材没有直接指出圆柱侧面展开图的形状,及展开后长方形的长、宽与圆柱的关系,而是体现了让学生自主探究的学习过程。通过让学生猜想“圆柱的侧面展开是什么形状?”引导学生通过动手操作,沿着高剪开圆柱形罐头盒的商标纸,自主发现圆柱侧面的展开图是一个长方形。接下来,再通过操作、验证、比较,把长方形纸重新恢复成圆柱的侧面,进一步发现这个长方形的长、宽与圆柱底面的周长、圆柱的高之间的关系,实现平面与曲面之间的转换。

(2) “做一做”第1题,旨在培养学生从不同角度思考问题的习惯,避免学生形成思维定式。

第2题,通过简单的计算深化圆柱的底面周长、高与侧面展开后形成的长方形的长、宽之间对应关系的认识,为后面学习圆柱的表面积计算作准备。

- 2 (1) 圆柱的侧面展开后是什么形状?把罐头盒的商标纸如下图所示剪开,再展开。



圆柱侧面展开后得到一个长方形。

- (2) 这个长方形的长、宽与圆柱有什么关系?把这个长方形重新包在圆柱上,你能发现什么?



我们发现,长方形的长等于圆柱底面的周长,宽等于圆柱的高。

### 做一做

1. 下面是同一个圆柱的展开图,说一说每个图是怎样展开的。



2. 一个圆柱形茶叶筒的侧面贴着商标纸,圆柱底面半径是5 cm,高是20 cm。这面商标纸展开后是一个长方形,它的长和宽分别是多少厘米?



## 教学建议

(1) 让学生通过自主探索掌握转化的数学思想。

教学时,让学生感受一下圆柱侧面是一个怎样的曲面,想象一下侧面展开后是什么形状,以培养学生的空间想象能力。接着再提供一个带侧面包装纸的实物,引导学生自主探索。学生在探索的过程中可能会出现类似于“做一做”第1题中那样的结果,但无论怎么展开,最后总可以通过剪切、拼接得到一个长方形。通过学生的自主探索,顺利完成由曲面到平面的转化,使学生在活动过程中理解与掌握转化的数学思想。

(2) 使学生自主探索侧面展开的长方形与圆柱相对应部分的关系,发展空间观念。

在学生得到圆柱的侧面展开图之后,引导学生思考:这个长方形的长、宽与圆柱的什么有关?让学生先通过空间想象,猜想相应关系,再把长方形“恢复”成圆柱侧面,验证猜想,顺利实现平面与立体之间的互相切换。教学时,可以用水彩笔在相应的边上进行标识,帮助学生理解。最后让学生思考:什么情况下圆柱侧面展开图是正方形,是高和底面直径相等的圆柱吗?也可让学生画出侧面展开图是正方形的圆柱的大致模型,在头脑中形成“高是底面直径三倍多”的表象。

## 编写意图

(1) 第1题, 巩固对圆柱特征的认识和描述。通过错例, 使学生对圆柱的底面是两个相同的圆有更深体会。通过把圆柱在不同的方向上摆放, 进一步巩固对圆柱本质特征的理解。

(2) 第2题, 把长方形、正方形、圆柱的平面展开图编排在一起, 唤醒学生对“表面”的认识, 为接下来学习圆柱的表面积作准备。同时, 加强对比和联系, 进一步理解各立体图形的特征。

(3) 第3题, 巩固学生对圆柱的侧面展开图的长与圆柱底面周长的关系的理解与掌握。一是为接下来学习表面积计算作准备, 二是使学生进一步理解平面与立体间的转换关系, 发展空间观念。

(4) 第4题, 使学生通过比较截面和侧面展开图, 进一步丰富关于平面与立体之间关系的相关经验与知识, 发展空间想象能力, 激发学生进一步探索的欲望。

(5) 第5题, 使学生认识到同一个长方形可以卷出形状不同的圆柱, 其内在原因是圆柱的底面周长和高发生了变化。在后面的学习中也会遇到侧面积相等的两个圆柱体积不相等的实际问题。

## 练习三

1. 下面的图形哪些是圆柱? 在下图的( )里画“√”。



2. 折一折, 想一想, 能得到什么图形? 写在( )里。



3. 下面哪个图形是圆柱的展开图(单位: cm)?



4. 如图, 相交后的截面或剪开后的侧面分别是什么形状? 选一选。



5. 把一张长方形的纸卷着或竖着卷起来, 可以卷成什么形状?

20

## 教学建议

(1) 注重培养学生的空间想象能力。

第2、3、4、5题都可充分让学生先想象, 在此基础上再借助实物或模型直观演示, 验证想象的结果, 以培养学生的空间想象能力。尤其是第5题, 可以让学生充分想象卷出来的空心圆柱的“表皮”和“内部”各是什么样子。第3题, 在学生判断后, 应让学生谈谈理由。还可以让学生想象一下, 如果把第2、3个图形围起来, 会出现什么情况? 加强对圆柱侧面的长与圆柱底面周长的关系的理解, 发展空间观念。

(2) 加强知识间联系, 促进知识迁移。

第2题, 联系长方体、正方体的平面展开图, 利用已有知识进行类比、迁移。通过观察、操作和判断, 建立起立体图形相关表面的表象, 为接下来学习圆柱的表面积作准备。通过对比, 也更能理解把一个曲面展开成平面的必要性。

(3) 灵活应用教材, 扩大学生思维空间。

教学第5题时, 可联系第18页“做一做”的第2题, 对比两种方式得到的圆柱的底面半径或周长、高与长方形的长、宽之间的对应关系, 体会转化过程中形式的“变”与长度的“不变”。



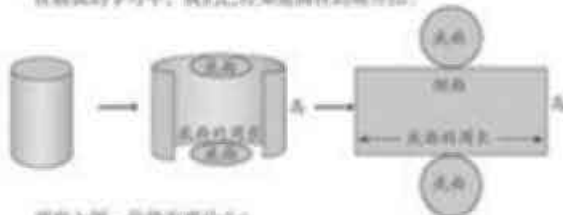
## 圆柱的表面积

3 圆柱的表面积指的是什么?



圆柱的表面积指的是——

在以前的学习中,我们已经知道圆柱的展开图。



观察上图,你能发现什么?

圆柱的表面积 = 圆柱的侧面积 + 两个底面的面积

圆柱的侧面积你会计算吗?  
圆柱的表面积呢?



计算圆柱的侧面积,实际上就是求上图中长方形的面积。

圆柱的侧面积 = \_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_

### 做一做

一个圆柱形茶叶筒的侧面贴着商标纸,圆柱底面半径是5 cm,高是20 cm,求商标纸的面积是多少?

## 编写意图

(1) 例3教学圆柱表面积的概念,探索表面积的计算方法。学生已经学习过长方体、正方体表面积的计算,因此对圆柱表面积概念的理解并不困难。教材一开始就提出问题:圆柱的表面积指的是什么?让学生在交流中逐步理解圆柱表面积就是指“圆柱表面的面积”这一直接的含义。接下来的问题就是“圆柱的表面有哪些”,使学生借助对圆柱各部分组成的认识,自己总结出圆柱表面积的构成。对于表面积概念的理解是计算表面积的基础,理解了圆柱的表面积包括哪些部分的面积之后,就是如何计算这些部分的面积的问题了。圆的面积是已学的知识,而侧面展开图的相关知识也已经具备,可以将侧面积转化成长方形的面积。因此,教材重视新知识与已有知识之间的联系以及学生推理能力的培养,把概念脉络梳理清楚之后,具体的推导交给学生自己完成。

(2) “做一做”是圆柱侧面积计算的简单应用,尤其是进一步巩固圆柱侧面在展开前后各部分的对应关系。

## 教学建议

(1) 利用已有知识进行迁移。

教学圆柱的表面积时,可以联系长方体、正方体的表面积进行类比。例如,提出问题:“长方体、正方体的表面积指什么?”“圆柱的表面积指的又是什么?”通过讨论、交流,使学生明确:圆柱的表面积是指圆柱的侧面和两个底面的面积之和。

(2) 注重对概念的本质理解,在此基础上引导学生自主探索出圆柱表面积的计算方法。

要计算圆柱的表面积,首先要知道什么叫立体图形的表面,圆柱的表面是由几个面组成

的,这些面有什么特点,面积能否直接求出来,要求出这些面积,需要知道哪些信息。在此基础上,可让学生将圆柱模型展开,更直观、清晰地看到圆柱表面的组成部分。利用前面所学的圆柱侧面展开图的相关知识,找到侧面展开后的长方形的长、宽与圆柱的底面周长、高之间的关系,把未知知识转化为已学知识。对于有困难的学生,仍然可以用水彩笔在相应的边上进行标识,加深理解。教学时,要注意不要让学生死记硬背公式,而应加强对表面积的一般性概念的本质理解。

## 编写意图

(1) 例4是圆柱表面积计算的实际应用。现实生活中有关表面积计算的情形复杂多变,需要根据具体情况,确定求哪些面的面积之和。本例要求计算一顶圆柱形厨师帽所用的布料,实际上就是求圆柱的侧面积和一个底面的面积之和。对于这一点,教材没有直接说明,而是引导学生自主分析,独立解答。

(2) 例4的计算结果要求保留整十数,考虑到实际情况(布料首先要够用),所需的材料只可比计算结果多而不能舍,因此取近似值时采用的是“进一法”而不用“四舍五入”法。教材选择计算厨师帽的用料作为素材,目的就是引导学生灵活运用圆柱表面积的计算解决实际问题。

(3) 在圆柱表面积的计算中,侧面积的计算对学生而言有一定的难度,因此,“做一做”第1题安排了让学生根据不同的信息求侧面积的题目。第2题让学生解决有关表面积的实际问题,需要让学生根据实际情况判断彩纸的面积由哪两部分组成。

4 一顶圆柱形厨师帽,高30 cm,帽面直径20 cm。做这样一顶帽子至少要用多少平方厘米的布料?(得数保留整十数。)



至少要用多少布料,就是求帽子的——



- (1) 帽子的侧面积,  $3.14 \times 20 \times 30 = 1884$  (cm<sup>2</sup>)
- (2) 帽面的面积,  $3.14 \times (20 \div 2)^2 = 314$  (cm<sup>2</sup>)
- (3) 需要用的布料,  $1884 + 314 = 2198 \approx 2200$  (cm<sup>2</sup>)

实际使用的布料要比计算的结果多一些,所以这类问题应该用“进一法”取近似值。



答:做这样一顶帽子至少要用\_\_\_\_\_cm<sup>2</sup>的布料。

### 做一做

1. 求下面各圆柱的侧面积。  
(1) 底面周长是1.6 m, 高是0.7 m。(2) 底面半径是3.2 dm, 高5 dm。
2. 小华做了一个笔筒,她想给笔筒的侧面和底面贴上彩纸,至少需要用多少彩纸?



22

## 教学建议

(1) 引导学生灵活根据实际情况解决问题。

教学例4时,可以先让学生读题,明确问题是什么,让学生通过想象(或出示提前准备好的圆柱形厨师帽),根据厨师帽的样子明确要求的面积是由哪几部分组成的,实现从实际问题到数学问题的转化,再独立计算。在计算时要注意题中提供了哪些可用的信息,使用这些信息时要注意些什么,例如,利用直径可以直接求出底面周长,但在求底面面积时,要先求出半径。“做一做”第2题,也要让学生明

确贴彩纸的面积包括笔筒的底面和侧面。

(2) 结合实际情况,灵活取近似值。

教学例4时,如果有一部分学生在自主解决时根据“四舍五入”法取近似值,教师不必直接纠正,可以让学生通过讨论和交流,自主发现在这种情况下需要采用“进一法”取近似值。采用“四舍五入”法还是“进一法”或“去尾法”取近似值,有时候要根据具体问题确定,有时候要根据题目的要求确定。

## 练习四

1. 求下面各圆柱的表面积。(单位: cm)



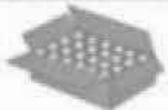
2. 一台压路机的前轮是圆柱形, 轮宽 2 m, 直径 1.2 m, 前轮转动一周, 压路的面积是多少平方米?

3. 广告公司制作了一个底面直径是 1.5 m, 高 2.5 m 的圆柱形灯箱, 可以张贴多大面积的海报?



4. 修建一个圆柱形的沼气池, 底面直径是 3 m, 深 2 m, 在池的侧面与下底面抹上水泥, 抹水泥部分的面积是多少平方米?

5. 某种饮料罐的形状为圆柱形, 底面直径为 6 cm, 高为 12 cm, 将 24 罐这种饮料按如图所示的方式放入箱内, 这个箱子的长、宽、高至少是多少厘米?



6. 求下面各图形的表面积。



7. 一顶帽子, 上面是圆柱形, 用黑布做, 帽檐部分是一个圆环, 用红布做, 做这顶帽子, 哪种颜色的布用得更多?



## 编写意图

(1) 第 1 题是直接给出底面直径和高, 求圆柱的表面积。

(2) 第 2~4 题是解决实际问题, 需要学生根据实际情形灵活处理。例如, 第 2 题中的“轮宽”指的是圆柱的高, 要求的实际上是圆柱的侧面积。第 3 题, 张贴的海报面积, 是圆柱形灯箱的侧面积。第 4 题, 沼气池的“深度”就是圆柱的高。

(3) 第 5 题, 借助直观图使学生看到, 长方体纸箱的高至少和饮料罐的高度相等; 而纸箱底面的长方形的长至少是 6 个饮料罐底面圆的直径那么长, 宽至少是 4 个直径那么长。通过沟通不同立体图形各部分之间的关系, 发展学生的空间观念。

(4) 第 6 题同时复习长方体和正方体、圆柱的表面积计算, 使学生认识到立体图形的表面积都是指所有表面的面积之和。

(5) 第 7 题是灵活解决实际问题, 把组合图形分解为基本图形, 巩固圆柱表面积和环形面积的计算方法。

## 教学建议

(1) 引导学生根据实际情况把现实问题准确地转化为数学问题。

第 2~5 题、第 7 题都是用圆柱表面积的知识解决实际问题。要帮助学生理解问题的实际含义, 将其准确地转化为数学问题, 弄清求的是圆柱哪些部分的面积。必要时, 可通过教具或图形帮助学生直观理解。如第 2 题, 可用圆柱形纸筒代替压路机前轮滚动一周, 使学生看到所压路面的面积就是前轮的侧面积。

(2) 发挥想象, 灵活应用, 发展空间观念。

第 5、7 题涉及的实际问题稍复杂, 除了圆柱, 还包含了其他的立体或平面图形。教学时, 要鼓励学生发挥想象, 找准图形之间的对应关系, 选取正确的条件进行计算。例如, 第 5 题, 在认识了圆柱与长方形的高的关系的基础上, 可以让学生在方格本上的格子里面画圆, 来表示纸箱的长方形底面与饮料罐的圆形底面的关系, 帮助理解。

## 编写意图

(1) 第8题通过抱枕的不同颜色,使学生在解决实际问题时明确要求的是哪些部分的面积。

(2) 第9题,根据灯笼的构造,要求用了多少彩纸,需要用圆柱的表面积减去上下底面中间留出的口的面积。

(3) 第10题,需要根据“求一个数的几分之几是多少”先求出底面直径,再根据水桶的样子计算出该圆柱的侧面积和一个底面积之和。

(4) 第11题,研究的对象是圆柱与长方体的组合图形。根据实际情况,需要考虑哪些地方是刷不到油漆的,即长方形的底面要去掉一个圆,而圆柱也只有侧面才需要刷油漆。

(5) 第12题是已知圆柱的侧面积和底面半径求圆柱的高,是侧面积计算的逆向应用。学生可通过列方程来解决这一问题。

(6) 第13题,圆柱被截成4段(截3次)后,侧面积不变,但增加了6个底面的面积。

(7) 第14\*题,圆柱的侧面展开图是一个正方形,即 $\pi d = h$ ,因此, $d : h = d : \pi d = 1 : \pi$ 。

8. 王阿姨做了一个圆柱形的抱枕,长80 cm,底面直径18 cm,如果侧面用蓝色布,底面用黄色的布,两种布各需要多少?



9. 妈妈做了一个圆柱形的灯笼(如右图),上下底面的中间分别留出了78.5 cm<sup>2</sup>的口,用了多少彩纸?



10. 一个圆柱形铁皮水桶(无盖),高12 dm,底面直径是高的 $\frac{3}{4}$ ,做这个水桶大约要用多少铁皮?

11. (1) 要粉刷灯笼(如右图,圆柱的底面不刷漆)涂上白色的油漆,要漆多少平方米?  
(2) 街心花园有30个这样的灯笼,如果油漆灯笼每平方米人工费5元,一共需要人工费多少元?



12. 一个圆柱的侧面积是188.4 dm<sup>2</sup>,底面半径是2 dm,它的高是多少?

13. 一根圆柱形木料的底面半径是0.3 m,长是2 m,如图所示,将它截成4段,这些木料的表面积比原木料增加了多少平方米?



14\* 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形,求这个圆柱的底面直径与高的比。



## 教学建议

(1) 结合题目条件和实际情况,借助直观模型和空间想象,提高综合性解决实际问题的能力。

解答习题时,要引导学生具体问题具体分析,避免盲目套用公式。例如,第10题,首先要明确解题思路,先求出圆柱的底面直径,再确定铁皮的用料包含了哪些表面的面积。第11题,可通过观察直观图或教具演示,使学生明白圆柱及长方体组合体被遮住的部分刚好是圆柱的三个底面积。因此,刷油漆的面积就是长方体表面积与圆柱侧面积之和再减去圆柱

的一个底面积。最后,还要注意根据要求将计算结果化成以平方米为单位的数,并根据实际情况保留近似数。第12题,如果学生解答时有困难,教师可以提示学生列方程解答。

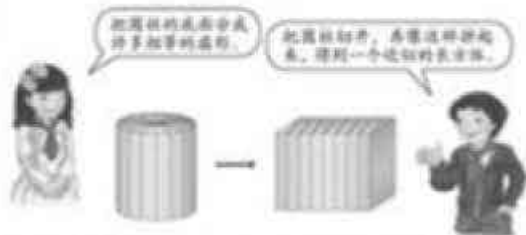
(2) 加强知识的综合性应用。

解决生活中的问题时,既要考虑实际需要,又要兼顾与其他知识的整合。例如,第13题,既可以让学观察直观图,看到多出6个底面,也可引导学生联系“植树问题”的模型,发现截成4段需要截3次,每次多2个底面。在此基础上再作进一步延伸,总结规律,如截成 $n$ 段,多的是 $2(n-1)$ 个底面。第14题,引导学生结合比的相关知识,进行自主探究。

## 圆柱的体积

我们会计算长方体和正方体的体积。圆柱的体积怎样计算呢？能不能将圆柱转化成我们学过的立体图形，计算出它的体积呢？

5



分成的扇形越多，拼成的立体图形就越接近于长方体。

把拼成的长方体与原来的圆柱比较，你能发现什么？

这个长方体的底面积等于圆柱的\_\_\_\_\_，高等于圆柱的\_\_\_\_\_。  
由长方体的体积等于底面积乘高可以得到：

圆柱的体积 = 底面积 × 高

$$V = Sh$$

圆柱的体积计算公式是：

$$V = \underline{\hspace{2cm}}$$

如果知道圆柱的底面半径 $r$ 和高 $h$ ，你能写出圆柱的体积公式吗？

### 做一做

- 一根圆柱形木料，底面积为 $75\text{ cm}^2$ ，长 $90\text{ cm}$ ，它的体积是多少？
- 李家庄挖了一口圆柱形水井，地面以下的井深 $10\text{ m}$ ，底面直径为 $1\text{ m}$ ，挖出的土有多少立方米？



## 编写意图

(1) 例5教学圆柱体积计算公式的推导。教材首先从回顾旧知(长方体、正方体的体积计算)入手，引出圆柱体积的计算问题。教材通过提示能否将圆柱转化成已学过的立体图形来计算体积，渗透转化的数学思想，即把新的问题转化为已学过的问题来解决。接着通过教具演示图说明把圆柱的底面分成若干个相等的扇形，把圆柱切开，拼成一个近似的长方体。把底面等分成若干等份再拼成一个近似长方形，这是推导圆面积计算公式所用的方法，把平面的知识类推到立体，也是一种很重要的思想方法。当等分的份数越多，拼成的形体越接近长方体，使学生感受极限的思想。然后引导学生观察和推理，得出转化前后的圆柱与长方体各部分间的对应关系，推导出圆柱的体积计算公式的两种形式。

(2) “做一做”中的两道题，提供了不同的条件，让学生联系实际，灵活应用公式解决实际问题，巩固新知。

## 教学建议

(1) 要在学生独立思考、自主探索的基础上，借助直观教具帮助学生完成推导。

教学例5时，可用一系列问题引起学生的思考：什么叫圆柱的体积？圆柱的体积怎么求？回忆一下，长、正方体的体积是怎么求的？可以把长、正方体的体积计算公式直接移植过来吗？圆柱和长、正方体有什么联系和区别？使学生看到圆柱和长、正方体都有高，但底面不同，如果能把底面转化成长、正方形就好了。有了这样的方向，再引导学生回想圆面积计算公式的推导过程。接下来，引导学生运

用类比，指出可把圆柱底面转化成长方形，圆柱就相应地转化成长方体。在学生探明方向的基础上，教师再利用教具或课件进行演示，并引导学生观察转化前后各部分的对应关系，自主推导出圆柱的体积计算公式。

(2) 注意渗透相应的数学思想。

在上述过程中，把新知转化为旧知、利用旧知探索新知，使学生掌握转化的思想；把平面图形的知识迁移到立体图形，使学生掌握类比的思想方法；把底面圆无限等分，圆柱就无限接近于长方体，使学生体会极限的思想；寻找转化前后各部分间的对应关系，使学生理解“变中有不变”的思想，掌握推理的方法。

## 编写意图

(1) 例 6, 通过创设一个实际的生活情境“杯子能不能装下这袋牛奶”, 让学生解决简单的实际问题。要解决这个问题, 就先要计算杯子的容积, 使学生感受计算的必要性。

(2) 学生在前面的学习中已经明白容器容积的计算方法, 跟相应立体图形体积的计算方法相同, 只是注意要从容器的内部去测量相关数值。

(3) 具体计算时既可以先求出底面积  $S$ , 用  $V=Sh$  计算容积, 也可以直接用  $V=\pi r^2 h$  计算。

(4) “做一做” 让学生灵活应用公式解决实际问题。第 1 题巩固圆柱形容器容积的计算方法。第 2 题先计算出圆柱形木料的体积, 再计算这根木料最多能做多少张课桌, 增强学生的应用意识。在具体计算时, 需要学生根据实际情况用“去尾法” 取近似值。

6 下面的杯子能不能装下这袋牛奶? (数据是从杯子里面测量得到的。)



解: 要回答这个问题, 先要计算出杯子的容积。

$$\begin{aligned} \text{杯子的底面积: } & 3.14 \times (8 \div 2)^2 \\ & = 3.14 \times 4^2 \\ & = 3.14 \times 16 \\ & = 50.24 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{杯子的容积: } & 50.24 \times 10 \\ & = 502.4 \text{ (cm}^3\text{)} \\ & = 502.4 \text{ (mL)} \end{aligned}$$

答: 因为 502.4 大于 498, 所以杯子能装下这袋牛奶。

### 做一做

1. 小明和妈妈去游玩, 带了一个圆柱形保温杯, 从里面量底面直径是 6 cm, 高是 15 cm。如果两人游玩时要喝 1 L 水, 带这个保温杯够吗?



2. 一根圆柱形木料底面直径是 0.4 m, 长是 5 m。如果做一张课桌用此木料 0.02 m<sup>3</sup>, 这根木料最多能做多少张课桌?



## 教学建议

(1) 引导学生实现实际问题与数学问题的互相转化。

教学例 6 时, 要引导学生思考: 解决这个问题就是要计算什么? 然后指出求杯子的容积就是求这个圆柱形杯子可容纳东西的体积, 计算方法跟圆柱体积的计算方法一样, 再让学生独立解决。反馈时, 要引导学生交流自己的解题步骤, 并对不同的解题方法进行交流和沟通。此外, 对于不同体积单位间的换算, 也应借机进行复习。

(2) 注重培养学生的应用意识。

教学时, 应注意联系实际, 培养学生运用所学知识解决实际问题的能力。和体积相关的问题大多与现实生活联系紧密, 要引导学生进一步明确现实问题所指向的数学问题, 灵活应用圆柱的体积计算公式和各数量之间的关系解决问题。例如, “做一做” 第 2 题, 虽然题目没有要求结果取整数, 但根据生活经验, 需要用“去尾法” 保留整数, 以体现计算结果的“现实性”。

**7** 一个内直径是8 cm的瓶子装, 水的高度是7 cm, 把瓶盖拧紧倒置放平, 无水部分是圆柱形, 高度是18 cm, 这个瓶子的容积是多少?



**问题与过程**

这个瓶子不是一个完整的圆柱, 无法直接计算容积。

能不能转化成圆柱呢?

**分析与解答**

瓶子里的水倒置后, 体积不变, 水的体积加上18 cm高圆柱的体积就是瓶子的容积。

这就是把瓶子的容积转化成了两个圆柱的体积。

$$\begin{aligned} \text{瓶子的容积} &= 3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 7 + 3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 18 \\ &= 3.14 \times 16 \times (7 + 18) \\ &= 3.14 \times 16 \times 25 \\ &= 1256 \text{ (cm}^3\text{)} \\ &= 1256 \text{ (mL)} \end{aligned}$$

**回顾与反思**

我们利用了体积不变的特性, 把不规则图形转化成规则图形来计算。

求不规则图形的体积时也运用了转化的方法。

答: 瓶子的容积是1256 mL。

**试一试**

一瓶装满的矿泉水, 小明喝了一些, 把瓶盖拧紧后倒置放平, 无水部分高10 cm, 内直径是8 cm, 小明喝了多少水?



(1) 例7呈现了一个装了小半瓶水的矿泉水瓶, 下部是圆柱形, 而上部是一个不规则立体图形。教材给出了瓶子平置时的水的高度和倒置时无水部分的高度, 要求这个瓶子的容积。这样的问题不是学生常见的常规问题, 看似无处着手, 也促使学生发现和提出问题。

(2) 教材引导学生通过观察, 发现水瓶倒置前后, 水的体积不变, 无水部分(即空气)的体积也不变。而瓶子的容积就是水的体积与空气的体积之和。倒置前, 水的形状是一个圆柱, 而倒置后, 空气的形状是一个圆柱, 这两个圆柱的体积之和就是瓶子的容积。通过把不规则形状的体积转化成规则形状, 把未知知识转化为已学知识, 发现转化过程中的“变”与“不变”, 提高学生分析问题和解决问题的能力。

(3) “回顾与反思”部分, 与以前计算不规则图形体积的方法进行比较, 对转化的思想和方法, 适度抽象概括。

## 教学建议

(1) 有意识培养学生的问题意识。

对于一个学生很难直接解决的问题, 要引导学生发现不会解决的问题在哪儿, 培养学生发现和提出问题的能力。例如, 本例中, 学生如果能提出左图中“如果知道了上半部分空气的体积就能求出水瓶的容积了, 可是它的形状是不规则的, 怎么求”的问题, 就离确定解决问题的正确方向不远了。

(2) 引导学生运用转化思想分析和解决问题。

在学生遇到上述障碍时, 教师可用实物演

示瓶子倒置的过程, 引导学生思考: 瓶子里水的体积在倒置前后有变化吗? 空气呢? 倒置前水的体积会求吗? 空气的体积会求吗? 倒置后空气的体积会求吗? 使学生看到, 瓶子的容积就是水的体积加上空气的体积, 只要选取倒置前水的体积和倒置后空气的体积, 就可以解决问题。

(3) 重视方法总结, 提炼数学思想。

在“回顾与反思”环节, 适时引导学生总结“把不规则图形转化成规则图形来计算”的策略, 并及时回顾以前计算梨的体积时也用了转化的方法, 使学生对转化的数学策略有更为深刻和更为一般性的理解和掌握, 而不仅仅停留在“就题论题”的层面。

## 编写意图

(1) 第1题是已知圆柱的底面半径(或直径)和高,求体积。要求学生仔细审题,看清条件。

(2) 第2题是解决简单的实际问题,使学生理解水桶可装水的体积就是水桶的容积。

(3) 第3题,需要学生学会选择合适的信息解决实际问题。花坛的高度是一个干扰性信息,花坛里所填土的体积只与土的高度相关。

(4) 第4题是圆柱体积计算公式的逆向应用。学生可以直接列出除法算式,也可以用方程解决。

(5) 第5题,要求学生解决与圆柱形物体的体积有关的综合性实际问题。题目要求的是玉米重多少,首先要求出玉米的体积。

(6) 第6题,综合复习圆柱和长方体表面积、体积的计算,使学生一方面区分表面积和体积在概念和计算方法上的不同,另一方面,理解不同的立体图形在求表面积、体积时的一致性,如表面积都是各表面的面积总和,体积都可用底面积 $\times$ 高来求得。

## 练习五

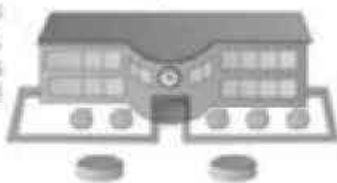
1. 计算下面各圆柱的体积。(单位:cm)



2. 如图,这个圆柱形水桶可以装多少水?



3. 学校建了两个同样大小的圆柱形花坛,花坛的底面内直径为3 m,高为0.8 m,如果填土的高度是0.5 m,两个花坛中共需要填土多少立方米?



4. 一个圆柱的体积是 $60\text{ cm}^3$ ,底面积是 $14\text{ cm}^2$ ,它的高是多少厘米?

5. 一个圆柱形粮囤,从里面量得底面半径是1.5 m,高2 m,如果每立方米玉米约重750 kg,这个粮囤能装多少吨玉米?



6. 求下面图形的表面积和体积。(单位:cm)



## 教学建议

(1) 注意指导学生认真审题,合理利用信息。

解决有关圆柱表面积和体积的相关问题时,要引导学生认真审题。例如,第3题,花坛高0.8 m和填土的高度0.5 m应该用哪个?哪个是多余条件?求的是几个花坛里的土的体积?等等。

(2) 利用现实问题,培养学生的应用意识。

教师应引导学生有意识地把现实生活情境抽象成数学问题。例如,第3题,在解决了教材中的问题之后,还可以问学生:如果要把花坛填满,还需要多少土?引导学生用多样化的

策略解决(如求出总的体积,再减去已有的土,或者直接计算高为0.5 m的圆柱的体积),充分利用教材资源,加强应用。

(3) 注意在解题的基础上作进一步提炼。

完成第6题后,一方面,可让学生说一说表面积和体积之间的联系和区别,使学生分清这两个概念的区别,并注意计量单位的使用;另一方面,可以引导学生归纳:长方体(正方体)和圆柱的体积都可用底面积 $\times$ 高来计算,只是底面积的具体计算方法不同而已。甚至可以启发学生思考:如果把底面改成三角形、五边形、六边形甚至椭圆,是否也可用底面积 $\times$ 高来求体积?以培养学生的类比推理能力。



7.



学校要在教学区和操场之间修一道围墙, 原计划用土石 35 m<sup>3</sup>, 后来改开了一个厚度为 25 cm 的月亮门, 减少了土石用量, 现在用了多少立方米土石?

8. 明明家来了两位小客人, 妈妈冲了 1 L 果汁, 如果用右图中的玻璃杯喝果汁, 够明明和客人每人一杯吗?



9. 两个底面积相等的圆柱, 一个高为 4.5 dm, 体积为 81 dm<sup>3</sup>, 另一个高为 3 dm, 它的体积是多少?

10. 一个圆柱形玻璃容器的底面直径是 10 cm, 把一块完全浸在这个容器的水中的铁块取出后, 水面下降 2 cm, 这块铁块的体积是多少?

11. 一种电热水炉的水龙头的内直径是 1.2 cm, 打开水龙头后水的流速是 20 厘米/秒, 一个容积为 1 L 的保温壶, 50 秒能装满水吗?



12. 下面是一根钢管, 求它所用钢材的体积。(单位: cm)



13. 小丽家有 6 个从里面量得底面积是 30 cm<sup>2</sup>, 高 10 cm 的圆柱形茶杯, 用一壶茶能倒满 4 杯, 有一天来了 6 位客人, 如果让 6 位客人都能喝上这壶茶, 平均给杯倒多少毫升?

29

## 编写意图

(1) 第 7 题, 要求减少的土石方就是求月亮门所占的空间, 实际上是一个底面直径为 2 m、高为 0.25 m 的圆柱。

(2) 第 8 题, 要先求出一个杯子的容积, 再把 3 个杯子的容积总和与 1 L 果汁作比较。

(3) 第 9 题, 由于学生还没学习比例的相关知识, 所以要先利用第一个圆柱的信息求出底面积, 再求第二个圆柱的体积。

(4) 第 10 题巩固转化的方法, 其中, 铁块的体积等于它完全浸入水里后所排开水的体积。

(5) 第 11 题, 需要把动态的水流想象为静态的圆柱, 这一圆柱的高度随时间而变化。既可以先求出 1 秒水流的体积, 也可以直接求出 50 秒水流的体积。

(6) 第 12 题, 所用钢材的体积就是大圆柱的体积减去中空的小圆柱的体积。

(7) 第 13 题, 要先求出一壶茶 (4 满杯) 的体积, 再平均分给 6 个杯子, 求出一杯水的体积。

## 教学建议

(1) 善用转化的思想, 激活学生思维。

在练习中, 适时应用转化的方法, 可使问题变得易于解决。例如, 第 9 题, 学生可以根据两个圆柱的底面积相等这一条件, 先求出其中一个圆柱的底面积, 利用这个底面积再求出另一个圆柱的体积。第 10 题, 只要求出铁块从圆柱容器中的水里取出后, 水面下降后所减少的这部分圆柱形水柱 (底面直径为 10 cm, 高度为 2 cm) 的体积, 就是铁块的体积。

(2) 引导学生采用多样化的思路解题。

例如, 第 11 题, 可以让学生想象 1 秒钟

流出的水实际就是一个底面直径 1.2 cm、高 20 cm 的圆柱, 而 50 秒流出的水的体积就是 50 个这样的圆柱的体积总和, 也可以把 50 秒流出的水想象成一个底面直径 1.2 cm、高为 1000 cm (50×20 cm) 的圆柱。第 13 题, 既可以用常规的方法, 先求出 4 满杯的体积, 再平均分成 6 份, 也可以想象把 4 个满杯的水摆起来, 成为一个高为 40 cm 的圆柱, 再把这个圆柱在高的方向上平均分成 6 份, 因此, 每份圆柱的高就是  $\frac{40}{6}$  cm。第 12 题, 既可用大圆柱体积减去小圆柱体积, 也可以结合乘法分配律得出钢管体积=底面圆环面积×高。

## 编写意图

微课代码：  
02620302

(1) 第 14\* 题在前面所学知识的基础上, 让学生发挥空间想象能力, 找准以长方形不同的边为旋转轴旋转而成的圆柱的不同底面半径和高与长方形边的长度之间的对应关系, 计算出相应的圆柱体积, 分别为  $12560 \text{ cm}^3$  和  $6280 \text{ cm}^3$ 。

(2) 第 15\* 题呈现了四个面积相同但长、宽不同的长方形, 把它们分别卷成圆柱时, 这些长方形就是圆柱的侧面展开图, 要求学生通过计算比较圆柱的体积。学生需发挥空间想象能力, 把展开图逆向卷曲, 找准底面周长和高与展开图的位置对应关系。其中, 前三个长方形都可以卷成两种不同的圆柱, 通过计算七个圆柱的体积, 引导学生发现规律: 侧面积相同时, 底面半径越大, 体积越大。

(3) “你知道吗”介绍了圆柱容球, 向学生渗透数学文化。在拓展学生知识面的同时, 激发学生学习立体图形的兴趣和探究欲望。同时, 把有联系的两种立体图形放在一起研究, 也为学习圆柱和圆锥的关系作了孕伏。

- 14\* 右面这个长方形的长是  $20 \text{ cm}$ , 宽是  $10 \text{ cm}$ , 分别以长和宽为轴旋转一周, 得到两个圆柱体, 它们的体积各是多少?



- 15\* 下面 4 个图形的面积都是  $26 \text{ dm}^2$ , 用这些图形分别卷成圆柱, 哪个圆柱的体积最小? 哪个圆柱的体积最大? 你有什么发现? (单位:  $\text{dm}$ )



### 你知道吗?

#### 圆柱容球

古希腊著名的数学家阿基米德 (Archimedes) 是历史上最伟大的数学家之一, 按照他生前的遗愿, 人们在他的墓碑上刻了一个“圆柱容球”的几何图形, 为什么阿基米德希望在自己的墓碑上刻圆柱容球的图形呢? 这是因为在他众多的科学发现当中, 以圆柱容球定理最为满意。

如图, 圆柱容球就是把一个球放在一个圆柱形容器中, 盖住容器上盖后, 球恰好与圆柱的上、下底面及侧面紧密接触。

如图, 当圆柱容球时, 球的直径与圆柱的高和底面直径相等。假设圆柱的底面半径为  $r$ , 那么圆柱的体积  $V_1 = \pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$ , 阿基米德发现并证明了球的体积公式是  $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3$ , 所以  $V_1 = \frac{3}{2}V_2$ , 即当圆柱容球时, 球的体积正好是圆柱体积的三分之二。

阿基米德还发现, 当圆柱容球时, 球的表面积也是圆柱表面积的三分之二。你能求出球的表面积吗?



30

## 教学建议

(1) 借助演示和操作, 发展学生的空间观念。

第 14\*、15\* 题都是供学有余力的学生练习的, 均有一定难度, 许多学生很难仅凭空间想象找准长方形旋转和卷曲后得到的圆柱的底面半径、底面周长、高与长方形相应边的对应关系。在教学中, 可由教师或学生制作相应的学具, 亲自动手转一转、卷一卷, 反复几次。教师也可在原图的基础上补充作图, 画成立体透视图, 帮助学生直观地找准对应关系, 选取正确的条件, 计算圆柱的体积, 进一步发展空

间观念。

(2) 留足思考空间, 激发学生的探究欲望。

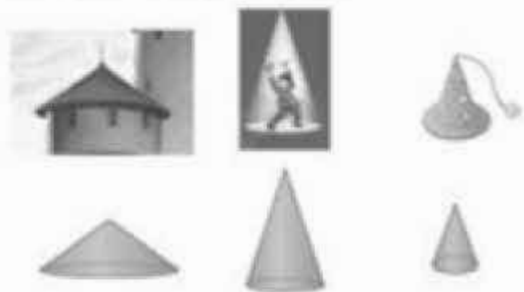
第 15\* 题, 学生通过具体计算后发现: 圆柱的侧面积一定时, 底面周长越大, 体积也就越大。对于有兴趣的学生, 还可以让他们在此基础上进一步究其原因。例如, 设长方形的长和宽分别为  $a$  和  $b$ , 其面积为  $S$ 。假设以  $a$  为圆柱的底面周长, 此时圆柱体积为  $\frac{a^2 b}{4\pi}$ , 而  $ab = S$  (常数), 因此圆柱体积为  $\frac{aS}{4\pi}$ ,  $a$  越大时, 体积就越大。

## 2. 圆锥

### 圆锥的认识



上图中这些物体的形状有什么共同的特点?



上图中这些物体的形状都是圆锥体,简称圆锥。

你见过哪些圆锥形的物体?



31

### 编写意图

关于圆锥的认识的编排,思路和圆柱的认识是相同的。教材从展示生活中常见的圆锥形实物图入手,提出问题“上面这些物体的形状有什么共同特点?”使学生对圆锥产生初步感知,尤其是圆锥形的舞台灯光,能让学生清楚地看到圆锥的底面是一个圆,几乎完全等同于一个抽象意义上的圆锥模型。接着从实物图中抽象出圆锥的几何图形,给出圆锥的名称,完成从具体到抽象的过渡。并让学生说说还见过哪些圆锥形的物体,巩固圆锥的表象。

### 教学建议

(1) 加强直观演示,巩固图形的表象。

圆锥的引出可参照圆柱进行,在举生活中圆锥形的实物时,学生举的例子可能有限,教师可以通过视频或图片呈现更多的例子。如,圆锥形煤堆,圆锥形粮堆,圆锥形帐篷,圆锥形少数民族帽,削过的铅笔头等。

(2) 引导学生从数学本质的角度认识圆锥。

教材上给出的实例以及生活中常见的圆锥一般都是顶点在上方的,教学时,教师可以出示一个铅锤,使学生看到圆锥的特征并不因摆

放的位置、方向而改变。

## 编写意图

(1) 例1引导学生观察圆锥形实物,认识圆锥的底面、侧面和高,掌握它们的定义及主要特征。

接下来,介绍圆锥高的测量方法,并指出测量时需要注意的问题。由于受知识所限,小学生没有必要对“两个平行平面间的距离相等”的原理进行深究,只要通过操作,直观地感悟到上方的平板与底面必须平行就可以了。

与圆柱的认识相似,为加深对圆锥的认识,教材还让学生拿一张直角三角形的硬纸,在一直角边上贴上小棒,快速转动小棒,看转出来的是什么形状,从旋转的角度进一步认识圆锥,为后面灵活运用圆锥的底面半径和高作准备,发展学生的空间观念。

(2) “做一做”给出了不同方向放置的圆锥,让学生指出圆锥的底面、侧面和高,加深对圆锥本质特征的认识。

1 拿一个圆锥形的物体,观察它有哪些特征。



圆锥的底面是个圆,侧面是一个曲面。



从圆锥的顶点到底面圆心的距离是圆锥的高。

怎样测量圆锥的高?拿一个圆锥形物体,试着测量它的高。

如下图所示,可以测量出圆锥的高。



测量时,圆锥的底面要与平板平行;上面的平板要与平板放在圆锥的顶点上。



如下图所示,把一张直角三角形的硬纸贴在小棒上,快速转动小棒,看看转出来的是什么形状。



转动起来是一个圆锥。



做一做

指出下面圆锥的底面、侧面和高。



92

## 教学建议

(1) 加强对比,了解圆锥的组成及特征。

教学例1时,可先复习圆柱的各部分名称及特征。圆锥的高的认识是教学难点,教学时可由圆柱的高引入:圆柱两底面之间的距离叫做圆柱的高。那么圆锥的高指什么?或给出两种不同的说法:“从圆锥的顶点到底面圆心的距离是圆锥的高”“从圆锥的顶点到底面圆周上任意一点的距离是圆锥的高”,让学生通过辩论、交流,联系平面图形中的高,从垂直性的角度认识圆锥的高,并区分高和母线(母线的名称不必向学生介绍)。做转动直角三角形

纸片活动时,可先让学生联系长方形纸片的旋转进行猜测,然后让学生通过实际操作进行验证。通过实验使学生看到,旋转轴所在的直角边就是圆锥的高,而另一条直角边就是底面的半径,斜边就是顶点到底面圆周上任意一点的连线。通过对比,使学生初步感受这两种图形的联系。

(2) 加强操作指导。

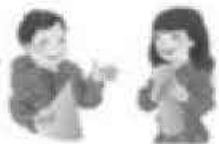
测量圆锥的高时,要加强指导,使学生通过操作直观感受什么是“平行平面间的距离”,掌握圆锥的高的测量方法。

## 圆锥的体积

我们已经会计算圆柱的体积，如何计算圆锥的体积呢？

2

圆锥的体积和圆柱的体积有没有关系呢？



圆锥的底面是圆，圆锥的高也是高。

下面通过试验，探究一下圆锥和圆柱体积之间的关系。

(1) 各取厚薄好写纸，等高的圆锥、圆柱形容器。



(2) 用倒沙子或水的方法试一试。



(3) 通过试验，你发现圆锥的体积与同它等底、等高的圆柱的体积之间的关系了吗？

$$V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} V_{\text{圆柱}} = \frac{1}{3} Sh$$

## 编写意图

(1) 例2按引出问题——实验探究——导出公式三个层次进行编排。

首先，教材提出问题“我们已经会计算圆柱的体积，如何计算圆锥的体积呢”，引发学生思考，并提示学生将圆锥的体积与圆柱的体积联系起来，引导学生对二者体积之间的大小关系进行猜测，带着猜测去探究。

教材让学生准备好等底、等高的圆柱和圆锥形容器，通过圆柱、圆锥相互倒沙子或水的实验，探究等底等高的圆锥和圆柱体积之间的关系。

学生通过实验发现：等底等高的圆锥和圆柱，圆锥的体积是圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ 。由此得出圆锥体积的计算公式。

(2) 需要注意的是，小学阶段由于知识所限，只能用实验法这种并不严格的方法来推导圆锥的体积公式，将来还会利用积分等方法严密地推导圆锥体积计算公式。

## 教学建议

(1) 引导学生经历圆锥体积计算公式的推导过程，提高发现和提出问题的意识。

教学时，可以引导学生从圆锥与圆柱的共同特征入手，如它们底面都是圆，如果从一个圆柱上底面的圆心和下底面圆周上的每一点连起来，就能得到一个和圆柱等底等高的圆锥，进而很自然地联想到二者的体积是否存在关系。可以先让学生大胆猜想：等底等高的圆锥和圆柱体积存在什么样的关系？在学生猜想的基础上，提出用实验探究的方法加以验证，水到渠成。此时教师再拿出等底等高的圆锥与圆

柱的学具，引导学生利用倒水和倒沙子的方法探究圆柱体积是圆锥的几倍。

(2) 注意实验数学与抽象数学的区别。

虽然小学生能够接受通过实验得到的结论，但教师还是有必要跟学生解释一下，用实验得到的结果有可能是不严密的，实验只是一种验证手段，只是现在限于知识水平，还不能严格地证明圆锥的体积是等底等高的圆柱的体积的三分之一，但数学家已经证明了这一结论，可以直接应用。

## 编写意图

(1) 例3是圆锥体积计算公式的简单应用。题目给出了圆锥形沙堆的底面直径和高,求沙堆的体积和质量。学生在应用公式时需要注意合理利用题目中给出的信息,如要把底面直径转化成半径再计算。

(2) “做一做”中提供了不同的信息形式,巩固圆锥体积的计算,如第1题直接给出底面积,第2题给出的是底面直径。

(3) “生活中的数学”介绍了生活中的圆锥,激发学生的学习兴趣。跨学科的阅读材料,拓宽了学生的知识面,加强了学科之间的联系。

3 工地上有一堆沙子,近似于一个圆锥(如下图)。这堆沙子的体积大约是多少?如果每立方米沙子重1.5t,这堆沙子大约重多少吨?

(1) 沙堆底面积:

$$3.14 \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 3.14 \times 4 = 12.56 \text{ (m}^2\text{)}$$

(2) 沙堆的体积:

$$\frac{1}{3} \times 12.56 \times 1.5 = 6.28 \text{ (m}^3\text{)}$$

(3) 沙堆重:

$$6.28 \times 1.5 = 9.42 \text{ (t)}$$

答: \_\_\_\_\_。



## 做一做

1. 一个圆锥形的零件,底面积是19 cm<sup>2</sup>,高是12 cm,这个零件的体积是多少?
2. 一个用钢珠制成的圆锥形铅锤,底面直径是4 cm,高5 cm,每立方厘米钢大约重7.8 g,这个铅锤重多少克?(得数保留整数。)



34

## 教学建议

(1) 引导学生合理运用信息,自主解决问题,加深对圆锥体积计算公式的理解。

学生在计算圆锥体积时,要防止死记硬背公式。教学时,应引导学生根据题目给出的信息,结合圆锥与圆柱体积之间的关系,灵活应用。例如,教学例3时,可先提示:要求圆锥形沙堆的体积,必须先求什么?然后让学生自行解决。反馈时,着重交流解决问题的步骤:先算什么?后算什么?再如,“做一做”第1题,直接给出了圆锥的底面积,要引导学生具

体情况具体分析。具体计算时,由于涉及 $\frac{1}{3}$ 的问题,要引导学生灵活选择算法,如在计算圆锥体积时,如果底面积或半径的平方或高是3的倍数,则先与3约分再乘较简便。

(2) 可结合“生活中的数学”拓展学生知识面,体会数学与生活、数学与其他学科之间的联系。

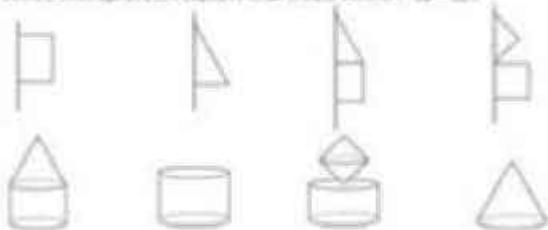
借助“生活中的数学”的内容,教师可以对学生进行跨学科知识的拓展。除了教材上的素材外,还可用有趣的形式介绍其他学科领域中的圆锥,激发学生通过课外读物或网络等渠道丰富圆锥的有关知识。

## 练习六

1. 下列物体的形状是由哪些图形组成的？



2. 下面图形以红色线为轴快速旋转后会形成什么图形？连一连。



3. 找一个圆锥形的物体，你能想办法算出它的体积吗？说说测量和计算的方法。

4. (1) 一个圆柱的体积是  $75.36 \text{ m}^3$ ，与它等底等高的圆锥的体积是 ( )  $\text{m}^3$ 。  
(2) 一个圆锥的体积是  $141.3 \text{ m}^3$ ，与它等底等高的圆柱的体积是 ( )  $\text{m}^3$ 。

5. 判断对错，对的画“√”，错的画“×”。

- (1) 圆锥的体积等于圆柱体积的  $\frac{1}{3}$ 。 ( )  
(2) 圆柱的体积大于与它等底等高的圆锥的体积。 ( )  
(3) 圆锥的高是圆柱的高的 3 倍，它们的体积一定相等。 ( )

6. 一个圆锥的底面周长是  $37.68 \text{ cm}$ ，高是  $9 \text{ cm}$ ，它的体积是多少？

7. 一堆煤成圆锥形，高  $2 \text{ m}$ ，底面周长为  $18.84 \text{ m}$ 。这堆煤的体积大约是多少？已知每立方米的煤约重  $1.4 \text{ t}$ ，这堆煤大约重多少吨？（得数保留整数。）



25

## 编写意图

(1) 第 1 题，让学生判断现实生活中物体的形状是由哪些基本图形组成的，加深对立体图形表象的辨识。

(2) 第 2 题，以长方形、正方形、三角形的某条边为旋转轴，让学生想象旋转后形成的立体图形，旨在进一步发展学生的空间观念。

(3) 第 3 题是一道实践操作题，涉及如何测量圆锥形实物的底面直径和高的方法。

(4) 第 4 题，根据等底等高的圆柱和圆锥的体积之间的关系，巩固利用其中一个图形的体积求另一个图形体积的方法。

(5) 第 5 题是有关圆锥与圆柱体积关系的判断题，使学生进一步明确只有等底等高的圆柱与圆锥的体积才存在 3 倍的关系。

(6) 第 6、7 题都是已知圆锥的底面周长和高，求圆锥的体积。要先根据底面周长求出底面半径，再继续求出圆锥的体积以及物体的质量。

## 教学建议

(1) 注重实践性，加强观察、动手能力以及空间想象能力的培养。

第 1 题，生活中许多物体并不是标准的圆柱或圆锥，有的物体的某一部分是圆柱或圆锥，有的是由几个圆柱或圆锥组成的。除了教材中的图，还可以让学生说说自己周围的一些物体是由哪些图形组成的。第 3 题，底面直径的测量方法是多样的，既可以用两把直尺平行地夹住物体的底面，测量出两把直尺间的距离，也可以量出圆内部最长的线段，还可以用软尺量出底面的周长，再求出底面的半径或直

径。高的测量可以参照教材上的方法。通过实际测量可以提高学生的动手能力。第 2 题，通过判断不同的平面图形旋转后得到的立体图形，并找到相应部分的对应关系，进一步培养学生的空间想象能力，如第四图中以三角形的斜边为旋转轴时，可画出该边上的高作为辅助线，帮助学生理解。

(2) 加强辨析，明确图形之间的关系。

第 5 题可让学生在判断后谈谈理由，使学生明确只有在等底等高的条件下，圆柱体积才是圆锥体积的 3 倍，由此再作扩展，如第 (3) 题。

## 编写意图

(1) 第8题是已知圆锥的高和底面直径,求谷堆的体积和质量的实际问题。第(3)、(4)题继续沿用这个素材和第(2)问的答案,进一步应用乘、除法的数量关系解决问题,提高学生解决综合性问题的能力。

(2) 第9、10题,进一步巩固圆锥和圆柱体积之间的关系。要求学生找到圆柱与圆锥之间体积、底面积和高三个量中哪两个相等,再探究第三个量之间的关系,发展学生的推理能力。例如,圆柱和圆锥的体积相等时,如果底面积相等,圆锥的高是圆柱的高的3倍;如果高相等,圆锥的底面积是圆柱底面积的3倍。

(3) 第11题紧密联系生活实际,题目信息量大。要求学生能够筛选有用信息,灵活解决问题,培养应用意识。总的降水量相当于一个底面积为  $1000 \text{ km}^2$ 、高度为  $220 \text{ mm}$  的柱体,学生有了长(正)方体、圆柱的体积计算的的经验,可以类推出不规则柱体的体积也可用“底面积 $\times$ 高”计算。本题中的单位换算也是学生容易犯错的地方。

## 教学建议

(1) 进一步加强圆柱与圆锥体积之间的联系。

通过第9、10题,使学生进一步沟通圆柱与圆锥体积之间的关系,进行相关的拓展性的变式练习。例如,可以让学生思考:如果圆柱和圆锥底面积相同,当圆柱的高是圆锥的高的3倍时,两个图形的体积有什么关系?当圆锥的高是圆柱的高的3倍时,它们的体积又有什么关系?如果圆柱和圆锥的高相同,当圆柱的底面积是圆锥的高的3倍时,它们的体积有什

8. 小明家去年秋季收获的粮食堆成了圆锥形,高2 m,底面直径是3 m。



- (1) 这堆粮食的体积是多少?
- (2) 如果每立方米粮食重650 kg,这堆粮食重多少千克?
- (3) 小明家有0.4公顷粮田,平均公顷产粮食多少千克?
- (4) 如果每千克粮食售价为2.8元,这些粮食能卖多少钱?

9. 一个圆柱与一个圆锥的底面积和体积分别相等,已知圆柱的高是4 dm,圆锥的高是多少?

10. 一个圆柱与一个圆锥的体积和高分别相等,已知圆锥的底面积是  $28.26 \text{ cm}^2$ ,圆柱的底面积是多少?

11. 一定时间内,降落在水平地面上的水,在未经蒸发、渗透,或汇流情况下所积的深度,称为降水量(通常以毫米为单位)。测定降水量所用的仪器包括雨量器和量筒。我国气象上规定,按24小时的降水量为标准,降水量划分如下表。



级别	小雨	中雨	大雨	暴雨	大暴雨	特大暴雨
降水量/mm	10以下	10~24.9	25~49.9	50~99.9	100~199.9	200以上

某区的土地面积为  $1000 \text{ km}^2$ , 2012年7月23日平均降水量为  $220 \text{ mm}$ , 该日该区总降水为多少亿立方米? 该区一年绿化用水为0.4亿立方米, 这些雨水的20%能满足绿化用水吗?

36

么关系? 当圆锥的底面积是圆柱底面积的3倍时, 它们的体积又有什么关系? 甚至还可以通过两个图形底面半径、高之间的倍数关系来推断体积之间的关系。

(2) 提高学生解决综合性问题的能力。

第8、11题的综合性较强, 需要关注学生是否能选取有用的信息, 是否能正确地运算(包括单位换算、计算)。例如, 第11题, 要让学生通过想象, 把一天的总降水量转化为一个柱体, 再联想长(正)方体和圆柱的体积都可以通过底面积乘高来计算, 通过类比, 解决问题。



## 整理和复习

1. 将下面图形分类, 说出每类图形的名称和特征。



2. 想一想, 圆柱的侧面积、表面积怎样计算? 圆柱、圆锥的体积公式是怎样推导的? 再填写下表。

名称	半径	高	侧面积	体积
圆柱	5 dm	4 dm		
		2 m	0.7 m	
	20 cm	5 cm		
圆锥	4 dm	2.4 dm	——	
	0.5 m	4.5 m	——	

3. 妈妈给小丽的塑料水瓶做了一个布套(如图), 小丽每天上学带一壶水。

- (1) 至少用了多少布料?
- (2) 小丽在学校一天喝 1.5 L 水, 这壶水够喝吗? (布套的厚度忽略不计。)



4. 一种水稻脱粒机的漏斗是由圆柱和圆锥两部分组成, 底面直径是 4 dm, 圆柱高 2 dm, 圆锥高 4.2 dm, 每立方分米稻谷重 0.65 kg。

- (1) 这个漏斗最多能装多少千克稻谷?
- (2) 如果稻谷的出米率是 70%, 一漏斗稻谷能磨多少大米?



## 编写意图

(1) 这部分内容是对这一单元的知识进行系统的整理和复习, 使学生更好地掌握圆柱、圆锥的特征, 掌握圆柱表面积的计算方法以及圆柱、圆锥体积的计算公式, 会运用所学知识解决一些简单的实际问题, 培养学生解决问题的能力。教材在整理这些知识的时候, 始终注意引导学生把握圆柱与圆锥的联系与区别, 使学生进一步明晰相关概念, 灵活运用计算公式。

(2) 第 1 题是复习圆柱、圆锥的特征。教材出示大小、方向各不相同的圆柱与圆锥, 让学生在分类的基础上, 回顾、整理图形的特征。

(3) 第 2 题是整理、复习圆柱的表面积以及圆柱、圆锥体积的计算方法。教材首先让学生回忆圆柱侧面积、表面积的计算方法以及圆柱、圆锥体积计算公式的推导过程, 再进行实际计算。

(4) 第 3、4 题是应用圆柱表面积和体积的相关知识解决实际问题, 综合性都较强。

## 教学建议

(1) 复习时注重知识间的联系与区别。

圆柱与圆锥是两个既有关联又有区别的立体图形, 在图形的直观特征、侧面与底面的形状特征、高的特征、表面积和体积的计算等各方面, 都体现了这一点。因此, 复习时, 对于二者的联系, 要注意沟通, 如体积的计算; 对于二者的区别, 要注意甄别, 如计算圆锥的体积时提醒学生不要忘记乘  $\frac{1}{3}$ 。此外, 圆柱的表面积和体积也是两个容易混淆的概念, 复习时可通过具体例子加以区别。例如, 完成第 37

页第 2 题后, 可让学生从概念、计算公式、计量单位等方面说一说它们之间的不同。

(2) 使学生在理解与解决实际问题的过程中提高综合性的问题解决能力。

第 3、4 题都是综合性很强的题目, 要让学生通过理解题意明确问题所求的是什么。例如, 第 3 题, 第 (1) 题求的是表面积, 第 (2) 题求的是体积。第 4 题, 漏斗是圆柱与圆锥的组合图形, 它们共用一个底面, 把圆柱与圆锥的体积、质量、百分数计算融合起来, 体现了综合应用性。

## 编写意图

(1) 第1、2题都是利用立体图形“变形”前后体积不变的事实, 解决实际问题。第2题, 需要学生利用空间想象, 明确长方体的长、宽、高在现实问题情境中分别指的是哪一部分。

(2) 第3题是计算组合图形体积的实际问题, 要求学生具有较强的读图能力, 从图示中找到解决问题所需的数据信息。

(3) 第4题, 先让学生思考: 怎样加工才能使圆柱最大? 借助图示, 使学生类比正方形与内切圆之间的关系, 发现当圆柱的直径和高都等于正方体的棱长时, 圆柱的体积最大。此时, 圆柱的体积为:  $3.14 \times 2^2 \times 4 = 3.14 \times 4 \times 4 = 50.24$  ( $\text{dm}^3$ )。

(4) 第5题, 可以用多样化的方法解决, 既可以先求出每次用的牙膏(底面直径是5 mm、高是2 cm的圆柱)体积, 也可以把2次用的牙膏直接看成高是4 cm的圆柱。

(5) 第6\*题, 是紧密联系生活的实际问题, 需要学生根据生活经验, 明确桶能装的水是由桶的最小高度决定的。

## 练习七

1. 把一块长方体铁块铸造成一根直径为4 dm的圆柱形钢材, 求钢材的长度。



2. 一个圆锥形沙堆, 底面积是28.26  $\text{m}^2$ , 高是2.5 m, 用这堆沙在10 m宽的公路上铺2 cm厚的路面, 能铺多少米?

3. 一块蜂窝煤如图所示, 做一块蜂窝煤大约需要用煤多少立方分米?



4. 有块正方体的木料, 它的棱长是4 dm, 把这块木料加工成一个最大的圆柱(如右图), 这个圆柱的体积是多少?



5. 一支120 mL的牙膏管口的直径为5 mm, 李叔叔每天刷2次牙, 每次挤出的牙膏长度是2 cm, 这支牙膏大约能用多少天?(得数保留整数。)



- 6\* 一个圆柱形水桶(如图, 水桶平放), 底面内直径为4 dm, 桶口距底面最小高度为5 dm, 最大高度为7 dm, 该桶最多能装多少升水?



## 教学建议

- (1) 提高学生解决综合性问题的能力。

第1、2、5题都属于“等积变形”问题, 涉及不同立体图形的体积计算方法, 第3、4题都属于组合立体图形的问题, 第2、3、5、6题都是紧密联系生活的问题。每道题目都包含了很多信息, 综合性较强。学生练习时, 要引导他们仔细读题、理解题意, 找到关键信息, 把生活问题转化成数学问题, 自行解决, 不断提高分析和解决问题的综合能力。在这一过程中, 有一些运算方面的问题也是不容忽视的, 例如, 第2、5题中都要注意单位的换算。

- (2) 在解决问题的过程中理解和掌握相应的数学思想方法。

在解决第1、2题时, 要紧紧抓住形状改变时体积不变这一关键事实, 体会“变中有不变”的思想。第1题, 铸造前后体积不变, 圆柱的体积即长方体体积; 第2题, 要结合生活实际, 想象出铺的沙子形成了一个长方体, 宽和高分别10 m和2 cm, 要求的是长。

- (3) 灵活运用图形间的关系解决问题。

例如, 第2题, 通过右图中的蜂窝煤底面, 可以知道所用的煤就是大圆柱的体积减去12个小圆柱的体积; 第4题, 需要学生找准圆柱的底面直径和高与正方体棱长的对应关系。

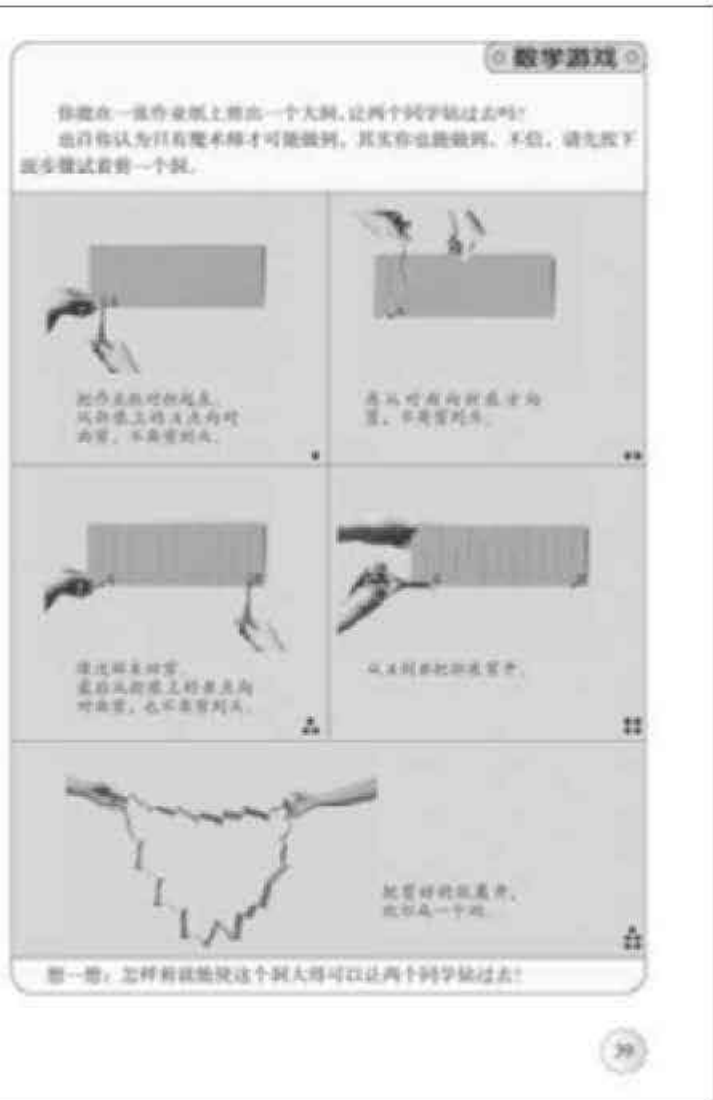
## 编写意图

(1) 本游戏旨在通过一个趣味性的活动，开拓学生解决问题的思路，培养思维的灵活性和对数学学习的兴趣。

(2) 该游戏开门见山，直接向学生提出问题：你能在一张作业纸上剪出一个大洞，让两个学生钻过去吗？这一很有挑战性的问题，有利于激发学生解决该问题的兴趣。

(3) 接下来，教材示范性地把每一步剪的步骤清晰呈现出来，并让学生模仿着剪一剪。

(4) 在学生剪出一个大洞的基础上，再进一步提出问题：怎么剪可以使这个洞大得让两个同学钻进去？事实上，在剪的过程中，相当于把一个大的长方形转化成许多小长方形。在“形态的转化”前后，纸的总面积不变，因此，小长方形的宽度越小，所有小长方形的总长度就越长，即每次剪出的纸条越细，得到的洞就越大。



## 教学建议

(1) 应引导学生在问题的引领下大胆尝试。

教学时，可直接提出问题：你能在一张作业纸上剪出一个大洞，让两个学生钻过去吗？让学生大胆尝试，剪不出来没关系，重要的是培养学生的好奇心和探究欲望。

(2) 应让学生充分感受数学的神奇和有趣。

学生经过了尝试，或许都没成功，也或许有的学生把一张纸的中间部分剪掉，得到一个小圆环，此时，教师再继续提问：这个洞能

钻过两个学生吗？接下来，教师可以先示范一次，让学生感受数学的神奇。示范时，让学生注意观察并思考：为什么要把纸对折一下？剪的起点与终点分别在哪里？为什么都不剪到头？最后是从折痕上的A点剪到B点，还是将折痕完全剪开？帮助学生体会如何保证剪后的纸保持连通不断（即不能把长方形的四边剪开）。等学生掌握了正确的操作步骤后，老师可让学生进一步思考：怎样剪可以使这个洞越来越大？让学生进一步明确，对折后的纸分割的份数越多，即剪的越细，形成的洞就越大，以此激发学生的探究兴趣。

## 二、教学设计或教学片段

### 课题 1：圆柱的认识

教学设计：杨雪梅。

教学内容：教科书第 17~18 页的内容和相关练习。

教学目标：

1. 使学生认识圆柱，掌握圆柱各部分的名称及特点，建立圆柱的几何模型。
2. 使学生经历操作、观察、比较和探索的过程，提高分析、推理和判断能力。

教学重点：理解、掌握圆柱的基本特征。

教学难点：发展空间观念，掌握圆柱的基本特征。

教学准备：主题图、课件、长方体、正方体、圆柱、三角尺、直尺。

教学过程：

(一) 复习旧知，初步感知

1. 出示长方体、正方体、圆柱、圆锥和球的模型。

师：同学们知道它们是什么图形吗？

(设计意图：唤起对学生已有经验的回顾，为新知识的学习作铺垫。)

2. 初步感知。

师：摸一摸长方体和正方体，它们都是由什么样的面围成的？(平面)

师：再摸一摸圆柱、圆锥和球，它们又是由什么样的面围成的？

让学生初步感知圆柱有的面是平面，有的面是曲面。

3. 导入课题。

师：今天我们就来研究其中的一种曲面立体图形——圆柱。(板书课题：圆柱的认识)

(二) 观察比较，建立表象

1. 出示主题图。

师：这些物体的形状有什么共同特点？

引导学生通过观察、描述，发现圆柱的特征。

由实物抽象出圆柱的模型，小结：以上物体的形状都是圆柱体，简称圆柱。(板书：圆柱)

2. 联系生活，加深认识。

师：你还见过哪些圆柱形的物体？

(设计意图：让学生对圆柱的认识经历由形象——表象——抽象的过程。)

(三) 操作感知，归纳圆柱各面的特征

1. 结合实物，初步探索圆柱的组成。

师：将圆柱拿到手中摸一摸它的整个表面，说说你的感受。(2 个平面，1 个曲面)(板书：面)

## 2. 观察、比较圆柱底面的特征。

师：观察圆柱的上、下2个平面，分别是什么形状的？（圆形）

向学生介绍：这两个圆面叫做圆柱的底面。（板书：底面，2个）

师：两个底面有什么共同特征？

引导学生观察，并推测圆柱的上、下底面是两个大小相等的圆。

通过讨论，让学生说说自己的验证方法：①可以剪出来比较；②量半径、量直径；③量周长；④把模型的底面固定在纸上沿着它的周边在纸上画出一个圆，再把圆柱倒置过来比较。

师：同学们证明的方法都对，圆柱的上、下两个面完全相同。

课件演示上、下底面重叠的过程，验证推测，肯定结论。（板书：大小一样的圆）

再将圆柱平放在桌上，引导学生发现圆柱两个底面的位置关系（一个底面紧贴桌面，另一底面与桌面平行）。通过观察，发现两个底面互相平行。（板书：互相平行）

（设计意图：把抽象的思维具体化，利用学生的直观感受和推测猜想，引导学生发现问题，解决问题。）

## 3. 感知圆柱侧面的特征。

师：请你再用双手摸摸圆柱的周围，是什么形状的？（曲面）

向学生介绍：圆柱周围的面（上、下底面除外）叫做侧面。（板书：侧面，1个）

## 4. 对比探究，认识圆柱的高。

出示两个底面大小相同、高矮不同的圆柱。

师：两个圆柱有什么区别？（一个高，一个矮）

师：圆柱的高矮和什么有关系？

引导学生发现圆柱的高矮和圆柱两个底面之间的距离有关。

师：圆柱两个底面之间的距离叫做高。（板书：高）

师：怎样测量圆柱的高？测量什么地方最方便？通过测量你发现了什么？

学生小组讨论后汇报讨论结果。

（设计意图：让学生演示测量的过程，使学生明确：用直尺和三角尺可以比较准确、便捷地测量出圆柱的高。）

师：利用尺子，我们在圆柱的侧面上找到了高（课件显示圆柱侧面的高），你还能在圆柱的其他地方找到高吗？

让学生思考：圆柱的哪里也可以叫做两底面之间的距离？使学生认识到不仅在圆柱的侧面可以找到高，在圆柱内部也能找到高。（课件演示）

师：圆柱有多少条高呢？（板书：无数条）

师：这些高的长度怎样？

学生观察后，课件演示。（板书：一样长）

（设计意图：在探索圆柱的面的特征之后，利用小组活动的形式找到利用直尺和三角尺量出高的方法，引导学生学会合作学习。）

#### (四) 巩固练习

##### 1. 第 18 页“做一做”第 1 题。

师：请你指出下面圆柱的底面、侧面和高。

师：圆柱有几个底面？是什么形状的？

师：圆柱有几个侧面？是个什么面？

师：圆柱有多少条高？

##### 2. 练习三第 1 题。

师：根据你对圆柱的理解，你能准确地判断出下面的图形哪些是圆柱吗？

师：为什么这些图形不是圆柱？

师：圆柱具有什么样的特征？

师：是不是任意两个完全相等的圆和一个侧面就一定能组成圆柱呢？（设置问题障碍，深化特征的研究）

##### 3. 练习三第 2 题。

师：充分发挥你的想象力，它们能得到什么图形？

师：为什么可以得到这些图形？

师：它们具有什么特征？

#### (五) 实验操作，体会平面图形与立体图形的转换

##### 1. 实验操作。

师：把一张长方形的硬纸沿长贴在木棒上，快速转动木棒，看看转出来的是什么形状。

(实物演示)

学生观察，发现转动后形状像圆柱。

师：为什么能看到圆柱？

师：如果将长方形硬纸沿宽贴在木棒上，快速转动木棒，会看到同样的形状吗？（实物演示）

师：通过对比，你发现了什么？（贴的边不同，旋转后得到的圆柱可能会不同，所贴木棒的边也就是旋转后圆柱的高）

##### 2. 完成第 18 页“做一做”第 2 题。

师：图（1）的旋转轴在哪里？

师：图（2）的旋转轴在哪里？

师：为什么同一个长方形会旋转出不同的圆柱呢？

(设计意图：发挥学生空间想象力，加深对圆柱的认识，感受平面图形和立体图形的关系。认识到沿长方形的任意一条长或宽作为旋转轴，都可以得到圆柱，但形状可能不同。)

#### (六) 全课小结

师：这节课你学会了什么知识？有什么收获？

## 课题 2: 解决问题

**教学设计:** 沈俊杰。

**教学内容:** 教科书第 27 页例 7 和相关的内容。

**教学目标:**

1. 使学生熟练运用圆柱的体积计算公式解决实际问题。
2. 使学生通过经历发现和提出问题、分析和解决问题的完整过程, 掌握解决问题的策略, 培养应用意识。
3. 使学生在解决问题的过程中体会转化、推理和变中有不变的数学思想。

**教学重点:** 培养问题意识, 体会转化思想。

**教学难点:** 通过实践操作、合作交流, 体会转化的数学思想。

**教学准备:** 瓶体是圆柱形的矿泉水瓶和有颜色的水, 土豆, 水果, 量杯, 大小、形状不同的铁块。

(一) 激活学生经验, 引出问题

1. 出示土豆, 水果, 大小、形状不同的铁块和空瓶子。

师: 想要计算这些物体的体积, 你有什么办法?

2. 引导学生独立思考, 提出各种方案。

根据学生提出的各种方案, 特别指出把不规则物体完全浸入水中, 物体的体积等于它完全浸入水里后所排开水的体积。教师进一步引导学生思考, 空瓶子漂浮在水面上, 无法完全浸入水中, 怎样才能计算出它的体积或容积呢?

出示例 7。

(二) 利用转化的方法, 计算瓶子的容积

1. 阅读与理解。

师: 请同学们自己阅读题目, 找出题目中的信息和问题。

学生汇报, 说出信息和问题: 一个内直径是 8 cm 的瓶子里, 水的高度是 7 cm, 把瓶盖拧紧倒置放平, 无水部分的高度是 18 cm。这个瓶子的容积是多少?

师: 根据问题再次梳理信息, 找出解决这个问题可能用到的信息, 并加以整理。说说你是怎样理解的。

学生说自己对题意的理解, 教师结合实物加以解释: 瓶子的内直径是 8 cm, 水的高度是 7 cm, 倒置后无水部分高 18 cm。求的是整个瓶子的容积。

2. 分析与解答。

师: 这个瓶子不是一个完整的圆柱, 可以直接利用圆柱的体积计算公式计算容积吗? 你有什么想法?

学生可能提出转化为学过的图形——圆柱。

教师引导学生思考: 应该怎样转化?

学生各抒己见, 分享自己的设想和操作方法。教师提供准备好的教具让学生在解释的时候

同步演示。

师：瓶子里水的体积在倒置前后有没有变？

师：倒置前后，不仅瓶子里水的体积没变，瓶子里空气的体积也没有变，水的体积加上空气的体积就是瓶子的容积，倒置前，水的体积能不能直接求出来？空气的体积能不能直接求出来？倒置后，水的体积能不能直接求出来？空气的体积能不能直接求出来？只要把倒置前水的体积和倒置后空气的体积加起来，就可以求出瓶子的容积。这样，相当于把不规则的图形转化为一个规则图形。

学生结合实物演示，用自己的语言和同桌说说转化的过程。

师：我们利用了体积不变的特性，把瓶子转化成了两个完整、规则的圆柱。要计算这两个圆柱的体积，需要知道哪些信息？请你独立完成计算。

学生独立完成计算，教师巡视指导。

教师引导学生边复习圆柱体积的计算方法，边板演瓶子容积的计算过程。

$$\begin{aligned} V_{\text{圆柱1}} &= \pi r^2 h & \text{瓶子的容积} &= V_{\text{圆柱1}} + V_{\text{圆柱2}} \\ &= \pi \times (8 \div 2)^2 \times 7 & &= 7 \times 16\pi + 18 \times 16\pi \\ &= 7 \times 16\pi & &= (7 + 18) \times 16\pi \\ & & &= 1256 (\text{cm}^3) \\ V_{\text{圆柱2}} &= \pi r^2 h & &= 1256 (\text{mL}) \\ &= \pi \times (8 \div 2)^2 \times 18 & & \\ &= 18 \times 16\pi & & \end{aligned}$$

师：在计算和圆有关的问题时，尤其是多步计算的问题，不必太早代入 $\pi$ 的值，这样可以减少烦琐的小数乘法，到最后一步再用乘法分配律简化计算，还可以减少错误。

### 3. 回顾与反思。

师：回顾解决这个问题的方法和过程，你有哪些收获？

学生可能谈到利用体积不变的特性，把不规则物体转化成规则图形来计算。也可能回忆起在五年级计算梨的体积也是用了转化的方法。

师：转化的数学思想和方法不仅丰富了我们解决问题时的思考方向，也为我们提供了一种很好的解决问题的策略，这样的策略在生活中是很常见也很实用的。

### (三) 实践应用

#### 1. 教科书第27页的“做一做”。

一瓶装满的矿泉水，小明喝了一些，把瓶盖拧紧后倒置放平，无水部分高10 cm，内直径是6 cm。小明喝了多少水？

师：请同学们以四人小组或同桌合作，利用自己的水瓶操作几次，你能想出解决的办法吗？独立写出计算的过程。

学生动手操作、交流合作，教师巡视指导。

师：这道题和例题相似，也可以用转化的方法把不规则形状的体积转化成规则的圆柱来计算。



## 2. 练习五第 10 题。

一个圆柱形玻璃容器的底面直径是 10 cm，把一块完全浸在这个容器中的水里的铁块取出后，水面下降 2 cm。这块铁块的体积是多少？

要求学生独立完成，汇报时重点说说用了怎样的策略，是把什么转化成了什么来计算的。

师：铁块的体积等于它完全浸入水里后所排开水的体积。只要求出铁块从圆柱形容器的水中取出后水面下降的这部分圆柱形水柱的体积，就是铁块的体积。

### (四) 全课小结

师：请同学们仔细看看课本，想一想，对于今天学习的内容，还有什么问题？通过这节课的学习，你有什么感受和想法？（学生自由发言）

## 课题 3：圆锥的体积

**教学内容：**教科书第 33 页例 2 和相关的内容。

**教学目标：**

1. 使学生理解和掌握圆锥体积的计算方法，并能运用公式解决简单的实际问题。
2. 使学生在圆锥体积计算公式的推导过程中进一步理解圆锥与圆柱的联系，培养学生的推理思想。
3. 使学生经历猜测、验证的数学发现过程。
4. 培养学生乐于学习、勇于探究的数学情感。

**教学准备：**若干同样的圆柱形容器，若干与圆柱等底等高和不等底不等高的圆锥形容器，沙子和水。

### (一) 问题引出

1. 出示圆锥形小麦堆的图片。

师：看，小麦堆得像小山一样，小麦丰收了！张小虎和爷爷笑得合不拢嘴。这时，爷爷用竹子量了量麦堆的高和底面的直径，出了个难题要考一考小虎，让小虎算一算这堆小麦大约有多少立方米。这下可难住了小虎，因为他只学过圆柱的体积计算，圆锥的体积怎样计算还没学，怎么办？你有办法知道圆锥的体积吗？（板书：圆锥的体积）

2. 引导学生独立思考，提出各种猜想。

根据学生的各种猜想，教师进一步引导学生思考，我们学过哪些图形的体积计算？你觉得圆锥的体积可能与哪种图形的体积有关？

3. 引导学生进一步观察、比较、猜测。

教师举起圆柱、圆锥教具，把圆锥套在透明的圆柱里，让学生想一想它们的体积之间会有什么样的关系。

学生猜测等底等高的圆柱的体积可能是圆锥的 2 倍、3 倍、4 倍或其他。

### (二) 实验探究

1. 开展实验收集数据。

师：圆锥的体积究竟和圆柱体积有什么关系？请同学们亲自验证。

这里有沙子和水，还有等底等高和不等底不等高的各种圆柱、圆锥的模具。实验要求：各组根据需要选用实验用具，小组成员分工合作，轮流操作，并做好实验数据的收集整理。

	1号圆锥	2号圆锥	3号圆锥
次数			
与圆柱是否等底等高			

让学生分小组先议一议如何实验，再动手。

学生动手操作，教师巡视，发现问题及时指导。实验结束后将小组记录展示在黑板上。

2. 分析数据，作出判断。

(1) 汇报实验结果。

①各组说说各种实验结果。

②师：观察全班数据，你发现了什么？

生：发现大多数情况下圆柱能装下三个圆锥的沙或水，也有两次多或四次等不同结果。

③师：进一步观察分析，什么情况下圆柱刚好能装下三个圆锥的沙或水？

各组互相观察各自的圆柱与圆锥，发现只有在等底等高的情况下，圆柱的体积才是圆锥体积的3倍，也就是说，在等底等高的情况下圆锥体积是圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ 。

④师：是不是所有符合等底等高条件的圆柱、圆锥，它们的体积之间都具有这样的关系呢？

教师用标准教具装水再实验一次，加以验证。

(2) 总结结论。

让学生自行总结实验结果。

等底等高  $\left\{ \begin{array}{l} \text{圆柱体积等于圆锥体积的3倍} \\ \text{圆锥体积等于圆柱体积的}\frac{1}{3} \end{array} \right.$

3. 圆锥体积计算公式的推导。

师：你能用字母表示出它们的关系吗？

生汇报，师板书：圆锥体体积  $V = \frac{1}{3}Sh$  或  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ 。

4. 加深理解。

师：在“ $\frac{1}{3}Sh$ ”中，“ $Sh$ ”表示什么？为什么还要乘 $\frac{1}{3}$ ？

师：要求圆锥的体积必须知道什么条件？还要注意什么？

(三) 实践应用

1. 填空。

圆柱的体积是  $9\text{ cm}^3$ ，与它等底等高的圆锥体积是 ( )。

圆锥的底面积  $5.4\text{ m}^2$ ，高  $21\text{ m}$ ，体积是 ( )。

## 2. 判断。

圆锥的体积等于圆柱体积的 3 倍。

圆锥的体积等于和它等底等高的圆柱体积的  $\frac{1}{3}$ 。

## 3. 回顾课始问题。

师：对于张爷爷提出的难题，现在可以解决了吗？

学生根据提供的麦堆的高 1 m 和底面直径 2 m，先求出圆锥的底面积，再用圆锥体积计算公式求出麦堆的体积。

## 4. 阅读教材，思考问题。

师：请同学们仔细阅读教材，对于今天学习的内容，还有什么问题？

## (四) 小结

师：同学们，通过这节课的学习，你有什么感受和想法？（学生自由发言）

# 三、备课资料

## 阿基米德与圆柱容球

阿基米德 (Archimedes) 于公元前 287 年出生在意大利半岛南端西西里岛的叙拉古，公元前 212 年于同地被害。

近代数学史家倍尔 (Eric Temple Bell, 1883—1960) 曾说过：“任何一张关于有史以来最伟大的数学家的名单中，必定会包括阿基米德。另外两个通常是牛顿和高斯。不过，以他们的丰功伟绩和所处的时代背景来对比，拿他们影响当代和后世的深邃久远来比较，还应首推阿基米德。”

传说在阿基米德晚年，在叙拉古与它的盟国罗马共和国分裂后，罗马派了一支舰队来围城。当时阿基米德负责城防工作，他设计、制造了一些灵巧的机械来摧毁敌人的舰队。他用投火器将燃烧的东西弹出去烧敌人的船舰，用一些起重机械把敌人的船只吊起掀翻，以致后来罗马人甚至不敢过分靠近城墙，只要看见城墙出现像绳子之类的玩意儿，就吓得赶快逃跑。

然而三年以后，即在公元前 212 年，该城还是被攻陷了。

据说罗马兵入城时，统帅马塞拉斯出于敬佩阿基米德的才能，曾下令不准伤害这位贤能。而阿基米德似乎并不知道城池已破，继续沉迷于数学的深思之中。

一个罗马士兵突然出现在他面前，命令他到马塞拉斯那里去，遭到阿基米德的严词拒绝，于是阿基米德不幸死在了这个士兵的刀剑之下。

另一种说法是：罗马士兵闯入阿基米德的住宅，看见一位老人在地上埋头作几何图形（还有一种说法是他在沙滩上画图），士兵将图踩坏，阿基米德怒斥士兵：“不要弄坏我的圆！”士兵拔出短剑，这位旷世绝伦的大科学家，竟这样在愚昧无知的罗马士兵手下丧生了。

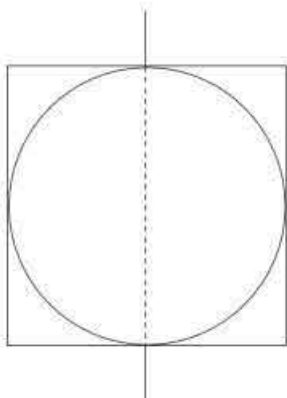
马塞拉斯对于阿基米德的死深感悲痛。他将杀死阿基米德的士兵当作杀人犯予以处决，并为阿基米德修了一座陵墓，在墓碑上根据阿基米德生前的遗愿，刻上了“圆柱容球”这一几何图形。

随着时间的流逝，阿基米德的陵墓被荒草湮没了。后来，西西里岛的会计官、政治家、哲学家西塞罗（公元前 106—前 43 年）游历叙拉古时，在荒草中发现了一块刻有圆柱容球图形的墓碑，依此辨认出这就是阿基米德的坟墓，并将它重新修复了。

阿基米德为什么希望在自己的墓碑上刻上圆柱容球的图形呢？这是因为，阿基米德在他的许许多多的科学发现当中，以圆柱容球定理最为得意。

圆柱容球定理是这样的：

图中所示的圆及其外切正方形绕图中由虚线表示的对称轴旋转一周生成的几何体称为圆柱容球。在圆柱容球中，球的体积是圆柱体积的  $\frac{2}{3}$ ，球的表面积也是圆柱全面积的  $\frac{2}{3}$ 。



在今天看来这个定理不难证明。

设圆的半径为  $R$ ，球的体积与圆柱的体积分别为  $V_{\text{球}}$  及  $V_{\text{柱}}$ ，球的表面积与圆柱的表面积分别为  $S_{\text{球}}$  及  $S_{\text{柱}}$ ，则有：

$$V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}V_{\text{柱}}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{柱}} &= \text{侧面积} + \text{上下底面积} \\ &= 2\pi R \cdot 2R + 2 \cdot \pi R^2 \\ &= 6\pi R^2 \end{aligned}$$

$$S_{\text{球}} = 4\pi R^2 = \frac{2}{3}S_{\text{柱}}$$

但是在阿基米德之前，人们还不知道球的面积计算公式和体积计算公式。正如 A. 艾鲍博士在《早期数学史选篇》中所说的：如果说欧几里德《几何原本》是前人工作的汇编的话，那么，阿基米德的每一篇论文都为数学知识宝库作出了崭新的贡献。

尤其令人惊叹的是，阿基米德对于圆柱容球定理的证明，用的竟是从杠杆原理开始谈起的力学方法。



②把一支新的圆柱形铅笔削尖，笔尖（圆锥部分）的体积是削去部分的（ ）。

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D. 2倍

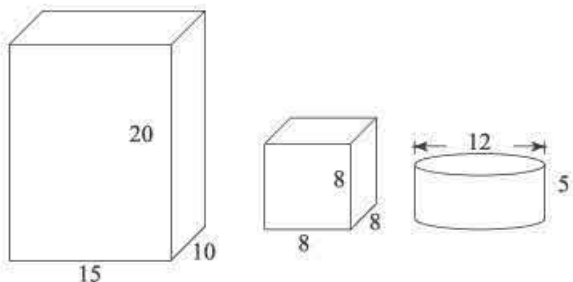
(3) 判断对错，对的画“√”，错的画“×”。

①圆柱有无数条高。（ ）

②如果圆锥的体积是圆柱的 $\frac{1}{3}$ ，那么它们一定等底等高。（ ）

③长方体、正方体、圆柱和圆锥的体积都可以用公式 $V=Sh$ 来计算。（ ）

(4) 求下面各图形的表面积和体积。（单位：cm）



(5) 如图所示，长方形 $ABCD$ 中， $AB=4$  cm， $BC=3$  cm。直角三角形 $ABC$ 中， $AB=4$  cm， $BC=3$  cm。



①分别以长方形 $ABCD$ 和直角三角形 $ABC$ 的 $AB$ 边为轴旋转一周，能得到什么立体图形？这个立体图形的体积是多少？

②如果以这两个图形的 $BC$ 边为轴旋转一周，能得到什么立体图形？体积又是多少？

(6) 一个圆柱形水池，它的内直径是8 m，深2 m，池上装有4个同样的进水管，每个管每小时可以注入水 $6.28$   $\text{m}^3$ ，四管齐开，几小时可以注满水池？

## 2. 操作样例

(1) 工具准备：圆锥形容器、平板、刻度尺、量杯和水。

找一个圆锥形容器，你能想办法算出它的容积吗？想办法测量并计算，再用量杯测量圆锥形容器装满水的体积，检验自己的计算结果。

(2) 工具准备：一节空心水管，量杯和水。

找一节空心水管，你能想办法通过测量计算出它所用材料的体积吗？并通过把这节水管完全浸入水中的方法检验自己的计算结果。

(3) 工具准备：空瓶子、刻度尺、量杯和水。

找一个主体是圆柱形的空瓶子，你能想办法通过测量计算出它的容积吗？记录下测量的过程和必要的的数据。最后用量杯测量出满瓶水的体积，检验自己的计算结果。



# 第四单元 比例

## 一、教材说明和教学建议

### (一) 教学目标

1. 使学生理解比例的意义，会判断四个数是否能够组成比例。
2. 使学生理解比例的基本性质，能正确地解比例。
3. 使学生理解相关联的量，理解正比例和反比例的意义，掌握成正比例、反比例的量的变化规律。
4. 使学生认识正比例关系的图象，能根据给出的有正比例关系的数据在有坐标系的方格纸上画出图象，会根据其中一个量在图象中找出或估计出另一个量的值；体会数形结合思想。
5. 使学生理解比例尺的意义，掌握相应的数量关系，能正确地求图上距离、实际距离和比例尺。
6. 使学生认识放大与缩小现象，能利用方格纸等形式按一定的比将简单图形放大与缩小，体会图形的相似。
7. 使学生能运用比例的相关知识，分析、解决实际问题，并在经历问题解决的过程中，积累和丰富解决问题的经验策略，提高问题解决能力。
8. 使学生体会比例知识与其他知识之间的联系，综合运用多种知识，灵活解决实际问题，促进对知识间关系的理解，提高数学素养。
9. 让学生体会函数思想，使学生受到辩证唯物主义观点的启蒙教育。

### (二) 内容安排及其特点

#### 1. 教学内容和作用

本单元是六年级下册的重点单元，比例的知识是除法、分数、比、方程等知识的综合与提升，学习完本单元后，学生会以更广的视野和更高的思维水平审视和发展这些知识。本单元的知识包括比例的意义和基本性质、正比例和反比例、比例的应用三个部分。

具体编排结构如下页。



比例的意义和基本性质是整个单元的基础与核心，是后续学习的有效支持。比例的意义是学习正比例、反比例知识和用比例解决问题的基础，必须让学生深刻理解，牢固掌握；比例的基本性质是解比例和进一步研究比例问题的基础，直接涉及解决问题的效率。正比例和反比例是重要的数学模型，体现了基本的函数思想，在数学思想层面上对以前所学过的许多数学问题（如单位量不变的数学问题、总量不变的数学问题、几何中等积变形问题等）和数学规律（如分数和比的基本性质、商与积的变化规律等）进行一般化与模型化，对学生代数思维的发展十分有益。比例的应用，是在更高水平上对一些特殊的实际问题以及原来遇到过的数学问题运用代数方法进行分析与解答，要求学生具备综合运用各方面知识的能力，在数学思想方法的层面上具有重要的教育教学价值。

本单元内容的教学，对学生的发展具有以下几方面的作用。

(1) 有利于学生完善认知结构，提升学习水平，进一步牢固掌握基础知识和基本技能。

从知识层面讲，比例的知识与除法、分数、等式与方程等密切相关，有着内在的联系。通过比例知识的学习可以极大地拓展和丰富学生对以前所学知识的理解，促进认知结构的完善。

(2) 有利于丰富学生的问题解决策略与方法，提高问题解决能力。

四年级以前，学生主要运用算术思维解决问题，其思维过程基本上是这样的：想要解决题目中的问题，需要确定利用哪些信息，根据什么数量关系，列出什么算式。五年级通过简易方程的学习，学生初步体会了从分析等量关系的角度来思考、解决问题。而本册教材中用正、反比例解决问题，突破了单一的算术思维，使学生尝试用新的思路来解决同样的问题，进一步丰富了学生问题解决的策略，提高思维水平，形成初步的代数思维，理解和掌握运用等式、方程等方法来解决问题，促进问题解决策略与方法的多样化。



(3) 有利于学生从关系与结构的角度的去分析和解决问题，促进代数思维的发展。

比例的知识以及用比例解决问题的内容一般都可以用以前学过的知识与方法加以解决，而当用比例去解决时，其思维的过程与方式发生了变化，不是像以前那样直接思考怎么计算，而是需要思考题目中什么量是相等或不变的，即从关系与结构的角度的去分析与解决问题。这样的内容，能更好地促进学生代数思维的发展，有利于学生体会数学知识之间的内在联系和发展脉络，学会融会贯通地运用知识。

(4) 有利于促进学生积累基本的数学活动经验和掌握基本的数学思想方法。

比例知识，特别是正、反比例的知识，反映了生活和数学中最基本、最常见的数量关系和变化规律，是重要的数学模型，蕴含了基本的函数思想。它既是现实问题的抽象，又是解决问题的工具。通过比例知识的学习，能使学生更深地体会数学与生活之间的联系。通过分析关系、抽象建模、问题解决等学习过程，能使学生更好地经历数学思考的过程，积累数学活动的经验，更好地掌握数学思想方法。

## 2. 教材编排特点

(1) 重视呈现真实的问题情境，体现数学与生活的密切联系，展示数学知识的抽象和建模过程，促进基础知识的建构。

比例知识与生活有着密切的联系，在现实生活中可以找到大量的有关比例的原型。教材在编写时充分体现了这一特点，例如，比例知识是在大、中、小三面国旗的情境中引出的，既真实又为学生所熟悉，还隐含了“形状相同”这一重要的表象经验。再如，用正比例解决问题采用的是“李奶奶家交水费”的问题，用反比例解决问题创设的是“普通白炽灯与节能灯用电时间比较”的情境，符合学生的生活经验，便于学生理解量与量之间的关系。

同时，教材在编排时努力体现知识的形成和抽象过程，促进学生对知识的理解和模型的掌握。例如，正比例的意义，教材虽篇幅不大，但仔细观察可以发现，知识形成的过程非常完整：理解情境，观察数量——发现关联，探索规律——对应观察，计算比值——明确规律，表征关系——揭示概念，字母表征。学生既经历了知识的发现、抽象、表征、建模的过程，又很好地理解了知识的本质。

(2) 重视解比例等基本技能的培养。

要让学生会应用比例的知识解决实际问题，需要有一个重要的技能作为保障和支持，这个技能就是解比例。因此，教材在学生学习了比例的基本性质之后，安排了两个例题教学解比例，让学生通过掌握不同类型比例的解法，形成良好的技能。教材编排的练习题，不仅题量丰富，关注基本知识的巩固、理解和应用，还十分重视解比例等计算技能的熟练和提高，为学生扎实、全面地掌握比例知识提供保障。

(3) 重视用直观形象的图形或图象来揭示知识的本质属性，展现量的变化规律。

数形结合，既是重要的数学思想与方法，又是学习数学、理解数学的有效手段。比例的意义和性质、正比例和反比例的知识，都可以用具体的图形或图象来直观形象地呈现，帮助学生更好地理解比例的特征和量与量之间的变化关系。例如，在编排正比例的内容时，教材以学生熟悉的“数对”形式呈现正比例关系的图象，让学生通过看图、画图、找点、

计算、判断等方式，体会正比例关系的特征，让学生体会和初步理解函数思想。在编排反比例的内容时，教材通过将相同体积的水倒在一组不同底面积的圆柱形量杯中，观察它们的不同高度，让学生直观地体会反比例关系中底面积和高度之间的变化规律，这种直观形象的呈现比抽象的数量关系分析会给学生留下更深刻的印象。在图形的放大和缩小中，教材又通过照相、投影和影子游戏等实际情境，不仅让学生感受到图形的缩放是自己生活中常见的问题，还让学生直观地体会到在图形的缩放过程中必须做到形状不变，而形状不变的数学实质就是相对应的边的比值相等。例如，照相时如果不能保持形状不变，照片就“拍坏”了。

(4) 强调知识的应用，重视创设真实的应用情境，展现问题解决的思维过程和完整步骤。

教材在编写时充分体现了对知识应用的重视。教材创设了很多应用知识的问题情境，帮助学生提高解决问题的能力。例如，在例题中创设了求埃菲尔铁塔模型的高度、求轨道交通部分线路的长度、求水费的多少等真实情境；而在习题的编写中，应用性的情境就更多了：求兵马俑的高度，求汽车的油耗，求高铁跑完全程的时间，求铺房间所用地砖的块数，求姐姐的零花钱等，都很好地体现了知识的应用价值，促进了学生应用意识的提高，也为学生展现问题解决的思维过程和掌握完整的问题解决步骤提供了较好的经验支持。

### (三) 教学建议

1. 重视概念的理解，强调概念的应用，提升概念掌握的水平。

本单元有许多重要的基础性概念，如比例的意义、比例的基本性质、比例尺、正比例的意义、反比例的意义等。这些概念揭示了数学中的重要规律或关系，并且与解比例等技能或用比例解决问题密切相关。因此，教学中不仅仅需要记住概念的描述，更重要的是要理解这些概念，并能正确地加以应用。要理解概念，关键是要理解知识的本质和要素。例如，“比例”的本质是一个等式，描述的是两个比值相等的比之间的关系；在通常情况下，比例尺是一个形式上相对固定的比，即图上距离与实际距离的比，且把前项或后项化简为“1”……而概念的应用是指能用概念去作出判断或解决问题，必然是以理解概念的本质和相应的数量关系为基础的。因此，教学中要多给学生提供有效的材料，让学生判断、思考并表达思维过程，促进理解。例如，给一个房间的长方形地面铺地砖，不同边长的正方形地砖与所需要的块数之间的关系如下表。

地砖的边长/cm	20	40	50	80	……
所需的块数/块	400	100	64	25	……

教学时，需要学生清楚地表述：在这个问题中，正方形地砖边长的变化与所需要的块数的变化之间有怎样的关系？这种关系的背后原因是什么？在这个问题中直接相关的量到底是哪两种？那个不变的量是什么？如何清晰地把它们之间的关系表达出来？它们成什么比例？……像

这样的实例，你还能举出一些吗？

通过这样的讨论与交流，让学生理解清楚每一个问题（特别是那些数量关系较隐蔽的问题）中，相关联的是哪两种量？它们之间存在怎样的关系？然后作出正确的判断，使学生根据量与量之间的本质关系扎实有效地掌握概念。

2. 注重学生的参与，重视让学生经历知识、方法的获得过程，在此过程中积累基本的数学活动经验，获得基本的数学思想方法，提高能力。

《标准（2011版）》提出，不仅要让学生获得必需的数学的基础知识和基本技能，还应该让学生获得必需的数学的基本思想和基本活动经验。数学的基本思想和基本活动经验的获得，必须依赖于过程的经历。教材在编排时也尽量充分地展示知识的形成过程，以利于学生的过程参与，因此在教学时更应关注到这一点。例如，教学比例的意义时，应该让学生经历“问题情境——观察提问——计算比值——发现规律——得到比例——类比拓展”这样一个完整的过程。在“问题情境——观察提问”阶段，要让学生仔细观察形状相同、大小不同的物体或图形，从而引出问题：它们的对应边之间有什么关系？在这个问题的引领下逐步研究。当得到比例以后，可以进一步引导学生思考：是不是像这样的“形状相同、大小不同”的图形之间可以找到很多比例？然后出示更丰富的材料：形状相同、大小不同的三角形、平行四边形，大小不同的圆等，让学生根据这些图形上面的数据写出比例并汇报交流。通过丰富的材料和活动，让学生充分经历知识的形成过程。再如，教学正比例的意义时，务必要让学生经历“理解情境，观察数量——发现关联，探索规律——对应观察，计算比值——明确规律，表征关系——揭示概念，字母表征”这一过程，再结合其他相关联的量之间的变化关系，并通过正比例关系图象的观察与研究，让学生体会正比例关系的本质特征和量与量之间的一一对应关系，从而真正理解正比例的意义。在这样的过程中，学生通过不断抽象、推理、模型化，数学思想越来越丰富，研究数学、建构知识等数学基本活动经验也得到了有效的积累。

3. 重视知识的应用，重视问题解决的教学，让学生经历问题解决的完整过程。

本单元中，比例尺以及用正、反比例解决问题等，都是比例知识的有效应用。教学中，要多创设一些真实的应用情境，让学生体会比例知识在生活中的广泛应用。例如，让学生体会房子的平面图、城市的交通图、照片的放大或缩小等都与比例知识有关，只要知道了必要的信息（如比例尺、图上距离、实际距离等）就可以求得未知的信息。在应用知识解决问题的过程中，要引导学生掌握必要的问题解决策略与方法，灵活处理知识。例如，用列方程的方法求图上距离或实际距离时，应根据比例尺的概念把比例尺看作一个比，这样所列的方程就是一个比例，用比例的基本性质解比例就比较顺利；如果不用列方程的方法求图上距离或实际距离，可以把比例尺看作一个比值，这样用算术方法进行计算，思路相对清晰。另外，在教学用正、反比例解决问题时，要注意以下两点：（1）理解解决问题的关键是什么；（2）要让学生充分经历问题解决的完整过程。关于第（1）点，要让学生明确解决问题的关键是根据题目的情境与数量关系正确判断哪个量是一定的，这个“一定的量”是一个“比值”还是一个“积”，在把握了这个关键以后就能很快地判断出题目中“两种相

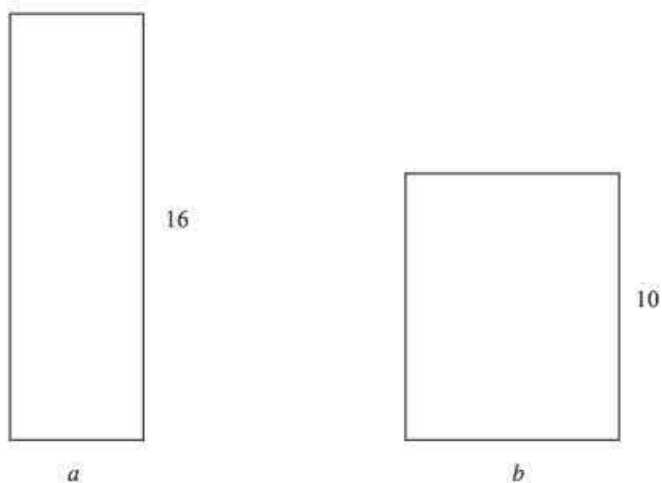
关联的量”成什么比例；关于第（2）点，要让学生体会到，用比例解决问题需要经历“阅读题目，理解题意，获取有效数学信息——分析表征数量关系，明确其中不变的量——判断相关联的两种量成什么比例，列方程解答——得数检验，思路回顾和方法反思”这样一个完整的过程，并有意识地将这个过程加以突出和强化，帮助学生形成有条理的、严谨的思维，获得问题解决的经验。

#### 4. 注重知识的沟通与梳理，重视问题解决策略的多样性和方法的灵活性。

比例是小学阶段数与代数的最后一单元学习内容，这个内容的特点是应用性强、综合性强、内容情境不新但采用新的思维方式和数学模型，需要学生在较高水平层面上学习。教学时，需要对知识之间的关系进行梳理、比较，找出它们的联系和区别，如比和比例之间的联系和区别、比的基本性质与比例的基本性质之间的比较与区别、比和比例尺之间的联系和区别等。有些知识之间既有一定的联系，又有本质的区别，分属于不同的知识领域，如比和比例。有些知识之间是一般与特殊的关系，属于同类知识，如比和比例尺。用正、反比例解决问题时，所解决的问题是以前用算术方法解决过的“归一”“归总”问题，用新方法解决旧问题，对学生而言，也是一种挑战。教学时，要通过问题解决方法的回忆与比较，使学生明确：用以前的方法解决时，必须先求出“单一量”是多少才能求出结果，而现在只要判断相关联的两个量成什么比例关系，列出比例式，再解比例即可，无需求出具体的比值；以前重点思考“单一量”是多少，现在重点思考问题中的两种量成什么比例关系。通过这样的沟通与比较，可以使学生更清楚地了解知识、方法之间的联系与差别，促进学生构建良好的认知结构和方法系统。

#### 5. 适当提供灵活、综合、变式的练习，以高质量的思维材料促进学生思维的提升。

数学学习中，适量的练习是形成技能、发展能力的必要途径。而练习的质量对学习的效率和思维水平的提高具有直接的意义，高质量的练习能有效促进对概念的理解，促进思维的发展，促进策略与方法的形成，因此教学中一定要重视练习设计，提高练习材料的有效性。一方面，练习材料的类型要丰富，要涉及各方面的知识。例如，要求学生写出比例或者根据比例的基本性质解比例时，构成比例的各项应呈现整数、小数、分数等各种类型。再如，用比例解决问题的练习，问题情境除了数与代数领域的内容以外，还应该创设图形与几何、统计与概率等领域的情境，让学生体会数学问题的普遍性和解决方法的一般性，促进问题解决经验的积累。另一方面，有必要设计一些适度综合和变式的练习，以促进学生理解的深刻性和思维的灵活性。例如，像“从甲地到乙地，火车出发6小时以后，还剩下全程的60%，还要再行多少小时才能到达目的地”这样的问题，将比例知识与分数、百分数的知识综合起来，具有一定的思维难度。学生解答时既可以用分数、百分数的知识来思考，也可以用正比例的知识和思路来解决，方法与策略非常丰富。再如，学生可以直接根据 $a \times 16 = b \times 10$  ( $a、b \neq 0$ ) 这个等式写出很多比例式，但是，如果我们把问题改变一下：下面两个长方形的面积相等，你能根据它们边之间的关系写出一些比例吗？学生可能会遇到困难，无从下手。



此时，如果学生能从两个长方形的面积相等想到  $a \times 16 = b \times 10$ ，就能很快地解决问题。这样的训练，能有效地发展学生思维的灵活性与变通性。

6. 建议用 14 课时教学。

人教版®

## （四）具体内容的教材分析和教学建议

### 编写意图

(1) 教材创设了一组真实的情境：天安门广场的国旗、学校操场的国旗和教室里的国旗，揭示了比例知识在日常生活当中的广泛存在，让学生体会比例知识的应用价值以及学习比例知识的必要性。这三个情境贴近学生的生活经验，可以促使学生运用经验和直观表象联想到这三种国旗虽然大小不同，但它们的形状是相同的，隐含了几何图形相似的特点。

(2) 在情境的支持下，教材通过提出让学生计算每一面国旗的长与宽的比值，发现比值相等，在此基础上揭示比例的概念。这一过程揭示了比例知识的研究过程和研究方法——计算并观察相应量的比的比值是否相等。同时让学生利用比例的概念，找出上述情境中的其他比例，这是比例概念的直接应用。

(3) “做一做”第1题是比例概念的巩固，让学生通过计算每组中两个比的比值作出判断。第2题，让学生找出四个数组成的所有比，除了通过写出比并计算比值来判断以外，还可以让学生发现：只要是相对应的边的比就能组成比例，使学生初步体会图形的相似。

### 教学建议

(1) 创设情境，利用经验，提出问题。

要充分运用学生对操场上的国旗和教室里的国旗的已有经验，让学生思考：这两种国旗有什么相同和不同的地方？当学生得出它们“形状相同、大小不同”以后，可以进一步让学生思考：如果从数学的角度看，可以用什么方法说明它们形状相同？你觉得这两种国旗之间还有什么关系？……通过问题引领，促进学生深入研究，发现规律，获得概念。

(2) 从特殊到一般，经历知识的形成过程。

## 4 比例

### 1. 比例的意义和基本性质

#### 比例的意义



天安门广场：长5m，宽 $\frac{2}{3}$ m。 操场：长24m，宽14m。 教室里的国旗：长60cm，宽40cm。

上面操场上的国旗和教室里的两面国旗长和宽的比值有什么关系？

操场上的国旗： $24:14=\frac{2}{3}$

教室里的国旗： $60:40=\frac{2}{3}$

你是怎么计算的？

所以， $24:14=60:40$ ，也可以写成 $\frac{24}{14}=\frac{60}{40}$ 。

像这样表示两个比相等的式子叫做比例。

在上面的三面国旗的尺寸中，还有哪两个比可以组成比例？

#### 做一做

1. 下面每组中的两个比可以组成比例？把组成的比例写出来。

(1) 6:10 和 9:15 (2) 20:5 和 1:4

(3)  $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$  和 6:4 (4) 0.6:0.2 和  $\frac{3}{4}:\frac{1}{4}$

2. 用图中的4个数能组成多少个比例？



## 比例的基本性质

组成比例的四个数,叫做比例的项,两端的两项叫做比例的外项,中间的两项叫做比例的内项。

例如,

$$2.4 : 1.6 = 60 : 40$$

↑      ↑  
外项   内项  
↓      ↓  
内项   外项

如果把上面的比例写成分数形式, $\frac{2.4}{1.6} = \frac{60}{40}$ ,2.4和40仍然是外项,1.6和60仍然是内项。

**1** 计算下面比例中两个外项的积和两个内项的积,比较一下,你能发现什么?

(1)  $2.4 : 1.6 = 60 : 40$

$$2.4 \times 40 = 96$$

$$1.6 \times 60 = 96$$

(2)  $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$

$$3 \times 15 = \underline{\quad}$$

$$5 \times 9 = \underline{\quad}$$



你能举一个例子,验证你的发现吗?

在比例里,两个外项的积等于两个内项的积,这叫做比例的基本性质。

你能用字母表示这个性质吗?



## 做一做

应用比例的基本性质,判断下面哪组中的两个比可以组成比例。

(1) 6:3 和 8:5

(2) 0.2:2.5 和 4:50

(3)  $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$  和  $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$

(4)  $1.2 : \frac{3}{4}$  和  $\frac{4}{5} : 5$

## 编写意图

(1) 教材首先介绍比例的各部分名称。教材先呈现用“:”表示比的典型比例式,以利于学生直观看到比例的四个项中,位置在里边的是“内项”,位置在外边的是“外项”。然后介绍分数形式的比例中的内项和外项,并不会因为形式的改变而变化,并且正好形成交叉关系。

(2) 例1教学比例的基本性质,教材先提出问题,让学生通过计算,发现这两个比例中,两个外项的积与两个内项的积都相等。这是学生初步发现的一个规律,为了进一步验证这一规律的一般性,教材还让学生举出更多的例子来验证这个发现,然后再总结概念。这其实也是一个猜想—验证的归纳推理过程。

(3) 比例基本性质的应用主要是两个,一是用于判断两个比是否可以组成比例,二是解比例。因此,在例1之后安排了“做一做”,让学生通过计算两个比的内项之积和外项之积,看它们是否相等,来判断这两个比是否成比例。至此,学生可以灵活运用比例的概念和比例的基本性质两种途径来判断两个比是否可以组成比例。

## 教学建议

(1) 引导学生辨析不同形式的比例的内项与外项。

教学比例的各部分名称时,要特别注意让学生弄清楚写成分数形式的比例的两个内项是哪两个数,两个外项是哪两个数,原因是什么。要引导学生比较两种形式的比例,明确四个项及每个项的位置都相同,只是形式不同而已,因而两个内项与两个外项是不变的。教学时,通过画交叉线,使学生看到它们正好是交叉相对的,为后面学习比例的基本性质时用交叉相乘的方法求积打下基础。

(2) 引导学生自主探究比例的基本性质。

教学时,除了例题提供的两个比例以外,教师还可以再提供一些不同形式的比例(特别是写成分数形式的比例)供学生选择,过程展开要充分。要让学生经历“提出问题—自主计算—汇报交流—初步发现—举例验证—概念总结”的过程,要以学生的自主学习和主动探索为主。之后,应引导学生自主运用字母表征这个规律(两种形式都要有)。

(3) 加强比例基本性质的应用。

通过“做一做”,使学生学会应用比例的基本性质,并总结:两个比能否组成比例,可以根据意义看“比值”,也可以根据性质看“积”。

## 编写意图

(1) 这部分教材, 通过两道例题, 呈现两种不同形式的比例, 教学解比例的依据、方法和过程。

(2) 教材首先明确了解比例的依据是比例的基本性质, 并提示了解比例的方法是利用比例的基本性质将比例转化为外项之积与内项之积相等的等式, 再利用相应的方程求出未知项的值。

(3) 例 2, 通过创设真实的情境——求埃菲尔铁塔模型的高度, 引导学生根据相关量之间的关系列出比例, 再根据比例的基本性质, 列出内项之积等于外项之积的等式, 再解方程, 求出未知项。

例 3, 把比例的形式改为分数形式, 进一步巩固、深化解比例的技能。教材注意为学生自主探索提供空间, 让学生自主解决问题。

(4) “做一做”第 1 题, 呈现了不同形式的比例, 比的各项涵盖了整数、分数、小数, 有利于巩固和提高学生解比例的技能; 第 2 题, 使学生进一步学会利用解比例来解决实际问题, 而在解决问题之前, 首先需要学生根据量与量之间的关系正确列出比例式。

## 解比例

根据比例的基本性质, 如果已知比例中的任意三项, 就可以求出这个比例中的另外一个未知项, 求比例中的未知项, 叫做解比例。

2 法国巴黎的埃菲尔铁塔高度约 320 m。北京的世界公园里有一座埃菲尔铁塔的模型, 它的高度与原型高度的比是 1:10, 这座模型高多少米?

解: 设这座模型的高度是  $x$  m。

$$\begin{aligned}x:320 &= 1:10 \\ 10 \times 320 &= x \\ x &= \frac{320 \times 1}{10} \\ x &= 32\end{aligned}$$

答: 这座模型高 32 m。



3 解比例  $\frac{2.4}{1.5} = \frac{6}{x}$ 。

解:  $2.4x = 1.5 \times 6$

$$\begin{aligned}x &= \frac{1.5 \times 6}{2.4} \\ x &= 4.5\end{aligned}$$

## 做一做

1. 解比例。

(1)  $x:10 = \frac{1}{4}:\frac{1}{3}$

(2)  $0.4:x = 12:2$

(3)  $\frac{32}{24} = \frac{3}{x}$

2. 配制消毒液。要用 100 mL 消毒液配成消毒水。如果消毒液与水的比是 1:150, 应加入水多少毫升?



42

## 教学建议

(1) 引导学生在掌握解比例的基本方法的基础上, 灵活解比例。

教学时, 要让学生理解解比例的基本方法是根据比例的基本性质将比例转化为两个外项之积与两个内项之积相等的等式, 再利用解方程的原理求出未知项。

在此基础上, 也应该鼓励学生采用多样化的方法灵活解比例。例如, 可以根据等式一边的已知比求出比值, 再解方程。如例 2 中可把比例式改写成  $\frac{x}{320} = \frac{1}{10}$ , 等式两边同乘 320。

这样, 可以进一步提高学生思维的灵活性。

(2) 引导学生经历根据实际情境中的数量关系列出比例、解比例、检验的完整过程。

例如, 教学例 2 时, 在理解了题目的情境和问题之后, 要让学生经历以下几个步骤: 第一, 表述或表征数量间的相等关系, 说出“模型高度: 真实高度 = 1:10”这一关系, 然后根据这一关系列出比例; 第二, 根据比例的概念, 利用比值相等直接解比例, 或根据比例的基本性质将比相等转化为积相等, 再解方程; 第三, 引导学生对所求的未知数进行验证, 养成检验的习惯。在此过程中, 要引导学生充分交流列比例式、解比例的依据和方法。



## 练习八

1. 下面各表中相对应的两个量的比值是否成比例? 如果能, 把组成的比例写出来。

年龄/岁	12	14
身高/m	1.4	1.6

看了页数/页	2	8
用 时/h	20	120

路程/时	2	3
路程/km	20	40

重量/kg	5	10
总 数/个	100	200

2. 哪组中的四个数可以组成比例? 把组成的比例写出来。

(1) 4, 5, 12 和 15      (2) 2, 3, 4 和 5

(3) 1.6, 6.4, 2 和 5      (4)  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{6}$  和  $\frac{1}{4}$

3. 写出比值是 5 的两个比, 并组成比例。

4. 李叔叔承包了两块水稻田, 面积分别为 0.5 公顷和 0.8 公顷, 秋收时, 两块水稻田的产量分别为 3.75 t 和 6 t。

- (1) 两块水稻田的产量与面积之比, 是否可以组成比例?  
(2) 如果可以组成比例, 指出比例的内项和外项。

5. 应用比例的基本性质, 判断下面哪组中的两个比可以组成比例。

(1) 6 : 9 和 9 : 12      (2) 1.4 : 2 和 28 : 40

(3)  $\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$  和  $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$       (4) 7.5 : 1.3 和 5.7 : 3.1

- 6.



小华说得对吗?

7. 已知  $24 \times 3 = 8 \times 9$ , 根据比例的基本性质, 你能写出比例吗? 你能写几个?

## 编写意图

(1) 第 1~4 题, 是为巩固比例的意义设计的。第 1 题以表格呈现, 相对应的量很清楚, 要求学生通过计算相对应的两个量的比值来判断。第 2 题, 每小题中的四个数没有固定的对应关系, 需要学生通过两两配对、计算比值、比较、判断。组成的比例是多样化的, 如第 (1) 小题, 可以组成  $4 : 5 = 12 : 15$ ,  $4 : 12 = 5 : 15$  等多个比例。第 3 题是开放题, 意在让学生从多样化的角度写出比例, 使学生理解只要两个比的比值相等就可以组成比例。第 4 题, 还可以让学生计算两块水稻田的产量之比和两块水稻田的面积之比, 判断它们能否组成比例。

(2) 第 5~7 题是比例基本性质的灵活应用。第 5 题, 可以通过分别计算其中一个比的前项与另一个比的后项之积, 看它们是否相等来判断两个比是否可以组成比例。第 6 题, 可以先列出相应量之间的比, 再通过比例的定义或基本性质加以判断。第 7 题是比例基本性质的逆向应用, 可以把等式两边的两个乘数分别看成比例的内项或外项。第 6、7 题都具有很大的开放性。

## 教学建议

(1) 引导学生在判断四个数是否成比例的过程中理解比例的意义和比例的基本性质。

练习时, 要让学生自己通过计算比值或计算相应项的乘积, 根据计算结果判断两个比能否组成比例, 在此过程中进一步巩固比例的意义, 熟练地掌握比例的基本性质。在汇报交流的过程中, 应该让学生说一说是怎么判断的。例如, 第 1 题, 可以让学生说一说是怎样理解相对应的两个量的, 这两个量的比表示什么实际含义。再如, 第 6 题, 要引导学生根据实际情境列出相应的比, 并说说这样的比表示什么

意义, 在此基础上, 再灵活运用比例的意义或比例的基本性质加以判断。

(2) 倡导思维的开放性和多样性。

本练习中第 2 题, 四个数组成比例时, 可以写出许多比例式来; 第 7 题, 根据比例的基本性质, 也可以写出不同的比例来, 如  $24 : 8 = 9 : 3$ ,  $8 : 24 = 3 : 9$ ,  $24 : 9 = 8 : 3$ ,  $9 : 24 = 3 : 8$ 。此外, 第 1 题, 也可以写出许多不同形式的比例式来; 第 6 题, 判断的方法更是多样, 如可以看  $54 : 45$  与  $72 : 60$  是否可以组成比例, 也可以看  $45 : 60$  与  $54 : 72$  是否可以组成比例。第 3 题, 只要比值是 5 的任意两个比, 都可以组成比例, 体现了思维的开放性。

## 编写意图

(1) 第8题是对解比例进行巩固,使学生进一步熟练解比例的技能。这些比例的各项中涵盖了整数、分数、小数,未知项 $x$ 的位置也是考虑到各种可能性,以利于提高学生解各种类型的比例的能力。

(2) 第10题是根据文字描述写出比例并解比例,其中第(3)题可以写出不同的比例,如 $x:2=5:2.5$ , $x:5=2:2.5$ ,但比例的基本性质决定了 $x$ 的值是一定的。

(3) 第9、11、12、13题都是已知两个量之间的最简整数比及其中的一个量,求另一个量。解决这类问题的关键是两个比的前、后项所对应的量是一致的,这需要学生对情境中比的意义有正确的理解。例如,第11题中,轿车模型长度:轿车实际长度=1:20,公共汽车模型长度:公共汽车实际长度=1:20。

(4) 第14题与第7题形式相同,是为第15题进行铺垫的。第15题,可以写出数量关系式: $6 \times \text{足球单价} = 8 \times \text{篮球单价}$ ,因此,足球单价:篮球单价=8:6。而要解决第(2)小题,也可直接利用乘法形式的等式。

## 教学建议

(1) 重视解比例的方法指导。

例如,第8题,让学生明确:不管未知数在左边还是右边,都可以在转化成内项之积等于外项之积的等式时把含有未知数的算式写在等号左边,这样便于解方程。第14题,教学时依然要关注思维的有序性,例如,可以先写出其中一个比例 $3:8=15:40$ ,再保持外项不动,交换两个内项的位置,得到 $3:15=8:40$ ,再把这两个比例左右两边的比的前、后项分别交换位置,得到其他两个比例。

(2) 明确数量关系,正确地列出比例。

8. 解比例。

$$(1) \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{3}{4} : x$$

$$(2) 0.8 : 4 = x : 8$$

$$(3) \frac{3}{4} : x = 3 : 12$$

$$(4) \frac{x}{9} = \frac{8}{3}$$

9. 相同质量的水和冰的体积之比是9:10,一块体积是50 dm<sup>3</sup>的冰,化成水后的体积是多少?



10. 按照下面的条件列出比例,并求解比例。

(1) 5与8的比等于40与 $x$ 的比。

(2)  $x$ 与 $\frac{3}{4}$ 的比等于 $\frac{1}{5}$ 与 $\frac{2}{3}$ 的比。

(3) 比例的两个内项分别是2和8,两个外项分别是 $x$ 和2.5。

11. 汽车厂按1:20的比生产了一批汽车模型。

(1) 轿车模型长24.3 cm,轿车的实际长度是多少?

(2) 公共汽车长11.76 m,模型车的长度是多少?



12. 博物馆展出了一个高为19.6 cm的秦代将军俑模型,它的高度与实际高度的比是1:10,这个将军俑的实际高度是多少?

13. 在同一个1号楼的实际高度为35 m,它的高度与模型高度的比是500:1,模型的高度是多少厘米?



14. 把下面的等式改写成比例。

$$(1) 3 \times 40 = 8 \times 15$$

$$(2) 2.5 \times 0.4 = 0.5 \times 2$$

15. 李老師买了6个足球和8个篮球,买两种球所花钱数相等。

(1) 足球与篮球的单价之比是多少?

(2) 足球的单价是40元,篮球的单价是多少?

(3) 你能提出其他数学问题并解答吗?

解答第9、11、12、13和15题的基础都是理解题目中比的实际含义。例如第9题,可以让学生说一说:9:10是什么与什么的比?谁的体积大一些?写比例时要注意什么?……让学生明确:写出的比与已知的比的意义要相同,前、后项顺序要对应。

(3) 适度综合,提高能力。

第15题,可以回忆以前所学的“假设法”,如假设每个足球8元,由两种球的总价相等,可以求出篮球的单价。也可以列出乘法形式的等式,联系第14题的结论进行直接推导。

## 2. 正比例和反比例

### 正比例

1



文具店有一种彩带，销售的数量与总价的关系如下表。

数量/m	1	2	3	4	5	6	7	8	...
总价/元	3.5	7	10.5	14	17.5	21	24.5	28	...

观察上表，回答下面的问题。

- (1) 表中有哪两种量？
- (2) 总价是怎样随着数量的变化而变化的？
- (3) 相应的总价与数量的比分别是多少？比值是多少？

你能发现什么？



从上表可以看出，总价与数量是两种相关联的量，总价是随着数量的变化而变化的，而且总价与相应数量的比值总是一定的。

$$\text{例如，} \frac{3.5}{1} = \frac{7}{2} = \frac{10.5}{3} = \dots = 3.5$$

比值3.5，实际就是彩带的单价。用式子表示它们的关系就是：

$$\frac{\text{总价}}{\text{数量}} = \text{单价}$$

像这样，两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的比值一定，这两种量就叫做成正比例的量，它们的关系叫做正比例关系。

上表中，总价和数量是成正比例的量，总价与数量成正比例关系。

如果用字母  $y$  和  $x$  表示两种相关联的量，用  $k$  表示它们的比值（一定），正比例关系可以用下面的式子表示：

$$\frac{y}{x} = k$$

45

### 编写意图

(1) 这部分教材是教学正比例的意义。学生开始正式接触到常量、变量（当然不必出现这样的名词），初步体会函数的思想。

(2) 教材创设了文具店出售彩带的情境来引出数量与总价之间的对应关系。单价、数量与总价的数量关系是学生非常熟悉的，这样的引入既符合学生的认知经验，又揭示了正比例与日常生活的联系。

(3) 教材通过表格中的数据和三个问题，揭示了正比例关系的要点：第一，有两个量，而且是相关联的量，其中一个量随着另一个量的变化而变化。第二，两个量之间的比值不变。通过具体的实例，使学生认识了什么是变化的量，它们是怎样变化的，哪些是不变的量，理解并掌握变中有不变的数学思想。

(4) 教材在编排上体现了从具体到抽象、从特殊到一般的思路。先通过总价、数量、单价这一特殊的数量关系，利用具体数据使学生初步认识正比例关系，然后再进行抽象的概括，最后利用数学化的字母符号来表征这一变化规律，使学生体会抽象和模型的数学思想。

### 教学建议

(1) 充分利用学生的认知经验和生活经验，使学生在熟悉的情境中自主探索。

正比例关系描述的是一个量变化导致另一个量跟着变化的一种关系，较为抽象。而学生在此之前涉及的是一些具体的数量（如归一问题）而不是抽象的变量。二者有一定的联系，但又有很大的区别。因此，教学时，要利用学生较熟悉的情境和数量关系，使学生学会用“函数”的眼光去理解数量关系中量与量的变化规律，发现两个变量背后的不变量，从而更好地理解正比例关系的意义。

(2) 重视观察与交流，让学生表达自己对量的变化规律的发现和概括。

教学时，要引导学生观察并思考：表格里有哪两种量？能具体说说它们是怎样变化的吗？为什么会有这样的规律？单价不变就是总价与数量的什么不变？你能把这个数量关系写出来吗？生活中还有这样的例子吗？……使学生借助具体实例理解正比例关系的本质。

(3) 逐步抽象，构建模型。

在学生理解了具体实例中两种量的变化规律以后，可以让他们尝试脱离情境，抽象概括正比例的意义，实现由具体数量关系到一般化抽象模型的转化。

## 编写意图

(1) 在理解了正比例关系的意义之后, 让学生认识正比例关系图象, 并会利用图象解决简单的问题, 体会函数思想和数形结合的思想。

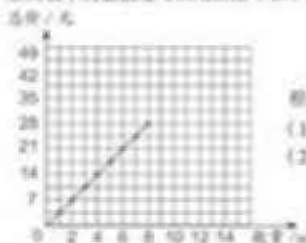
(2) 学生之前已经具备了数对与平面上的点一一对应的知识基础, 在这儿, 进一步扩展, 把成正比例关系的两个量中相对应的数都看作是一个数对。在方格纸上把与这些数对相对应的点连起来, 形成一条射线; 反之, 该射线上的每一个点对应的就是正比例关系中两个相关联的量的某一组具体值。

(3) 正比例关系图象与折线统计图有本质的区别。虽然描点的过程与方法相同, 但前者描述的是量与量之间的变化关系, 两个量都是连续的, 即射线上的点有无数个; 而后者描述的是一些离散的数据。

(4) 在认识了正比例关系图象的基础上再让学生直接利用图象, 根据其中一个量的值找到另一个量的值, 体会利用数形结合的方法解决问题的直观性与便捷性。

(5) 通过举出生活中的例子, 找到变化的量与不变的量, 使学生加深对正比例关系的理解。

上表中的数据还可以用图象(如下图)表示:



根据图象回答下面的问题:

(1) 从图中你发现了什么?

(2) 把数对(10, 35)和(12, 42)所在的点描出来, 并和上面的图象连起来并延长, 你还能发现什么?

(3) 不计算, 根据图象判断, 如果买9m彩带, 总价是多少? 49元能买多少米彩带?

(4) 小明买的彩带的米数是小丽的2倍, 他花的钱是小丽的几倍?



### 做一做

一辆汽车行驶的时间和路程如下表。

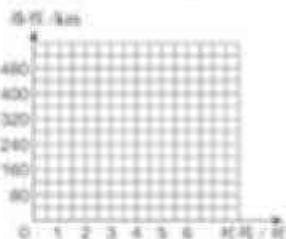
时间/时	1	2	3	4	5	6
路程/km	80	160	240	320	400	480

(1) 写出几组路程与相对应的时间的比, 并比较比值的大小。

(2) 说一说这个比值表示什么。

(3) 汽车行驶的路程与时间成正比例关系吗? 为什么?

(4) 在图中描出表示路程和相对应时间的点, 然后把它们按顺序连起来, 并估计一下行驶120 km大约要用多少时间。



80

## 教学建议

(1) 加强数形结合, 使学生经历生成正比例图象的过程, 自主探索图象的特征。

教学时, 可以出示方格图, 让学生说一说: 如果将表格中每两个相对应的数看作一个数对, (1, 3.5) 对应的位置在哪里? 再共同将例题表格中的其他数对一一表示出来, 并思考: 把这些点连起来是什么? 这条线段可以向两端怎样延伸? (0, 0) 表示什么? 怎样可以说明每个点相对应的两个数的比值是相等的? 通过这些问题, 使学生看到正比例图象是一条从(0, 0)出发的无限延伸的射线, 这条线上

所有点所对应的两个量的比值都相等。

(2) 引导学生利用数形结合思考问题。

在初步理解图象特征的基础上, 让学生想一想: (10, 35) 和 (12, 42) 这两个点是否也在射线上? 然后画一画, 连一连, 进行验证。接着可以一般化提升: 如果买了  $a$  m 这样的彩带, 付了  $b$  元钱,  $a$  和  $b$  有怎样的关系? 使学生理解射线上的点与代表相关联的量的数对存在着——对应关系。再引导学生直接利用图象完成第(3)题。第(4)题, 可引导学生采用不同的方法: 可以假设两个具体米数, 找到相应的总价, 再比较; 也可通过比例的基本性质, 发现米数之比等于总价之比。

## 反比例

2



把相同体积的水倒入底面积不同的杯子。

杯子的底面积与水的高度的变化情况如下表。

杯子的底面积/cm <sup>2</sup>	10	15	20	30	60	...
水的高度/cm	30	20	15	10	5	...

观察上表,回答下面的问题。

- (1) 表中有哪两种量?
- (2) 水的高度是怎样随着杯子底面积的大小变化而变化的?
- (3) 相对应的杯子的底面积与水的高度的乘积分别是多少?

从上表可以看出,水的高度和杯子的底面积是两种相关联的量,水的高度是随着杯子的底面积的变大而不断变小的,而且水的高度与杯子的底面积的乘积总是一定的。例如, $30 \times 10 = 20 \times 15 = 15 \times 20 = \dots = 300$ 。

积300,实际就是倒入杯子的水的体积。用式子表示它们的关系就是:

$$\text{底面积} \times \text{高度} = \text{体积}$$

像这样,两种相关联的量,一种量变化,另一种量也随着变化,如果这两种量中相对应的两个数的乘积一定,这两种量就叫做成反比例的量,它们的关系叫做反比例关系。

在上面的实验中,高度和底面积是成反比例的量,高度与底面积成反比例关系。

如果用字母 $x$ 和 $y$ 表示两种相关联的量,用 $k$ 表示它们的积(一定),反比例关系可以用下面的式子表示:

$$xy=k$$

## 编写意图

(1) 这部分内容是揭示反比例的意义。整个编排思路和正比例完全一致,所不同的是不要求学生认识反比例图象。

(2) 教材对反比例的意义编排也经历了以下几个步骤:第一,借助具体情境,利用体积、底面积和高的数量关系使学生通过具体数据的计算初步理解成反比例的量之间的变化规律。第二,脱离具体情境,概括抽象的反比例关系的一般意义。第三,利用字母表达式刻画反比例关系。

(3) 教材创设了将相同体积的水倒入底面积不同的杯子中的情境来引出底面积与水的高度之间的变化规律,使学生直观地发现当体积相同时,底面积越大,高度越小;底面积越小,高度越大。接下来,从量化的角度精细刻画两个量之间的变化规律:表中提供了哪两种量的数据?这两种量的变化是否存在依存关系?是怎样的一种关系?通过计算,使学生发现相对应的量的乘积保持不变,而这个不变的量实际上就是指既定的体积。有了具体实例的支撑,再去理解抽象的反比例关系及其字母表达式,就水到渠成了。

## 教学建议

(1) 充分利用学生的已有经验。

教材选用学生较熟悉的情境和数量关系来引出成反比例的量,有利于他们发现两个变量背后的不变量。主题图中呈现的高度和底面积的变化关系更是为学生理解反比例的意义提供了直观支持。教学时,要充分利用课件或教具,使学生通过观察,感受当水的体积不变时,高度是如何随着底面积的变化而变化的。

(2) 引导学生根据正比例的意义进行迁移类推,并对正、反比例的意义进行比较。

学生在前面学习了正比例的意义,对于相

关联的量、量的变化规律、变化中的不变等要素已经有了深刻体会。教学时,要以此为基础,培养学生的迁移类推能力。例如,可引导学生观察表格中的数据并思考:表格里有哪两种量?它们是怎样变化的?一种量扩大或缩小,另一种量怎么变化?两个量的比值相等吗?如果比值不相等,那是什么相等?你能举出具体的例子吗?出现这种规律的内在原因是什么?体积不变就是底面积与高的什么不变?你能把这个数量关系写出来吗?你会尝试着描述一下什么叫反比例关系并用字母表达式表示出来吗?……通过讨论,使学生深刻理解反比例的意义,牢固掌握正、反比例的区别。

## 编写意图

(1) 在学生理解了反比例的意义之后,教材引导学生回忆已学过的数量关系,通过举例、交流,一方面加深对反比例意义的理解,另一方面体会生活中存在着大量的反比例关系,如总价一定的情况下,单价与数量的关系;用水量一定的情况下,每天用水量与所用天数的关系等。

(2) “做一做”是让学生根据反比例的意义来判断两个量是否成反比例。首先要明确哪两种量是相关联的量,它们是否按照一个量增加(减少),另一个量减少(或增加)的规律变化的,再通过计算明确两个量相对应的数的乘积不变,在此基础上再作出判断。

(3) 根据课标的要求,反比例图象不作为正式的教学内容,教材通过“你知道吗?”使学生认识反比例图象。通过观察图象,使学生体会反比例图象与正比例图象的区别,尤其是提醒学生注意到反比例图象是一条平滑的曲线而不是折线。和正比例图象一样,学生也可以直接利用图象上的点与数对的一一对应关系解决简单的问题,初步体会函数的思想与方法。

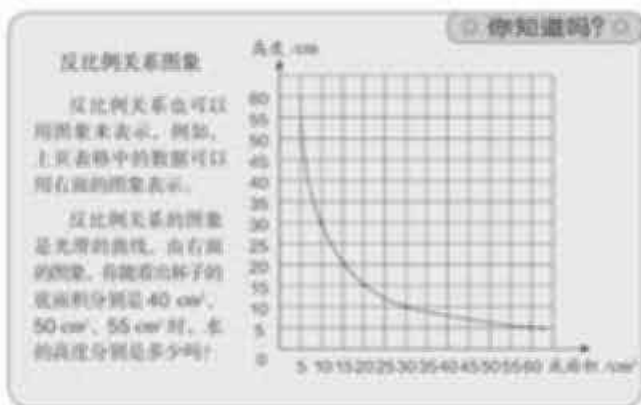


### 做一做



每天运的质量/ $t$	300	150	100	75	60	50
运货的天数/天	1	2	3	4	5	6

- (1) 表中有哪两种量?它们是不是相关联的量?
- (2) 写出几组这两种量中相对应的两个数的积,并比较积的大小,说一说这个积表示什么。
- (3) 运货的天数与每天运的质量成反比例关系吗?为什么?



## 教学建议

(1) 在举例和练习的过程中进一步加强对反比例意义的理解。

让学生举出反比例的实例时,要让学生说清楚在什么情况下,哪两个量成反比例关系。同样的三个量,由于假设的常量与变量不同,会得到不同的比例关系。例如,对于总价、单价、数量这三个量,如果单价不变,总价与数量成正比例;如果数量不变,总价与单价成正比例;如果总价不变,数量与单价成反比例。再如,“做一做”中,要让学生理解,运货的天数与每天运的吨数成反比例是以货物总质量

既定这一前提为基础的。

(2) 加强正比例、反比例的对比。

至此,学生已经对正比例、反比例的意义形成了比较清晰、完整的概念,因此,有必要引导学生对两种比例关系进行比较。通过辨析正比例、反比例关系的联系和区别,对什么是常量、什么是变量、什么是变量与变量的依存关系、如何用一个数学表达式来表示这种依存关系等问题有了更深入的思考。还可以通过“你知道吗?”向学生介绍反比例图象,并对正比例、反比例图象进行比较,使学生试着用自己的语言描述出两种图象的不同特点,从直观的角度理解正比例、反比例关系的本质特征。

## 练习九

1. 下面是小林家去年上半年每月用电量情况。

月份	1	2	3	4	5	6
用电量/千瓦时	120	130	110	120	130	160
电费/元	60	65	55	60	65	75

- 分别写出每月电费与用电量的比, 比较比值的大小。
- 说明这个比值所表示的意义。
- 电费与相应的用电量成正比例关系吗? 为什么?

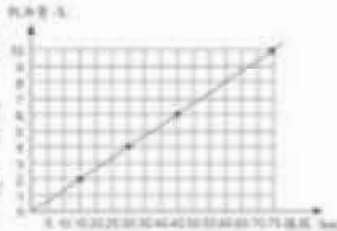
2. 判断下面每题中的两种量是否成正比例关系, 并说明理由。

- 《小学生作文》的单价一定, 订阅的费用与订阅的数量。
- 正方体的表面积与它的棱长。
- 一个人的身高与他的年龄。
- 小麦每公顷产量一定, 小麦的总产量与公顷数。
- 书的总页数一定, 未读的页数与已读的页数。

3. 下面是某种汽车所行路程和耗油量的对应数值表。

所行路程/km	15	30	45	75
耗油量/L	2	4	6	10

- 汽车的耗油量与所行路程成正比例关系吗? 为什么?
- 右图表示汽车所行路程与相应耗油量关系的图象, 说一说它有什么特点。
- 利用图象估计一下, 汽车行驶 55 km 的耗油量是多少?



4. 已知  $y$  与  $x$  成正比例关系, 在下表的空格中填写合适的数。

$x$	1	2		5	10	20
$y$	2.5		7.5		20	37.5

## 编写意图

(1) 第 1 题, 用三个小问题, 突出完整的思维过程, 旨在巩固正比例的意义。首先, 观察表格, 明确哪两种量是相关联的量; 然后计算和比较几组相对应的数的比值, 理解比值的意义; 最后, 根据正比例关系的意义作出判断。

(2) 第 2 题是一组关于正比例关系的判断练习, 意在巩固对正比例关系的本质理解。尤其不能只停留在“一个量增加(或减少), 另一个量随之增加(或减少)”这样的“粗线条”关系, 而应该通过计算两个量相对应数据的比值来加以判断。

(3) 第 3 题, 是正比例的意义和正比例图象的巩固练习。使学生直观地认识正比例关系, 并会利用正比例图象解决一些简单的问题, 如估计行驶 55 km 时, 耗油多少, 或估计耗油 5 L 时, 行驶了多少千米。

(4) 第 4 题是已知两个量成正比例关系, 利用两个量中的已知量来求未知量, 相当于正比例函数中已知自变量求因变量或已知因变量求自变量。应尽量引导学生严格按照正比例关系的定义来列出比例式。

## 教学建议

(1) 引导学生紧紧围绕正比例的意义, 在独立思考、自主练习的基础上交流讨论。

学生有了例题以及“做一做”的基础, 应该能够独立完成这些习题, 要放手让学生独立思考, 完成练习。在判断两个量是否成正比例关系时, 要紧紧围绕正比例的意义, 利用定义来判断。例如, 因为  $\frac{8}{2} = 4$  而判断 8 和 2 成正比例, 就是犯了只注重正比例关系的形式而忽视了成正比例的量首先必须是“变量”的错误。因此, 组织交流时, 要让学生完整地说出

自己的思考和判断过程, 不管是判断两个量成正比例或不成比例, 都要做到“有理有据”。例如, 第 2 题中第 (2) 小题, 在判断正方体表面积与棱长是否成正比例的基础上可以追问: 正方体表面积和什么可以成正比例? 有效地扩展教材资源。

(2) 鼓励学生灵活解题, 提升思维。

教学中要结合题目, 提出思考性问题, 促进思维提升。例如, 第 3 题可以结合判断提问学生: 正比例图象中起点 0 代表什么意思? 第 4 题, 可以先让学生思考: 能不能写出  $x$  和  $y$  的关系式? 比值是几?

## 编写意图

(1) 本页练习的目标仍然是巩固正比例的意义, 促进对正比例的特征和数量关系的理解。

(2) 第 5 题是通过在同一时间、同一地点的 3 棵树的高度与影长关系的观察与计算, 明确树的高度与影子的长度是两种成正比例的量。使学生知道: 在同一时间、同一地点的前提下, 任何物体的高度与它的影子的长度都是成正比例的。

(3) 第 6 题, 让学生通过填表、描点、连线发现:  $n$  是自然数,  $2n$  表示的就是偶数; 而且  $2n$  和  $n$  也是成正比例的量, 比值等于 2 是不变的, 图象也符合正比例图象的特点。提前接触这样相对抽象的数学化的正比例关系, 对于学生将来学习函数具有重要的作用。

(4) 第 7 题重在让学生直接利用正比例图象解决问题。在填表、描点、画图的基础上, 让学生看到该图象符合正比例图象的特征。由于总价与支数成正比例关系, 因此, 小丽与小明的铅笔数之间的倍数关系与总价之间的倍数关系相等。

## 教学建议

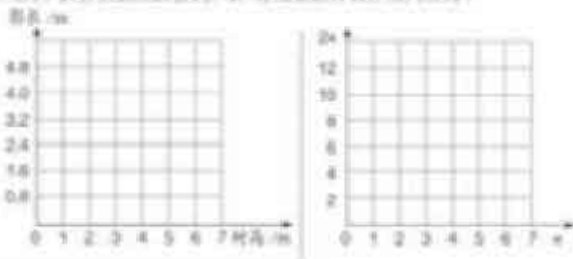
(1) 关注正比例关系概念和正比例图象特征之间的相互验证。

两个相关联的量, 如果根据定义判断为成正比例关系, 其图象必定符合正比例图象的特征 (一条从 0 出发的斜向右上方的射线); 反之, 如果两个量形成的图象符合正比例图象的特征, 这两个量必定成正比例关系。本页的 3 道习题, 都是将抽象的数与直观的形对照, 使学生深刻地体会数形结合的思想。例如, 第 5 题, 让学生判断影长和树高是否成正比例关系并说明判断依据, 学生可以利用定义判断, 也

5. 同一时间、同一地点测得 3 棵树的树高及其影长如下表。

树高/m	2	3	6
影子/m	1.6	2.4	4.8

- (1) 在下左图中描出表示树高与对应影长的点, 然后把它们连起来, 观察图象的特点。  
(2) 影长与树高成正比例关系吗? 你是根据什么作出判断的?



6. 用  $n$  表示自然数, 把下表填写完整。

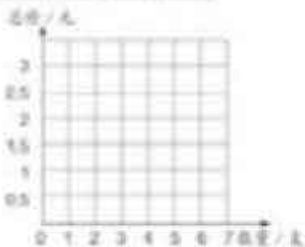
$n$	0	1	2	3	4	5	6	...
$2n$	0	2	4					...

- (1) 上表中的  $2n$  表示什么?  
(2) 在上右图中描点、连线, 你发现了什么?

7. 一种铅笔每支售价 0.5 元, 把下表填写完整。

数量/支	0	1	2	3	4	5	6	...
总价/元	0	0.5	1					...

- (1) 把铅笔的数量与总价所对应的点画在右图中, 并连线。  
(2) 买了 7 支铅笔需要多少钱?  
(3) 小丽买铅笔花的钱是小明的 4 倍, 小丽买的铅笔支数是小明的几倍?



可以根据图象特征直接判断, 并能有意识地相互验证。第 7 题, 虽然没有直接要求学生作出判断, 但要解决第 (3) 题, 首先要根据数据或图象的特点判断出两个量是否成正比例关系。

(2) 利用正比例关系灵活地解决问题。

当两个量  $y$  与  $x$  成正比例关系时, 对于任意两组具体的对应值  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$ , 不仅存在  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$  的关系式, 还可以变形

为  $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}$  的形式。例如, 第 7 题第 (3) 题就

可以利用正比例关系的这一变式加以解决。



8. 一间长 $a$  m、宽 $b$  m的教室铺地砖, 每块地砖的面积与所需地砖数量如下表.

每块地砖的面积/ $\text{m}^2$	900	1600	3600
所需地砖数量/块	600	300	150

所需地砖数量与每块地砖的面积是否成反比例关系? 为什么?

9. 食品加工厂准备把一批新制的醋装瓶后运往商店.

每瓶容量/ $\text{mL}$	250	500	750	1500
所需瓶数/瓶	1200	600	400	200

所需瓶数与每瓶容量是否成反比例关系? 为什么?

10. 下表中 $x$ 和 $y$ 两个量成反比例关系, 请把表格填写完整.

$x$	2	$\frac{1}{5}$		40
$y$	5		0.1	

11. 判断下面各题中的两种量是否成反比例关系, 并说明理由.

- (1) 煤的数量一定, 使用天数与每天的平均用量.
- (2) 全班的人数一定, 按各个人数相等的要求分组, 组数与每组的人数.
- (3) 圆柱体积一定, 圆柱的底面积与高.
- (4) 在一块菜地上种的黄瓜与西红柿的面积.
- (5) 书的总册数一定, 按各包册数相等的规定包装书, 包数与每包的册数.

12. 一个手机组装车间要完成一批订单, 每天组装手机的数量与需要的天数如下表.

每天组装的数量/部	500	600	800	1000	1200
时间/天	24	20	15	12	10

- (1) 每天组装的数量用 $p$ 表示, 需要天数用 $t$ 表示, 你能用式子表示出 $p$ 、 $t$ 和组装的手机总数之间的关系吗?
- (2)  $p$ 与 $t$ 成什么比例关系?
- (3) 如果这批组装任务需要8天完成, 每天组装多少部手机?



(1) 第8~12题, 意在巩固反比例的概念, 使学生深入理解成反比例关系的两个量的变化规律, 能正确判断, 形成相应的技能.

(2) 第8、9两题, 主要目标是巩固反比例的意义. 要求学生基于反比例的定义, 计算“每块地砖的面积”与“所需地砖块数”相对应值的乘积及“每瓶醋的容量”与“所装瓶数”相对应值的乘积, 发现乘积不变, 从而作出正确的判断.

(3) 第10题, 已知 $x$ 和 $y$ 成反比例关系, 就有反比例关系式 $xy=k$ , 利用表内已知的对应值(2, 5)求出 $k=10$ , 就可根据已知的一个量求出另一个量.

(4) 第11题, 让学生判断两个量是否成反比例. 通过题中所描述的数量关系式, 根据题中所给出的前提, 作出判断. 通过完整的表达与交流, 养成说理的习惯和能力.

(5) 第12题, 先通过两个量的具体对应值, 理解“每天组装的数量”与“所用天数”的变化规律, 再抽象出两个量之间的一般化关系, 用字母表示出来并加以应用.

## 教学建议

(1) 重视意义理解, 经历思维过程.

让学生判断两个量是否成反比例时, 要让学生紧紧抓住反比例的概念, 说出两个量成反比例或不成反比例的理由. 如第8、9题中, 表中有哪两种相关联的量? 它们是怎样变化的? 变化的规律是什么? 你是怎么知道的? 你能否用一个式子来表示这种规律? 这两种量成什么比例? 第11(4)题, 虽然两个量也是一个量增加(或减少), 另一个量随之减少(或增加), 但因变化规律不符合反比例的定义, 故两个量不成反比例.

为了让学生更深刻地理解反比例关系, 也

应了解反比例关系中两种量乘积的实际含义, 如第8题中, 表示的是这间教室的面积; 第9题中, 表示的是这批醋的总体积……

(2) 适度抽象, 提升思维.

第10题, 可以先让学生自己填表, 并思考: 填表时你是怎样想的?  $x$ 和 $y$ 成反比例, 它们的乘积是多少?  $x$ 和 $y$ 的反比例关系式是怎样的? 最后可以进一步提升: 如果 $x=n(n \neq 0)$ , 那么 $y$ 是多少? 第12题, 引导学生以表格中具体对应数值之间的关系为基础, 进一步一般化, 并写出字母关系式 $pt=12000$ , 再通过关系式明确 $p$ 、 $t$ 成反比例关系, 解决实际问题.

## 编写意图

(1) 第 13 题提供了列车平均速度与行驶时间之间的关系, 由于京沪之间的路程不变, 这两个量成反比例关系。通过提炼关系式, 使学生从变量的角度重新理解速度、时间和路程之间的数量关系。

(2) 第 14 题, 在一个图中同时呈现两种动物奔跑路程与奔跑时间的关系图象, 要求学生借助图象的特征直接判断两个量之间的关系并解决简单的问题, 如根据路程求速度, 根据速度求路程。教材还把两个图象进行比较, 让学生通过图象灵活判断哪种动物跑得快, 如相同的时间内看谁跑的远, 跑同样的路程看谁用的时间少, 并发现射线的斜度越陡, 动物奔跑速度越快。

(3) 第 15\* 题提供了三个量之间的数量关系式, 引导学生思考当三个量中其中一个量一定时另外两个量成什么比例, 体会判断两个量成正、反比例都必须以某一前提为基础。

(4) 第 16\* 题, 在面积既定的前提下, 长和宽成反比例, 而反比例关系的图象应该是一条曲线, 这一变化趋势也可通过在坐标图上画出面积为  $36 \text{ cm}^2$  的长方形直观显示。

## 教学建议

(1) 重视常见数量关系中量与量之间的关系, 充分挖掘教材资源, 进行适当扩展。

第 13、14 题, 描述的都是速度、时间和路程之间的数量关系, 第 13 题是路程不变, 速度与时间成反比例, 第 14 题是速度不变, 路程与时间成正比例。“路程=速度×时间”是学生熟悉的数量关系, 从变量的角度去分析, 会让学生更好地搭建起算术和代数之间的桥梁, 体会函数思想。教学时, 可以进一步归纳、抽象: 路程不变时, 速度和时间成什么关系? 速度不变时, 路程和时间成什么关系? 时

13. 京沪高铁的大车平均行驶速度与驶完全程所需时间如下表:

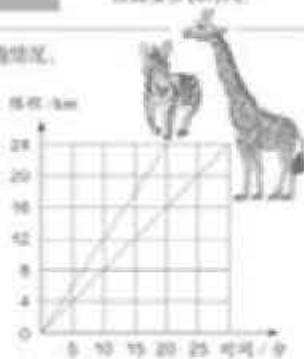
速度/(千米/时)	270	280	290	300	380	350	—
时间/时	$\frac{130}{27}$	5	5.2	4.5	$\frac{65}{9}$	$\frac{25}{3}$	—



- (1) 京沪高铁全长多少千米?
- (2) 如果用  $v$  表示大车的平均速度,  $x$  表示驶完全程所需时间,  $x$  与  $v$  成什么比例关系? 你能写出这个关系式吗?
- (3) 如果大车的平均速度为 325 千米/时, 驶完全程需要多长时间?

14. 右面的图象表示斑马和长颈鹿的奔跑情况。

- (1) 斑马的奔跑路程与奔跑时间是否成正比例关系? 长颈鹿呢?
- (2) 估计一下, 两种动物 18 分钟各跑多少千米?
- (3) 从图象上看, 斑马跑得还是长颈鹿跑得快?



15\* 有  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个相关联的量, 并有  $xy=z$ 。

- (1) 当  $z$  一定时,  $x$  与  $y$  成\_\_\_\_\_比例关系。
- (2) 当  $x$  一定时,  $z$  与  $y$  成\_\_\_\_\_比例关系。
- (3) 当  $y$  一定时,  $z$  与  $x$  成\_\_\_\_\_比例关系。

16\* 一个长方形的面积是  $36 \text{ cm}^2$ , 用  $x$  和  $y$  表示它的长和宽,  $y$  与  $x$  成什么比例关系? 如果把它们的关系用图象表示出来, 图象是一条直线吗?

间不变时, 路程与速度成什么关系? 有了这一基础, 第 15\* 题的教学也就迎刃而解了。第 16\* 题, 也可以让学生进一步思考: 当长 (或宽) 不变时, 面积与宽 (或长) 成什么关系?

(2) 加强学生图象分析能力的培养。

第 14 题可引导学生多角度利用图象解决问题。例如, 既可以根据图象找出相对应的路程与时间, 计算比值后判断, 也可以根据图象特征直接判断。同样, 判断斑马与长颈鹿谁跑得快时, 既可以根据对应的路程与时间计算速度后作出判断, 也可以看同样的时间里谁跑的路程远或同样的路程谁用的时间短来判断, 还可以根据两条射线的陡与缓作出判断。

### 3. 比例的应用

#### 比例尺

在绘制地图及其他平面图的时候,需要把实际距离按一定的比缩小(或扩大),画在图纸上。这时,就要确定图上距离和相对应的实际距离的比。

一幅图的图上距离和实际距离的比,叫做这幅图的比例尺。

$$\text{图上距离} : \text{实际距离} = \text{比例尺} \quad \text{或} \quad \frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}} = \text{比例尺}$$

例如,一幅中国地图的比例尺是 $1:100000000$ ,这是数值比例尺,有时也写成 $\frac{1}{100000000}$ 。又如,一幅北京地图的比例尺是这样表示的, $\frac{1}{50\text{ km}}$ ,这是线段比例尺,表示图上 $1\text{ cm}$ 的距离相当于地面上 $50\text{ km}$ 的实际距离。

你能把上面的数值比例尺或线段比例尺化成数值比例尺吗?

图上距离 : 实际距离 = 比例尺

$1\text{ cm} : 50\text{ km}$   
 $= 1\text{ cm} : 5000000\text{ cm}$   
 $= 1 : 5000000$

单位要统一!

想一想,比例尺 $1:5000000$ 表示图上距离是实际距离的几分之几?实际距离是图上距离的多少倍?

在绘制比较精密的零件图时,经常需要把零件的尺寸按一定的比放大。如一幅零件图纸的比例尺是 $2:1$ ,你知道它表示什么吗?

为了计算方便,一般把比例尺写成后项是1的形式。

北京到天津的实际距离是 $120\text{ km}$ ,在一幅地图上量得两地的图上距离是 $2.4\text{ cm}$ ,这幅地图的比例尺是多少?

$$\begin{aligned} \text{图上距离} : \text{实际距离} &= \text{比例尺} \\ 2.4\text{ cm} : 12000000\text{ cm} \\ 2.4 : 12000000 &= 1 : 5000000 \end{aligned}$$

答:这幅地图的比例尺是 $1:5000000$ 。

#### 做一做

一个圆柱形零件的高是 $5\text{ mm}$ ,在图纸上的高是 $2\text{ cm}$ ,这幅图纸的比例尺是多少?

#### 编写意图

(1) 教材首先介绍了比例尺的概念。比例尺的本质是一个比,而从比例关系的角度看,如果一幅图的比例尺固定,图上距离与实际距离这两个量成正比例关系。

(2) 教材介绍了比例尺的两种形式,并介绍了线段比例尺转化为数值比例尺的方法,关键是把前、后项的长度单位统一,再化成最简整数比。

(3) 教材沟通了比例尺与分数的关系,可以根据比例尺直接得出图上距离是实际距离的几分之几或实际距离是图上距离的多少倍,一方面揭示了知识之间的关联,另一方面加深了对比例尺的本质理解。

(4) 除了可用比例尺表示把实际距离缩小画在图纸上,生活中还有把实际距离放大的情况。教材通过介绍零件图纸的比例尺,使学生全面认识比例尺,同时也为后面学习“放大与缩小”作准备。

(5) 例1,教学比例尺的求法。根据比例尺的定义,利用图上距离与实际距离的任一组对应值,先统一长度单位,再相比、化简。

#### 教学建议

(1) 结合生活实际,全面理解概念。

比例尺是比例知识在生活中最广泛的应用,因此,要充分利用学生的生活经验。教学时,可以提供相关的地图,让学生找出地图上的比例尺,试着说说这个比例尺表示什么意思。在学生尝试的基础上归纳、总结比例尺的概念以及两种书写形式。然后提问:比例尺实质上是什么?前项是什么?后项是什么?促进基本概念的形成。在此基础上,进一步丰富比例尺的相关知识。例如,可以结合地图,让学生找出不同形式的比例尺并理解其含义。并引

导学生尝试着把线段比例尺转化成数值比例尺,再交流转化时需要注意什么。

接着让学生观察这些不同的比例尺,说一说:这些比例尺的前项有什么共同特点?并结合一个具体比例尺提出问题:这幅地图上图上距离是实际距离的几分之几?实际距离是图上距离的几倍?再出示一个零件图纸,引起学生认知冲突,引导学生紧紧抓住比例尺的定义来解释后项为1的比例尺的含义,全面理解概念。

(2) 认真落实方法,掌握相关技能。

在两种形式的比例尺互化和求比例尺的过程中,要强调当两个量的单位一致时,才能相比。教学时要引导学生牢固掌握这一技能。

## 编写意图

(1) 例2教学比例尺的应用,教材提供了一个真实的问题情境:根据北京轨道交通路线示意图求两站之间的实际距离。

(2) 教材呈现了示意图和某一部分路线的图上距离,要求实际距离。希望通过教学,让学生获得以下的知识和技能:①在示意图上寻找到比例尺的信息;②根据比例尺和图上距离求出实际距离,并掌握方法;③经历求实际距离的思维过程:根据比例尺的意义列出比例,解比例求出未知数的值,再换算成合适的单位。④重点提醒学生注意易错的地方,由于比例尺表示图上距离是实际距离的几分之几或实际距离是图上距离的几倍,因此,它们的单位是相同的,当图上距离是“cm”时,求出来的实际距离的单位也是“cm”,要让学生理解这一过程,避免机械记忆。

(3) “做一做”不仅是例2方法的巩固,还要求学生先量出图上距离,再算出实际距离。由于这里的比例尺是线段比例尺,可以直接用量出的厘米数乘上600m,而不必将线段比例尺先化成数值比例尺再计算。

2 下面是北京轨道交通路线示意图。地铁1号线从苹果园站至四惠车站,在图中的长度大约是7.8cm。从苹果园站至四惠车站的实际长度大约是多少千米?



解:根据“ $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}} = \text{比例尺}$ ”,可以用解比例的方法来求实际距离。

解:设从苹果园站至四惠车站的实际长度是  $x$  cm。

$$\begin{aligned} \frac{7.8}{x} &= \frac{1}{400000} \\ x &= 7.8 \times 400000 \\ x &= 3120000 \end{aligned}$$

$$3120000 \text{ cm} = \text{ } \text{ km}$$

答:从苹果园站至四惠车站的实际长度大约是  $\text{ } \text{ km}$ 。

### 做一做

先把右图中的线段比例尺改写成数值比例尺,再量出量出图中河西村与汽车站之间的实际距离是多少厘米,并计算出两地的实际距离大约是多少。



## 教学建议

(1) 创设情境,凸显解决问题的必要性。

教学时可以利用教材的情境,也可以创设符合本地实际的问题情境,以激发学生的兴趣。明确问题以后,让学生说一说:要求实际距离,应该知道什么?这幅图的比例尺是多少?在哪里?引导学生理清问题,寻找有效信息。

(2) 理解意义,经历过程,掌握方法。

例2的教学重点是让学生掌握已知图上距离和比例尺求实际距离的过程和方法,教学时,应引导学生在理解比例尺意义的基础上列

出比例,而不是机械地记忆。反馈时重点讨论:列出比例的依据是什么?算出的  $x$  的值表示什么?单位是什么?为什么?求实际距离的方法不是唯一的,学生如果把比例尺看成一个比值,直接用图上距离除以比例尺或乘400000计算(实际距离是图上距离的400000倍),都是可以的。

(3) 充分挖掘教材素材,加强巩固。

解决完例2的问题后,可让学生随意选择两点,量出两点间的图上距离,再求出这两点间的实际距离。在此基础上,完成“做一做”,既可以将线段比例尺转化为数值比例尺计算,也可以直接用  $600 \times$  图上距离计算。

## 编写意图

- 3 小明家在学校正西方向，距学校 200 m；小亮家在小明家正东方向，距小明家 400 m；小红家在学校正北方向，距学校 250 m。在下面图中画出他们三家和学校的位置平面图（比例尺 1:10000）。



想：根据“图上距离 = 比例尺”，推出“图上距离 = 实际距离 × 比例尺”。

$$200 \text{ m} = 20000 \text{ cm}, 400 \text{ m} = 40000 \text{ cm}, 250 \text{ m} = 25000 \text{ cm}.$$

$$\text{小明家到学校的图上距离: } 20000 \times \frac{1}{10000} = 2 (\text{cm})$$

$$\text{小亮家到学校的图上距离: } (40000 - 20000) \times \frac{1}{10000} = 2 (\text{cm})$$

$$\text{小红家到学校的图上距离: } 25000 \times \frac{1}{10000} = 2.5 (\text{cm})$$



你能在图上画出来吗？

### 做一做

学校要建一个长 60 m，宽 60 m 的正方形操场。请在右图中画出操场的平面图（比例尺 1:2000）。



55

(1) 例 3 是根据实际距离与比例尺求图上距离。求图上距离是比例尺的基本应用。绘制简易的路线图、方位图、地图时，要求图上的各条线段长度都按相同的比例尺绘制。

(2) 例题创设了绘制简易位置平面图的情境，综合了方位的知识与比例尺的知识。学生在六年级上册“位置与方向（二）”对于这样的示意图已有感性认识。

(3) 教材的编写体现了问题解决的基本过程：首先理清相关信息，清楚要解决什么问题；其次，确定方法，求出图上距离；最后，画出平面图，在图上标出相关信息。

(4) 教材提供了求图上距离的基本思路，即根据比例尺的意义，把比例尺看成一个比值，推导出：图上距离 = 实际距离 × 比例尺。也可以采用其他方式解决，如利用比例的基本性质解比例。

(5) 教材把数值比例尺化成线段比例尺的知识点自然地融合在画平面示意图的过程之中。比例尺 1:10000 表明图上 1 cm 的实际距离为 10000 cm，即 100 m。

## 教学建议

### (1) 理解题意，明确问题。

例 3 让学生根据实际距离和比例尺求图上距离，同时还要完成相应平面图的绘制，并把数值比例尺化成线段比例尺，内容比较多，技能要求比较高。教学时要让学生自己审题，理解题意，然后交流：题目要我们解决什么问题？你觉得要画出平面图，首先需要知道什么？通过交流，使学生明确：首先要求出小明家、小亮家和小红家分别到学校的图上距离，还要按照相应的方向标出各自位置，并把数值比例尺化成以“m”为单位的线段比例尺。

### (2) 探索解决问题方法的多样性。

可以让学生自主解决问题，并通过交流感受解决方法的多样性。例如，有的学生是像教科书上把比例尺看成一个比值，直接用实际距离 × 比例尺来求图上距离，有的学生是把三个图上距离分别设成未知数，利用图上距离：实际距离 = 1:10000，通过解比例来求。再如，有的学生是先转化单位再计算，有的学生是先计算再转化单位。无论哪一种方法，根本在于对比例尺意义的本质理解。1:10000 这一比例尺可以理解成 1 cm 的图上距离表示 10000 cm 的实际距离，也可以理解成 1 m 的图上距离表示 10000 m 的实际距离。

## 编写意图

(1) 第1题是将数值比例尺改写成线段比例尺,比例尺 $1:30000000$ 表示的是 $1\text{ cm}$ 的图上距离相当于 $30000000\text{ cm}$ 的实际距离,而线段比例尺是用 $1\text{ cm}$ 的线段表示出实际距离为多长。因此,在线段比例尺上,实际长度用 $30000000\text{ cm}$ 、 $300000\text{ m}$ 、 $300\text{ km}$ 表示从理论上讲都是可行的,但在实际中,一般用 $300\text{ km}$ 表示,更显其简洁性。

(2) 第2题是已知图上距离和实际距离,求比例尺,由于条件齐备,只需根据比例尺的意义,把 $4\text{ cm}:4\text{ m}$ 化简比即可。

(3) 第3题和第4题,都是已知实际距离,要求学生自己量出图上距离,再求出比例尺。第3题,还要求学生将算出来的数值比例尺转化为线段比例尺,以进一步巩固两种比例尺互相转化的方法,熟练技能。而第4题,图上距离大于实际距离,但求比例尺的方法仍然是图上距离:实际距离,所以得到的是一个后项为1的比例尺。使学生通过具体实例,理解后项为1的比例尺表示将图形放大,为后面学习“放大与缩小”作准备。

## 教学建议

(1) 自主练习,夯实基础。

本页的4道习题都是基础性练习,意在巩固比例尺的概念。计算比例尺时,有些是直接给出图上距离,有些需要测量出图上距离。在求比例尺时,需要提醒学生注意前、后项单位名称的统一。在将数值比例尺转化为线段比例尺时,要让学生从理解比例尺本质的角度去解决。例如,第1题中,比例尺 $1:30000000$ 表示图上长为 $1\text{ cm}$ 的距离相当于实际长为 $30000000\text{ cm}$ 的距离,把它改写成更简洁的形式即可。

## 练习十

1. 一幅地图的比例尺是 $1:30000000$ ,你能用线段比例尺表示出来吗?

2. 一辆轿车的旅行东西方向长 $4\text{ m}$ ,在图上的长度是 $4\text{ cm}$ ,这幅图的比例尺是多少?



3. 团结路的实际长度是 $18000\text{ m}$ 。



(1) 量一量团结路在图上的长度,求出这幅图的比例尺。

(2) 将这幅图的比例尺用线段比例尺表示出来。

4. 七星瓢虫的实际长度是 $5\text{ mm}$ ,量出图中七星瓢虫的长度,求这幅图的比例尺。



(2) 关注必要的方法指导。

虽然这些习题比较基础,但仍要注意在有些细节上引导学生交流,教师给予适当点拨。例如,第1题,交流时要让学生说一说:转化成线段比例尺时, $1\text{ cm}$ 表示 $30000000\text{ cm}$ 、 $300000\text{ m}$ 、 $300\text{ km}$ 是否都可以?用哪一个表示更好?为什么?第4题,学生或许会习惯性地较短的长度作为前项,要引导学生紧扣比例尺的定义列出比;有的学生在列出 $3\text{ cm}:5\text{ mm}$ 时或许不知该如何化简,要引导学生讨论应该如何化简,并说说这个比例尺有什么特点,使学生理解后项为1的比例尺表示的是将实际距离放大。

## 编写意图

(1) 本页的习题，意在巩固求实际距离和图上距离的方法，并能运用相关知识解决实际问题。

(2) 第5、6题，主要目的是巩固求实际距离的方法和步骤。第5题是已知比例尺和图上距离直接求实际距离。第6题既是一道实践题，又是一道开放题，要求较高。需要学生自己在一幅地图上找到比例尺，量出某两点之间的图上距离，再计算实际距离，以培养学生的实践能力和应用能力。

(3) 第7题主要是根据比例尺和实际距离求图上距离，第8题通过填表的方式进行求实际距离和求图上距离的综合练习，进一步提高学生求实际距离和图上距离的技能，尤其是处理好单位换算的问题。

(4) 第9题，是在计算图上距离的基础上解决实际问题，具有较强的综合性。小丽的位置比较好确定，通过测量，找到底线中点，再作底线的垂线，与3分线相交即可。而小红和小明的具体位置需要通过计算出他们距底线和边线的图上距离，通过测量加以确定。

5. 在一幅比例尺是1:5000000的地图上，量得上海到杭州的距离是3.4 cm，上海到杭州的实际距离是多少？

6. 在一幅中国地图上，选取两个城市，量出它们在图上的直线距离，再根据比例尺算出它们的实际距离。

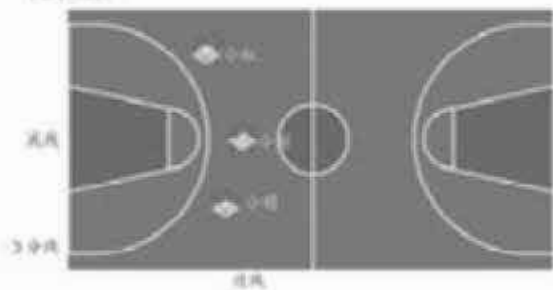
7. 兰州到乌鲁木齐的铁路线大约长1900 km，地图上两城之间的长度是多少厘米？



8. 填表。

比例尺	图上距离	实际距离
1:500000		1.8 km
1:2000000		40 km
1:60000000	15 cm	

9. 篮球场长28 m，宽15 m，下面是比例尺为1:250的篮球场平面图。小明、小丽、小红在篮球场上的大致位置如图所示。小明在边线2.5 m的3分线上，小丽在3分线的中点上，小红在距底线4 m的3分线上。请标出他们的具体位置。



## 教学建议

(1) 引导学生抓住本质，灵活解题。

利用比例尺求图上距离或实际距离时，具体方法可以灵活多样。例如，可以通过比例尺的定义，利用解比例来解决，如第5题，设两地实际距离为  $x$  cm，通过解  $3.4 : x = 1 : 5000000$  来求；也可以把比例尺看成一个比值来解决，例如，第7题，可用  $190000000 \times \frac{1}{40000000}$  直接计算；还可以根据数据的特点灵活解决，例如，第9题中，小明距边线2.5 m，即250 cm，而比例尺为1:250，因此，不计算

就可判断出图上距离为1 cm。

(2) 加强实践性和综合性。

第6题，学生找到的地图是不同的，地图上标示的比例尺大小也是不同的，有的是数值比例尺，有的是线段比例尺。学生可以任意选择两个城市，通过测量、计算，算出它们的实际距离。在此基础上，可让使用不同比例尺的学生选择相同的两个城市，比较一下计算出来的实际距离是否相同。

通过第9题，要提高学生综合解决问题的能力。例如，怎样确定3分线的中点，在计算出小明距边线、小红距底线的图上距离后，如何通过测量确定他们在图上的位置。

## 编写意图

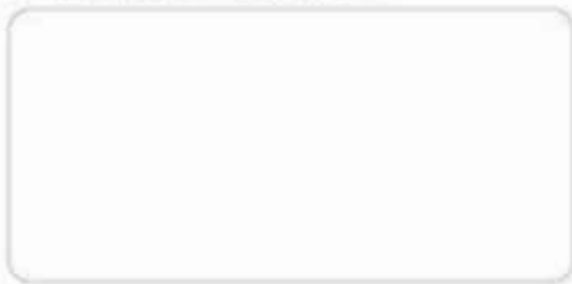
(1) 本页的3道习题,具有较强的实践性和综合性,主要意图是促进学生运用比例尺的相关知识解决实际问题,提高实践能力和综合运用知识解决问题的能力。

(2) 第10题是用指定的比例尺画出自己家房子的平面图。本题综合了位置与方向、测量、平面图形、比例尺等知识。需要学生先测量出房子的各种实际长度,如客厅、厨房、房间的长、宽,然后计算出图上的长度,再根据位置与方向的相关知识,画出平面图。

(3) 第11题的要求更高,需要学生自行确定比例尺,再画平面图。首先需要测量这幅平面图中小明家到四条边框的大致尺寸是多少,要确定一个合适的比例尺,使得在平面图上画这四个地点时,都尽量在边界以内。需要学生整体把握、通盘考虑甚至不断调整。

(4) 第12题,涉及比例尺的知识、位置与方向的知识以及相关数量关系的应用,体现了较强的综合性。同时还体现了很大的开放性,以提高学生发现和提出问题、分析和解决问题的能力。

10. 用1:200的比例尺,画出你家房子的平面图。



11. 小明家正西方向500m是街心公园,街心公园正北方向300m是科技馆,科技馆正东方向1km是动物园,动物园正南方向400m是医院。先确定比例尺,再画出上述地点的平面图。



12. 自己找一幅中国地图。

- (1) 这幅地图的比例尺是1:\_\_\_\_\_。
- (2) 量出地图上黄河与三峡之间的直线距离大约是\_\_\_\_\_cm,这两个城市之间的实际距离大约是\_\_\_\_\_km。
- (3) 小东的爷爷家是武汉、三亚、西安、拉萨这几个城市中的某一个,它在北京的南边,成都的东边,杭州的东北,爷爷家住在( )市。
- (4) 小东假期从北京去爷爷家,动车每小时行250km,你能根据数学问题并解答吗?

28

## 教学建议

(1) 加强实践性和综合性,使学生积累基本的数学活动经验。

本页的3道习题都体现了较强的实践性和综合性。练习时,要注重让学生经历过程,在应用知识的过程中积累基本的数学活动经验。

第10题,应课内外结合,教师可举例让学生认识一下什么样的图是房子的平面图(如房产证后一般附有房子平面图),再引导学生讨论:画平面图以前需要知道什么?可让学生先画出房子结构的草图,在父母的帮助下(或几个同学合作)量出房子的各种尺寸,算出图

上距离后标在草图上,再画正式的平面图。

第12题,要使学生综合运用比例尺、位置与方向以及速度、时间、路程等知识解决实际问题的过程中巩固知识,提高能力。

(2) 加强操作性指导。

第11题,应让学生明确:同一幅图,只能使用一个比例尺,在图中,这四个地点到小明家的距离都应小于小明家到四条边界的距离。例如,量出小明家到上边界、左边界的距离分别是3cm多和5cm多,用1cm表示100m画街心公园和科技馆比较合适,可是用这一比例尺却画不下动物园和医院,因此,必须使用更小的比例尺,如1cm表示200m,即1:20000。



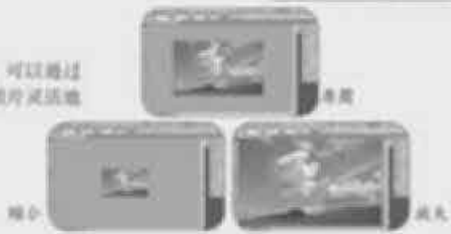
## 图形的放大与缩小

你见过下面这些现象吗？这些现象中，哪些是把物体放大？哪些是把物体缩小？



### 你知道吗？

在计算机上，可以通过鼠标的拖动，把图片灵活地放大或缩小。



59

## 编写意图

(1) 图形的放大与缩小是比的实际应用。通过这部分内容的学习，可以使学生从数学的角度认识放大与缩小现象，知道图形按一定的比放大或缩小后，只是大小发生了变化，但形状没变，从而体会图形相似变换的特点。

(2) 教材首先用图片的形式呈现了生活中的一些放大与缩小现象：照相、用放大镜看书、投影仪放大图表、人的投影，使学生初步认识到生活中有很多放大与缩小的现象。

(3) “你知道吗？”介绍的是在计算机上处理图片时放大或缩小的最基本方法，很多学生可能已有过这样的使用经验。通过这样的例子，一方面可以更好地激发学生的学习热情，另一方面使学生感受数学在生活中的广泛应用。

## 教学建议

(1) 唤醒学生的生活经验。

教学时，可让学生观察主题图并说一说：图中描述的是什么现象？待学生回答后，教师可提问：哪些现象是将物体放大？哪些是将物体缩小？

教师还可让学生自己举例说说生活中其他放大与缩小现象，让学生体会到图形的放大与缩小在生活中广泛存在，然后揭示课题“图形的放大与缩小”。

(2) 激发学生的学习热情。

教学时，还可利用“你知道吗？”中的素

材，用电脑现场演示图形的放大与缩小。可预置好一幅图片，通过拉动鼠标的方式，分别得到放大和缩小的图片，并引导学生感受到“大小变了，形状不变”的特点。也可向学生呈现“压扁”或“拉长”的非相似变化过程，使学生看到，这样的放大或缩小过程中，不仅大小变化了，形状也发生了变化。通过这样的演示，可让学生更直观地感受相似变化的特点，激发起学习的积极性。

## 编写意图

微课代码：  
02620401

(1) 例4是引导学生探究图形放大与缩小的特性。

(2) 教材先让学生按2:1的比在方格纸上画出三个简单的平面图形的放大图。教材直接说明“按2:1放大,就是把各边的长放大到原来的2倍。”理解了“2:1”的意义后,学生就可自主完成图形放大的过程,体验图形放大的特点。“2:1”表示各边放大到原来的2倍,也可借助“变化之后的长度:变化之前的长度=2:1”来理解,这与后项为1的比例尺表示把实际距离放大的意义是相通的。

(3) 让学生观察放大前后的图形,比较它们的内角、边长、周长,发现放大前后的图形,大小变了,但形状没变,体会相似图形对应线段比相等、对应角相等的特点。

(4) 在把图形放大的基础上,再把放大后的三个图形分别按1:3、1:4和1:2的比缩小。让学生观察到图形按一定的比缩小,也满足“大小变了,但形状没变”。

(5) “做一做”巩固把图形放大与缩小的技能,使学生直观地观察到三个图形之间的相似关系。

4 按2:1画出下面三个图形放大后的图形。



观察一下放大后的图形与原来的图形,比较它们的内角、边长、周长,什么变了?什么没变?

你发现了什么?

如果把放大后的正方形按1:3,长方形按1:4,三角形按1:2缩小,各个图形又会发生什么变化?在方格纸上画一画。



做一做

先按4:1把下面的三角形放大,再把放大后的图形按1:2缩小。



## 教学建议

(1) 精心准备学习材料。

学习本课时,学生需要经历自己画图的过程。因此,应给每位学生准备好方格纸,方格纸上可印好例4中原始的三个图。方格纸的大小还要考虑到图形先放大再缩小所需的位置,以有利于学生的操作及后续的观察、比较。

(2) 给学生提供自主操作的空间。

在学生理解题意后,教师可让学生自己尝试去画一画。学生只有在自己画的过程中,才会切身体会到放大的步骤及产生的效果——每条边扩大了相同的倍数,图形变大了,形状没

改变。图形的缩小也需要经历这样的过程。

(3) 要引导学生深入观察和思考。

两次操作之后,都需要引导学生深入地观察、对比和思考,找出前后图形之间的变与不变。变的有哪些?怎么变了?不变的是什么?怎么说明?可让学生先独立想一想,必要的话还可量一量、写一写、议一议。只有这样,学生才会形成更理性、更深刻的体验。

(4) 注意一些细节的教学。

对于放大,学生很容易想到原图小,现图大,会错误地表述成按1:2放大。可让学生联系比例尺,把原图、放大后的图分别与实际距离、图上距离建立对应,就好理解了。

## 用比例解决问题

5

我们家上个月用了8吨水，水费是28元。



张阿姨



我们家上个月用了10吨水。

李奶奶

李奶奶家上个月的水费是多少钱？

### 阅读与理解

为解决水费的问题，首先要知道水的单价和用水量。



水的单价是未知的，但也是一定的。

### 分析与解答

我是算出每吨水的价钱，再算10吨水多少钱。



因为每吨水的价钱一定，所以水费和用水的吨数成正比例关系。也就是说，两家的水费和用水吨数的比值相等。

解：设李奶奶家上个月的水费是 $x$ 元。

$$\begin{aligned} \frac{28}{8} &= \frac{x}{10} \\ 8x &= 28 \times 10 \\ x &= \frac{28 \times 10}{8} \\ x &= 35 \end{aligned}$$

还可以用比例的方法解答。



### 回顾与反思

解决这个问题关键是找到不变的量。



只要两个量的比值一定，就可以用正比例关系解答。

答：李奶奶家上个月的水费是35元。

王大爷家上个月的水费是42元，上个月用了多少吨水？

## 编写意图

(1) 例5、例6是应用正、反比例的意义解决问题。这类问题之前学生是用归一、归总方法来解答的，用的是算术的方法，而现在用比例知识来解答，是让学生从量与量之间的关系思考，培养代数思维，体会函数思想。

(2) 例5让学生经历问题解决的全过程。“阅读与理解”，引导学生理解题意，找到解决问题的关键，即“单价”是一定的，这是水费与用水吨数成正比例的前提。“分析与解答”，重点介绍了用正比例关系解答的详细过程。为加强知识间的联系与对比，教材先让学生回顾算术的解答方法，然后再用比例的知识解答。通过比较，可以让学生发现，“归一”的方法需要先求出水的单价，而比例的方法是在判断两个量的正比例关系的基础上列出比例式，再解比例，“单价一定”恰恰是隐藏在比例式背后的基础。“回顾与反思”，帮助学生梳理用正比例解决问题的关键。

(3) 最后的变式题，可使学生进一步提升应用水平。

## 教学建议

(1) 要让学生充分经历和体会用正比例关系解决问题的完整过程。

用比例解决问题需要经历“阅读问题，理解题意，获取有效数学信息——分析数量关系，找到其中不变的量，判断相关联的两种量成什么比例，列出比例，解答——检验，思路回顾和方法反思”这样一个完整的过程。教学时，教师应凸显这个过程并予以强化，帮助学生牢固掌握分析的方法和解答的步骤，发展问题解决的能力，提升思维的条理性。

(2) 要注重用比例解决问题的细节指导。

用正比例解决问题，其关键点是根据题目的情境列出数量关系，使学生发现数量关系中哪些量是变化的，哪个量是一定的，这个“一定的量”是怎么来的。把握了这个关键点，才能判断出“两种相关联的量”成什么比例。上述思维过程，需要教师适时指导乃至示范。

(3) 关注知识的沟通与比较。

这类问题，可用算术方法解决，也可用正比例方法解决。教学时，要引导学生关注两种方法的沟通与比较。例如，两种方法的共同点都是“单价不变”；算术方法中，要先求出单价，求总价用乘法，求用水量用除法，而比例方法，使用的是同一个比例式。

## 编写意图

(1) 例6是利用反比例的意义解决问题,编排总体思路与例5相似——让学生经历解决问题的完整过程,学会利用反比例关系解决过去的“归总”问题,提升分析问题、解决问题的能力。

(2) “阅读与理解”,引导学生对条件和问题进行分析。“分析与解答”,也是先回顾以前所学的算术方法,然后学习用反比例的知识解答。同样,解决这一问题的关键在于根据“每天用电量×天数=总用电量”的数量关系,找出成反比例的量。“回顾与反思”则是提炼方法,总结经验。为了巩固、强化这一解答方法,在解决了例题的问题后,教材让学生自主解决一个变式问题。

(3) “做一做”的两道题目,以“小明买笔的问题”这一相同的素材,使学生看到在单价、数量和总价这三个量中,由于“不变的量”不同,相关联的量也不同,它们所成的比例关系也不同,进一步巩固用正、反比例的意义解决问题的思路和方法。

6 一个办公楼原来平均每天照明用电100千瓦时,改用节能灯以后,平均每天只用电25千瓦时,原来5天的用电量现在可以用多少天?

### 阅读与理解

问题是“原来5天的用电量,现在能用几天”。

总用电量是一定的,也知道现在每天的用电量。

### 分析与解答

可以是求出总用电量,再求现在的用电量。

因为总用电量一定,也可以用反比例关系解答。

当总用电量一定时,用电时间与平均时间内的用电量成反比例关系,也就是说,每天的用电量与用电天数的乘积相等。

解:设原来5天的用电量现在可以用 $x$ 天。

$$\begin{aligned} 25x &= 100 \times 5 \\ x &= \frac{100 \times 5}{25} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

### 回顾与反思

解这个问题的关键是找到哪两个量的乘积一定。

只要两个量的乘积一定,就可以用反比例关系解答。

答:原来5天的用电量现在可以用20天。

现在30天的用电量原来只够用多少天?

### 做一做

1. 小明买4支圆珠笔用了4元,小刚买3支同样的圆珠笔,要用多少钱?
2. 学校小商店有两种圆珠笔,小明带的钱刚好可以买4支单价是1.5元的,如果他只买单价是2元的,可以买多少支?

62

## 教学建议

(1) 关注学生学习迁移能力的培养。

学生在例5的学习中,已经积累了丰富的解决此类问题的经验。例如,如何梳理条件,如何分析条件与问题间的联系,如何确定两种量以及两种量之间的关系等。教学时,要充分利用学生的已有经验,有意识地让学生进行迁移类推。例如,可用例6的素材先出一道复习题,然后,改变前提,将题目改成例6,要求学生独立尝试分析与解答。结合学生的反馈,对分析方法、解答步骤再进行一次完整的梳理。在此基础上,把用反比例解决的方法与

“归总”的算术方法进行对比,使学生感受用代数方法解决问题的一般性,即用“原来每天用电量×原来天数=现在每天用电量×现在天数”这一关系式,只要已知其中三个量,就可求出第四个量。

(2) 对用正、反比例解决问题进行沟通。

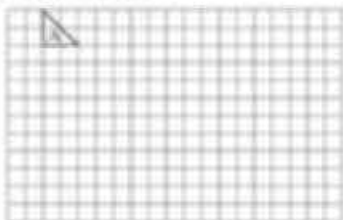
学生学完了例5、例6,教师应引导学生对这两类问题进行沟通与对比,使学生发现:用正、反比例解决问题的思路是一致的,都是先列出三个量之间的关系式,找出其中的不变量,再判断相关联的两个量成什么关系,根据这一关系列出相应的等式并解方程。“做一做”的两道题,可以帮助学生更好地理解这一点。

## 练习十一

1. 下面哪个图形是图形A按2:1放大后得到的图形?



2. 自己选定比例画图形,把三角形A放大后得到三角形B,再把三角形B缩小后得到三角形C.



- (1) 哪些三角形可以由A放大后得到?  
 (2) 哪些三角形可以由A缩小后得到?  
 (3) 观察三角形A和B,它们的面积有什么变化?面积与边长是相等的比变化的吗?

3. 小兰的身高1.5m,她的影长是2.4m,如果同一时间,同一地点测得一棵树的影子长4m,这棵树有多高?



4. 我国发射的人造地球卫星在空中绕地球运行6周需要90小时,运行15周要用多少时间?



## 编写意图

(1) 第1题,让学生巩固:把一个图形按一定的比放大或缩小,它的各条边也按这个比放大或缩小。青蛙图形的尺寸与围住它的长方形边的变化规律是一致的。只有D中青蛙所在长方形的各边是A中相应边的长度的2倍。

(2) 第2题,让学生自己选定比例画图形,巩固图形放大和缩小的知识。例如,把A按3:1放大得到B,B按1:2缩小得到C。通过观察可看到,C可由A按1.5:1放大得到,A可由B按1:3缩小得到。第三个问题是星号题,让学有余力的学生借助具体的图形,对图形放大或缩小过程中面积的变化规律有所了解,进行知识的拓展。

(3) 第3、4题,学生在用正比例解决实际问题的同时,可进一步体会到数学知识在生活中的广泛应用。第3题,可列出比例式小兰的身高:小兰的影长=树高:树的影长,或小兰的身高:树高=小兰的影长:树的影长。第4题,可由“运行时间:运行周数”的比值不变列出相应比例。

## 教学建议

(1) 放手让学生自主、开放地解决问题。

第1题可放手让学生去解决。学生可能会通过对青蛙图形的宽度与高度的观察和比较来判断,也可能会描出四个图形各自所占的长方形框架,然后作出判断。在此基础上,也可让学生说说其他两个图形是如何“变形”的。

第2题,学生可以自由选定比来放大或缩小图形。选定的比不同,得到的结论也不同。C可能比A大,也可能比A小。当C比A大时,B、C都可由A放大得到;当C比A小时,只有B可由A放大得到。

(2) 要让学生学会用数学语言准确地描述图形的放大与缩小。

第2题,可先让学生在理解题意的基础上,画出放大和缩小后的图形。完成后,先回答第一问和第二问,然后教师可提出进一步的要求:用数学语言,描述A可以按怎样的比放大(或缩小)得到B和C?同样,B可以按怎样的比放大(或缩小)得到A和C?C可以按怎样的比放大(或缩小)得到A和B?

(3) 引导学生感受数学在生活中的应用。

第3题是正比例知识在生活中的典型应用。教学时,可让学生结合生活经验,总结出不同的正比例关系式。

## 编写意图

(1) 第5题是用反比例解决问题。水渠长度和工作效率不变，修完水渠所需要的总小时数不变。根据“每天工作小时数 $\times$ 工作天数=总小时数”，可以发现工作天数与每天工作小时数成反比例。

(2) 第6、7题都是用正比例解决问题，可依据“路程：时间=速度”列出比例解答。第6题方法灵活，可以计算出行1600 km所用的时间，也可以计算6小时可行的千米数。

(3) 第8~12题都是用反比例解决问题。

第9题，意在发展学生分析、运用信息的能力和开放性提出问题的能力。例如，第二问，要求共产小麦多少吨，就要先求出小麦的公顷数，即反比例关系式中的 $k$ 。

第11题，利用学生熟悉的生活问题，进一步体会反比例的特点——两种量向相反方向有规律地变化，两种量对应值的乘积不变。

第12题，要求学生综合运用知识来解决现实问题。客厅面积不变，因此方砖块数与每块方砖的面积（而非方砖的边长）成反比例。

5. 工程队修一条水渠，每天工作6小时，12天可以完成。如果每小时的工

作量不变，每天工作8小时，多少天可以完成任务？

6. 北京到长沙的铁路长大约是1600 km。一列由北京开往长沙的高铁，9:00

出发，11:30到达郑州。北京到郑州的铁路长大约是700 km。按照这

样的平均速度，从北京到长沙6小时能到吗？

7. 一列货车在山区运送救灾物资，2小时行驶了30 km。从出发地点到灾

区有90 km。按照这样的速度，全程需要多少小时？

8. 小林读一本文字名著，如果每天读30页，8天可以读完，小林想6天读完，

那么平均每天要读多少页？

9. 小明家用收割机收割小麦，如果每小时收割0.2公顷，40小时能完成任

务。(1)现在想用30小时收割完，那么每小时应收割多少公顷？

(2)每公顷产小麦 $x$ 吨，这块地共产小麦多少吨？

(3)你能提出其他数学问题并解答吗？

10. 一辆运货汽车从甲地到乙地，

平均每小时行72 km，10小时

到达。回来时它空车原路返回，

每小时可行90 km，多长时间

能够返回甲地？



11. 小华的爸爸在上大学，妈妈每个月（按30天算）给他10元的零花钱

除一笔零花钱。

(1)如果妈妈每天给他5元，一个月的零花钱够用多少天？

(2)如果妈妈每天给他15元，你能提出数学问题并解答吗？

12. 小东家的客厅是正方形的，用边长0.6 m的方砖铺地，正好需要100块。

如果改用边长0.5 m的方砖铺地，需要多少块？

## 教学建议

(1) 使学生进一步巩固用正比例、反比例知识解决问题的分析方法和解答步骤。

教学时，可引导学生先说一说用正比例、反比例知识解决问题，关键点是什么，步骤是怎样的。可让学生完成本页上较为基础的几道习题。在反馈过程中，进一步梳理数量关系，找出其中的不变量，确定变化的两种量成什么关系。

(2) 注重培养学生分析和提出问题的能力。

如第9题的第三问，学生提出其他数学问题的前提是要对前面的信息进行整合和分析，明确题中的量及互相之间的关系，在此基础

上，才能提出求工作时间或者求工作效率的数学问题，例如，如果每小时收割0.2公顷，多少小时能完成任务？事实上，学生提出问题的过程，也是学生对这类问题结构清晰化的过程，更是学生思维能力提升的过程。因此，这样的要求，在教学中应有效落实。

(3) 注意利用学生的错误资源，引导学生关注正比例、反比例的本质意义。

第12题，学生有可能会利用“边长乘块数的积不变”解决问题的情况。反馈时，可暴露错误资源，引发学生思考和讨论：在这里，什么是不变的量？这个量是如何得到的？使学生从反比例的本质意义出发来解决问题。

## 整理和复习

1. 说一说, 什么是比? 什么是比例? 比和比例有什么联系和区别?

2. 解比例的依据是什么? 解下面的比例:

$$\frac{4}{x} = \frac{5}{6}$$

$$x : \frac{1}{2} = \frac{2}{3} : 4$$

$$\frac{1.2}{2.5} = \frac{2}{x}$$

$$6.5 : x = 3.25 : 4$$

3. 下面每个表中的两个量, 哪些成比例关系? 成正比例关系还是反比例关系? 哪些不成比例关系?

(1) 从甲地到乙地的路程是 240 km, 汽车行驶的速度与时间如下表。

速度/(千米/时)	40	50	60	80	100
时间/时	6	4.8	4	3	2.4

(2) 圆锥的高是 30 cm, 它的体积与底面积如下表。

底面积/cm <sup>2</sup>	5	8	10	16	20
体积/cm <sup>3</sup>	15	40	150	160	210

(3) 圆的半径与圆的面积如下表。

半径/cm	1	2	3	4	5
面积/cm <sup>2</sup>	π	4π	9π	16π	25π

4. (1) 王叔叔开车从甲地到乙地, 前 2 小时行了 100 km, 照这样的速度, 从甲地到乙地一共要用 3 小时, 甲乙两地相距多远?

(2) 王叔叔开车从甲地到乙地一共用了 3 小时, 每小时行 50 km, 原路返回时每小时行 60 km, 返回时用了多长时间?

## 编写意图

(1) 这部分教材对比例这一单元的重点内容进行整理和复习, 帮助学生更好地掌握相关知识。

(2) 第 1 题, 沟通比和比例的联系和区别, 可使学生从宏观的角度整体把握知识。例如, 比例尺实际上是一个比, 但在解决相关问题时用的是比例的方法。按一定的比把图形放大或缩小, 也是同理。

(3) 第 2 题, 复习比例的基本性质和解比例。利用比例的基本性质解比例是一种基本方法, 需牢固掌握。在此基础上, 也可通过求出比例式等号一边的比值, 灵活解比例。

(4) 第 3 题, 复习正比例和反比例的意义。三个小题中的数量关系分别是“速度×时间=路程”“底面积×高=体积”“面积=圆周率×半径<sup>2</sup>”, 根据路程、高、圆周率不变, 判断出时间与速度成反比例, 体积与底面积成正比例, 圆面积与半径不成比例。通过说理、判断, 进一步提升学生的分析能力。

(5) 第 4 题, 通过对比练习, 帮助学生更清楚地看到两类问题的联系和区别。

## 教学建议

(1) 注意对知识的查漏补缺。

本单元知识点较多, 要培养的技能也是多方面的, 还有一些内容较为复杂。复习时, 教师应根据本单元的实际教学情况, 分析学生对知识的掌握情况, 尤其要找到本班学生在学习中的薄弱点和困难点。在此基础上, 有针对性地设计内容, 帮助学生查漏补缺, 巩固所学。

复习时, 教师可放手让学生先自己尝试解决问题, 再根据学生的练习情况安排针对性的复习。如第 4 题, 教师就可让学生先独立解答, 并说一说: 两道题涉及的数量关系有什么

联系? 列出相应比例式的前提分别是什么? 在此基础上, 对用正比例、反比例知识解决问题的一般步骤展开全面系统的复习。

(2) 采用对比教学的手段进行复习。

本单元很多知识点很容易混淆, 如比和比例、正比例和反比例、图形的放大和缩小等。教师可多通过对比的教学手段, 使学生加深对概念的理解。例如, 复习“正比例和反比例”时, 可借助实例帮助学生理解量与量之间的关系, 如对于同一个数量关系“速度×时间=路程”, 当速度不变时, 路程与时间成正比例; 当时间不变时, 路程与速度成正比例; 当路程不变时, 时间与速度成反比例。

## 编写意图

(1) 第1题,是比例尺、比例、图形的放大与缩小等知识的综合性巩固。

(2) 第2题,将正、反比例知识与以前所学的多种数量关系联系起来,以巩固正、反比例的判断,沟通知识间的联系。有些问题有一定难度,如第(3)题,由于梯形面积 $=$ (上底 $+$ 下底) $\times$ 高 $\div 2$ ,当上底、下底不变时,(上底 $+$ 下底) $\div 2$ 就是一个固定值,即面积与高的比不变,因此,这两个量成正比例。

(3) 第3题,是比例尺的灵活运用。可先求出两个城市的实际距离,再根据新的比例尺,求出新的图上距离。也可以想:新的比例尺缩小到原来的 $\frac{2}{5}$ ,所以图上距离也应是5.5 cm的 $\frac{2}{5}$ 。

(4) 第4\*题,既要用到比例的知识,又要用到折扣的知识,对学生综合运用知识解决问题的能力有较高的要求。第(1)题,折扣相同,说明现价与原价成正比例。第(2)题,总钱数不变,数量与单价成反比例。

## 教学建议

(1) 让学生在独立解决、交流讨论中,相互促进,各有提升。

本页的练习题,综合性强,解答的方法也较为灵活。教学时,可让学生先独立解决,然后通过反馈学生不同的思路和方法,让学生感受到方法的多样与灵活。这样,可使学生相互促进,取长补短,各有收获。

(2) 可对一些习题作适当变式,以强化学生的理解和掌握。

教师可视实际情况对一些问题进行变式,使学生更全面牢固地掌握知识。如第1题,学

## 练习十二

1. 填空。

- (1) 一幅地图中某两地的图上距离5 cm表示实际距离15 km,这幅图的比例尺是( )。
- (2) 大小两个圆的半径之比是5:3,它们的直径之比是( ),周长之比是( ),面积之比是( )。
- (3) 把一个长5 cm、宽3 cm的长方形按3:1放大,得到的图形的面积是( )  $\text{cm}^2$ 。

2. 下面各题中的两种量之间是否有比例关系?如果有,成什么比例关系?

- (1) 比例尺一定,两地的实际距离和图上距离。
- (2) 积(0除外)一定,一个因数 and 另一个因数。
- (3) 梯形的上底和下底不变,梯形的面积和高。
- (4) 如果 $y=5x$ ,  $y$ 和 $x$ 。

3. 在一幅比例尺是1:2000000的地图上,量得甲、乙两个城市之间高速公路的距离是5.5 cm。在另一幅比例尺是1:500000的地图上,这条公路的图上距离是多少?

4.\* 一个服装店的所有服装都打同样的折扣销售。

- (1) 李阿姨买了一件上衣,原价250元,现价150元。李阿姨还想买一条裤子,原价180元,现价多少钱?
- (2) 张奶奶有一笔钱,如果买现价90元一件的布料,正好买4件,如果买原价200元一件的皮衣,能买多少件?
- (3) 如果用 $x$ 表示原价, $y$ 表示现价, $y$ 和 $x$ 的关系式为\_\_\_\_\_。



66

生完成后,第(1)题可将半径比改成直径比;第(2)题可将长方形的长和宽改成三角形的底和高,让学生计算放大后的图形面积。又如,第2题,适当地改变条件,再让学生判断,也可使学生更深入地认识量与量之间的联系。

(3) 体现对学生的差异性要求。

这些习题的综合性强,可能会有一部分学生在解答时或遇到困难,或解答过程缓慢,或只会使用一种方法,或难以理解各种方法间的内在联系。对此,教师应合理把握,对发展程度不同的学生提出不同的要求。



## 二、教学设计或教学片段

### 课题 1：比例的意义

**教学设计：**萧恩颖。

**教学内容：**教科书第 40 页例 1 及相关内容。

**教学目标：**

1. 使学生在具体情境中理解比例的意义，掌握组成比例的关键条件；能应用比例的意义判断两个比能否组成比例。

2. 使学生经历观察、比较、判断、归纳等活动，深化对概念的理解。

3. 使学生感受数学知识的内在联系，学会综合运用所学知识，增强分析问题和解决问题的能力。

**教学重点：**在具体情境中理解比例的意义。

**教学难点：**运用比例的意义判断两个比能否组成比例，并能正确组成比例。

**教学准备：**教学课件。

**教学过程：**

#### （一）课前游戏

拍手复习比  $2:4$  和  $6:3$ ，并求比值。

（设计意图：通过拍手游戏，勾起学生关于与比相关知识的记忆，复习化简比和求比值的方法，为新知识的学习作好铺垫。）

#### （二）情境导入，激发兴趣

##### 1. 照片激趣。

师：小小的游戏中蕴藏着很多的数学知识，只要你善于发现，多思考，就会有所收获。我想把自己的生活照放大，出现了下面三种情况，说说你的看法。（课件逐次呈现原生活照与放大后的 3 幅生活照片。）

生：第三幅没有变形，其他照片都变形了。

师：这张照片之所以没有变形，是因为它是由原照片“按比例”放大的。这就是我们今天学习的内容——比例。

教师板书课题：比例。

##### 2. 迁移猜想。

师：很多新的概念都是和原有知识有联系的，你认为“比例”会和什么知识有联系？

生：比。

师：好，我们就在“比”的基础上研究“比例”。“例”在汉语词典中的一种解释是：符合某种条件，那“比”要符合某种条件就可以成为“比例”。要符合什么条件呢？我们接下来进

行深入研究。

(设计意图：“比例”的学习基础是“比”，学生也能从字面上感觉到“比例”和“比”是有联系的。教师通过对“例”字的解释，使学生对“比例”的思考深入到“比符合某种条件”。新旧知识的迁移不是简单的“移位”或“模仿”，而是要探寻新旧知识之间的联系和区别，从而在旧知识的基础上建构新的知识。)

### (三) 解决问题，探究新知

#### 1. 提出问题，初步感知比例的意义。

师(课件隐去“变形”照片，呈现剩下照片的数据)：我给出这两张照片的数据，你能找到它们长和宽的比吗？看看有什么发现。

学生独立思考解答后，与同桌交流。

师：按比例放大的两张照片有什么特点？

生：我发现这两个比的比值是相等的， $5:4=1.25$ ， $10:8=1.25$ 。

师：原来不变形、按比例缩放指的是可以找到两个比值相同的比。因为这两个比的比值相同，我们可以用等号连接起来，写成这样的一个等式。

$$\text{板书：} 5:4=10:8 \quad \text{或} \quad \frac{5}{4}=\frac{10}{8}。$$

(设计意图：教师继续利用情境中的照片，给出数据让学生探究。学生在对数据充分观察和分析的过程中，积累宝贵的数学经验，初步感知比例的意义。)

#### 2. 丰富情境，理解比例的意义。

师：生活中还有很多“按比例”缩放的现象，是不是也能从中找到这样一个等式呢？

师(出示下图)：国旗是我们中华人民共和国的标志，请你看看这两面国旗的尺寸，它们的长与宽的比是不是也能组成这样一组等式呢？



国旗长 2.4 m，宽 1.6 m。



国旗长 60 cm，宽 40 cm。

学生独立思考，在本子上记录找到的相同比值的比，并写成等式。

师：谁来说一说自己的发现？

$$\text{生：} 2.4:1.6=60:40 \quad \text{或} \quad \frac{2.4}{1.6}=\frac{60}{40}。$$

师：不同场合用到的国旗大小会不一样，但是长与宽的比是固定的。

师(出示下图)：天安门广场上的国旗尺寸又不同了，图上这三面国旗的尺寸中，还能组

成哪些比值相同的等式？



国旗长 5 m，宽  $\frac{10}{3}$  m。



国旗长 2.4 m，宽 1.6 m。



国旗长 60 cm，宽 40 cm。

小组合作交流，教师巡视。

教师根据学生汇报，将组成的等式分类板书。

$$\begin{array}{lll} 2.4 : 1.6 = 60 : 40 & 1.6 : 2.4 = 40 : 60 & 5 : 2.4 = \frac{10}{3} : 1.6 \\ 2.4 : 1.6 = 5 : \frac{10}{3} & 1.6 : 2.4 = \frac{10}{3} : 5 & 5 : 60 = \frac{10}{3} : 40 \\ 5 : \frac{10}{3} = 60 : 40 & \frac{10}{3} : 5 = 40 : 60 & 2.4 : 60 = 1.6 : 40 \end{array}$$

教师结合板书归纳：根据同学们找的结果，我们看到这三面国旗的长与宽的比值都相等，所以每两面国旗的长与宽的比都可以组成等式。同样，这三面国旗宽与长的比值也都相等，所以每两面国旗的宽与长的比也都可以组成等式。另外我们还发现每两面国旗的长与长的比值、宽与宽的比值也相等，所以每两面国旗的长的比与宽的比也可以组成等式。从这三面按比例缩放的国旗的尺寸中，我们可以组成许多个等式。

（设计意图：概念的建立应该经历从具体到抽象的过程，但这个“具体”不能仅仅局限于照片的一组数据。教师提供国旗情境，给学生提供更为充分的探究和体验的机会，为后续的抽象提供富饶的土壤。）

### 3. 冲突设疑，深化理解比例的意义。

师：既然国旗是“按比例”缩放的，那是不是国旗中任意数据组成的比都能构成等式呢？学生思考。

师：老师这里有两个比，它们是否相等？

板书一组比，即天安门国旗长：天安门国旗宽和学校国旗宽：学校国旗长。

学生发现不相等。

师：为什么不相等？

生：一个是长：宽，一个是宽：长，另一个也应该是长：宽才行。

师：是的，你们已经观察到，在“按比例”缩放时，要注意，只有对应的量之间的比，比值才相等，才可以写成这样的等式。

（设计意图：要形成完整的概念，除了引导学生观察到概念的显性结构特征和数量特征以外，还要帮助学生发现概念的隐性特点。比如“按比例”缩放时，两个比的项必须是相对应的量。通过教师巧妙的引导，学生对比例意义的内涵和外延都有了较为深入的思考。）

4. 讨论交流，抽象归纳比例的概念。

师：你能用自己的话说说什么是比例吗？

预设：两个比值相等的比写成的等式。

师（课件呈现）：两个比要符合什么样的条件就可以成为比例呢？数学书上是这样描述比例的。

学生齐读比例的概念。

（设计意图：在学生的讨论与交流中，对比例的概念已经基本建立，完成了由具体到抽象的过程。）

（四）练习巩固，综合运用

1. 基本练习。

师：刚才大家在照片、国旗尺寸中找到了比例。你能不能判断下面四组比能不能组成比例？如果能，请你把它写下来。

(1)  $6:10$  和  $9:15$

(2)  $20:5$  和  $1:4$

(3)  $0.6:0.2$  和  $\frac{3}{4}:\frac{1}{4}$

(4)  $4:3$  和  $2:1.5$

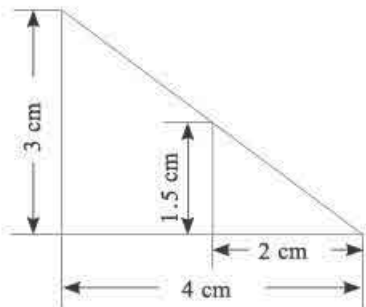
学生独立练习，教师巡视。

师：看来要判断两个比能不能组成比例，只要算出它们的比值是否相等就可以了。

师（课件将最后一组数据变换成下图）：如果第4组比例中对应的数据出自两个三角形。你有什么发现？

预设：两个三角形底与高的比可以组成比例。这两个三角形形状是一样的。

师：当两个三角形“按比例”缩小或放大时，它们的形状不变。



2. 开放练习。

师：现在，提高难度，老师给出一个比  $10:5$ ，看看谁能在1分钟内写的比例最多。

教师出示： $10:5=(\quad):(\quad)$ 。

学生在1分钟内写出了许多不同的比例。

师：还可以写更多的吗？有什么诀窍？

预设：其实只要把分子和分母同时乘相同的数就可以了。

师：我们在最简比的基础上将比的前项和后项同时扩大相同倍数，可以写出无数个比例。

3. 游戏。

师：看来同学们已经掌握了比例的知识，我们运用这个知识玩个游戏，轻松一下。

教师发给学生如下卡片，请拿到卡片的学生上台做游戏，其余学生做裁判。

$1:5=5:1$     $40:5=4\times 2$     $8:2$     $32:8$     $1:3=2:6$     $\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$     $2:1=9:4.5$

教师指令：

A. 请是比例的站在左边。

B. 剩下的，是比的站在右边。

教师组织学生分析剩下的既不是比又不是比例的。

师：请同学们看一看，比一比，比和比例有什么联系和区别？

根据学生回答，教师课件出示表格。

	比	比例
意义	两数相除叫做两个数的比	由两个相等的比组成
构成	由两项组成	有两个比，由四项构成

（设计意图：比和比例既有联系又有区别。通过游戏，使学生在对比中清晰认识和区别这两个易混概念。又通过表格整理，对概念要素进行具体的界定和罗列，使学生在比较分析中，更准确地把握概念的细节和内涵。）

（五）课堂总结，联系生活

师：今天我们学习了和比例有关的知识，你们有什么收获？

学生回顾知识要点。

师：其实比例在我们的生活中无处不在，我们来看一看。

课件介绍黄金比例。

师：穿高跟鞋也与比例有关，你知道女士为什么穿上高跟鞋会更美吗？

（设计意图：数学从生活中来，又到生活中去。学生在学会“比例”后再去理解生活中的各种现象，更容易对数学产生亲切感。全课由生活现象设疑开始，又由生活现象释疑结束，首尾呼应。）

## 课题 2：反比例的意义

教学设计：陈青来。

教学内容：教科书第 47 页的内容。

教学目标：

1. 使学生经历探索两种相关联的量的变化规律的过程，理解反比例的意义，体会两个相关联的量成反比例关系的条件，掌握反比例关系式。
2. 使学生能正确判断两种相关联的量是否成反比例。
3. 使学生体会变量之间的关系，体会函数思想和模型思想。

教学重点：反比例的意义。

教学难点：正确判断两种量是否成反比例。

教学过程：

（一）引入新课

师：我曾经问过儿子，为什么你用 10 元钱去买每支 2 元钱的笔会比买每支 5 元钱的笔买的支数多呢？他不屑一顾地说，买便宜的当然可以多买几支了，这还用问？用除法算一下不就

知道了？

同学们，这个问题对你们来说也是极其简单的，但如果把这个问题放到“比例”这个内容里，该如何解释呢？带着问题，我们一起来寻找它的解释。

## (二) 探究新知

### 1. 情境描述。

师：让我们一起看如下事例。

事例一：换零钱。

将面值为 100 元的人民币换成其他面值的人民币，各能换多少张？

面值	1 元	5 元	10 元	20 元	50 元
张数					

(1) 按要求填写表格，并寻找变化规律。

(2) 寻找变化：面值越来越大，张数越来越少，但总钱数不变。

(学生汇报，教师板书) 算式： $1 \times 100 = 100$

$$5 \times 20 = 100$$

$$10 \times 10 = 100$$


$$20 \times 5 = 100$$

$$50 \times 2 = 100$$

(3) 小结：当人民币的面值发生变化时，所换的张数也随着变化，面值增加，换的张数反而减少，但是总钱数不变。

师板书：面值  $\times$  张数 = 总钱数（一定）。

事例二：科学小实验



把相同体积的水倒入底面积不同的杯子。

(1) 出示教科书上例题情境图，问：从图中你看到了什么？

预设学生可能的回答：

① 把相同体积的水倒入底面积不同的杯子。

② 杯里水的高度不相同。

③ 杯子底面积小的，水的高度比较高；杯子底面积大的，水的高度比较低。

(2) 出示表格。

杯子的底面积与水的高度变化情况如下表。

杯子的底面积/cm <sup>2</sup>	10		20	30		...
水的高度/cm		20	15		5	...
水的体积/cm <sup>3</sup>						

(3) 发现：底面积越大，水的高度越低；底面积越小，水的高度越高，而且高和底面积的乘积（水的体积）一定。

教师板书配合，说明这一规律：

$$30 \times 10 = 20 \times 15 = 15 \times 20 = \dots = 300 \quad \text{底面积} \times \text{高} = \text{体积（一定）}$$

事例三：上学路上（课前调查）

我选择的交通工具 (至少填写两种)	速度	所用时间	我家到学校的路程

(1) 展示部分学生的调查结果。

(2) 小结：每个人从自己家到学校的路程是不变量，所用时间会随着速度的变化而变化。

板书：速度 $\times$ 时间=路程（一定）。

（设计意图：学生对于反比例中三者之间的数量关系都已经有所了解，通过具体的事例，将三者关系显现出来。三个事例都很生活化，都能很好地借助数量关系清晰地表示出反比例的变化规律。特别是事例三，以学生自己身边的数学作为例子，简单而有效地反映出了速度、时间、路程三者之间的关系。）

2. 归纳意义。

师：通过刚才的三个例子，加上老师儿子去买笔的过程可以用“单价 $\times$ 数量=总价（一定）”来表示，大家一起来看这四个关系式，你想说点什么？

观察板书，进行小结：

单价 $\times$ 数量=总价（一定）

面值 $\times$ 张数=总钱数（一定）

底面积 $\times$ 高=体积（一定）

速度 $\times$ 时间=路程（一定）

学生反馈，适时板书：

(1) 一个因数扩大，另一个因数缩小，但是它们的积是一定的。

(2) 如果用字母  $x$  和  $y$  表示两种相关联的量，用  $k$  表示它们的乘积（一定），就可以表示为  $x \times y = k$ （一定）。

### 3. 举出生活中的实例。

师：生活中还有哪些成反比例关系的量？请举例说明。

学生的回答可能会出现以下情况，教师要追问：相关联的量是哪两种？不变的量是什么？

- (1) 工作总量一定，工作效率和工作时间是成反比例关系的量。
- (2) 大米的质量一定，每袋质量和袋数是成反比例关系的量。
- (3) 教室地板面积一定，每块地砖的面积和块数是成反比例关系的量。
- (4) 长方形的面积一定，长和宽成反比例关系。

.....

(设计意图：四种数量关系都是小学阶段最常用的，学生能很好地找出它们之间的共同点，最后归结为反比例关系，用字母表示为  $x \times y = k$  (一定)。前面事例的说明是从具体到抽象的过程，意在培养学生的归纳能力，此处再举生活例子是为了使概念更饱满，使学生的知识进一步内化。)

### 4. 读图。

如果学生提出表示反比例关系的图象有什么特征，教师应该引导学生观察教科书上“你知道吗？”中的图象，并补充几幅反比例关系图，让学生读图。

- (1) 反比例关系也可以用图象来表示。

图 1：事例二的科学小实验可以用下图来表示。

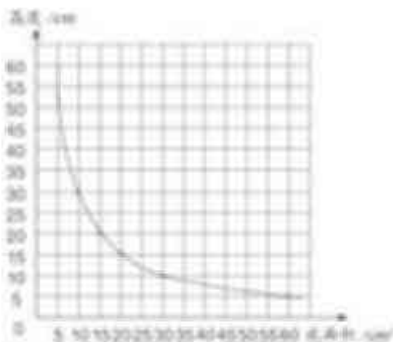
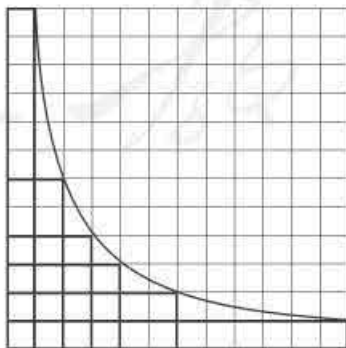


图 2：把面积为 12 的长方形右上角的点连起来，可连成一条曲线。



- (2) 图中相应点连起来后是一条什么线？



这些点不在同一条直线上，连接起来是一条曲线。

(3) 反比例关系图象和正比例关系图象有什么区别？

5. 课堂小结。

让学生说一说成反比例关系的量的变化特征。

(三) 巩固练习

1. 完成练习九第 8~10 题。

反馈：

(1) 在分析第 8、9 题后还需要追问：相关联的量是哪两种？不变的量是什么？

(2) 第 10 题，解题的关键在哪里？

2. 完成练习九第 11 题。

反馈：

(1) 在练习本上写出数量关系式，并指出  $x$ 、 $y$ 、 $k$  所对应的量。

(2) 为什么第 (4) 小题不成反比例关系？成正比例关系吗？为什么？

(3) 说一说第 (1)、(2)、(3)、(5) 小题的共同点。

3. 填一填，想象题意所演示的画面。(先让学生想象、描述，再课件演示。)

(1) 三角形的\_\_\_一定，\_\_\_和\_\_\_成反比例关系。

(2) 圆柱的体积计算公式中，\_\_\_一定，\_\_\_和\_\_\_成反比例关系。

(3) 用瓷砖铺教室地面，\_\_\_一定，\_\_\_和\_\_\_成反比例关系。

通过课件演示的变化，可以很好地帮助学生看到成反比例关系的两个相关联量的变化情况。

4. 下面各题中， $x$ 、 $y$  是两种相关联的量，它们是否成比例？成什么比例？为什么？

(1)  $x = \frac{1}{6}y$

(2)  $\frac{1}{y} = \frac{x}{3}$

(3)  $x \times y^2 = 100$

(设计意图：以  $x$ 、 $y$  或  $a$ 、 $b$  等字母来表征关系，就是为了学生能抓住反比例的本质，形成更完善、更深刻的认识，提高学生判断和解决问题的能力，体会函数思想。)

(四) 课堂总结

1. 让学生回顾学习过程，体验归纳论证的历程。

2. 让学生说一说正、反比例的区别。

### 课题 3：用正比例解决问题

教学设计：杜红梅、茅樱。

教学内容：教科书第 61 页例 5 及相关内容。

教学目标：

1. 使学生能正确判断情境中的两种量是否成正比例关系，并能利用正比例的意义解决实际问题。

2. 使学生在经历解决问题的过程中，发展分析问题、解决问题的能力。

3. 使学生学会从不同的角度思考问题，沟通“算术法”与“比例方法”的联系和区别，

发展探究问题解决策略的能力。

**教学重点：**掌握用正比例的知识解决问题的方法与步骤。

**教学难点：**利用正比例关系列出含有未知数的等式。

**教学准备：**教学课件。

**教学过程：**

(一) 复习引入，激活经验

1. 复习成正比例的量。

师：谁能说一说生活中有哪些成正比例的量？

教师根据学生的回答板书：速度 =  $\frac{\text{路程}}{\text{时间}}$ ，单价 =  $\frac{\text{总价}}{\text{数量}}$ ，工作时间 =  $\frac{\text{工作总量}}{\text{工作效率}}$ ……

师：判断两种相关联的量是不是成正比例的关键是什么？

(设计意图：通过描述生活中常见的成正比例关系的量，唤起学生对旧知的回忆，巩固判断两个量成正比例关系的关键要素，同时为新知的学习作好准备。)

2. 引出课题。

师：看来生活中成正比例的量真不少，今天这节课我们将继续学习用正比例知识解决生活中的实际问题。

(二) 创设情境，自主探究

1. 理解题意。



李奶奶家上个月的水费是多少钱？

师：通过上图，你知道了什么？要解决什么问题？

2. 分析解答。

师：这个问题怎样解答呢？把你的想法写在练习本上。如果有多种想法，可以都写下来，算一算。

学生独立解答。

3. 汇报交流。

$$\begin{aligned} \text{方法一：} & 28 \div 8 \times 10 \\ & = 3.5 \times 10 \\ & = 35 \text{ (元)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{方法二：} & 28 \times (10 \div 8) \\ & = 28 \times 1.25 \\ & = 35 \text{ (元)} \end{aligned}$$

师：说一说你是怎样想的。

#### 4. 探讨新知。

##### (1) 自主探究。

师：我们已经学习了比例的知识，这样的问题能不能用比例的知识来解答呢？如果有困难，可以参考屏幕上的提示。

屏幕提示：题目告诉我们哪三个量？这三个量之间有什么样的数量关系？哪个量是固定不变的？哪两个量是相关联的量？它们成什么比例关系？根据这样的比例关系，你能列出等式吗？

##### (2) 成果展示。

实物投影展示学生作品（如下）。

解：设李奶奶家上个月的水费是  $x$  元。

$$28 : 8 = x : 10$$

$$8x = 28 \times 10$$

$$x = 35$$

师：说说你是怎么想的。谁听懂了？

师：这个结果正确吗？你是怎么判断的？想一想，你还能列出其他的比例式吗？

学生呈现以下解法。

$$8 : 10 = 28 : x$$

$$8x = 28 \times 10$$

$$x = 35$$

师：说一说你是怎么想的。

（设计意图：让学生经历问题解决的全过程，独立思考、相互交流、自主评价，为每一位学生留出思考和表达的时间、空间。在教师的引导下，学生自己发现问题，探究方法，充分锻炼思维能力、探究能力，同时养成及时检验的良好习惯。）

### (三) 沟通联系，比较建构

#### 1. 沟通联系。

同时呈现“算术法”和“比例法”如下。

$$\begin{aligned} & 28 \div 8 \times 10 \\ & = 3.5 \times 10 \\ & = 35 \text{ (元)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 28 : 8 = x : 10 \\ & 8x = 28 \times 10 \\ & x = 35 \end{aligned}$$

师：用“算术法”和“比例法”解题有什么联系和区别？

师：两种方法在计算求解时殊途同归，但算术方法必须求出那个不变的量的具体值，而比例方法只需根据数量关系表示出这个不变量即可，思维过程更具有广泛性、一般性。

（设计意图：通过两种方法的比较，突出比例法解题的特点和优越性，培养学生根据实际需求优化解题方法的意识。）

#### 2. 变式练习。

出示题目：王大爷家上个月的水费是 42 元，上个月用了多少吨水？

师：请同学们用比例的方法来试着解决这个问题。

(设计意图：运用所学知识检验学习效果，巩固用正比例方法解决问题的步骤和方法，培养学生灵活运用知识的能力。)

3. 小结方法。

师：在解决问题的过程中，我们要先分析题中的数量关系，根据不变的量找出两个相关联的量，判断它们成什么比例关系，再列出方程，解方程并检验作答。

(四) 巩固练习，内化新知

1. 一辆汽车的行驶路程和耗油量如下表。

路程/km	15	30	45	60
耗油量/L	2	4	6	8

(1) 汽车的行驶路程和耗油量有什么关系？

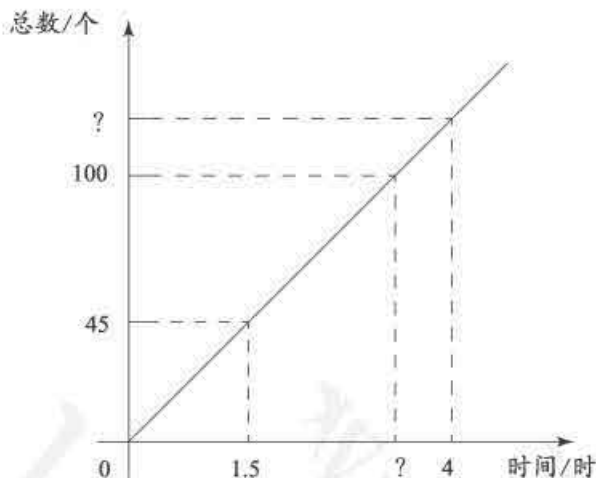
师：你是怎么判断的？你能用等式表示其中的数量关系吗？

(2) 一辆汽车出发时有 45 L 油，到目的地时还剩 20 L 油，汽车大约行驶了多少千米？

(3) 汽车行驶了 234 km，耗油多少升？

师：你是怎么想的？把你的思路向大家介绍一下。

2. 李师傅加工一批零件，工作时间与加工零件个数关系如下。



(1) 从图上你知道了什么？

(2) 你能提出哪些数学问题？

(3) 你能用比例的知识来解答吗？

(设计意图：将数学知识与生活实际联系起来，让学生充分经历观察信息、分析数量关系、提出问题并解答的过程，养成独立思考的良好习惯，提升数学思维水平。)

(五) 总结回顾

师：本节课我们学习了哪些内容？用正比例解决问题时要注意些什么？

### 三、备课资料

#### 黄金比

黄金比是数学中的一个经典概念。它不仅承载了许多数学的历史与文化，而且本身具有许多神奇的特征；不仅在美学、生产实践中具有广泛的应用，而且在自然界中也有大量的客观存在。

##### 1. 黄金比的概念。

把一条线段分割为两部分，使其中一部分与全长之比等于另一部分与这部分之比，按此比设计的造型十分美丽柔和，因此，把这种现象称为黄金分割，把这个比称为黄金比，也称为中外比。其比值是  $(\sqrt{5}-1):2$ ，取其小数点后三位的近似值是 0.618。

##### 2. 黄金比的比值的求法。

设一条线段  $AB$  的长度为  $a$ ， $C$  点在靠近  $B$  点的黄金分割点上且  $AC$  为  $b$ ，则

$$\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC}$$

$$b^2 = a(a-b) = a^2 - ab,$$

$$a^2 - ab + \frac{1}{4}b^2 = \frac{5}{4}b^2$$

$$a - \frac{b}{2} = \frac{\sqrt{5}b}{2}$$

$$a = \frac{(\sqrt{5}+1)b}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

##### 3. 黄金比的历史。

公元前 5 世纪古希腊的毕达哥拉斯学派研究过正五边形和正十边形的作图，因此现代数学家们推断当时毕达哥拉斯学派已经触及甚至掌握了黄金分割。公元前 4 世纪，古希腊数学家欧多克索斯第一个系统地研究了这一问题，并建立起比例理论。他清楚地作出了黄金分割的定义，即把长为  $L$  的线段分为两部分，使其中一部分对于全部之比，等于另一部分对于该部分之比。

黄金分割在文艺复兴前后，经过阿拉伯人传入欧洲，受到了欧洲人的欢迎，他们称之为“金法”。这种算法在印度称之为“三率法”或“三数法则”，也就是我们常说的比例方法。公元前300年前后欧几里得撰写《几何原本》时吸收了欧多克索斯的研究成果，进一步系统论述了黄金分割，成为最早的有关黄金分割的论著。其实有关“黄金分割”，中国也有记载。虽然没有古希腊的早，但它是由中国古代数学家独立创造的，后来传入了印度。经考证，欧洲的比例算法是源于中国而经过印度由阿拉伯传入欧洲的，而不是直接从古希腊传入的。

#### 4. 黄金比的一些有趣特点。

(1) 它是一个无限不循环小数，黄金比的比值为：

0.61803398874989484820458683436565...

(2) 黄金比的比值的近似值0.618，是一个十分有趣的数字，通过简单的计算就可以发现： $1 \div 0.618 \approx 1.618$ ；或  $(1 - 0.618) \div 0.618 \approx 0.618$ ；或  $1 \div (1 + 0.618) \approx 0.618$ ...

(3) 黄金比与数列的关系。例如：1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...，这个数列的名字叫做“斐波那契数列”，它与黄金分割有什么关系呢？研究发现，相邻两个斐波那契数的比值是随序号的增加而逐渐趋于黄金比的，例如  $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \dots$ ，即  $\frac{f(n)}{f(n+1)} \rightarrow 0.618\dots$ 。由于斐波那契数都是整数，两个整数相除之商是有理数，所以结果只是逐渐逼近黄金比这个无理数。

(4) 有些植物上，两张相邻叶片的叶柄的夹角是  $137^\circ 28'$ ，约为  $137.5^\circ$ 。叶柄间的  $137.5^\circ$  角中，藏有什么“密码”呢？我们知道，一个周角是  $360^\circ$ ， $360^\circ - 137.5^\circ = 222.5^\circ$ ，而  $137.5 : 222.5 \approx 0.618$ 。瞧，这就是“密码”！在叶子的精巧而神奇的排布中，竟然隐藏着0.618这个黄金比，即  $137.5^\circ$  这个角正好按  $0.618 : 1$  把圆周分成两部分。据研究发现，这种角度对植物通风和采光效果最佳。

还有一个很能说明问题的例子是五角星。五角星是非常美丽的，中国的国旗上就有五颗，还有不少国家的国旗也用五角星。这是为什么呢？因为在五角星中可以找到的所有线段之间的长度关系都是符合黄金比的。

#### 5. 黄金比的实际应用。

(1) 在优选法中的应用。

人类对黄金比的实际应用也有很广泛的研究。最著名的例子是优选学中的黄金分割法或0.618法，是由美国数学家基弗于1953年首先提出的。20世纪70年代，中国数学家华罗庚在中国提倡推广，为它的普及作出了重要的贡献。

优选法是一种求最优化问题的方法。例如，在炼钢时需要加入某种化学元素来增加钢材的强度，假设已知在每吨钢中需加某化学元素的量在  $1000 \sim 2000$  g 之间。为了求得最恰当的增加量，需要在  $1000$  g 与  $2000$  g 这个区间中进行试验。通常是取区间的中点（即  $1500$  g）做试验。然后将试验结果分别与  $1000$  g 和  $2000$  g 时的实验结果作比较，从中选取强度较高的两点作为新的区间，再取新区间的中点做试验，与端点的结果进行比较。依次下去，直到取得最理

想的结果。这种实验法称为对分法。但这种方法并不是最快的实验方法，如果将实验点取在区间的 0.618 处，那么实验的次数将大大减少。这种取区间的 0.618 处作为试验点的方法就是一维的优选法，也称 0.618 法。实践证明，用“0.618 法”做 16 次试验就可以完成“对分法”做 2500 次试验所达到的效果。再如，在一种试验中，温度的变化范围是  $0\sim 10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，我们要寻找在哪个温度时实验效果最佳。为此，可以先找出温度变化范围的黄金分割点，考察  $10\times 0.618=6.18(^{\circ}\text{C})$  时的实验效果，再考察  $10\times(1-0.618)=3.82(^{\circ}\text{C})$  时的实验效果。对两者进行比较，选优去劣。然后在缩小的变化范围内继续这样寻找，直至选出最佳温度。

(2) 在其他方面的有趣应用。

人的体温是  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，因此室温  $23\text{ }^{\circ}\text{C}$  是人们感受最舒适的温度，而  $23\div 37\approx 0.622$ ，很接近 0.618。

电视机、电脑显示器长与宽比值约为 1.6。( $1\div 0.618\approx 1.618$ 。)

理想体重，应该很接近身高(厘米数) $\times(1-0.618)$ (kg)。

普通人一天上班 8 小时， $8\times 0.618=4.944$ ，上班第 5 个小时是最需要休息的时候，同时也是开始期待下班的时候。

一般认为，如果一个人的肚脐以上的高度与肚脐以下的高度的比符合黄金比，则这个人的身材比较好看。例如，一个参加空姐选拔活动的选手，其肚脐以上部分长 65 cm，以下部分长 100 cm。为了显得更好看些，她应该穿多高的鞋子(精确到 1 cm)? 假设她应该穿  $x$  cm 的鞋子，依据题意得：

$\frac{65}{100+x}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，解得  $x\approx 5$ 。她应该穿约 5 cm 高的鞋比较好看。

## 四、评价建议与评价样例

### (一) 评价建议

比例是六年级下册学习的重要内容。从时间上看，已到了小学数学学习的最后阶段。从知识与方法上看，比例的内容综合性强，要求学生具备较高的思维水平，对以前学过的知识有很好的整体性把握。学生从原来的关注某种量的多少到现在关注两种量之间的关系，学习的目标也转向于对数学思想和一般数学规律的体会与掌握。因此，评价时要体现以下几点。

#### 1. 知识、概念的评价要注重理解。

对比例的意义、比例的基本性质、正比例和反比例的意义等知识进行评价时，要关注学生对概念的内涵和本质的理解，避免过多地记忆概念语言。

#### 2. 技能评价时要适度把握好要求。

本单元的技能掌握主要体现在解比例以及一些相关的计算方面，它们是解决问题的基础。评价要求是能够正确地解比例，达到一定的熟练程度。比例知识的最大价值是解决实际问题以及体现解决方法的多样性，要避免以技能代替一切。





(6) 钱币岛上有一个很大的古代钱币模型，它是按照铜钱的实际样子放大的（如下左图）。如果能让游人轻松钻过模型中间的洞，这个洞的边长至少需要 1 m。那么，目前这个模型（如下右图）中间的正方形洞，游人能轻松钻过去吗？（图中数据单位：cm）



## 2. 命题说明。

这里第（1）、（2）两题是考查正、反比例的意义，关注学生对意义的理解和判断方法的掌握。其中第（1）题比较基础，数量关系清晰。而第（2）题要求有所提高，突出理解。其中，每个选项中的两个量都是相关联的，要求学生能对数量关系中量与量的变化规律作出正确的分析，再作出判断，考查的是方法与能力。

第（3）、（4）两题是考查比例尺的知识的，既有技能要求，又关注对知识的理解。第（3）题是根据比例尺和图上距离求实际距离，考查的是基本的方法和技能。第（4）题的情境比较新颖，关注的是学生对比例尺意义的理解程度，即比例尺反映了图上距离与实际距离之间的关系。如果前项都是“1”，后项越大，则实际距离被缩小的程度越大，反之则越小。由于学生无法通过计算来判断，因此对比例尺意义的理解是否深刻直接影响到问题的解决。

第（5）、（6）两题是考查用正比例解决问题。为了避免将解决问题评价变成考查记忆与技能，降低考查的水平，因此这里提供了比较新颖的情境，需要学生去分析数量关系，发现相关联的量和变化规律，判断相关联的量成什么比例，再列方程解答，以提高学生分析问题、解决问题的能力。同时，这两道题目的解决策略与方法可以是多样的。例如第（6）题，既可以根据正比例关系来解，也可以把两个钱币的尺寸分别看成图上距离和实际距离，求出比例尺再计算。评价的情境与问题要努力给学生留出思考的空间和展示个性化思维的机会，促进学生能力的发展。

人教版®

# 自行车里的数学

## 一、教材说明和教学建议

### （一）教学目标

1. 使学生综合运用所学知识解决实际问题，经历“提出问题—分析问题—建立数学模型—求解—解释与应用”的问题解决的基本过程。
2. 使学生获得运用数学解决实际问题的思考方法，并加深对所学知识及其相互关系的理解。
3. 使学生体会数学与生活的广泛联系。

### （二）内容安排及其特点

#### 1. 教学内容和作用

“自行车里的数学”是在“比例”之后安排的一个“综合与实践”活动，旨在让学生运用所学的圆、排列组合、比例等知识解决实际问题。通过解决生活中常见的自行车里的问题，了解数学与生活的广泛联系，经历“提出问题—分析问题—建立数学模型—求解—解释与应用”的问题解决的基本过程，获得运用数学解决实际问题的思考方法，并加深对所学知识及其相互关系的理解。

“自行车里的数学”主要研究两个问题：普通自行车的速度与自行车内在结构的关系；变速自行车能变化出多少种速度。

#### 2. 教材编排特点

这部分教材在编排上有下面几个特点。

##### （1）循序渐进，逐层安排学生的实践活动。

为了减少学生在活动中的盲目性，教材清晰地呈现了两个活动。活动一：找一辆普通自行车，通过测量数据，计算出这辆自行车蹬一圈能走多远；研究前、后齿轮的齿数与它们的转数有什么关系。活动二：找一辆变速自行车，测量出前、后齿轮的齿数，看看有多少种组合。通过计算前、后齿轮的齿数比，思考蹬同样的圈数，哪种组合使自行车走得最远。这样的编排，层次清晰，让学生经历了解决问题的过程，既体现了对测量、圆、排列组合、比例等知识（甚至包括物理中的运动原理）的综合运用，又为学生创新实践提供了较大的空间。

##### （2）培养学生的应用意识和创新精神。

《标准（2011版）》明确提出：“在整个数学教育的过程中都应该培养学生的应用意识，综合实践活动是培养应用意识很好的载体。创新意识的培养应该从义务教育阶段做起，贯穿数学教育的始终。”综合应用“自行车里的数学”不是单纯地解决问题，而是包括“收集数据—

建立数学模型—代入数据、求解—解决问题”的一系列环节。它的活动价值不止是获得某个具体问题的解，更重要的是让学生能积极尝试从数学的角度应用所学知识寻求解决问题的思考方法，在解决问题的过程中获得全方位的发展。

### （三）教学建议

本节课是实践活动课，为更好地落实教学目标，提出以下教学建议供教师参考。

1. 正式活动前，教师应充分准备课上需要用到的数据和图片。如，不同品牌、不同型号的普通自行车和变速自行车的车轮直径、前、后齿轮的个数及齿数；普通自行车和变速自行车“链条、前齿轮和后齿轮三者组合关系”的图片。教师也可以要求学生作一些准备。如，请学生观察自行车，了解自行车的结构和行进的基本原理；收集一些自行车的相关数据等。

2. 除了教材上提出的这两个问题以外，教师还可以提出其他的一些问题，引发学生的深入思考。如，让学生把“蹬同样的圈数，自行车所走的距离”按由远到近的顺序，将前、后齿的各种组合排序；如何使这辆变速自行车能变化出 12 种不同的速度等。教师也可以让学生自己提出一些自行车里的数学问题并解决它。这样不仅可以使学生了解数学与生活的广泛联系，还可以培养学生从不同的角度发现实际问题中所包含的数学信息的能力。

3. 建议用 1 课时教学。

人教版®

## （四）具体内容的教材分析和教学建议

### 编写意图

（1）活动一，研究普通自行车的前、后齿轮齿数和齿轮转数的关系，由4个环节组成：提出问题—分析问题—建立数学模型、收集数据并求解—汇报交流。让学生选择一辆自行车，思考蹬一圈车能走多远。先呈现学生最容易想到的方法：直接测量。由于“蹬一圈”在操作中不易把控，误差较大。因此引导学生用更严密的数学方法进行思考。通过研究自行车行进的原理（后轮驱动前轮），发现脚踏转一圈，前齿轮转动一圈，此时，后齿轮转动的不止一圈，由此引发思考。通过探究前、后齿轮齿数与转数之间的关系，推断出后齿轮带动后轮旋转了多少圈，并利用圆的周长计算出行进距离。

（2）活动二，探究变速自行车能变化出多少种速度。教材呈现一个空白的表格，让学生把实际调查的结果填入。接下来，脱离实验，根据活动一的探究结果，用抽象的数学方法发现蹬同样的圈数时，前、后轮齿数比的比值越大，自行车走得越远。

# 自行车里的数学

选一辆普通自行车，测量出以下数据。

前齿轮齿数	后齿轮齿数	车轮半径

这辆自行车蹬一圈，能走多远？

你准备怎样解决这个问题？

蹬一圈车一下就知道远了，但是可能结果不准确。

利用前面所学的比例知识，试一试？

想一想，前、后齿轮的齿数与它们的转数有什么关系？

前齿轮转一圈走过的距离就是链条走过的长度，后齿轮也要转同样的圈数，所以——

前齿轮齿数 × 前齿轮转数 = 后齿轮齿数 × 后齿轮转数

蹬一圈的路程：\_\_\_\_\_

选一辆变速自行车，测量出前、后齿轮齿数，看看有多少种组合。

前齿轮齿数	后齿轮齿数	组合

思考：蹬同样的圈数，哪种组合使自行车走得最远？

### 教学建议

（1）体现数学知识的综合应用。

本活动中需要用到测量、圆的周长、反比例关系、排列组合等数学知识，教学时要体现知识的综合应用。例如，要知道蹬一圈自行车能走多远，既可以直接测量，也可以看轮子转了多少圈，再乘上车轮的周长。由此，很自然地引出对前、后齿轮齿数与转数之间关系的探究。而对变速自行车的变速原理，又自然地引出组合的知识。使学生通过活动，认识到解决实际问题时往往需要综合应用以前所学的各方面知识。

（2）注重活动的实践性。

本活动中，需要学生尝试实际测量、研究自行车行进的原理、研究行进过程中脚踏带动前齿轮转动，通过链条带动后齿轮转动的过程，自然而然地引发对前、后齿轮齿数与转数之间关系的探究。这些过程的经历，对于学生实践能力的培养，非常有益。

（3）注重问题意识和探究能力的培养。

活动中，要让学生经历尝试发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的过程，在这一过程中培养探究数学的意识和能力。

## 二、教学设计或教学片段

### 课题：自行车里的数学

教学设计：任君毅。

教学内容：教科书第 67 页及相关内容。

教学目标：

1. 使学生综合运用所学知识解决实际问题，经历“提出问题—分析问题—建立数学模型—求解—解释与应用”的问题解决的基本过程。

2. 使学生通过经历问题解决的基本过程，获得运用数学知识解决实际问题的思考方法，并加深对所学知识及其相互关系的理解。

3. 使学生体会数学与生活的广泛联系。

**教学重点：**通过实践活动，研究普通自行车的速度与其内在结构的关系，研究变速自行车能变化出多少种速度的组合数。

**教学难点：**研究普通自行车的前、后齿轮齿数与它们的转数的关系。

**教学准备：**普通、变速自行车实物、测量记录表、磁力扣，指定部分学生课前测量结果。

**教学过程：**

(一) 谈话导入，揭示课题

教师出示普通自行车实物。

师：这是一辆自行车，它里面蕴含着丰富的数学知识，今天我们就一起来探究自行车里的数学。(板书课题：自行车里的数学)

(二) 研究普通自行车的速度与内在结构的关系

1. 以疑激趣。

师：大家知道这辆自行车蹬一圈能走多远吗？怎样解决这个问题呢？

2. 分析问题，探索方法。

(1) 交流讨论，提出方案。

方法一：蹬一圈，通过直接测量来解决问题。

方法二：通过车轮的周长乘后齿轮转的圈数来计算蹬一圈车子走的距离。

师：课前我请几位同学对这辆自行车蹬一圈所行的路程进行了独立测量，请他们来汇报一下测量结果。

学生汇报，结果各不相同。

师：这些同学的测量结果各不相同，说明直接测量这种方法不太准确，误差很大。我们还可以应用所学过的数学知识，通过计算得出蹬一圈车子能走多远。

(2) 找到关键问题，建立数学模型。

师：我们蹬一圈，是什么转动了一圈？车轮转动的圈数实际是谁转动的圈数？

学生分组讨论，教师巡视指导，讨论交流后汇报：车轮转动的圈数实际就是后齿轮转动的圈数。

师：照这样分析，解决问题的关键是什么？

生：前齿轮转一圈，后齿轮转几圈？

师：怎样才能知道前齿轮转一圈时后齿轮转的圈数呢？

学生合作，观察填表，同时转动自行车的踏板，探究前、后齿轮的转动规律。

师：踏板蹬一圈，是不是自行车的车轮转一圈？

生：不是，踏板蹬一圈只是前齿轮转一圈。自行车走的路程跟后齿轮转动的圈数有关。

师：前、后两个齿轮通过链条连接在一起。前齿轮转动一个齿，链条怎么动？后齿轮怎么动？

教师慢慢转动自行车踏板，学生观察前、后齿轮之间的传动关系并讨论。

生：链条间的孔与前后两个齿轮的每个齿对应，前齿轮转过一个齿，后齿轮也一定转过一个齿。

师：同学们观察得很仔细。如果前齿轮转动 2 个齿，后齿轮怎么动？如果前齿轮转动 5 个齿呢？10 个齿呢？同学们有没有发现什么规律？

生：前齿轮转动一圈的长度就是链条走过的长度，后齿轮也要转动同样的长度。所以前齿轮的齿数与转数的乘积就等于后齿轮的齿数与转数的乘积。

板书：前齿轮齿数×前齿轮转数=后齿轮齿数×后齿轮转数。

师：前齿轮转 1 圈时，后齿轮转的圈数怎样表示？

生根据比例的基本性质推理说明。

（教师板书：前齿轮齿数×1=后齿轮齿数×后齿轮转数

$$\text{后齿轮转数} = \frac{\text{前齿轮齿数}}{\text{后齿轮齿数}}$$

小结解题思路：自行车蹬一圈走的距离 =  $\frac{\text{前齿轮齿数}}{\text{后齿轮齿数}} \times \text{车轮周长}$ 。

（3）搜集整理数据，代入模型求解。

师：请大家把这辆自行车前齿轮齿数、后齿轮齿数以及车轮半径填入表格，并代入我们得出的相等关系式，求出答案。

学生分组汇报交流。

（三）研究变速自行车能变化出多少种速度

1. 出示变速自行车实物。

师：仔细观察，这辆自行车分别有几个前齿轮和几个后齿轮？请分别数一数，填在书上的表格里。思考：可以组合出多少种不同的速度？

教师巡视指导，帮助有困难的小组顺利活动。

学生汇报交流。

2. 蹬同样的圈数，哪种组合使自行车走得最远？

师：蹬同样的圈数，自行车走的距离和哪些数据有关？请同学们把课本上的表格填写完整，一定能有所发现。

学生独立填写表格，交流讨论前、后齿轮齿数比和自行车走的距离的关系。

学生汇报：当前齿轮齿数：后齿轮齿数的比值最大时，自行车走得最远。

(四) 巩固练习，拓展思维

1. 前齿轮齿数为 48，后齿轮齿数为 19，车轮直径为 71 cm。

(1) 你能算出蹬一圈，它能走多远吗？

(2) 小刚家距离学校大约 1000 m，他从家到学校至少要蹬多少圈？

学生自主解答，指名汇报交流。

2. 自行车里蕴含着丰富的数学问题，变速自行车的发明大大解决了我们面对不同路况的需要。自行车运动员们在比赛时要经过各种不同的路段，你觉得在上坡时应该怎样搭配前、后齿轮才省力？下坡时应该怎样搭配更合理？请大家在课外继续探索这个问题。

(五) 课堂总结

师：同学们，通过今天的实践活动，你又有哪些新的收获呢？（学生自由发言）

师：这节课我们一起研究了自行车里蕴含的数学问题，自行车里的学问还真大！数学与我们的生活紧密联系，我们要学会用数学的眼光发现问题，积极探寻解决生活中数学问题的好方法。

### 三、备课资料

#### 自行车变速系统

自行车变速系统的作用就是通过改变链条和不同的前、后大小的齿轮盘的配合来改变车速快慢。前齿盘的大小和后齿盘的大小决定了自行车旋动脚蹬时的力度。前齿盘越大，后齿盘越小时，脚蹬时越感到费力。前齿盘越小，后齿盘越大时，脚蹬时越感到轻松。根据不同车手的能力，即可通过调整前、后齿盘的大小调整自行车的车速，或是应对不同的路段、路况。

1. 段数

变速自行车段数有 18, 21, 24, 27, 30，段数多的通常比较贵，也更能适合多种路况。

一般自行车变速所谓的几段变速是指“前大盘齿片个数×后飞轮齿片个数”，登山车通常是前 3 大盘，后飞轮六、七、八、九速，乘起来就是 18、21、24、27 段变速。

2. 齿比

“齿比 = 前大盘齿数 / 后飞轮齿数”，基本上自行车齿轮加链条的传动系统的作用是“将车手踩踏的能量（马力）转换成轮胎的扭力”。

“速度”由最大齿比（前大盘最大齿片对应后飞轮最小齿片）决定，在同样踩踏回转数时，齿比越大，速度越快。例如一般 27 速登山车最大齿比为“前 44T，后 11T，齿比=4”，车手踩一圈轮子会转 4 圈，速度最快但轮圈扭力最小，相对的车手踩踏的力道要最大，才能维持使车子前进所需的扭力。



自行车变速系统

“爬坡”时用最小齿比（前大盘最小齿片对应后飞轮最大齿片）。爬坡的时候，车手不但要维持车子前进，同时还要上升高度。这个时候需要增加扭力，在维持同样踩踏回转数的前提下，降低齿比可以提高轮胎扭力，例如一般 27 速登山车最小齿比为“前 22T，后 34T，齿比=0.65”，车手踩一圈轮子才转 0.65 圈，所以车手的体力都转成扭力来举升车子供爬坡了。

要注意路面湿滑时，高扭力会导致轮胎打滑，就是扭力大于地面的摩擦力时，无法前进，另外高扭力爬坡时还可能会翘孤轮。

### 3. 齿数落差

除了齿比外，另一个值得探讨的是齿数的落差。我们常听到的“齿比绵密”就是指齿数落差小。齿数落差意味着换档时，车手出力与轮胎扭力间变化的差距大小。差距太大时，可能突然变太重或变太轻，导致回转数不定。对车手来说，突然太重，要突然用力；突然太轻，会有踩空的感觉，这两种情形会有伤害膝盖、影响操控的可能。

### 4. 变速器的作用

自行车的变速器，前 3 齿盘、后 9 齿盘的组合可变速为 27。在此以山地车自行车变速系统为例说明。

旋动脚蹬时，前齿盘旋转，通过链条把力量传递到后齿盘，车轮就前进。前齿盘的大小（齿数）和后齿盘的大小（齿数）决定旋动脚蹬时的力度。



自行车变速系统

前齿盘越大，后齿盘越小，脚蹬时感到费力（自行车前进的距离变长）。

前齿盘越小，后齿盘越大，脚蹬时感到轻松（自行车前进的距离变短）。

自行车的骑行是在起跑、停止、上坡、下坡、迎风、顺风等情况下前进。不管是任何条件下都能保持一定的速度。自行车快速前进或者是慢速前进，都能保持一定的踩踏步速和力矩，就要变速器。

你假若不要加大自己的力度，只加大齿轮比来快速骑行，那是不可能的事。实际骑行过程中会很快发现这一点。加大齿轮比（高力矩、低旋动）来骑行时，达不到最适当的骑行（放出最适当的能量的力矩和旋转的组合），将会增加膝盖的负担和成为引起各种障碍的原因。



## 四、评价建议与评价样例

### (一) 评价建议

本活动的学习内容主要研究两个问题：普通自行车的速度与其内在结构的关系，变速自行车能变化出多少种速度。此外，对学生在活动中表现出来的综合应用各种数学知识解决问题的能力与实践能力的考查也是本活动评价的重要内容。因此，本活动的学习评价应围绕这些教学目标进行，包括笔试和实际操作两个部分。

### (二) 评价样例

为了方便教师评价，下面提供部分评价样例。

#### 1. 笔试样例

##### (1) 填一填。

①一辆普通自行车的前齿轮数是 26，后齿轮齿数是 16。后齿轮转数是 13 转时，前齿轮转数是（ ）转。车轮半径是 33 cm，蹬一圈，自行车前进了（ ）cm。

②下表是一辆变速自行车的前、后齿轮的齿数。

齿数比 后齿轮齿数 \ 前齿轮齿数	48	40
28		
24		
20		
18		
16		
14		

这辆自行车可以变化出（ ）种速度。

算出前、后齿轮的齿数比，填在表格中。

蹬同样的圈数，前、后齿轮的齿数比是（ ）的组合使自行车走得最远。

#### 2. 操作样例

(1) 找一辆普通自行车，测量出需要的数据，计算出这辆自行车蹬一圈能走多远。再通过实际测量检验计算的结果。

(2) 到自行车商场观察变速自行车，数出前、后齿轮齿数，计算出每辆变速自行车可以变化出多少种速度。再根据自行车标签上所标注的可变速数检验计算的结果。

# 第五单元 数学广角——鸽巢问题

## 一、教材说明和教学建议

### （一）教学目标

1. 使学生经历“抽屉原理”（“鸽巢原理”）的探究过程，初步了解“抽屉原理”，会运用“抽屉原理”解决一些简单的实际问题。

2. 使学生通过“抽屉原理”的学习，增强对逻辑推理、模型思想的体验，提高学习数学的兴趣和应用意识。

### （二）内容安排及其特点

#### 1. 教学内容和作用

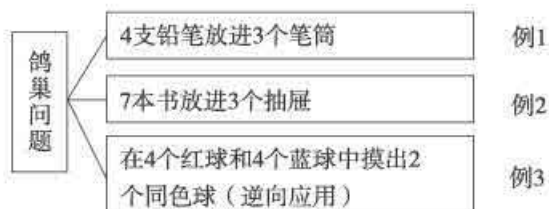
“抽屉原理”来源于一个基本的数学事实。如，将三个苹果放到两个抽屉里，要么在一个抽屉里放两个苹果，而另一个抽屉里放一个苹果；要么在一个抽屉里放三个苹果，而另一个抽屉里不放。这两种情况可用一句话概括：一定有一个抽屉里放入了两个或两个以上的苹果。虽然我们无法断定哪个抽屉里放入至少两个苹果，但这并不影响结论。如果将上述问题中的苹果换成铅笔、书本、小动物或数，同时，将抽屉相应地换成笔筒、学生、鸽舍或数的集合，仍然可以得到相同的结论。由此可以看出，上述推理的正确性与具体的事物是没有关系的。同样，不管苹果与抽屉的具体数量是多少，只要苹果的数量比抽屉的数量多，推理依然成立。

如果我们把一切可以与苹果互换的事物称为元素，而把一切可以与抽屉互换的事物叫做集合，那么上面的结论就可以表述为：假如有多于  $n$  个元素按任一确定的方式分成  $n$  个集合，那么一定有一个集合中，至少含有 2 个元素。它还可更一般地表述为：把多于  $kn$  ( $k$  是正整数) 个元素按任一确定的方式分成  $n$  个集合，那么一定有一个集合中，至少含有  $(k+1)$  个元素。

最早指出这个数学原理的，是 19 世纪的德国数学家狄利克雷 (Dirichlet, 1805—1859)，因此，这个原理被称为“狄利克雷原理”。又因为在讲述这个原理时，人们经常以抽屉、鸽巢为例，所以它往往也被称为“抽屉原理”或“鸽巢原理”。“抽屉原理”是数学的重要原理之一，在数论、集合论和组合论中有很多应用。它也被广泛地应用于现实生活中，如在招生录取、就业安排、资源分配、职称评定等方面，我们经常会看到隐含在其中的“抽屉原理”。

由此可见，所谓“抽屉原理”，实际上是一种解决某种特定结构的数学或生活问题的模型，是一种数学的思想方法。让学生经历将具体问题“数学化”的过程，初步形成模型思想，体会和理解数学与外部世界的紧密联系，发展抽象能力、推理能力和应用能力，这是《标准（2011 版）》的重要要求，也是本单元教材的编排意图和价值取向。

本单元教材的具体内容安排如下。



这三道例题，有着各自不同的作用。

例1描述的是“抽屉原理”的最简单情况。通过本例的教学，使学生感知这类问题的基本结构，掌握两种思考的方法——枚举和假设，理解问题中关键词语“总有”和“至少”的含义，形成对“抽屉原理”的初步认识。

例2描述了“抽屉原理”更为一般的形式。本例即是“把多于 $kn$ 个元素放入 $n$ 个集合，总有一个集合里至少有 $(k+1)$ 个元素”。若 $k$ 为1，就是例1的情况了，可见例1只是例2的一个特例。所以，本例的教学，目的是让学生认识“抽屉原理”的一般形式，进一步熟悉用假设法来分析问题的思路，提升对“抽屉原理”的理解水平。

例3是“抽屉原理”的具体运用，是一个运用逆向思维来解决问题的例子。它是在学生通过例1和例2的学习，对“抽屉”“物体”及其相互之间关系有一定的认识后，依托这一数学模型来分析和解决相关的实际问题。

## 2. 教材编排特点

本单元教材在编排上有以下几个特点。

(1) 以学生熟悉的或者感兴趣的材料作为学习素材，缓解学习难度带来的压力。

“抽屉原理”是一类较为抽象和艰涩的数学问题，对全体学生而言都具有一定的挑战性。如果学生的思维能力略弱，学习时面临的压力会更大。为此，教材选择了一些学生常见的、熟悉的事物，或者以一些有趣的、新颖的内容作为学习的素材，以增强学习材料的吸引力，提升学生学习的积极性，缓解学习难度带来的压力。如，在例1前，教材设计了一个抽扑克牌的魔术引入教学；例1则以学生熟悉的、可操作的铅笔和笔筒为素材，习题用鸽子和鸽笼为例；例2用书本和抽屉为素材，习题设计了“抢椅子”游戏；例3是摸球的游戏，习题则是讲生日的事情；练习十三中有属相的素材，有飞镖的素材，还有涂色、抽筷子等各种有趣的活动。以上素材，学生熟悉、感兴趣，学习的主动性、积极性会有所提高。

(2) 例题（习题）的编排关注细节，充分考虑学生学习的重、难点。

“抽屉原理”之所以难，一是难在模型的建立上，如学生不能灵活、准确地使用特定的术语（“总有”“至少”）来表述结论；二是难在它的具体应用，如何找到一些实际问题与“抽屉原理”模型之间的联系，如何来思考一些变式的情况，有时，学生常常会感到无从下手。教材在编排时，充分考虑这些因素，紧紧围绕学生的认知特点和学习方式，在教学的关键处凸显细节，彰显指导性和启发性。如例1，相比上一版教材，几位同学的讨论对话中增加了一句话——“总有”和“至少”是什么意思？这两个词语是分析和理解问题的关键，本单元所有的讨论都将基于此展开，此处的编排极有意义。例2，上一版教材是5本书放进2个抽屉，现在

则是7本书放进3个抽屉，且增加了一个 $8 \div 3 = 2 \cdots \cdots 2$ 的例子。数据的细微调整，带有明确的目的——让学生更准确地把握除数、商、余数三者之间的关系，不至于产生“商+余数”或“除数+1”的认知误区。

在例题与习题的衔接上，在习题的层次方面，教材也都很关注细节，体现出循序渐进的原则。整个单元习题的数量和难度，也是充分考虑了大部分学生的学习状况而作出合理的设置。

(3) 以直观素材和实践操作为基础，逐步提升思维。

本单元教材选取的例子都有很强的直观性，师生可以很方便地开展实际的操作或演示。之所以这样编排，目的主要是借助直观，让学生在亲身经历（看到、摸到）的基础上，深刻感知分的过程和分的结果，积累对“抽屉原理”的感性认识。这既可分解学生学习的难度，又可使学生清晰地建立“待分物品”和“抽屉”之间关系的表象，为“假设法”的引入和理解打下基础。对于“假设”的思考方式，教材都紧接着以直观方式出现，因为两者存在紧密的内在联系，即“假设法”中先平均分的思路实际上就是直观方式中的一种，学生的思维发展恰到好处地与已有基础衔接，逐步走向深入。在教学“假设法”时，教材有意采用“还可以这样想”或“所以……”等启发性的语言，引导学生尝试有逻辑地去推理，逐步把握其模式。另外，例1只需口头表达推理的过程，例2提高到用算式表达推理过程（且情况逐渐复杂），例3则需要逆向思考（又摆脱算式），这种表达（思考）方式不断改变的过程，也是学生思维水平不断提升的过程。

### （三）教学建议

#### 1. 要恰当把握教学要求。

总体而言，“抽屉原理”的内容（尤其其它的具体应用）是有难度的。尽管在素材选择、编排细节上，教材经过了很多策略性的处理，但在实际教学中，教师还是会面临诸多问题，如有一定量的学生理解缓慢，思路不清，在面对变式时束手无策等。对此，教师要有心理准备，要有应对策略。一方面，教师要认识到这是正常的现象，认识到学生思维能力的差异性和思维发展的阶段性，对理解能力较弱的学生，教学时多让他们借助实物操作等直观方式进行学习，允许他们力所能及地理解和掌握知识。另一方面，更不能拔高要求，过于追求推理的严密性和规范性。如在具体的应用中，学生有时要找到实际问题与“抽屉问题”之间的联系很不容易，即使找到了，也很难确定用什么作为“抽屉”，要用几个“抽屉”以及如何思考。此时，教师不必过于追求学生“说理”的严密性，学生只要能结合具体问题把大致意思说出来，或者有一些个性化的思考和表达，教师都应该予以肯定。

#### 2. 应让学生初步经历“数学证明”的过程。

在数学上，一般是用反证法对“抽屉原理”进行严格证明的。如要证明“有多于 $n$ 个元素分成 $n$ 个集合，那么一定有一个集合中，至少含有2个元素”，证法为“如果每个集合中至多只有1个元素，那么元素的总数至多是 $n$ 个，而不是题设的多于 $n$ 个，所以这不可能”。在小学阶段，虽然并不需要学生对涉及“抽屉原理”的相关现象给出如此严格的、形式化的证明，但仍可引导学生用直观的方式对某一具体现象进行“就事论事”式的解释。本单元的习

题，一般都是以“为什么”为问题要学生来解释原因的。这样的形式，学生很少经历过，他们的回答方式可能不规范。对此，教师可以鼓励学生借助学具、实物操作或画草图的方式进行“说理”。实际上，通过“说理”的方式来理解“抽屉原理”的过程就是一种数学证明的雏形。通过这样的方式，有助于逐步提高学生的逻辑思维能力，为以后学习较严密的数学证明作准备。

### 3. 要有意识地培养学生的“模型思想”。

“抽屉问题”的变式很多，应用更具灵活性。当我们面对一个具体问题时，能否将这个具体问题和“抽屉问题”联系起来，能否找到该问题中的具体情境和“抽屉问题”的一般化模型之间的内在关系，能否找出该问题中什么是“待分的东西”，什么是“抽屉”，是影响能否解决该问题的关键。教学时，要引导学生先判断某个问题是否属于用“抽屉原理”可以解决的范畴，如果可以，再思考如何寻找隐藏在其背后的“抽屉问题”的一般化模型。这个过程，实际上是学生经历将具体问题“数学化”的过程，是从复杂的现实素材中找出最本质的数学模型的过程。这样的过程，可有效地发展学生的数学思维能力，尤其是可增强学生对“模型思想”的体验，增强运用能力，需要引起教师的重视。

### 4. 建议用3课时教学。

人教版®

## （四）具体内容的教材分析和教学建议

### 编写意图

(1) 抽扑克牌“魔术”是为了激发学生的学习兴趣，引出新知。

(2) 例1借助把4支铅笔放进3个笔筒中的操作情境，介绍“抽屉原理”的最基本形式。

(3) 教材呈现了两种思考方法。第一种方法是用操作的方法进行枚举。通过直观地摆铅笔，发现把4支铅笔放进3个笔筒中一共只有四种情况。在每一种情况中，都一定有一个笔筒中至少有2支铅笔。通过罗列实验的所有结果，就可以得出结论。第二种方法，采用“假设”的思路进行推理：先放3支，假设没有任何笔筒里有2支，即每个笔筒里只放1支，剩下1支放入任意一个笔筒中，这个笔筒中就有2支铅笔了。这种方法比第一种方法更为抽象，更具一般性。例如，如果要回答“为什么把 $(n+1)$ 支铅笔放进 $n$ 个笔筒里，总有一个笔筒里至少放进2支铅笔”的问题，用枚举的方法就很难解释，但用“假设法”来说明就很容易了。

(4) “做一做”，安排了一个“鸽巢问题”，以此呼应单元标题。此题是例1的扩展，引导学生理解余数大于1时该怎么思考。

# 5 数学广角——鸽巢问题

我给大家表演一个“魔术”，一副牌，除去大小王，还剩52张牌，你们每人每人随意抽一张，我知道至少有两个同学抽到同花色的牌，相信吗？

1 把4支铅笔放进3个笔筒中，不管怎么放，总有一个笔筒里至少有2支铅笔。

“总有”和“至少”是什么意思？

从这四种情况就能看出来了。

还可以这样想，先放3支，在每个笔筒中放1支，剩下的1支就要放进其中的一个笔筒，所以至少有一个笔筒中有2支铅笔。

**做一做**

1. 5只鸽子飞进了3个鸽笼，总有一个鸽笼至少飞进了2只鸽子，为什么？

2. 你理解上面扑克牌魔术的道理了吗？

### 教学建议

(1) 要善于激发学生的探究欲望。

教学例1时，可以依据情境把“总有一个笔筒里至少有2支铅笔”的结论先抛出来，并提出对“总有”和“至少”的质疑，引发学生探究。

(2) 学生自主探索和教师指导相结合。

教学时，应放手让学生自主探索。学生可能会用实物模拟、图示、数的分解等方法来分析，只要是合理的，教师都应给予鼓励。对于假设的思考方法，教师更应该予以指导乃至示范，以让更多学生能真正理解和掌握。

(3) 让学生经历比较、归纳等过程。

教师要引导学生对教材上提供的两种方法进行比较，思考枚举的方法有什么优越性和局限性，假设的方法有什么独特的优点，使学生逐步学会运用一般性的数学方法来思考问题。在学生解决了“4支铅笔放进3个笔筒”的问题后，教师可以不断改变数据（铅笔数比笔筒多1），让学生继续思考，并引导学生归纳得出一般性的结论。

(4) 要重视“做一做”第1题的教学。

这个问题，学生容易犯“总有一个鸽笼至少会飞进3只鸽子”的错误，教师可让学生暴露思维，然后引发讨论，实现理解。

## 编写意图

(1) 例2介绍了另一种类型的“抽屉问题”，即“把多于 $kn$  ( $k$ 是正整数)个的物体任意放进 $n$ 个空抽屉，那么一定有一个抽屉中放进了至少 $(k+1)$ 个物体”。

(2) 教材提供了让学生把7本书放进3个抽屉的情境。学生仍然可以采用图示、分解数、假设等方法，理解并确认“总有一个抽屉至少放进3本书”的结论。教材呈现的“如果每个抽屉最多放2本……”的提示，实际上已是反证法的形式了，但仅仅是“就事论事”式的“说理”。

(3) 教材还以算式 $7 \div 3 = 2 \cdots 1$ ，引导学生更数学化地理解假设法的核心思路，加深对思考过程的理解。在此基础上，又进一步提出“如果有8本书会怎样？10本书呢？”，让学生利用前面的方法进行类推。最后，借助对算式的对比分析，引导学生对这一类“抽屉问题”形成一般性的理解。

(4) “做一做”第1题，继续采用“鸽巢问题”的情境，要求学生通过例2类推解决。

2 把7本书放进3个抽屉，不管怎么放，总有一个抽屉里至少放进3本书，为什么？



如果有8本书会怎样呢？10本书呢？

7本书放进3个抽屉，有一个抽屉至少放进3本书，且至多——

$$7 \div 3 = 2 \cdots 1$$

$$8 \div 3 = 2 \cdots 2$$

$$10 \div 3 = 3 \cdots 1$$

你是这样想的吗？你有什么发现呢？

### 做一做

1. 11只鸽子飞进了4个鸽笼，总有一个鸽笼至少飞进了3只鸽子，为什么？
2. 5个人坐4把椅子，总有一把椅子上至少坐2人，为什么？



69

## 教学建议

(1) 允许学生多样化地解决问题。

学生通过例1的学习，已积累了相关的经验。所以此题的教学可直接让学生想办法解释结论。学生采用直观枚举、分解数、以“平均分”来假设的思考方法，教师都应该肯定。

(2) 要引导学生逐步从直观走向抽象。

教师可在对比几种不同的解决方法后，引导学生发现直观方式终究带有一定的局限性，意识到假设法的优越性。然后，教师可对假设法进行强化教学，让学生牢固掌握。需要注意的是，例2的假设已是“反证”形式，而例1

中的假设则呈现顺向地“平均分”的思路，两者本质相同，却有微小差别。教师可利用有余数除法 $7 \div 3 = 2 \cdots 1$ ，引导学生分析和理解。

(3) 要引导学生建立模型。

利用有余数除法解决了本例中的三个具体问题后，教师应引导学生总结归纳解决这一类“抽屉问题”的一般方法。学生可以得出“抽屉里至少有‘商+1’个物体”的“公式”，也可以“ $a \div n = b \cdots c$ ，总有一个抽屉至少可以放 $(b+1)$ 个物体”的抽象形式来刻画。

(4) 要关注学生对模型的运用。

“做一做”的题目，应要求学生尽可能地运用已获得的模型去分析和解答。

## 编写意图

(1) 本例是“抽屉原理”的具体应用,也是运用“抽屉原理”进行逆向思维的一个典型例子。要解决这个问题,可以把两种“颜色”看成两个“抽屉”,“同色”就意味着“同一抽屉”。这样,就可以把“摸球问题”转化成“抽屉问题”。

(2) 教材通过学生的对话,指出了可以通过先猜测再验证的方法来解决问题,也反映了学生在解决这个问题时有可能会遇到的困难。例如,本例中的“4个红球和4个蓝球”很容易给学生造成干扰。

(3) 教材引导学生把这个结论进一步推广,指出“只要摸出的球比它们的颜色种数多1,就能保证有两个球同色”而和每种颜色的球的个数无关。例如,球的颜色有三种,至少要摸出四个球,才能保证摸出的球里有两个同色。“做一做”第2题描述的就是这种情形。

(4) “做一做”第1题也是“抽屉原理”的典型例子。其中“367名学生中一定有两人的生日是同一天”与例1中的“抽屉原理”是一类,“49名学生中一定有5人的出生月份相同”则与例2的类型相同。

3 盒子里有同样大小的红球和蓝球各4个,要想摸出的球一定有2个同色的,至少要摸出几个球?



### 做一做

1. 向东小学六年级共有367名学生,其中六(2)班有49名学生。



2. 把红、黄、蓝、白四种颜色的球各10个放到一个袋子里,至少取多少个球,可以保证取到两个颜色相同的球?

### 你知道吗?

抽屉原理是组合数学中的一个重要原理,它最早由德国数学家狄利克雷(Dirichlet)提出并应用于解决数论中的问题,所以该原理又称“狄利克雷原理”。抽屉原理有两个经典案例,一个是把10个苹果放进9个抽屉里,总有一个抽屉里至少放了2个苹果,所以这个原理又称为“抽屉原理”;另一个是看只鸽子飞进5个鸽巢,总有一个鸽巢至少飞进2只鸽子,所以又称为“鸽巢原理”。

10

## 教学建议

(1) 先让学生通过猜测、尝试、验证等形式找到答案,形成初步感悟。

教师在呈现问题后,可以让学生猜一猜,有学生会猜2个球,有学生会猜5个球,也有学生会猜对。教师可提出让学生自己画一画、写一写等方法来说明理由。结合学生的个性化表达,教师可进行展示,通过分析逐步消除学生的各种错误认识,让学生形成对这类问题中抽屉的模型结构的初步感知。

(2) 要引导学生学会把实际问题转化为“抽屉问题”。

在得出答案后,教师应向学生提出用“抽屉原理”来思考这个问题的要求。学生遇到困难,教师可引导他们如下思考:把两种颜色看成两个抽屉,要保证有一个抽屉至少有2个球,分的物体个数至少要比抽屉数多1,所以至少要摸出3个球。想到问题中可把什么看成“抽屉”,“抽屉”有几个,怎么用“抽屉原理”的思考方法去解决,是解决这类问题的教学重点,教师需予以引导和示范。“做一做”第2题,可强化对此思路的掌握。

(3) “做一做”第1题,是顺向思考的“抽屉原理”,只需要分别把一年最多366天和12个月看成366个和12个抽屉即可。

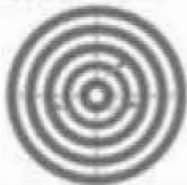


## 练习十三

1. 班里有 13 位老师，他们中至少有 2 个人的属相相同，为什么？



2. 张叔叔参加飞镖比赛，投了 5 镖，成绩是 41 环。张叔叔至少有一镖不低于 9 环，为什么？



3. 把一个正方体木块的 6 个面分别涂上红、黄两种颜色，不论怎样至少有两个面的颜色相同，为什么？

4. 把红、蓝、黄三种颜色的筷子各 3 根放在一起。如果让它们上餐桌，每次至少拿出几根才能保证一定有 2 根同色的筷子？如果要保证有 2 双不同色的筷子呢？（每一双筷子为其中一种颜色，另一双筷子为另一种颜色。）



5. 任意取出 3 个不同的自然数，其中一定有 2 个数的和是偶数，请说明理由。

6. 给下面每个格子涂上红色或蓝色，观察每一列，你有什么发现？



先涂蓝色，至少有几列的涂法相同？

如果只涂两行的话，结论有什么变化呢？

本单元结束了，你有什么收获？

成长小档案

☆☆☆☆☆

张叔叔的涂法很多，你能解决一些特殊的问题。



## 编写意图

(1) 第 1、2 两题就相当于例 1、例 2 的情况，只不过此处的“抽屉”是隐藏的，需要学生联想、寻找。这两题重在培养学生对知识的迁移和运用能力以及建立模型的能力。

(2) 第 3 题是“抽屉问题”的一个特例， $6 \div 2 = 3$ ，没有余数。

(3) 第 4 题是带有梯度的一道逆向应用题，是对例 3 的巩固和提升。第一问学生易想到，第二问需要在第一问的基础上深入：假设已经拿到一双同色的筷子，最少是 4 根，如 2 红、1 蓝、1 黄，接下去，最不利的情况是再拿 1 根红色的，接下去不管拿到什么颜色，都能保证有 2 双筷子了。此题可让学生感受严密细致的推理过程。

(4) 第 5、6 两题，都是“抽屉原理”的具体应用。题目有一定的难度，意在进一步提升学生将实际问题与“抽屉原理”相联系的能力。第 5 题可这样思考：设有一个奇数抽屉，一个偶数抽屉，现在三个自然数放进两个抽屉里，一定有一个抽屉里至少有两个偶数或者两个奇数，那么它们的和就是偶数。

## 教学建议

(1) 基础性习题让学生自主解决。

第 1、2、3 题相对较简单，可让学生自己分析解决。教师可要求学生用算式表示，并依据算式进行讲解分析。分析时，应突出与“抽屉原理”的联系——“抽屉”是什么？“物体”是什么？怎么思考？

(2) 抽象思考与直观分析可结合运用。

如第 4 题第一问，可以用想“抽屉”的办法抽象分析，也可引导学生采用画一画的方法来直观分析。这样的方法，有利于第二个问题的解决。分析时，注意提醒学生需要考虑“最

不利”的情况——第 5 根与前面那一双筷子的颜色相同，此时就需要取第 6 根才能保证 2 双相同颜色。

第 5 题也可采用直观罗列的方式。三个自然数，只有“奇奇奇、奇奇偶、奇偶偶、偶偶偶”四种情况，因为奇+奇=偶，偶+偶=偶，不管哪种情况，一定有两个数的和是偶数。

(3) 让学生在尝试中自我发现。

如第 6 题，可让学生自己先涂一涂。学生涂色时，会发现共有 8 种不同的涂法（这是一个有序思考的排列问题），然后就会想到涂第九列时，一定就会出现重复，相当于  $9 \div 8$  的情况。涂两行，则相当于  $9 \div 4$  的情况。

## 二、教学设计或教学片段

### 课题：鸽巢问题

教学内容：教科书第68页例1。

教学目标：

1. 使学生理解“抽屉原理”（“鸽巢原理”）的基本形式，并能初步运用“抽屉原理”解决相关的实际问题或解释相关的现象。

2. 通过操作、观察、比较、说理等数学活动，使学生经历抽屉原理的形成过程，体会和掌握逻辑推理思想和模型思想，提高学习数学的兴趣。

教学过程：

（一）呈现问题，引出探究

课件呈现：把4支铅笔放进3个笔筒中，不管怎么放，总有一个笔筒里至少有2支铅笔。

师：“总有”和“至少”这两个词是什么意思？

生：“总有”就是一定有，至少就是“最少，最起码”。（学生都有类似的理解。）

师：你觉得这句话说得对吗？请你静静思考一下。

师：大家可以用摆一摆、画一画、写一写等方法把自己的想法表示出来。

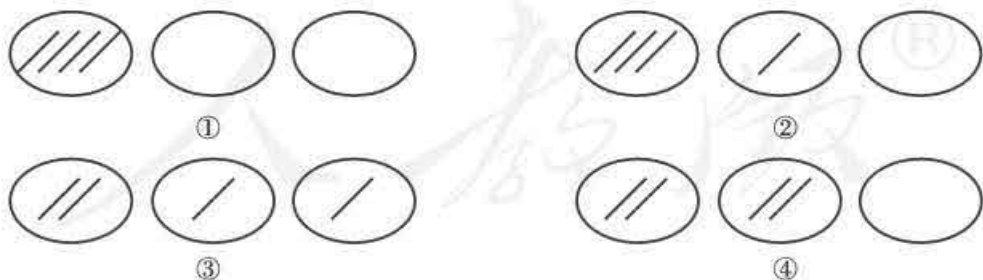
（二）自主探究，初步感知

1. 学生探究。（略）

2. 反馈交流。

（1）枚举法。

生1：我们是用铅笔模拟摆出来的，一共有四种情况。这四种情况中，不管哪一种，都有一个笔筒里至少有2支铅笔。



师：我们来看这些摆法，凭什么说“总有一个笔筒里至少有2支铅笔”？

生：第一种摆法有一个笔筒是4支，第二种摆法有一个笔筒是3支，第三种摆法有一个笔筒是2支，第四种摆法有两个笔筒都是2支，所以“总有一个笔筒里至少放进2支铅笔”。

师：比2支多也可以吗？

生：至少放进 2 支笔就是最少是 2 支，比 2 支多也是可以的，3 支、4 支都是符合要求的。

教师再次引导学生观察四种摆法，把符合要求的笔筒用彩色粉笔标出予以“检验”，理解“总有一个笔筒里至少有 2 支铅笔”，对学生的方法给予肯定。

生 2：我们是用数表示的，比他的方法要简单。

4 0 0            3 1 0            2 1 1            2 2 0  
①                    ②                    ③                    ④

师生一起圈出每种分法中不小于 2 的数，认可这种方法，对学生简洁的表示法予以表扬。

(2) 假设法。

师：除了像这样把所有可能的情况都列举出来，还有没有别的方法也可以证明这句话是正确的？

生：我是这样想的，先假设每个笔筒中放 1 支，这样还有 1 支。这时无论放到哪个笔筒，那个笔筒中就是 2 支了。所以我认为是对的。

教师板书图示，引导学会直观认识“这时无无论放到哪个笔筒，那个笔筒中就有 2 支”的情况。

师：你为什么要先在每个笔筒中放 1 支呢？

生：因为总共只有 4 支，平均分，每个笔筒只能分到 1 支。

师：你为什么要一开始就要去平均分呢？（板书：平均分）

生：平均分，就可以使每个笔筒的笔尽可能少一点，也就有可能找到和题目意思不一样的情况。

师：我明白了。但是这样只能证明总有一个笔筒中肯定会有 2 支笔，怎么能证明至少有 2 支呢？

生：平均分已经使每个笔筒中的笔尽可能少了，如果这样都符合要求，那另外的情况肯定也是符合要求的了。

(3) 确认结论。

师：到现在为止，我们可以得出什么结论？

生（齐）：把 4 支铅笔放进 3 个笔筒中，不管怎么放，总有一个笔筒里至少有 2 支铅笔。

(三) 提升思维，构建模型

1. 加深感悟。

师：刚才我们通过不同的方法验证了这句话是正确的。现在老师把题目改一改，你们看看还对不对，为什么？

师（口述）：5 支铅笔放进 4 个笔筒，总有一个笔筒至少放进 2 支铅笔。

（生答略。）

教师让学生继续思考：6 支铅笔放进 5 个笔筒，总有一个笔筒至少放进（    ）支铅笔。10 支铅笔放进 9 个笔筒呢？100 支铅笔放进 99 个笔筒呢？

（教师引导学生说理，学生逐渐都采用假设的思路熟练地来表达。）

师：我们为什么都采用假设的方法来分析，而不是画图或举例子呢？

(引导学生对两种方法进行比较,体会枚举方法的优越性和局限性,感悟假设方法更具一般性的特点。)

## 2. 建立模型。

师:通过刚才的分析,你有什么发现?

生:只要铅笔的数量比笔筒的数量多1,那么总有一个笔筒至少要放进2支铅笔。

师:对的。铅笔放进笔筒我们会解释了,那么下面这两句话你能得出什么结论呢?

课件呈现:8只鸽子飞回7个鸽巢;10个苹果放进9个抽屉里。

(学生回答略。)

师:以上这些问题有什么相同之处呢?

生:其实都是一样的,鸽巢、抽屉就相当于笔筒,鸽子、苹果就相当于铅笔。

师:像这样的数学问题,我们就叫做“鸽巢问题”或“抽屉问题”,它们里面蕴含的这种数学原理,我们就叫做“鸽巢原理”或“抽屉原理”。(揭题)

## (四) 运用模型,解决问题

### 1. 基本练习。(略)

### 2. 巩固练习。

让学生完成“做一做”第1题。

## 三、备课资料

### 话说抽屉原理<sup>①</sup>

《晏子春秋》里有一个“二桃杀三士”的故事,大意是这样的:

齐景公养着三名勇士,他们名叫田开疆、公孙接和古冶子。这三名勇士都力大无比,武功超群,为齐景公立下过不少功劳。但他们也刚愎自用,目中无人,得罪了齐国的宰相晏婴。晏子便劝齐景公杀掉他们,并献上一计:以齐景公的名义赏赐三名勇士两个桃子,让他们自己评功,按功劳的大小吃桃。

三名勇士都认为自己的功劳很大,应该单独吃一个桃子。于是公孙接讲了自己的打虎功,拿了一只桃;田开疆讲了自己的杀敌功,拿起了另一桃。两人正准备要吃桃子,古冶子说出了自己更大的功劳。公孙接、田开疆都觉得自己的功劳确实不如古冶子大,感到羞愧难当,赶忙让出桃子。并且觉得自己功劳不如人家,却抢着要吃桃子,实在丢人,是好汉就没有脸再活下去,于是都拔剑自刎了。古冶子见了,后悔不迭。仰天长叹道:如果放弃桃子而隐瞒功劳,则有失勇士尊严;为了维护自己而羞辱同伴,又有损哥们义气。如今两个伙伴都为此而死了,我独自活着,算什么勇士!说罢,也拔剑自杀了。

<sup>①</sup> 此资料摘自《书屋》二〇〇五年第七期,作者欧阳维诚。

晏子采用借“桃”杀人的办法，不费吹灰之力，便达到了他预定的目的，可说是善于运用权谋。汉朝的一位无名氏在一首诗中曾不无讽刺地写道：“……一朝被谗言，二桃杀三士。谁能为此谋，相国务晏子！”

值得指出的是，在晏子的权谋之中，包含了一个重要的数学原理——抽屉原理。

什么叫抽屉原理？简单地说，就是：把多于  $m$  个物品放到  $m$  个抽屉里，至少有一个抽屉里的物品不止一个。更一般地说，把  $m \times n + 1$  个物品放到  $m$  个抽屉里，总有一个抽屉里的物品至少有  $n + 1$  个。例如，把 7（即  $3 \times 2 + 1$ ）本书放到 3 个抽屉里，不管怎么放，总有一个抽屉里至少有 3（即  $2 + 1$ ）本书。在“二桃杀三士”的故事中，把两个桃子看作两个抽屉，把三名勇士放进去，至少有两勇士在同一个抽屉里，即有两人必须合吃一个桃子。如果勇士们宁死也不肯忍受同吃一个桃子的羞耻，那么悲剧的结局就无法避免。

抽屉原理虽然简单，但在数学中却有广泛而深刻的运用。19 世纪德国数学家狄利克雷 (Dirichlet, 1805—1859) 首先利用抽屉原理来建立有理数的理论，以后逐渐地应用到数论、集合论、组合论等数学分支中，所以现在抽屉原理又称为狄利克雷原理。

1947 年，匈牙利数学家把这一原理引进到中学生数学竞赛中，当年匈牙利全国数学竞赛有一道这样的试题：“证明：任何六个人中，一定可以找到三个互相认识的人，或者三个互不认识的人。”

这个问题乍看起来似乎令人匪夷所思。但如果你懂得抽屉原理，要证明这个问题是十分简单的：我们用 A、B、C、D、E、F 代表六个人，从中随便找一个，例如 A 吧，把其余五个人放到“与 A 认识”和“与 A 不认识”两个“抽屉”里去，根据抽屉原理，至少有一个抽屉里有三个人。不妨假定在“与 A 认识”的抽屉里有三个人，他们是 B、C、D。如果 B、C、D 三人互不认识，那么我们就找到了三个互不认识的人；如果 B、C、D 三人中有两个互相认识，例如 B 与 C 认识，那么，A、B、C 就是三个互相认识的人。不管哪种情况，本题的结论都是成立的。

由于这个试题的形式新颖，解法巧妙，很快就在全世界广泛流传，使不少人知道了这一原理。其实，抽屉原理不仅在数学中 useful，在现实生活中也到处在起作用，如招生录取、就业安排、资源分配、职称评定等，都不难看到抽屉原理的作用。

在我国古代文献中，有不少成功地运用抽屉原理来分析问题的例子。例如宋代费衎的《梁谿漫志》中，就曾运用抽屉原理来批驳“算命”一类迷信活动的谬论。他写道：“近世士大夫多喜谭命，往往自能推步。予尝见人言日者阅人命，盖未始见年、月、日、时同者；纵有一二，必倡言于人以为异。尝略计之，若生时无同者，则一时生一人，一日生十二人，以岁记之，则有四千三百二十人；以一甲子计之，止（只）有二十五万九千二百人而已。今只从一大郡计，其户口之数尚不减数十万，况举天下之大，自五公大人以至小民何啻亿兆？虽明于数者有不能历算，则生时同者必不为少矣。其间五公大人始生之时则必有庶民同时而生者，又何贵贱贫富之不同也？”

费衎指出：把一个人出生的年、月、日、时（八字）作为算命的根据，把“八字”作为“抽屉”，不同的抽屉只有  $12 \times 360 \times 60 = 259200$  个。以天下之人为“物品”，其数“何啻亿

兆”，进入同一抽屉的人必然千千万万，因而结论是“生时同者必不为少矣”。既然“八字”相同，“又何贵贱贫富之不同也？”

清代钱大昕的《潜研堂文集》、阮葵生的《茶余客话》、陈其元的《庸闲斋笔记》中都有类似的文字。然而，令人不无遗憾的是：我国学者虽然很早就会用抽屉原理来分析具体问题，但是在古代文献中并未发现关于抽屉原理的概括性文字，没有人将它抽象为一条普遍的原理。最后还不得不将这一原理冠以数百年后西方学者狄利克雷的名字。

“悟已往之不鉴，知来者之可追。”我国是一个有十三亿人口的发展中国家，我们办什么事情都难免要受到抽屉原理的制约。因此，在施政决策的时候，绝对不能对这一原理掉以轻心。

## 四、评价建议与评价样例

### （一）评价建议

本套教材中的“数学广角”内容不作考试要求。为便于教师了解学生学习情况，提供一些笔试测试题作为评价参考。

本单元的教学目标是使学生初步了解“抽屉原理”，会运用“抽屉原理”解决一些简单的实际问题，并在这样的过程中，增强对逻辑推理、模型思想的体验。因此，本单元的学习评价主要应围绕这些教学目标进行。

### （二）评价样例

#### 笔试样例

1. 把4支铅笔放进3个文具盒中。有哪些不同的放法？用你喜欢的方法写下来。
2. 希望小学六（1）班有学生38人，同一个月份出生的学生至少有（ ）人。
3. 有红、黄、蓝三种颜色的珠子各10颗，放在一个布袋里。一次摸出8颗，至少有（ ）颗珠子的颜色相同。
4. 给6名学生分书。

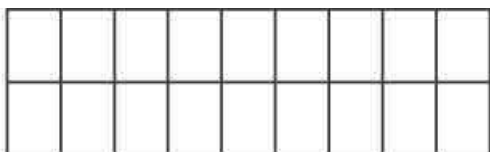


肯定有一个学生至少分到了5本。

这些书至少有（ ）本。



5. 在下面每个格子中任意写上数字“0”或“1”，至少有（ ）列的数字是完全一样的。



6. 从一副扑克牌中抽去大、小王两张牌后，在剩余的 52 张牌中任意取牌，至少要取（ ）张才能保证有 3 张黑桃。
7. 把黑、红、蓝三种颜色的袜子各 10 只混合在一起。如果让你闭上眼睛，最少拿出（ ）只才能保证一定有一双同色的袜子。如果要保证有两双同色的袜子，则至少要拿出（ ）只。
8. 在某班学生中，有 8 个人都订阅了《小朋友》《少年报》《儿童时代》三种报刊中的一种或者几种。那么，这 8 个人中至少有（ ）个人所订的报刊种类完全相同。

人教版®

# 第六单元 整理和复习

## ◎单元教材说明和教学建议

### (一) 教学目标

1. 使学生在具体的情境中, 比较系统地回顾和整理小学阶段所学习的数和代数的基础知识, 进一步理解四则运算在现实生活中的应用, 体会估算的作用, 能比较熟练地进行整数、小数、分数的四则运算, 能进行整数、小数加、减、乘、除的估算, 会使用学过的简便算法, 合理、灵活地进行计算; 会解学过的方程; 理解比和比例的相关意义, 会判断两个相关联量之间的关系, 会用比例的相关知识解决实际问题; 养成检查和验算的习惯。在解决实际问题的过程中, 再次经历相关知识的探究过程, 发展数感和符号意识, 提高运算能力和应用意识。

2. 使学生巩固常用计量单位的表象, 掌握所学单位间的进率, 体验这些量及其单位的实际意义, 能够进行简单的改写。

3. 使学生掌握所学几何形体的特征; 能够比较熟练地计算一些几何形体的周长、面积和体积, 并能应用; 巩固所学的简单的画图、测量等技能; 巩固轴对称图形的认识, 会画一个图形的对称轴, 巩固图形运动的基本方法; 能根据有序数对或方向和距离确定物体的位置, 掌握并能应用有关比例尺的知识, 培养学生的几何直观和空间观念。

4. 使学生掌握所学的统计初步知识, 体验数据的收集、整理和分析的过程, 掌握基本的步骤与方法, 能够看懂和绘制简单的统计图表, 会根据数据的特点选择合适的统计图, 并根据数据做出简单的判断与预测, 能够解决一些计算平均数的实际问题, 培养学生的数据分析观念。

5. 使学生进一步感受数学知识间的相互联系, 体会数学的作用; 掌握所学的常见数量关系和解决问题的方法, 能够发现和提出数学问题, 并能够灵活地运用所学知识分析和解决生活中一些简单的实际问题, 体会和掌握基本的数学思想, 积累基本的活动经验, 提高应用意识和创新意识。

6. 使学生在“综合与实践”活动中进一步提高综合运用所学数学知识解决实际问题的能力, 发展实践能力。

### (二) 内容安排及其特点

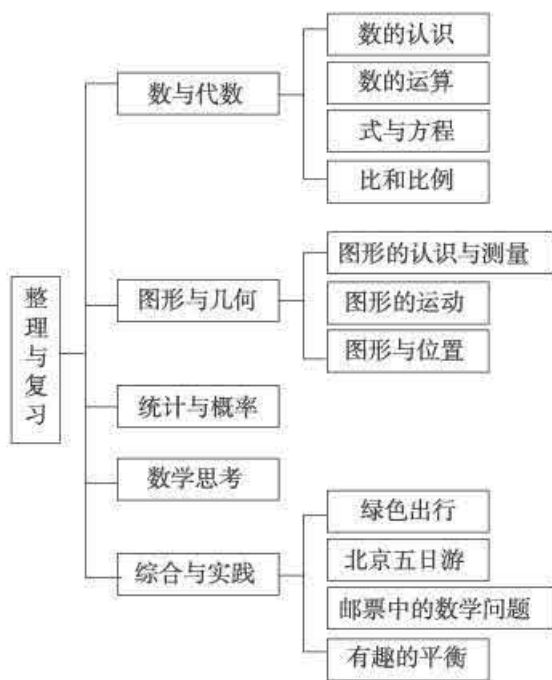
#### 1. 教学内容和作用

整理和复习是数学教学的一个重要环节。特别是在学生学完了小学数学的全部内容之后, 进行一次系统的、全面的回顾与整理, 使原来分散学习的知识得以梳理, 把数学的知识点串成知识线, 由知识线构成知识网, 从而帮助学生完善头脑中的数学认知结构, 进一步沟通知识之



间的联系，巩固基础知识和基本技能，深入感悟数学的基本思想，在探索过程中进一步积累基本活动经验。同时，对提高学生综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力、建立模型思想、培养应用意识和创新意识也是非常有益的。因此，本单元内容不仅是本册教科书的一个重点，也是全套小学数学教材的一个重要组成部分。

为了便于教师引导学生进行系统的整理和复习，本单元根据《标准（2011版）》划分的学习领域，把全部小学数学学习内容归并为五节，依次进行整理和复习。整个单元的编排结构如下图。



## 2. 教材编排特点

与上一套教材相比，本单元教材按照《标准（2011版）》的课程理念与课程内容，进行了较大调整，在编写上有以下几个特点。

(1) 依据《标准（2011版）》对小学数学的学习内容进行梳理、归类。

《标准（2011版）》将义务教育各学段的内容统一划分为“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”四大领域。在这一框架的基础上，本单元教材把四个领域的内容和“数学思考”分别编成相应的五节，并从小学阶段（即第一、第二学段）的实际情况出发，适当整合。

第1节是数与代数领域的内容，主要包括数的认识、数的运算、式与方程、比和比例。“常见的量”和“探索规律”没有单列标题，融合在相关的习题中复习。

第2节是图形与几何领域的内容，主要包括图形的认识与测量、图形的运动、图形与位置三部分。

第3节是统计与概率领域的内容，教材通过联系与学生的现实生活紧密结合的具体情境，复习“简单数据的统计过程”，培养学生的数据分析观念。

第4节是数学思考，以合情推理、演绎推理等内容为载体，让学生经历发现规律、应用规律的过程，感受简单的数学证明，体会和掌握基本的数学思想和方法。

第5节，针对“综合与实践”领域的学习要求，设计了绿色出行、北京五日游、邮票中的数学问题、有趣的平衡这四个与学生生活实际联系紧密且主题鲜明的综合应用活动，帮助学生积累数学活动经验，培养学生的应用意识和创新意识。

(2) 调整内容，突出整理和复习的重点，为学生主动参与知识的整理提供空间。

与上一套教材比较，本单元的内容根据《标准（2011版）》的要求做了较大幅度的调整。编排时不求面面俱到（覆盖已学知识的细节，给出所学概念的描述），而是突出重点，抓住主要内容、主要问题进行整理和复习。这一方面使教材摆脱了知识点罗列以及概念、法则汇编的局面，另一方面也给学生参与知识的整理留出了空间。

(3) 重视沟通知识的内在联系。

教材在安排复习时，首先注重沟通知识的内在联系，把平时相对独立学习的知识以分类、归纳、转化等方法串联起来，使相关内容条理化、结构化，形成整体框架，以加深学生对所学内容的理解。教材中设计了很多整理的内容，如数的联系、四则运算的意义及关系、图形之间的联系、数学思想和方法等。

(4) 注重学习方法的渗透。

教材既关注数学内容的整理以及内容之间的联系，也关注在学习过程中渗透整理和反思的方法。教材通过问题和活动的设计引导学生关注复习方法，培养他们良好的学习习惯。同时结合有关问题引导学生对知识进行归类，梳理知识之间的联系，并引导学生用表格或网络图等形式来呈现。教材还在多个地方对学生梳理知识的角度进行提示，如对运算规律的整理与验证方法的整理等。

(5) 注重所学知识的应用，发展学生的应用能力。

本单元尽可能通过问题情境（包括现实情境与数学情境），引导学生联系实际或联系数学实例，加深对已学知识的理解，加强对相关知识内在联系的认识。同时注意所学知识的运用，特别是在实际问题情境中的应用，使学生学以致用。在“用”的过程中，促进对知识的理解和巩固。这对提高复习的有效性、提高学生的应用能力都颇为有益。

(6) 注意将知识的整理与应用相结合。

教材注重将整理与应用相结合。每部分的内容都以提示性问题的形式呈现，把以前分散学习的知识进行系统整理，沟通知识之间的联系。同时，利用呈现的主要知识内容引导学生回顾交流，帮助教师指导学生进行梳理。练习的设计既注重基础知识和基本技能，又注意知识的综合应用。重视引导学生综合运用所学过的数学知识和方法、基本数学思想和基本活动经验，解释生活中的现象，解决简单的实际问题，以提高解决问题的能力，增强应用意识、创新意识。

### （三）教学建议

#### 1. 加强整理和复习的系统性。

我们知道，数学知识的特点之一就是具有严密的逻辑系统性。虽说在前面的学习过程

中，每个单元、每个学期，都有整理和复习，但毕竟具有一定的局限性。本单元是在平时的基础上，在更大范围内引导学生对小学阶段学过的知识进行更全面的回顾、整理和比较、对照。这样，原来分散学习时互不联系或联系较少的知识，就有机会得以沟通，进而形成纵横联系的知识体系。因此，加强整理和复习的系统性，使所学知识结构化，是本单元教学的首要任务。

## 2. 启发、引导学生在理解的基础上自主整理知识。

如前所述，本单元教材所采取的突出重点、要点的编排方法，为教师启发、引导学生自主整理知识创造了条件。复习时，应充分利用教材的留白，发挥学生参与知识整理的主动性和积极性。有时，学生的整理可能不够确切、不够全面，这都是真实的、自然的现象。教师在学生开动脑筋、深入理解的基础上加以点拨，往往效果更好。不仅能使学生加深印象，深刻记忆，还有助于培养和提高学生的学习能力，因为对知识进行整理和复习的能力也是学习能力的重要组成部分之一。

本单元的内容涉及面广，而且又是逐年学习的，如果在课堂上进行逐项回忆，需要花费较多时间。因此，在课堂上复习各部分内容之前，可以布置学生先进行预习。课前预习可以让每一位学生都有较充足的思考时间，有利于提高学生复习的主动性，在深入理解的基础上复习也有利于提高课堂复习的效率。

## 3. 在系统整理、复习的过程中注意查漏补缺。

在本单元的教学过程中，教师应根据前一阶段课堂教学、批改作业和课后辅导中了解到的情况，搞清学生还有哪些概念比较模糊，哪些方法不够熟练，哪些疑难尚未解决，在系统复习的过程中予以弥补。通过知识的再认、再现、质疑问难以及必要的练习，使模糊的概念清晰起来，使生疏的技能熟练起来。可以说，所学知识与技能的巩固，是灵活应用与提高能力的基础，也是系统整理和复习的基本要求之一。

## 4. 加强练习的针对性、有效性。

本单元所提供的练习，是根据一般情况配备的。教师要善于从本班学生的实际情况出发，有针对性地对练习加以适当的调整和增补。同时注意因材施教，对不同情况的学生提出不同的练习要求，使各种程度的学生都能通过练习确有所获，并在原有的基础上有所提高，真正实现“不同的人在学习上得到不同的发展”。

## 5. 注意引导学生积累学习数学的经验，总结解决问题的策略。

基于解决问题的思路和方法的整理和复习，教材设计了一系列的例题，并配备了必要的练习。教学时，教师要善于就题论理、论思路，引导学生总结、比较一般的解题策略，以促进学习的迁移，促进能力的提高。同时，教师还应该通过多种途径，如课内的学生发言、小组讨论、课后的作业批改、个别交谈等，了解学生的学习体会，发现他们的学习经验，在班上介绍或交流。经验表明，六年级的整理和复习阶段，是小学生形成、总结学习经验的有利时机。利用这个时机，帮助学生总结个人经验，分享他人经验，有利于学生的全面发展，也有利于提高本单元的教学成效。

## 6. 建议用 26 课时教学。

## ◎各小节教材说明和教学建议

# 第1节 数与代数

## 一、教材说明和教学建议

### (一) 教学目标

1. 使学生在具体的情境中,认识整数、小数、分数、百分数、负数的意义。
2. 使学生进一步理解四则运算在现实生活中的应用,能比较熟练地进行整数、小数、分数的四则运算及混合运算,提高运算能力。
3. 使学生会用字母表示数,会解简单的方程,会用方程解决简单的实际问题。
4. 使学生理解比和比例的相关意义,会判断两个相关联量之间的关系,会用比例的相关知识解决实际问题。
5. 使学生理解一些数量关系,会利用这些数量关系解决实际问题。使学生经历问题解决的过程,提高发现和提出问题、分析和解决问题的能力。
6. 使学生经历相关知识的探究过程,在此过程中体会和掌握一些基本的数学思想,积累基本的活动经验,感受数学的价值。

### (二) 内容安排

本节内容比较丰富,既有数与运算、代数初步、常见的量等方面的基础知识和基本技能,又有问题解决的一般过程与策略。

本节教材分成四段。

第一段为数的认识,着重复习小学阶段所学的数的概念。这部分内容从纵向看,包括整数、小数、分数、百分数的有关概念,也包括负数的初步认识。从横向看,可以归结为五个方面的内容,即数的意义、数的读法和写法、数的大小比较、数的性质、数的改写。此外,作为整数的性质与关系的研究,教材还安排了因数和倍数的复习。

第二段为数的运算,着重复习整数、小数、分数的四则运算。包括四则运算的意义、计算方法、运算定律及其应用。

第三段为式与方程,着重复习用字母表示数、简单的方程及其应用。

第四段为比和比例,着重复习比和比例的基本知识及其应用,以及正、反比例的概念。

常见的量的内容作为一种应用性知识,渗透在数学学习的方方面面,因此,没有安排专门的复习,可以在具体情境中带着复习。

这些内容中，数与运算是最基础的数学知识，式与方程、比和比例是数与运算进一步的抽象与发展，体现了初步的代数思维。

### （三）教学建议

#### 1. 注意概念的理解。

这部分复习内容概念比较集中，复习时可以通过让学生自己举出例证加以说明的方式重温概念的含义，并促进理解。这样也能避免机械背诵概念条文的做法。有些易混淆的概念可以通过对比、辨析，帮助学生搞清它们的异同点。那些有待进一步学习的概念，如负数、正比例与反比例等，就更不能追求讲深讲透，只要学生在教材给定的水平上，获得初步认识、初步理解就可以了。

#### 2. 重视计算能力的培养与提高。

小学阶段所学的数值计算都集中在本节，复习时要注意在理解算理、搞清算法之间内在联系与区别的基础上，合理安排练习。比如每天有计划、有侧重地练习一些口算和少量的混合运算，这样的分散练习比集中练习效果更好。

#### 3. 建议用 10 课时教学。

人教版®

## （四）具体内容的教材分析和教学建议

### 编写意图

(1) 在具体的情境中，回顾和整理小学阶段所学习的数，沟通各种数之间的关系，加强知识的联系与整合，构建数的认识的知识网络，突出数的应用，重视培养数感。

(2) “你学过哪些数？它们在生活中有哪些应用？”设置这一问题的目的在于让学生回顾学过的数，联系实际举例说明。

(3) 为了启发学生，教材提供第30届夏季奥林匹克运动会的4幅插图和有关资料。资料里涉及许多数，包括整数、小数、分数、百分数和负数，旨在举一反三，使学生联想到这些数在日常生活中更多的应用实例。不仅可以复习各类数的含义及其实际应用，还能练习它们的读法和写法。

## 6 整理和复习

### 1. 数与代数

#### 数的认识

你学过哪些数？它们在生活中有哪些应用？阅读下面的资料，你能发现什么？



第30届夏季奥林匹克运动会于2012年7月27日至8月12日在英国伦敦举行。来自205个国家和地区的代表队的总计10500名运动员参加了26个大项（含302个小项）的比赛。花费4.36亿英镑修建的主体育场“伦敦碗”可容纳8万观众。中国代表团共有396名运动员（男171名，女225名）参加比赛，约占总运动员人数的3.77%。中国获得了38枚金牌、27枚银牌和23枚铜牌，列金牌数和奖牌榜的第二位，其中金牌数约占总数302枚的八分之一。虽然金牌数比在北京举行的第29届奥运会出现了25.5%的负增长，但仍然取得了中国体育代表团参加在境外举办的历届奥运会的最好成绩。

72

### 教学建议

(1) 让学生自己收集数的有关信息。

课前可以布置学生收集生活中应用各种数的例子。上课时让学生结合自己收集的例子说说六年来学过了哪些数，分别举出生活中应用这些数的例子，并说明每个数的具体含义。学生发言时可能会提到无限循环小数、无限不循环小数（如 $\pi$ ），教师应加以肯定。

教材给出的资料可以作为补充材料使用。

(2) 对数的读法和写法进行复习。

可以请学生读一读教材资料中的数，应注意读得是否正确，也可以让其他同学边听边记

下这些数，以了解数的写法掌握情况，发现问题及时纠正。

(3) 注意在实际情境中复习数的知识。

除了让学生说出教材资料中每个数的名称与具体含义，教师还可以补充一些具有地方特色的数据或当前热点新闻中的某些数据，使数学更贴近学生的实际生活。

1. 你能把学过的数整理成图去表示吗? 这些数之间有什么联系?



2. 我们学过的数还可以在直线上表示, 请在直线上表示几个数。



3. 什么是十进制计数法? 数位和计数单位有什么区别? 填写下表, 你能提出什么问题?

	整数部分									小数点	小数部分			
	—	( ) 级	( ) 级	( ) 级	( ) 级	( ) 级	( ) 级	( ) 级	( ) 级		( ) 级	( ) 级	( ) 级	( ) 级
数位		亿	亿	亿	亿	亿	亿	亿	亿	亿		十分位	百分位	千分位
计数单位												十分之一	百分之一	千分之一

- 你能根据  $ax+b=c$  ( $a, b, c$  均为常数, 且  $a \neq 0$ ) 说明因数与倍数的含义吗?
- 小数点位置移动, 小数的大小会发生什么变化?
- 你能举例说明 1 万有多大, 1 亿有多大吗?

### 做一做

你能结合实际说明 0.5、 $\frac{1}{2}$ 、50% 的含义吗?

小数通常表示比单位小的数量, 如 1 元硬币 0.5 元。



## 编写意图

(1) 进一步启发学生回顾有关数的知识。通过 6 个例题, 提出更深入的问题, 分别涉及十进制计数法、数的大小比较、小数点移动引起小数大小变化的规律、因数和倍数等主要概念。通过这些问题的回答, 帮助学生比较系统地回顾、再现已学的有关数的主要知识。

(2) 教材首先通过例 1 鼓励学生回顾小学阶段学过的各种数, 并运用结构图等方式构建知识网络。例 2 是让学生自由地在数轴上表示几个数, 体现数形结合思想。例 3 是复习十进制计数法, 主要是让学生再次体验数位顺序表的逐步扩充过程, 感受数级、数位和计数单位之间的对应关系。通过对整数和小数相邻单位之间进率的回忆和整理, 让学生进一步体会十进制计数法。例 4 是对因数和倍数的复习。例 5 对分数、小数的相关性质进行复习。例 6, 让学生举例说明 1 万有多大、1 亿有多大, 目的是帮助学生理解大数的含义, 进一步发展学生的数感。

## 教学建议

(1) 引导学生自己整理知识。

应充分利用教材的留白, 发挥学生参与知识整理的主动性和积极性, 教师在此过程中注意查漏补缺即可。

教学例 1 时, 要为学生提供充分交流的平台, 可让学生先独立思考, 然后在小组内交流生活中应用这些数的例子。学生汇报时会有不同的整理方法和呈现方式, 只要合理就应肯定。

例 2 的数轴为学生提供了一个数形结合的直观模型, 可以设计学生之间的活动, 如: 一人说数, 一人表示数。

(2) 关注数的本质意义。

例 3, 可先放手让学生自己填写数位顺序表, 同时引导学生把分数单位和小数的计数单位联系起来, 使学生体会“单位”的作用。

例 5, 要联系实例进行比较, 在小数的末尾添上 0 或者去掉 0, 只改变小数的计数单位, 不改变小数的大小。如 0.50 是  $\frac{50}{100}$ , 而 0.500

是  $\frac{500}{1000}$ , 0.5 是  $\frac{5}{10}$ 。小数的性质与分数的基本性质是一致的, 可以用对应排列的两组等式来说明, 用分数的基本性质说明小数的性质, 能进一步理解小数的意义以及小数与分数的联系。

## 编写意图

(1) 通过练习使学生系统地掌握整数、小数、分数、百分数的意义,掌握十进制计数法和整数、小数数位顺序表,能正确并熟练地读、写整数与小数,比较数的大小,能熟练地进行小数、分数与百分数的互化。

(2) 第1~3题进一步复习有关数的知识,涉及的内容有数的意义和表示方法、数的改写与求近似数、数的大小比较、因数与倍数的概念以及有关计数单位的知识。旨在通过练习让学生联系实际巩固对数的意义的认识,复习多位数的改写(包括以万为单位和以亿为单位的近似数)、百分数与折扣的概念及其应用,进一步分清整数、小数各数位上的计数单位以及分数的分数单位,发展学生的数感,使学生深入体会数的实际应用。

## 练习十四

### 1. 填空。

- (1) 2008年8月3日,我国气象部门在新疆吐鲁番盆地测得了我国极端最高气温是 $49.7^{\circ}\text{C}$ ,可记作\_\_\_\_\_ $^{\circ}\text{C}$ 。1969年2月13日,我国气象部门在黑龙江漠河测得了我国极端最低气温零下 $52.3^{\circ}\text{C}$ ,可记作\_\_\_\_\_ $^{\circ}\text{C}$ 。
- (2) 如果 $a=3b$ ( $a, b, c$ 均为整数,且 $\neq 0$ ),那么 $a$ 和 $b$ 的最大公因数是\_\_\_\_\_,最小公倍数是\_\_\_\_\_。
- (3) 一种商品打七折销售,“七折”表示原价的( )%,如果这种商品原价是100元,付款时少付( )元。

### 2. 下表是有关中国、美国、俄罗斯和印度的陆地面积和人口的近似数据。

	陆地面积/万 $\text{km}^2$	内部陆地面积/万 $\text{km}^2$	2010年人口/万人	占世界总人口/百分比
中国	9600000	$\frac{2}{3}$	1345470000	19.7%
美国	9372834	$\frac{31}{500}$	310000000	4.5%
俄罗斯	17075400	$\frac{23}{200}$	140370000	2.1%
印度	2980000	$\frac{1}{55}$	1215940000	17.8%

- (1) 中国的人口居世界第一,人口数约为\_\_\_\_\_亿,印度人口数约为\_\_\_\_\_亿。(结果保留一位小数。)
- (2) 俄罗斯的陆地面积居世界第一,约为\_\_\_\_\_万平方千米,美国的陆地面积约为\_\_\_\_\_万平方千米。(结果保留一位小数。)
- (3) 根据上表,你能提出一个数学问题吗?

### 3. 说出下面各数中“2”表示的含义。

23      0.52       $\frac{2}{3}$       203.7

## 教学建议

(1) 第1题可先让学生独立解答,根据问题情境的具体内容选择合适的数,再组织交流。交流时要求学生联系实际说出填数时的想法,理解负数和正数、最大公因数和最小公倍数、百分数与折扣的概念及其意义,也可补充相关练习,进一步巩固学生对数的意义的认识,理解数之间的关系。

(2) 第2题可以让学生在独立练习后,说说如何改变大数的单位或求大数的近似数,感知大数改写和求近似数的方法。

(3) 第3题先让学生说说4个数中的数字

“2”表示的不同含义(2个十,或2个0.01,2个 $\frac{1}{3}$ ,2个百),使学生在练习中进一步掌握整数、小数、分数都是由若干计数单位构成的,数的构成方式的本质相同。



4. 填空,使每行的各数相等。

小数	分数	百分数
0.4		
	$\frac{1}{5}$	
		80%

5. 数字2, 3, 4, 5能组成多少个没有重复数字的两位数?

- (1) 这些两位数中,哪些是奇数?哪些是偶数?
- (2) 这些两位数中,哪些是质数?哪些是合数?
- (3) 这些两位数中,哪些是2的倍数?哪些是3的倍数?哪些是5的倍数?
- (4) 这些两位数中,2和3的公倍数是\_\_\_\_\_,3和5的公倍数是\_\_\_\_\_。

6. 判断对错,对的画“√”,错的画“×”。

- (1) 把0.56扩大100倍是560。 ( )
- (2) 0是正数。 ( )
- (3) 假分数的倒数一定都是真分数。 ( )
- (4) 所有的偶数都是合数。 ( )
- (5)  $a(a+1)$ 的所有因数都小于 $a$ 。 ( )

7. 找规律,填数。

- (1) 0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, ( ), ..., 这列数的每一项越来越大,越来越接近( )。
- (2)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, ( ), ( ), \dots$  这列数的每一项越来越小,越来越接近( )。

8. 比较 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ 的大小,你能发现什么?根据你发现的规律猜一猜 $\frac{17}{18}$ 与 $\frac{18}{19}$ 哪个更大,并进行验证。

9. 一箱苹果有40多个,如果把这箱苹果与8个装一盒,还剩余6个;如果每10个装一盒,也剩余6个,这箱苹果有多少个?

## 编写意图

(1) 这部分练习既注意基本的训练,又注意适当加强知识的灵活性、综合性运用,有利于进一步提高学生对数的认识。

(2) 第4题是小数、分数与百分数的互化练习,帮助学生巩固小数、分数和百分数之间的紧密联系。

(3) 第5、6题通过问答和判断,帮助学生复习有关奇数、偶数、质数、合数、因数、倍数、倒数、真分数、假分数等易混概念,同时复习巩固2、3、5的倍数的特征。

(4) 第7题通过找规律填数,发展学生的模型思想,同时渗透无限逼近的极限思想,让学生感受数学的魅力。

(5) 第8题通过引导学生比较数的大小,并找出这类数的特点,使学生利用转化的方法从不同角度

解决问题,通过 $\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3}$ 、 $\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$ 、 $\frac{4}{5} = 1 - \frac{1}{5}$ ,看到数的变化规律,让学生体会转化、函数、极限等数学思想方法。

## 教学建议

(1) 加强对数概念的理解。

第5、6题全面考查学生对相关数概念的理解情况,教学时应引导学生根据数的概念进行判断和解答。对于易混淆的概念,应引导学生通过讨论交流的方式予以强化,并用相关概念或举反例的方法说明。

(2) 让学生体会数学思想方法。

第7、8题,应引导学生通过观察、思考,紧密结合学生已有的数学知识和经验,适当拓展找规律的内容和呈现形式,如将数转化成算式等,丰富学生对规律的感性认识,体现找规

律的意义和作用,同时体会相应的数学思想方法,让学生感受数学的魅力。

(3) 对不同发展水平的学生提出不同的要求。

对于学有余力的学生,可适当安排他们完成教材中的星号题或其他的补充题,提高他们复习的兴趣,进一步发展他们思维的灵活性。如第9题,对于大多数学生来说有点难度,如果学生能通过尝试、猜想得出答案并验证,应予以肯定。对于学有余力的学生,则可鼓励他们学过的相关知识分析问题,进而综合运用知识灵活地解决实际问题。

## 编写意图

(1) 教材强调对四则运算意义的深入理解。首先通过例1引导学生回顾学过的运算,要求学生举例说明每种运算的意义,目的是在集体交流中,寻找所学过运算的原型,系统地构建运算的现实意义。其后,利用例2对整数、小数、分数的计算方法进行比较,找出它们的共同点和不同点,旨在通过讨论促进学生的深入理解。

(2) 例3,提醒学生注意四则运算中的一些特殊情况,引导学生系统整理0与1这些特殊数在四则运算中的特性。

(3) 例4,通过观察算式,引导学生体会每种运算各个部分之间的关系。例5,掌握用字母表示加减法之间、乘除法之间互逆关系的方法,使学生对四则运算有更加深刻的认识。

(4) 例6,鼓励学生交流四则混合运算的顺序,这是学生小学阶段正确运算的基础,也是上初中后进一步学习代数式运算的知识基础。

## 数的运算

1. 我们学过哪些运算?举例说明每种运算的意义。
2. 整数、小数、分数的四则运算有什么相同点?有什么不同点?
3. 在四则运算中,如果有0或1参与运算,有哪些特殊情况?
4. 观察下列算式,说一说四则运算之间的关系。

$$\begin{cases} 26+32=58 \\ 58-26=32 \\ 58-32=26 \end{cases} \quad \begin{cases} 1.6+2.7=4.3 \\ 4.3-1.6=2.7 \\ 4.3-2.7=1.6 \end{cases} \quad \begin{cases} 125 \times 8 = 1000 \\ 1000 \div 125 = 8 \\ 1000 \div 8 = 125 \end{cases} \quad \begin{cases} 2.5 \times 4 = 10 \\ 10 \div 2.5 = 4 \\ 10 \div 4 = 2.5 \end{cases}$$

5. 根据四则运算之间的关系,完成下列等式,你能用字母表示这些关系吗?

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \text{加数} + \text{加数} = \text{和} \\ \text{被减数} - \text{减数} = \text{差} \end{array} \right\} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{一个加数} = \\ \text{被减数} = \\ \text{减数} = \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{l} \text{乘数} \times \text{乘数} = \text{积} \\ \text{被除数} \div \text{除数} = \text{商} \end{array} \right\} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{一个乘数} = \\ \text{被除数} = \\ \text{除数} = \end{array} \right. \end{array}$$

你想出什么规律再验证这些关系?



6. 四则混合运算的顺序是怎样的?

## 做一做

计算下面各题,先想一想需要注意什么。

$$73.05 - 3.96 \quad 27.5 \times 1.4 \quad 3.12 \times 15 + 4.71 \quad 12.5 \times 28 - 193$$

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \quad \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \div 5 \quad \frac{5}{6} \times \frac{4}{9} \div \frac{10}{3} + \frac{7}{5}$$

76

## 教学建议

(1) 教学例1、例2时,可引导学生自己举例说明,不必求全,并通过相互交流,加深理解。必要时教师可以补充典型例子。如: $40 \pm 30$ ,  $0.4 \pm 0.3$ ,  $\frac{4}{9} \pm \frac{1}{3} = \frac{4}{9} \pm \frac{3}{9}$ , 这样更容易看出三者之间的共同点,都是把相同计数单位的数相加、减,区别只是整数、小数只要对齐数位就行了,而异分母分数需要通过通分转化为分数单位相同的分数,再相加、减。乘、除法运算,也可以通过这样的具体实例加以说明。

(2) 教学例2时,可鼓励学生自己整理0和1在四则运算中的特殊性,再全班交流。对于学习基础较好的班级,可以进一步启发学生找出什么情况下运算结果是原数( $a+0$ ,  $a-0$ ,  $a \times 1$ ,  $a \div 1$ ),什么情况下运算结果为0,如: $a-a$ ,  $a \times 0$ ,  $0 \div a$  ( $a \neq 0$ )。还可由同数相减、相除引出同数相加、相乘,让学生比较它们的区别。

(3) 例5,可以引导学生根据例4的实例进行适当归纳,学生只要能结合具体例子加以总结即可,不要求学生机械记忆。

2. 我们学过哪些运算定律? 请完成下表。

名称	举例	用字母表示
加法交换律	$15+28=28+15$	$a+b=b+a$
加法结合律		
乘法交换律		
乘法结合律		
乘法分配律		

四则混合运算, 有时可以运用运算定律使计算更加简便。

### 做一做

计算下面各题。

$$4 \times \frac{7}{9} + 4 \times \frac{2}{9}$$

$$\frac{8}{7} - \frac{3}{9} - \frac{5}{9}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \times 45$$

3. 举例说明估算的应用, 你知道哪些估算策略?

(1) 7.99+9.99与80比, 谁大?

(2)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$  比1大吗?

(3) 妈妈带100元去书店买书, 她买了两本文学书, 每本20.6元, 又花39.6元买了一本汉语词典; 之后, 妈妈还想买一本家庭菜谱, 有两本菜谱可供选择: 薄本的13.7元, 厚本的23.8元, 妈妈该如何买一下, 这时她的钱够买哪一本?

### 做一做

六年级有6个班, 1至5班的人数依次为: 43, 40, 41, 44, 42, 学校小礼堂有200个座位, 如果召开六年级毕业典礼, 需要加椅子吗?

## 编写意图

(1) 运算定律在数与运算中起着重要的作用, 比如加法结合律保证了加法运算结果的唯一性。加法竖式中分别先计算个位数相加、十位数相加, 再把两部分相加, 实际上也应用了加法交换律和结合律。例7, 旨在引导学生自主整理和归纳学过的运算定律, 鼓励学生结合实例用字母表示, 并结合相应习题使学生感知运算定律的作用。

(2) 例8, 引导学生举例说明估算的作用, 回顾估算的策略, 使学生深入感知估算在日常生活中的广泛应用。例如, 有时利用估算就能大致判断一个算式的结果范围。计算前估算, 可以帮助人们对运算结果有大致判断, 计算之后估算, 可以帮助人们对运算结果进行检验。而在解决实际问题时, 估算可以帮助人们快速、准确地解决一些不需要精确计算的问题。进一步发展学生的估算意识, 合理、灵活地使用估算策略, 是总复习阶段对学生在估算方面的总体要求。

## 教学建议

(1) 鼓励学生自主整理、归纳知识。

例7, 可让学生独立填表, 再全班交流。交流时学生只需用自己的语言描述出这五条运算定律即可, 不强求语言的统一, 更不要让学生去死记硬背。教师可以指出, 加法交换律、结合律能综合运用于连加运算, 加数经过交换、结合, 运算符号不变, 还是连加。乘法交换律、结合律也类似。只有乘法分配律涉及乘、加或乘、减两种运算。也可让学生研究一下除法有没有分配律, 和乘法分配律有什么区别。

(2) 发展学生的估算意识, 选择合理的估

算策略。

例8, 可以结合学生举例, 鼓励学生在解决问题的过程中选择恰当的方法进行估算, 并通过估算过程的说明对估算结果做出合理的解释, 帮助学生再次体会使用估算是由解决实际问题的需求决定的, 进一步发展学生的估算意识, 学会使用合理的估算策略。

(3) 鼓励学生用多种策略解决问题。

“做一做”, 学生可能会出现多种估算策略, 如“中间数法”“四舍五入”法等。教学时, 教师应鼓励学生运用多种策略进行估算, 并在交流过程中解释估算的思路和理由, 只要合理就应给予肯定, 帮助学生积累经验, 发展估算“直觉”。

## 编写意图

(1) 例9、例10主要复习用算术方法解决问题的一般思路和步骤。例9,通过学生之间的交流,总结出在解决问题时有哪些共同的步骤。例如,重点分析已知信息和问题之间的数量关系,然后根据四则运算的意义选择适当的运算方法列出正确的算式,计算,求得答案,检验,使学生掌握问题解决的一般步骤,并养成反思的良好习惯。

(2) 例10,通过一个稍复杂的“求比一个数多几分之几的数是多少”的两步分数乘法问题,引导学生经历例9所提出的问题解决各步骤。教材没有给出具体的解答步骤和方法,只是画出线段图,提示学生可以用画图的方法辅助思考,帮助分析数量关系,使学生掌握各种具体的问题解决策略。学生在解决此问题时,由于思考角度的不同,可以采用不同的解题策略,体现了策略的多样性。

例9 通过计算可以解决许多实际问题,解决实际问题时有哪些主要步骤?



例10 六年级举行“小发明”比赛,六(1)班同学上交32件作品,六(2)班比六(1)班多交 $\frac{1}{4}$ ,两个班共交了多少件作品?



### 做一做

1. 某店第一季度的营业额为45万元,第二季度的营业额为76.5万元,第二季度的营业额比第一季度增长了百分之多少?

2. 学生夏令营组织远足,原计划3小时走完11.25 km,实际2.5小时就走完了原定路程,实际比计划每小时多走多少千米?



78

## 教学建议

(1) 引导学生整理和掌握问题解决的一般步骤。

教学时,可在出示例9后,结合例10中的具体问题,启发学生独立思考,在小组内重点围绕以下几个问题进行讨论交流:第一,解决问题时一般可以分成几个主要步骤?每一步做什么?第二,分析数量关系时,你运用了什么方法?第三,需要借助线段图等直观手段吗?第四,解决问题时需要注意什么?使学生经历问题解决的完整过程,归纳并掌握问题解决的一般步骤。

(2) 重视问题解决策略的提高。

通过例10和“做一做”的教学,使学生体会到各种具体问题解决策略的重要性。例如,用线段图等数形结合的方式可以直观、生动、清晰地表示出抽象的数量关系。

(3) 帮助学生掌握常用的数量关系。

为了使学能顺利在解决问题的过程中分析数量关系,教师可以设计更多的情境,让学生在理解的基础上牢固掌握常用的数量关系,如:时间、速度和路程,单价、数量和总价,工效、时间和工作总量,单产量、数量和总产量,收入、支出和结余等。而其中很多数量关系又可以归结为“单位量 $\times$ 数量=总量”这一基本模型。

## 练 习 十 五

1. 计算。

$27+88=$	$910-540=$	$18+40=$	$910+70=$
$78-0.8=$	$3+12=$	$6.3+0.1=$	$36\div 25\% =$
$\frac{9}{4}+\frac{3}{4}=$	$3-\frac{2}{5}=$	$\frac{5}{6}\times\frac{3}{5}=$	$\frac{3}{2}\div\frac{3}{4}=$
$3.48+6.52=$	$1.02-0.43=$	$0.25\times 0.8=$	$12.6\div 3=$

2. 根据  $43\times 79=3397$ , 直接写出下面各题的得数。

$43\times 0.79=$	$0.43\times 7.9=$	$430\times 79=$	$4.3\times 790=$
$33.97\div 0.79=$	$339.7\div 43=$	$33970\div 79=$	$3397\div 7.9=$

3. 估算。

$803-207 \approx$	$798+205 \approx$	$23\times 498 \approx$	$632\div 69 \approx$
-------------------	-------------------	------------------------	----------------------

4. 估一估, 在  $\square$  里填上 “ $>$ ” 或 “ $<$ ”。

$59\div 9.9 \square 60$	$32\div 1.2 \square 32$	$57\times 0.8 \square 57$	$10.1\times 37 \square 370$
$8\div\frac{7}{5} \square 8$	$3.7\div\frac{5}{6} \square 2.7$	$\frac{7}{12}\times\frac{39}{7} \square 3$	$\frac{4}{9}\div\frac{10}{19} \square 1$

5. 计算。

$59\div 101$	$12.7-3.8-5.4$	$24\times(\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{7}{8})$
$2.5\div\frac{5}{8}\times\frac{7}{4}$	$\frac{8}{9}\times[\frac{3}{4}-(\frac{7}{16}-\frac{1}{4})]$	$12.5\times 8+12.5\times 8$

6. 用计算器计算左边一列题, 你能发现什么规律? 直接写出其他题目的得数。

$9\times 9-1=$	$98765\times 9-5=$
$99\times 9-2=$	$987654\times 9-6=$
$997\times 9-3=$	$9876543\times 9-7=$
$9976\times 9-4=$	$98765432\times 9-8=$

7. 已知  $x=\frac{31}{12}$ ,  $y=\frac{8}{15}$ ,  $z=\frac{7}{6}$ , 那么  $x, y, z$  的关系是 ( )  $\times$  ( ) = ( )。

19

## 编写意图

(1) 第 1~7 题主要练习四则运算及混合运算, 目的是提高学生的运算能力, 不仅要正确、熟练地计算, 还要根据运算对象的特征选择合适的运算策略。

(2) 第 1 题包含了整数、小数、分数、百分数的加、减、乘、除四则运算, 巩固基本的计算能力。第 2 题是小数乘法中因数的小数位数与积的小数位数之间的关系以及乘、除法之间互逆关系的直接应用。第 3、4 题是运用各种估算技能进行估计、比较, 复习一些具体的估算策略, 如把整数看成接近的整百数或几百几十, 如把  $632\div 69$  看成  $630\div 70$ , 也会根据计算的一些性质估计, 如  $32\div 1.2$  一定小于 32。第 5 题, 复习四则混合运算, 对于能利用运算定律简便计算的, 要尽量采取便捷的方式。第 6 题, 是对探索计算中的规律并加以应用的巩固练习。第 7 题, 让学生根据等式判断三个未知数的大小关系, 判断的方法很多, 重点在于培养推理能力。

## 教学建议

(1) 关注学生基础计算能力的提高。

在总复习阶段, 需要对学生在计算方面的基础能力进行全面的巩固和提高, 尤其是一些易错的题。如第 1 题中被除数和除数末尾有 0 的整数除法、分数和小数乘、除法, 都是学生计算时容易出错的。要引导学生在自主练习的基础上回顾算法。

(2) 引导学生采取合适的运算策略, 全面提高运算能力。

除了根据法则和运算律正确地进行运算, 还要引导学生寻求合理简洁的运算途径解决问

题。例如, 第 4 题让学生判断左边的算式与右边的数的相对大小时, 往往不需要学生计算出结果, 而是根据数的特点和运算的性质加以判断。例如,  $10.1\times 37$ , 因为  $10.1>10$ , 所以  $10.1\times 37>10\times 37$ 。

(3) 引导学生体会基本的数学思想。

第 6 题, 从左边一列题的算式和结果中发现规律, 并应用这一规律写出右边一列题的结果, 这一过程中, 既有模型的思想, 又有推理的思想, 要让学生注意体会和掌握。第 7 题, 不管是通过假设具体值的方法判断, 还是直接抽象判断, 都包含了丰富的数学思想, 如假设和推理的思想。

## 编写意图

(1) 第8~14题主要练习解决生活中的实际问题,目的是培养学生阅读理解、提取信息、分析数量之间关系以及解决实际问题的能力。

(2) 这些习题大多数能从不同角度分析解答,对学生理解问题、感悟数量关系、用合适的方法和策略解决问题提出了较高的要求。对于培养学生的审题意识,引导他们从不同角度分析、解决问题,切实培养学生解决实际问题的能力,有着重要意义。

(3) 第12、13、14题都是日常生活中的实际问题,需要在计算的基础之上,结合实际情形加以解决。第12题,既包含了平均数的知识,又包含了估算的知识,如果学生不了解一分钟的呼吸次数、心跳次数的信息,还需要学生亲自测量。第13题综合了时间计算、速度、时间和路程间数量关系的运用、估算等方面的知识。可把路程看成1500 km,时间看成6小时进行估算。第14题,还要考虑爸爸的臂长。

8. 六年级办公室买进一包白纸,计划每天用20张,可以用28天,由于注意了节约用纸,实际每天只用了16张,实际比计划多用多少天?

9. 一个旅游团占去年全年接待游客的 $\frac{1}{5}$ 万人,上半年接待游客数是全年的 $\frac{3}{5}$ ,第三季度接待游客数是上半年的 $\frac{3}{4}$ ,第三季度接待游客多少人?

10. 一种食用油,原来每升售价为4.0元,现在由于成本提高,单价提高了25%,原来买10 L的钱,现在能买多少升?

11. 小明一家二口开车从北京去距离560 km的外公家,汽车每100 km耗油8 L,按照这个耗油量,出发时加满60 L汽油,能到外公家吗?



12. 如果一个人的寿命是80岁,这个人一生的呼吸大约有多少次?心跳大约有多少次?你能提出一些数学问题并解决吗?

13. 下面是G35次列车途经站点的相关信息,你能估算一下这趟列车在行驶全程中(扣除停留时间)的平均速度大约是多少吗?

站次	站名	到达时间	开车时间	停留时间/分	里程/km
1	北京西		17:06	0	0
2	德州东	17:19	17:21	2	314
3	济南西	17:45	17:47	2	406
4	徐州东	18:50	18:52	2	692
5	商丘南	19:08	19:11	3	923
6	无锡东	19:55	19:57	2	1210
7	上海虹桥	16:25	16:31	6	1318
8	杭州	17:24		0	1487

14. 小红家客厅的顶灯需要更换一个灯泡,已知灯泡距地面2.6 m,爸爸身高1.80 m,小红搬了一个高0.6 m的凳子,爸爸能换上行吗?



80

## 教学建议

(1) 引导学生经历问题解决的完整过程,重视理解题意、回顾反思的落实。

要让学生经历理解题意、确定问题、寻找信息、分析数量关系、列式解答、回顾反思等各个步骤,形成一般性的问题解决能力。

由于学生理解题意的角度不同,思考的方式也会不同,只要能说出列式背后的数量关系,都应给予肯定。第8、10、11题,由于学生已经学习了用正、反比例解决问题,因此,也可以采用比例的思路加以解决。第8题,如果有学生想到较特殊的解法,如用28天节约

下来的纸张数除以实际每天用的纸张数即 $(20-16) \times 28 \div 16$ ,应予以肯定,但不可作为全体要求。

(2) 引导学生根据实际情况解决问题,提高知识的实际应用能力。

第12、13、14题,需要学生利用数据信息,从实际的情形出发,选择合适的问题解决策略。例如,三道题中有的无法精确计算,有的是没必要精确计算,有的是在精确计算的基础上再进行估算。如第14题中,爸爸的臂长多少虽然未知,但根据生活经验,举起来应该超过头顶0.2 m。

## 式与方程

我们知道,用字母表示数可以简明地表达数量、数量关系、运算定律和计算公式等,为研究和解决问题带来很多方便。

① 你会用字母表示什么?请在下表写出来。

数量	数量关系	计算公式	运算定律	其他
一班男生有 $a$ 人,女生有 $b$ 人,一共有 $(a+b)$ 人。	$a+b$	$V=Sh$	$a+b=b+a$	$\frac{b}{a} = \frac{x}{a} + \frac{b-x}{a}$ ABBAABBAAB—

② 想一想,在一个含有字母的式子里,数与字母、字母与字母相乘,书写时应注意什么?

### 做一做

连线。



为了求未知数,利用某种数量关系在已知数与未知数之间建立的等式关系就是方程。

③ 方程与等式有什么区别和联系?  
④ 你能举例说明等式的性质吗?

怎样解这类实际问题,用什么方法?

### 做一做

小云在跳绳比赛中跳了42下,她跳绳的数量是小云的 $\frac{3}{4}$ ,小云跳了多少下?  
(用方程解决问题。)



81

## 编写意图

(1) 通过复习式与方程的内容,使学生掌握用字母列出表达式,进而根据等量关系列出方程的方法,培养学生的代数思维。

(2) 例1,以“会用字母表示什么”为题,借助表格梳理,帮助学生从数量、数量关系、计算公式、运算定律等方面回顾所学知识,将已学知识系统化、结构化,提升学生自主归纳、总结的能力。

(3) 例2,让学生回顾代数表达式的正确写法,巩固用含字母的表达式表示某个数量的方法,这是根据等量关系列方程的基础。“做一做”采用连线搭配的方式,引导学生建立起文字表达与数学表达式之间的联系。

(4) 教材用通俗的语言指出了方程表示一种等量关系的实质。接着,安排例3、例4,启发学生回顾方程与等式的区别和联系,并对解方程的依据(即等式的性质)进行回顾与复习。通过小精灵的问题和“做一做”重温用方程解决实际问题的特点:用字母表示未知数,未知数参与列式,解方程。

## 教学建议

(1) 提升学生自主归纳的能力。

教师可先让学生回顾关于“式与方程”学过哪些内容,接着让学生阅读教材第81页,体会整理和复习的方法。例1,通过教材提供的示例,启发学生想到更多的例子。例2~例4及“做一做”都可先让学生自主独立思考,完成后再交流、评价。其中,“做一做”要注意形如 $a^3$ 、 $3a$ 、 $\frac{a}{3}$ 的式子用文字表达的含义及书写方法。在学生交流的过程中,教师应适时总结,让学生体验用字母表示数的作用,提

高用字母表达数量的能力。

另外,在用方程解决实际问题时,要结合“做一做”的练习,让学生经历用方程解答问题的过程与方法,尤其是如何找出数量之间的关系,如何回顾与反思。

(2) 引导学生深刻理解方程的意义,逐步建立代数思维。

复习时,要引导学生理解方程的实质是用一个等式把量与量之间的关系表示出来。在建立这种等量关系时,未知数与已知数的地位同等。因此,用方程解决实际问题时,可以使用顺向的思维理解数量关系。

## 编写意图

(1) 第1题,是根据题意写出字母表达式所表示的实际含义及代入求值的综合练习。第2题要求用字母表达式表示数量,并会代入求值。要求学生不仅要会使用符号表征具体的量,还要反过来理解符号表征表示的含义。

(2) 第3题,编入一道无需列方程就可顺向解决的问题,帮助学生克服思维定式,引导学生仔细分析数量关系,确定是否要使用方程。

(3) 第4题借助数形结合,启发学生探索规律。并学会用字母表达式表示出正方形个数与小棒根数之间的关系,即 $n$ 个正方形,小棒根数有 $4+3(n-1)$ 或 $1+3n$ 。第(2)小题是在此字母表达式的基础上代入求值。

(4) 第5题巩固解方程的方法,需要提醒学生自主检验。

(5) 第6、7题,让学生学会用字母表达式表示数或数列,初步建立函数的思想。尤其是第7题中自然数、奇数、偶数的一般表达式,为以后学习数列的知识打下基础。

(6) 第8题是巩固用方程解决实际问题。

## 教学建议

(1) 放手让学生自主巩固、探索。

练习时,可以给予学生提供足够的思考时间与空间独立完成。在此基础上,教师再给予适当的指导,对一些学生理解容易产生偏差的地方给以重点提示。

(2) 加强培养学生的代数思维。

用字母表达式表示出某个量,当字母的值变化时,这个量的值也跟着变化,字母的值和这个量的值之间存在着——对应关系,其实这就是一种朴素的函数思想。第1、2、4、6、7题,都明显地体现了这一点。例如,第7题,

## 练习十六

1. 学校买来 $a$ 个足球,每个 $x$ 元,又买来 $b$ 个篮球,每个 $y$ 元。

$9a$ 表示\_\_\_\_\_。

$58b$ 表示\_\_\_\_\_。

$58b-a$ 表示\_\_\_\_\_。

$9a+58b$ 表示\_\_\_\_\_。




如果 $a=45$ , $b=6$ ,则 $9a+58b=$ \_\_\_\_\_。

2. (1) 工地上有 $a$ 吨水泥,如果每天用去 $2.5$ 吨,用了 $b$ 天,剩下的吨数为\_\_\_\_\_。

(2) 已知 $a=100$ , $b=10$ ,剩下的吨数为\_\_\_\_\_。

3. 小丽家的草莓去年收获 $500$ kg,今年比去年增产 $x\%$ ,今年收获\_\_\_\_\_kg。

4. 用小棒摆正方形,如下图所示。

正方形的个数	图形	小棒的根数
1		4
2		$4+3$
3		$4+2 \times 3$
...	...	...

(1) 你发现了什么规律? 如果在 $n$ 个正方形,需要\_\_\_\_\_根小棒。

(2) 摆 $150$ 个正方形,需要\_\_\_\_\_根小棒。

5. 解方程。

$$x-0.25x=\frac{1}{3}$$

$$4+0.7x=102$$

$$\frac{x}{4}=30\%$$

$$\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}x=42$$

6. 三个连续的自然数,中间的那一个是 $a$ ,则 $a$ 的前边和后边分别是\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。

7. 当 $a$ 表示所有的自然数 $0, 1, 2, \dots$ 时, $2a$ 表示什么数?

$2a+1$ 呢?

8. 一台电视机打八五折后售价为 $2975$ 元,这台电视机原价是多少元?

当 $n=1$ 时, $2n=2$ , $2n+1=3$ 。第6题,三个连续自然数可以表示为 $a-1$ , $a$ , $a+1$ ,当 $a=8$ 时,三个自然数分别为 $7$ , $8$ , $9$ 。通过这样的“代入求值”的实例,培养学生的代数思维。

(3) 引导学生从多样化的角度写出字母表达式。

例如,第4题,在研究小棒的个数与正方形的个数时,比较容易想到的是 $4+3(n-1)$ 的表达式(如有学生列成 $4+3n$ ,可引导学生代入一个具体值验证一下)。但也有的学生是以1根小棒为基础,每增加一个正方形,就多3根小棒,因此,字母表达式为 $1+3n$ 。要引导学生发现这两种表达式之间的一致性。



9. 绿化队为一个居民社区栽花,栽月季花 240 棵,再加上 16 棵就是所栽丁香花棵数的 2 倍,栽了多少棵丁香花?



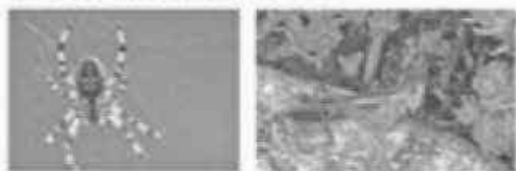
10. 丽丽正在读一本科普书,第一周读了 90 页,还剩下这本书的  $\frac{1}{3}$  没有读,这本科普书一共多少页?

11. 湖北丹江口水库于 2014 年向北京、天津、河南、河北等地供水,累计供水量 290 亿立方米,比北京密云水库供水量的 26 倍还多 4 亿立方米,密云水库蓄水量是多少?

12. 商店卖一种书包,如果每个售价为 150 元,那么售价的 60% 是进价,售价的 40% 是利润.现在要搞促销活动,为保证一个书包赚的钱不少于 30 元,应该怎样确定促销?

13. 小明家在电影院的正西 650 m,小冬家在电影院的正东 700 m,周末两人约好去看下午 3 时演映的电影,两人下午 2:45 同时从家出发走向电影院,小明每分钟步行 70 m,小冬每分钟步行 65 m,2:55 两人在电影院相遇吗?如果小明先到电影院不停留继续向东走,从出发到两人相遇用了多长时间?相遇地点距两电影院有多远?

14. 一个笼子里有 8 条腿的蜘蛛和 6 条腿的蜻蜓共 25 只,如果它们的总腿数有 170 条,那么蜘蛛和蜻蜓各有多少只?



## 编写意图

(1) 第 9~15 题都来源于生活,让学生体会数学的应用性.要求学生仔细分析数量关系,根据等量关系式,正确设未知数、列方程、解方程、检验,解决实际问题.

(2) 第 12 题,打破了学生常规思维方式,需要根据“(折后)售价-进价=赚的钱”的等量关系进行分析、解答,旨在发展学生灵活解决实际问题的能力.

(3) 第 13 题的综合性较强,涉及方位和时间、速度、路程的数量关系等知识.教材所提的 3 个问题可以分别转化成容易理解的数学问题.例如第 1 个问题问的就是 10 分钟后两人是否都能到达电影院.由于小冬家距离电影院更远,且速度更慢,则他所需要时间更长;如果他能按时到达,那么小明也可以.第 2、3 个问题是相遇问题中的两个相关问题,可以借助线段图帮助理解.

(4) 第 14 题是与“鸡兔同笼”模型相同的典型数学问题,由于涉及两个相关联的未知量,所以用方程解答思维过程更加清晰、简洁.

## 教学建议

(1) 引导学生重温用方程解决实际问题的步骤,交流用方程解决实际问题的经验.

练习时,引导学生回顾列方程解决问题的步骤,并对容易出问题的地方进行重点提示.

(2) 引导学生寻找情境中的等量关系.

在用方程解答时,虽然并不要求把等量关系书写出来,但寻找等量关系是列方程的关键.因此,要引导学生把涉及的量与量之间的关系梳理出来.例如,第 9 题,根据“240 棵月季花加上 16 棵是丁香花棵数的 2 倍”找出等量关系:丁香花棵数  $\times 2 = 240 + 16$ .

12 题,等量关系不易找出,可让学生通过交流,得出“可以先求折后售价”的结论.由于打折前后,进价不变,因此,折后售价-进价=30,而进价可由原价  $\times 60\%$  求得.

(3) 注重培养学生综合运用知识解决实际问题的能力.

第 13 题,可引导学生画出线段图,直观地表示出两个小朋友和电影院的相对位置关系,再利用相遇问题中的数量关系,解决所提出的问题.



## 编写意图

(1) 教材首先以小精灵提问的方式,引导学生复习比和比例的基础知识,比较它们的联系与区别。通过例1,借助表格梳理,引导学生重温比和比例的意义、各部分名称和基本性质,体现让学生自主归纳的思想。

(2) 例2,仍然借助表格的方式,梳理比和分数、除法的关系,把学生分散的知识点进行整合,学会整体地、一般性地把握知识,使知识融会贯通,体会变中有不变的思想。

(3) 例3,让学生回顾比的基本性质、分数的基本性质、商不变的规律之间的联系,揭示三者之间的密切联系和内在一致性。

(4) 例4,让学生复习正比例关系、反比例关系的概念,并通过生活中的实例说明两种量成正比例、反比例的判断方法,培养学生的函数思想。

### 比和比例

关于比和比例的知识,你知道什么?它们的联系与区别和联系?



1. 先在下表中写出比和比例的一些知识,再举例说明。

	比	比例
意义		
各部分名称		
基本性质		

2. 比与分数、除法有什么联系?先填写下表,再说一说它们的区别。

	联系				例子
	各部分名称				
分数	分子	分数线	分母	分数值	$\frac{3}{5}$
除法					
比					

3. 比的基本性质、分数的基本性质、商不变的规律之间有什么联系?

4. 你怎样判断两种相关联的量是成正比例关系还是成反比例关系?请举生活中的实例加以说明。

小朋友们可以一起尝试上面的问题。



## 教学建议

(1) 引导学生进行自主复习。

本节内容几乎涵盖了比和比例的全部知识点,教师可要求学生在课前对本节内容进行自主归纳与整理,形成知识体系。例如,让学生梳理比、比例、正(反)比例的前后承接关系,了解概念的逐步发展。通过课上交流,把自己整理过程中不够完备的地方进行补充、完善。

(2) 引导学生发现概念之间的联系与区别,形成知识网络。

除了让学生理清前面所述的比、比例、正(反)比例的概念之间的关系以外,还要像例

2、例3那样,把相关的概念、性质放在一起进行整理,使学生看到不同形式背后的一致性。如例2,除了让学生交流展示自己整理的结果,还可追问:能用一个式子来表示三者之间的关系吗?即 $\frac{a}{b} = a \div b = a : b (b \neq 0)$ ,并由此引出例3的问题,将表面上看似不同的三个知识整合为本质相同的“一个知识”。

(3) 加强函数思想的教学。

例4,通过实例理解、描述正、反比例的概念时,要注意强调“前提”,即在什么前提下,哪两个量成正比例关系?在什么前提下,哪两个量成反比例关系?

## 练 习 十 七

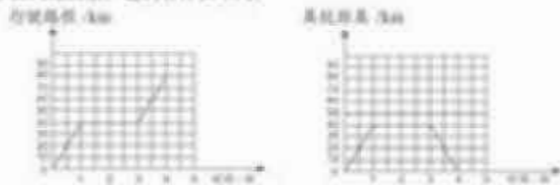
1. (1) 六年级男生有 40 人, 女生有 34 人, 男生与女生人数之比是\_\_\_\_\_。  
 (2) 小明身高 160 cm, 他一只脚也是 160 cm, 二者之比是\_\_\_\_\_。  
 (3) 小丽的脚长 23 cm, 她的身高是 161 cm, 她的脚长与身高之比是\_\_\_\_\_。  
 (4) 如果  $3a=5b$  ( $a, b \neq 0$ ), 那么  $a:b=$ \_\_\_\_\_。

2. 判断下面各题中的两个量是否成正比例或反比例关系。  
 (1) 全班人数一定, 出勤人数与缺勤人数。 (5) 已知  $xy=1$ ,  $y$  与  $x$ 。  
 (2) 已知  $\frac{x}{y}=3$ ,  $y$  与  $x$ 。 (6) 出油率一定, 花生的  
 (3) 三角形的面积一定, 它的底与高。 质量与生出的质量。  
 (4) 正方体的表面积与它的一个面的面积。

3. 水是由氢和氧按 1:8 的质量比化合而成的, 5.4 kg 的水含氢和氧各多少? 4. 伦敦奥运会一块金牌的黄金含量与金牌总量的比为 6:412, 一块金牌总量 412 g, 302 块金牌需要黄金多少克?

5. 北京到济南高速公路距离大约为 430 km, 北京到天津大约为 120 km, 一辆汽车从北京出发开往济南, 当行驶到天津时用了 1.5 小时, 按照这个速度, 北京到济南全程需要多少小时? 6. 在同一幅地图上, 量得甲、乙两地的直线距离是 20 cm, 甲、丙两地的直线距离是 12 cm, 如果甲、乙两地的实际距离是 1600 km, 那么甲、丙两地的实际距离是多少?

7. 六年级 (2) 班乘车去郊外果园采摘草莓, 汽车以 40 千米/时的速度行驶 1 小时到达果园, 在果园活动了 2 小时, 然后乘车以相同速度返回, 观察下面两幅图, 它们有什么不同?



15

## 编写意图

(1) 第 1 题是比和比例基本知识的应用。

(2) 第 2 题要求学生正确运用正比例或反比例关系的意义进行判断。有些题中虽然没有“显性”地指出哪个是常量, 但根据相关数量关系可以找到“隐藏”着的常量。

(3) 第 3、4 题, 是利用“按比分配”解决生活中的实际问题。同时让学生获得一些其他的信息, 如 2012 年伦敦奥运会共有 302 个小项目, 因此需要解决“302 块金牌需要黄金多少克”的问题。

(4) 第 5、6 题是比例的应用。解决第 5 题, 需要学生了解北京、天津、济南的相对位置关系。

(5) 第 7 题, 用图象分别描述行驶路程、离校距离是如何随着时间的变化而变化的。一方面, 使学生再次感受量与量之间的变化关系, 另一方面, 培养学生的读图能力。由于行驶路程和离校距离是两个不完全一致的概念, 通过两幅图中图象的比较, 引导学生发现两个图象在不同时间段的异同, 并理解背后的道理, 如为什么前两条线段是一样的, 第三条线段却不同。

## 教学建议

(1) 在独立思考、自主解决的基础上进行汇报交流。

第 1 题独立完成, 再集体订正。对于求比值与化简比, 学生很容易发生混淆, 可在此补充辨析。例如, 第 (2) 题, 二者之比为 1:1, 但不能写成二者之比是 1。

第 2 题, 可让学生先独立思考, 写出各题中的关系式, 再判断, 最后交流判断的依据和理由。

第 3~6 题都可让学生先独立思考, 再汇报解题思路。交流的过程中可让学生说一说在用

比和比例的知识解决实际问题时要注意什么。

(2) 引导学生体会和掌握数形结合的思想, 建立几何直观能力。

第 7 题, 可鼓励每一位学生都积极参与思考。一方面, 使学生看到可用图象直观地表述出抽象的文字信息; 另一方面, 使学生学会根据图象“读取”出相关的信息。引导学生看图时, 先看两幅图有哪些方面是相同的, 哪些方面是不同的; 再看它们分别描述的是哪个量随着哪个量的变化而产生的变化。再分析图象中每一段分别呈现什么特点, 分别代表什么意思。使学生提高读图能力, 建立几何直观能力。

## 二、教学设计或教学片段

### 课题：式与方程

**教学设计：**杨慧。

**教学内容：**教科书第 81 页内容，练习十六第 1~8 题。

**教学目标：**

1. 通过引导学生自主归纳，整理和复习小学阶段有关“式与方程”的知识，使学生形成“式与方程”的认知结构，提高系统整理复习的能力。

2. 使学生在自主整理和复习的过程中，体验用字母表示数的作用及方法，进一步建立符号意识，体会代数思想。

3. 使学生通过复习明确“等式与方程”之间的内在联系，整理和复习方程的意义、列方程和解方程的方法，培养学生的数学应用意识。

**教学重点：**

通过引导学生自主归纳，整理和复习小学阶段有关“式与方程”的知识。

**教学难点：**

在整理中构建“式与方程”的知识网络，掌握知识间的内在联系。

**教学过程：**

(一) 复习导入，揭示课题

1. 揭题。

师：今天我们继续整理和复习“数与代数”，这节课重点复习“式与方程”。

板书：式与方程。

2. 回顾。

师：关于“式与方程”学过哪些内容？

3. 阅读教科书第 81 页，引导学生体会整理和复习的方法。

(1) 打开教科书第 81 页。整理和复习时，我们可以根据学习的先后顺序系统地整理和复习，也可以借助教材提供的内容按边填写边回顾的方法进行整理复习。

(2) 给学生自主整理复习的时间，完成教科书第 81 页，有困难的问题可以在小组内小声交流。

(二) 梳理知识，沟通联系

可以按教材提供的先后顺序，组织学生上台交流整理和复习的成果。教师作为“组织者、引导者、合作者”适时指导、补充、评价。

1. 用字母表示数的意义和作用。

(1) 用字母表示数可以简明地表达数量、数量关系、计算公式和运算定律，为研究和解决

问题带来很多方便。

(2) 汇报第 1 题。

数量	数量关系	计算公式	运算定律	其他
一个班男生有 $a$ 人，女生有 $b$ 人，一共有 $(a+b)$ 人。	$s=vt$	$V=Sh$	$a+b=b+a$	$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a}$
一个班男生有 $a$ 人，女生有 $b$ 人，男生比女生多或少 $(a-b)$ 人。		$C=4a$ $S=a^2$	$(a+b)+c=a+(b+c)$	ABBABBABB……
每包有 $m$ 颗糖， $n$ 包有 $mn$ 颗糖。		$C=2(a+b)$ $S=ab$	$a \times b = b \times a$	cm、dm、m、km……
甲物需 $x$ 元，乙物需 $y$ 元，甲的价钱是乙的 $\frac{x}{y}$ 。		$C=\pi d=2\pi r$ $S=\pi r^2$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$	A <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;"> </span> B

学生汇报时，需要完整汇报用字母表示的四种数量和五个运算定律。其他部分只需要体会用字母表示比用文字表述更简明易记。特别是用字母表示计算公式，在后继整理复习中还会涉及，无需重复。

2. 用字母表示数的简写方法。

- (1) 在含有字母的式子里，字母中间的乘号可以记作“ $\cdot$ ”，也可以省略不写；
- (2) 数与字母相乘省略乘号时，要把数写在字母前面；
- (3) 字母中间的其他运算符号不能省略。如：加号、减号与除号都不可以省略。数与数之间的乘号也不能简写。

3. 实际运用。

完成“做一做”。

- (1) 展示连线作业。
- (2) 师：你觉得在这些用字母表示的式子中，我们曾经出现过哪些问题？

提醒学生注意  $a^3$ 、 $3a$ 、 $\frac{a}{3}$  这三个式子表示的含义。

4. 揭示等式与方程的关系。

- (1) 由学生汇报自己整理的结果：等式表示相等关系的式子，含有未知数的等式叫方程。
- (2) 教师帮助学生学会阅读：教材中强调了“方程”表示的是一种“关系”，请你用红笔勾划，并说说你的理解。

5. 等式的性质。

- (1) 等式两边加上或减去同一个数，左右两边仍然相等。
- (2) 等式两边乘同一数，或除以同一个不为 0 的数，左右两边仍然相等。

6. 用方程解决问题。

- (1) 用方程解决问题的特点是：用字母表示未知数，未知数参与列式。

(2) 用方程解决问题的步骤如下:

- ①找出未知数,用字母  $x$  表示;
- ②分析实际问题中的数量关系,找出等量关系,列方程;
- ③解方程并检验作答。

(3) 完成“做一做”,展示订正。

(三) 实际运用,增强理解

1. 自主练习,集体订正。

(1) 自主完成练习十六第 1~3 题。

(2) 集体订正,纠正错误。

(3) 指出需要注意的问题:

- ①第 1 题,代入求值的书写格式;
- ②第 2 题,剩下  $(a-2.5b)t$ ;
- ③第 3 题,根据“今年比去年增产两成”,用算术方法解答,得到今年收获 600 kg。

2. 指导练习,提升思维。

(1) 出示第 4 题,找规律。

出示时,在“小棒的根数”一栏中的数据可以全部空缺,也可只给出第一幅图中的数据“4”,尊重学生理解、认识、思考的差异,允许出现“多样化”结论。

(2) 交流互动,分享成果。(教师之前有目的收集思考结果,依次展现,逐步优化,提升学生思维。)

①小棒的根数: 4,  $4+3$ ,  $4+3+3$ ,  $4+3+3+3$ , ..., 那么第  $n$  个正方形就要  $4+3(n-1)$  根小棒。

②小棒的根数: 4,  $4+3\times 1$ ,  $4+3\times 2$ ,  $4+3\times 3$ , ..., 那么第  $n$  个正方形就要  $4+3(n-1)$  根小棒。

③小棒的根数: 4, 7, 10, 13, ..., 那么第  $n$  个正方形就要  $3n+1$  根小棒。

④小棒的根数:  $3\times 1+1$ ,  $3\times 2+1$ ,  $3\times 3+1$ ,  $3\times 4+1$ , ..., 那么第  $n$  个正方形就要  $3n+1$  根小棒。

.....

(3) 在这几种思考方法中,你最喜欢哪一种,为什么?

(4) 小结:对于有规律性的事物,无论是用数还是字母或图形都可以反映相同的规律,只是表达形式不同。

(四) 独立练习,巩固提高

完成作业:练习十六第 5~8 题。

### 三、备课资料

#### “数与代数”第二学段内容分析<sup>①</sup>

“数与代数”课程内容在第二学段设置了五个部分，分别是数的认识，数的运算，式与方程，正比例、反比例，探索规律。

##### (一) 课程内容对比分析

主题	《标准(实验稿)》	《标准(2011年版)》
数的认识	<p>1. 在具体的情境中，认、读、写亿以内的数，了解十进制计数法，会用万、亿为单位表示大数。</p> <p>2. 进一步认识小数和分数，认识百分数；探索小数、分数和百分数之间的关系，并会进行转化（不包括将循环小数化为分数）。</p> <p>3. 会比较小数、分数和百分数的大小。</p> <p>4. 在熟悉的生活情境中，了解负数的意义，会用负数表示一些日常生活中的问题。</p> <p>5. 结合现实情境感受大数的意义，并能进行估计 [参见例 1]。</p> <p>6. 进一步体会数在日常生活中的作用，会运用数表示事物，并能进行交流。 [参见例 2 和例 3]。</p> <p>7. 在 1~100 的自然数中，能找出 10 以内某个自然数的所有倍数，并知道 2, 3, 5 的倍数的特征，能找出 10 以内两个自然数的公倍数和最小公倍数。</p> <p>8. 在 1~100 的自然数中，能找出某个自然数的所有因数，能找出两个自然数的公因数和最大公因数。</p> <p>9. 知道整数、奇数、偶数、质数、合数。</p>	<p>1. 在具体情境中，认识万以上的数，了解十进制计数法，会用万、亿为单位表示大数。</p> <p>2. 结合现实情境感受大数的意义，并能进行估计（参见例 23）。</p> <p>3. 会运用数描述事物的某些特征，进一步体会数在日常生活中的作用（参见例 24）。</p> <p>4. 知道 2, 3, 5 的倍数的特征，了解公倍数和最小公倍数；在 1~100 的自然数中，能找出 10 以内自然数的所有倍数，能找出 10 以内两个自然数的公倍数和最小公倍数。</p> <p>5. 了解公因数和最大公因数；在 1~100 的自然数中，能找出一个自然数的所有因数，能找出两个自然数的公因数和最大公因数。</p> <p>6. 了解自然数、整数、奇数、偶数、质（素）数和合数。</p> <p>7. 结合具体情境，理解小数和分数的意义，理解百分数的意义（参见例 25）；会进行小数、分数和百分数的转化（不包括将循环小数化为分数）。</p> <p>8. 能比较小数的大小和分数的大小。</p> <p>9. 在熟悉的生活情境中，了解负数的意义，会用负数表示日常生活中的一些量。</p>

<sup>①</sup> 王光明、范文贵主编：新版课程标准解析与教学指导（小学数学），北京师范大学出版社 2012 年版，第 102 页。

主题	《标准（实验稿）》	《标准（2011年版）》
数的运算	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 会口算百以内一位数乘、除两位数。</li> <li>2. 能笔算三位数乘两位数的乘法，三位数除以两位数的除法。</li> <li>3. 能结合现实素材理解运算顺序，并进行简单的整数四则混合运算（以两步为主，不超过三步）。</li> <li>4. 探索和理解运算律，能应用运算律进行一些简便运算。</li> <li>5. 在具体运算和解决简单实际问题的过程中，体会加与减、乘与除的互逆关系。</li> <li>6. 会分别进行简单的小数、分数（不含带分数）加、减、乘、除运算及混合运算（以两步为主，不超过三步）。</li> <li>7. 会解决有关小数、分数和百分数的简单实际问题。</li> <li>8. 在解决具体问题的过程中，能选择合适的估算方法，养成估算的习惯 [参见例4~例6]。</li> <li>9. 能借助计算器进行较复杂的运算，解决简单的实际问题，探索简单的数学规律 [参见例7]。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能计算三位数乘两位数的乘法，三位数除以两位数的除法。</li> <li>2. 认识中括号，能进行简单的整数四则混合运算（以两步为主，不超过三步）。</li> <li>3. 探索并了解运算律（加法的交换律和结合律、乘法的交换律和结合律、乘法对加法的分配律），会应用运算律进行一些简便运算。</li> <li>4. 在具体运算和解决简单实际问题的过程中，体会加与减、乘与除的互逆关系。</li> <li>5. 能分别进行简单的小数、分数（不含带分数）加、减、乘、除运算及混合运算（以两步为主，不超过三步）。</li> <li>6. 能解决有关小数、分数和百分数的简单实际问题。</li> <li>7. 在具体情境中，了解常见的数量关系：总价=单价×数量、路程=速度×时间，并能解决简单的实际问题。</li> <li>8. 经历与他人交流各自算法的过程，并能表达自己的想法。</li> <li>9. 在解决问题的过程中，能选择合适的方法进行估算（参见例26、例27）。</li> <li>10. 能借助计算器进行运算，解决简单的实际问题，探索简单的规律（参见例28）。</li> </ol>
式与方程	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 在具体情境中会用字母表示数。</li> <li>2. 会用方程表示简单情境中的等量关系。</li> <li>3. 理解等式的性质，会用等式的性质解简单的方程（如 <math>3x+2=5</math>, <math>2x-x=3</math>）。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 在具体情境中能用字母表示数。</li> <li>2. 结合简单的实际情境，了解等量关系，并能用字母表示。</li> <li>3. 能用方程表示简单情境中的等量关系（如 <math>3x+2=5</math>, <math>2x-x=3</math>），了解方程的作用。</li> <li>4. 了解等式的性质，能用等式的性质解简单的方程。</li> </ol>



主题	《标准（实验稿）》	《标准（2011年版）》
正比例、反比例	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 在实际情境中理解什么是按比例分配，并能解决简单的问题。</li> <li>2. 通过具体问题认识成正比例、反比例的量。</li> <li>3. 能根据给出的有正比例关系的数据在有坐标系的方格纸上画图，并根据其中一个量的值估计另一个量的值 [参见例 8]。</li> <li>4. 能找出生活中成正比例和成反比例量的实例，并进行交流。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 在实际情境中理解比及按比例分配的含义，并能解决简单的问题。</li> <li>2. 通过具体情境，认识成正比例的和成反比例的量。</li> <li>3. 会根据给出的有正比例关系的数据在方格纸上画图，并会根据其中一个量的值估计另一个量的值（参见例 29）。</li> <li>4. 能找出生活中成正比例和成反比例关系量的实例，并进行交流。</li> </ol>
探索规律	探求给定事物中隐含的规律或变化趋势 [参见例 9 和例 10]。	探索给定情境中隐含的规律或变化趋势（参见例 30、例 31）。

“数与代数”课程内容在第二学段共设置了五个方面：数的认识，数的运算，式与方程，正比例、反比例，探索规律。整体上看，增加或调整的内容主要包括：增加“在具体情境中，了解常见的数量关系：总价=单价×数量、路程=速度×时间，并能解决简单的实际问题”“结合简单的实际情境，了解等量关系，并能用字母表示”。删除了“比较分数的大小”“探索小数、分数和百分数之间的关系”“养成估算的习惯”“会口算百以内一位数乘、除两位数”。

## （二）课程内容主题变化分析

### 1. “数的认识”变化分析

变化之一：课程内容容量及顺序变化

《标准（实验稿）》和《标准（2011年版）》都有 9 条具体目标来表征，大致相近的目标条目对应是：1 对应 1（简记 1—1，以后同类型记号意思类同），2—7、3—8、4—9、5—2、6—3、7—4、8—5、9—6。虽然容量变化不大，但顺序发生了较大的变化，这种必要的调整是基于实验阶段的经验总结，目的是使学生的学习更加符合其认知规律。

变化之二：课程内容目标用词变化

对整数的认识，《标准（2011年版）》有具体目标 1 和 2。对 1 而言，目标动词从《标准（实验稿）》的“认、读、写”亿以内的数变为“认识”万以上的数，具体目标 2 的表述和《标准（实验稿）》的具体目标 5 一致。在小学高年级，对数进行深层次的认识是认识客观存在数量差异的需要，在第一学段要求在生活情境中感受大数的意义，第二学段情境的范围有所扩大，要求在现实情境中感受大数的意义。如创设情境 100 万张纸大约有多厚？你的心跳 100 万次大约需要多长时间？学生可以通过操作、实验、观察、思考等活动，加上想象、估计，会对大数有一个直观切身的感受。当然在对大数进行估计的时候，选择合适的单位很重要。如估计教室到学校图书馆有多远，就应当选用米作单位，而从家到学校有多远，就要选择千米作单位，估计太阳到地球的距离就要用光年作单位。创设切合实际的具体情境可以增强学生的数感。

对分数、小数、百分数的认识,《标准(2011年版)》的具体目标是7、8。就《标准(2011年版)》的7与《标准(实验稿)》的2而言,目标动词的变化是明显的,《标准(2011年版)》用了“理解、会”,《标准(实验稿)》用了“进一步、探索、会”。其实分数、小数是人们认识客观存在数量关系的需要,也是数学用来表征、解释现实世界复杂性的需要,学习这些知识是必要的,但比学习整数要困难,无论在意义的理解、书写的形式、计算单位和法则等方面都有一定的困难,因为分数、小数在学生的生活经验中并不常见。百分数是特殊的分数,其数量上的意义与分数完全相同。由于百分数在实际应用中有特殊性,所以将百分数作为一个专门的内容学习,学习的重点在于用百分数表示现实生活中的实际问题。在学习了小数、分数和百分数之后,通过具体的问题帮助学生了解小数、分数和百分数的含义以及它们的联系。

对负数的认识,《标准(2011年版)》是第9条表述,实验稿是第4条。两者表述基本一致。对于小学生来讲,理解负数的意义是有一定难度的。而在具体的生活情境中可降低理解的难度。例如,可以利用气温的变化来体会负数,零度以上的用正数表示,如“零上5摄氏度”可表示为“+5℃”,零度以下的用负数表示,如“零下5摄氏度”可用“-5℃”表示。还有收入、支出等,实例很多。

对数的整除性的认识。标准中分别安排了3条,《标准(2011年版)》中是4、5、6,《标准(实验稿)》对应的是7、8、9。《标准(实验稿)》和《标准(2011年版)》在目标用词方面差异较大。《标准(2011年版)》中第4条、第5条调整了《标准(实验稿)》的表述次序,用了“知道、了解、能找出”等行为动词,更加符合逻辑关系,第6条用了“了解”,而《标准(实验稿)》用的是“知道”,虽属同类词,但要求有一点差别。

对数的简单应用的认识。《标准(2011年版)》是具体目标3表征,《标准(实验稿)》是具体目标6表征。《标准(2011年版)》表述为“会运用数描述事物的某些特征,进一步体会数在日常生活中的作用”,而《标准(实验稿)》表述为:进一步体会数在日常生活中的作用,会运用数表示事物,并能进行交流。

### 变化之三:课程内容案例分析变化

《标准(实验稿)》和《标准(2011年版)》都有3个案例,《标准(实验稿)》中的例1类似于《标准(2011年版)》中的例23;《标准(实验稿)》中的例2类似于《标准(2011年版)》中的例24;而《标准(实验稿)》中的例3则替换成《标准(2011年版)》中的例25:说明 $\frac{1}{4}$ , 0.25, 25%的含义。从含义的角度让学生体会和感悟有理数不同的表示方法蕴藏的差异,有助于学生正确地理解数的表示功能。真分数通常表示部分与整体的关系,如全班同学的 $\frac{1}{4}$ ;小数通常表示具体的数量,如一支铅笔0.25元;百分数是同分母(统一标准)的比值,便于比较,如,去年增长21%,今年增长25%。

### 2. “数的运算”变化分析

#### 变化之一:课程内容容量及顺序变化

本主题是“数的运算”,“数的运算”内容贯穿于整个小学阶段,是数学学习分量比较重、

占用学习时间比较多的内容。对于“数的运算”课程标准是从四个方面来阐述的：整数的运算，分数、小数和百分数的运算，估算、计算器及算法的交流，问题解决与常见的数量关系。《标准（实验稿）》与《标准（2011年版）》分别有9条和10条具体目标来表征，其中《标准（实验稿）》中的第1条“能口算一位数乘除两位数”在《标准（2011年版）》中移到了第一学段。《标准（2011年版）》增加了第7条和第8条，增加这两条，为小学数学课程与教学中的问题解决提供了一个重要基础。其他各条《标准（实验稿）》与《标准（2011年版）》大致相近，其对应关系是2—1、3—2、4—3、5—4、6—5、7—6、8—9、9—10。容量方面发生了些许变化，顺序变化不是很大。

#### 变化之二：课程内容目标用词变化

整数的运算方面。《标准（2011年版）》中具体目标1~4是表述这方面要求的。对《标准（2011年版）》中具体目标1至3而言，从《标准（实验稿）》到《标准（2011年版）》的变化是：“能笔算”变为“能计算”，“能结合现实素材理解运算顺序，并进行简单的……”变为“认识中括号，能进行简单的……”，“探索和理解……能应用……”变为“探索并了解……会应用……”。

分数、小数和百分数运算方面。《标准（实验稿）》和《标准（2011年版）》中都有2条具体目标表述。目标动词由“会”变为“能”，这个学段分数和小数的运算要求相对比较高，不仅要学习分数、小数的加、减、乘、除四则运算，并且要进行必要的混合运算。小数虽然也是十进关系，但有一个小数点的处理，就比整数要复杂一些。而分数运算由于分数单位的不确定性，导致运算的复杂程度也有所提高。对于百分数没有专门提出运算的要求，百分数的运算只是在解决相关的问题过程中用到，百分数的单位就是 $\frac{1}{100}$ ，对于运算并不难。

估算、计算器及算法的交流方面。《标准（2011年版）》分别是具体目标8、9、10表征的，《标准（实验稿）》中则是具体目标8和9，《标准（2011年版）》增加的第8条，用了动词“经历……能表达……”，强调学生在解决问题的过程中交流算法与表达想法的重要性，而与之对应的两条除了将《标准（实验稿）》中“养成估算的习惯”在《标准（2011年版）》中删除外，其余的目标用词没有变化。

问题解决与常见数量关系方面。仅在《标准（2011年版）》中有要求，即新增加的第7条具体目标。这一条对小学数学中的数量关系的两个基本的模型之一——乘积模型进行了具体要求，明确了在具体情境中，建立数量之间的关系式，并通过简单实际问题的解决，培养问题解决能力。

#### 变化之三：课程内容案例分析变化

关于本主题，《标准（实验稿）》中有4个案例，《标准（2011年版）》中有3个案例。《标准（实验稿）》中的例4类似于《标准（2011年版）》中的例26，例5类似于例27，而例6在《标准（2011年版）》中没有出现，例7类似于例28，但题意差异较大，例7是一道开放性试题，例28则是一道封闭性试题，两道题都是探索规律的好题。

### 3. “式与方程”变化分析

#### 变化之一：课程内容容量及顺序变化

主题3是“式与方程”。在这一学段正式引入字母表示数和简易方程，这是学生数学学习的又一次抽象。式与方程《标准（实验稿）》中有3条具体目标，《标准（2011年版）》中有4条具体目标。《标准（实验稿）》与《标准（2011年版）》中的具体目标1表述一致，《标准（2011年版）》中的具体目标2是对《标准（实验稿）》中具体目标1的进一步深化。《标准（实验稿）》中的2与《标准（2011年版）》中的具体目标3近似，《标准（实验稿）》中的具体目标3与《标准（2011年版）》中的具体目标4类似。

#### 变化之二：课程内容目标用词变化

《标准（实验稿）》中的目标2与《标准（2011年版）》中的目标3使用的目标动词由“会用……”变为“能用……”，并增加了“了解方程的作用”。《标准（实验稿）》中的目标3与《标准（2011年版）》中的目标4目标动词由“理解……会用……”变为“了解……能用……”。除新增的具体目标2外，《标准（实验稿）》中的目标1与《标准（2011年版）》中的目标1表述一致。

从数到代数是数学表征的一次飞跃，数对于它所代表的具体事物来说是抽象的，而用字母表示数是又一次抽象。对于小学生来说，初步建立代数的思想具有一定的挑战性。在具体的情境中使学生感知字母表示数的含义，并了解这种表示方法的作用，进而，初步体验符号在数学表示中的作用，初步建立符号意识。可以设计学生熟悉的生活情境，让学生感受字母表示数和用字母表示某些数量关系的价值与意义。

简易方程的引入为学生提供了用代数方法解决问题的途径。小学阶段解决问题的基本方式是算术方法，基本的数量关系是求和关系与求积关系，基本上是根据加减乘除四则运算的含义，分析问题中的数量关系，列出一个算式。在列算式的过程中，启发学生适当地引入字母，进入代数思维，并能建立简单的方程及用等式性质尝试去解方程，虽然从算术方法到代数方法可能显得比较烦琐，但必须创设情境介入，这是思维发展的客观要求。

#### 4. “正比例、反比例”变化分析

##### 变化之一：课程内容容量及顺序变化

本主题是“正比例、反比例”。正比例和反比例是一类常用的数量关系。对于正比例、反比例，《标准（实验稿）》与《标准（2011年版）》中都有4条具体目标，两个标准在容量和次序方面没有变化。

##### 变化之二：课程内容目标用词变化

《标准（实验稿）》中的具体目标1、2、4与《标准（2011年版）》中的具体目标1、2、4使用的目标动词基本一致。《标准（实验稿）》中的具体目标3与《标准（2011年版）》中的具体目标3的目标动词由“能……”变为“会……”。

正比例、反比例这部分内容的学习是函数思想在小学的体验。在现实中，有许多数量关系可以表示为成正比例的量 and 成反比例的量，其本质是两个量按一定的比例关系发生变化。如果一个量增加（减少），另一个量按一定的比例增加（减少），则两个量是成正比例的量。如果一个量增加（减少），另一个量按一定的比例减少（增加），则两个量是成反比例的量。如果分别用 $x$ 和 $y$ 表示两个量，前者可以表示成 $y=ax(a>0)$ ；后者可以表示成 $y=a/x$ ，或 $xy=a$ 。

( $a > 0$ )。正比例和反比例的关系本质上是函数关系，小学阶段并不出现函数的概念，而仅是让学生具体感知两个量之间的关系。学习中应与实际情境紧密联系，用学生可以理解的方式呈现这方面的内容，引导学生从数量之间关系、两个量之间变化的规律的角度来理解和掌握其内容。

#### 变化之三：课程内容案例分析变化

《标准（实验稿）》和《标准（2011年版）》都有1道题意基本一致的案例。只是数据及条件略有变化而已，分享如下。

例 29：彩带每米售价 3.2 元，购买 2 米，3 米……10 米彩带分别需要多少元？在方格纸上把与数对（长度，价钱）相对应的点描出，并且回答下列问题：

- (1) 所描的点是否在一条直线上？
- (2) 估计一下，买 1.5 米的彩带大约要花多少元？
- (3) 小刚买的彩带长度是小红的 3 倍，他所花的钱是小红的几倍？

[说明] 希望学生感受成正比例关系的一组数对所对应的点在一条直线上，并且能够借助图形进行数据的估计。

教学中引导学生在描点之前，先建立下面的表格，有利于直观地理解正比例关系，并为描点作准备。

长度/米	0	1	2	3	4	5	6	7	…
价钱/元	0	3.2	6.4	9.6	12.8	16	19.2	22.4	…

#### 5. “探索规律”变化分析

本主题是“探索规律”。由《标准（实验稿）》“探求给定事物中隐含的规律或变化趋势”变为《标准（2011年版）》的“探索给定情境中隐含的规律或变化趋势”。用词更加清楚准确。《标准（实验稿）》和《标准（2011年版）》中都有2个案例。《标准（实验稿）》中的例 10 与《标准（2011年版）》中的例 30 一致。《标准（实验稿）》中的例 9 变为《标准（2011年版）》中的例 31，类属于熟知的“鸡兔同笼”问题。

## 四、评价建议与评价样例

以“式与方程”“比与比例”为例，提出以下评价建议，设计若干评价样例，供参考。

### （一）评价建议

知识技能的评价可以围绕这样两点进行：（1）学生对概念的理解与应用。（2）学生能否应用相关知识解决实际问题，包括：问题解决的一般步骤；能否从不同的角度收集信息并解决问题？面对逆向思维的问题时能否找出相应的等量关系列方程解决？

### （二）评价样例

#### 1. 填空。

- (1) 一支圆珠笔  $n$  元，一支钢笔的价格比它的 3 倍还多 8 元，钢笔的单价是（    ）元。

(2) 学校买了  $a$  个足球, 买的足球个数是篮球的 2 倍, 学校买了 ( ) 个篮球。

(3) 某款手机  $m$  元, 现在打七五折出售, 可便宜 ( ) 元。

(4) ( )  $\div 15 = 3 : ( ) = \frac{12}{( )} = 0.6 = ( )\%$ 。

(5)  $c$  是  $d$  的 4 倍, 那么  $d : c = ( ) : ( )$ 。

(6)  $\frac{3}{8} : \frac{1}{4}$  的比值是 ( ), 最简整数比是 ( )。

(7) 甲、乙、丙三个数的比是  $5 : 8 : 9$ , 三个数的平均数是 220, 这三个数分别是 ( ), ( ), ( )。

(8) 白兔比黑兔多  $\frac{3}{8}$ , 白色与黑兔的只数比是 ( )。

(9) 甲数的  $\frac{2}{3}$  等于乙数的  $\frac{3}{4}$ , 甲数和乙数的比是 ( )。

(10) 把  $\frac{7}{3}$  的分子加上 6, 要使分数值不变, 分母应该乘 ( )。

(11) 一本书共有  $d$  页, 小东每天看  $e$  页, 看了  $f$  天后还剩 2 页, 小东看了 ( ) 页, 还可以认为他看了 ( ) 页。

(12) 分母相同的两个最简分数的和是  $\frac{9}{10}$ , 它们分子的比是  $7 : 11$ , 这两个数分别是 ( ) 和 ( )。

## 2. 解方程。

$$\frac{2}{5}x = 5.4$$

$$x \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{6}$$

$$8x \div \frac{1}{2} = \frac{3}{5}$$

$$8.9x + x = 2.2$$

$$0.8x - 3.4 = 3.6$$

$$1 - \frac{5}{6}x = \frac{3}{8}$$

## 3. 解决问题。

(1) 一瓶洗衣液, 第一周用了这瓶洗衣液的  $\frac{3}{8}$ , 第二周用了这瓶洗衣液的 25%, 还剩 0.6 L, 这瓶洗衣液原有多少升?

(2) 学校运来 40 捆树苗, 每捆 10 棵, 按  $4 : 6$  分给五、六年级学生种植, 每个年级各分得多少棵树苗?

(3) 甲、乙两个工程队合修一条水渠, 甲工程队先修了 4500 m 后, 乙工程队修了剩下的  $\frac{3}{7}$ , 还剩 2000 m。这条水渠长多少米?

(4) 客、货两车分别从甲、乙两地同时相向而行, 相遇时客车与货车所行路程的比是  $7 : 4$ 。已知, 客车从甲地行驶到乙地需要 8 小时, 货车每小时行驶 48 km。甲、乙两地相距多少千米?

## 第2节 图形与几何

### 一、教材说明和教学建议

#### (一) 教学目标

1. 使学生通过系统整理学过的图形, 沟通有关图形之间的联系, 体会线与面、面与体之间的关系, 构建知识网络, 体会分类思想和集合思想在认识图形中的应用。

2. 使学生通过复习所学图形的特征, 比较、沟通有关图形之间的联系与区别, 巩固所学的识图、画图等技能。

3. 使学生通过系统整理图形的测量的有关知识, 进一步理解周长、面积、体积的意义; 沟通平面图形面积计算公式之间的联系、立体图形体积计算公式之间的联系, 体会和掌握转化、类比、数形结合等数学思想; 能正确计算一些平面图形的周长和面积以及一些立体图形的表面积和体积, 并能解决简单的实际问题。

4. 使学生通过复习图形的运动的知识, 进一步认识图形的平移与旋转、放大与缩小, 加深对轴对称图形的认识, 能根据指定的要求对简单平面图形进行适当的变换, 发展空间观念。

5. 使学生通过复习确定位置的知识, 进一步掌握有关比例尺的知识, 掌握用数对或根据方向和距离确定物体位置的方法, 能描述简单的行走路线, 培养空间观念, 提高利用几何直观进行思考的能力。

6. 使学生通过探索图形的特征、图形的测量、图形的运动、确定位置等活动, 培养学生乐于探究和反思的意识, 学会独立思考, 进一步提高运用所学知识和方法解决实际问题的能力。

#### (二) 内容安排

本节内容是小学阶段“图形与几何”知识的系统整理与复习。通过系统的整理与复习, 凸显核心的基本概念和基本原理以及它们之间的联系, 使学生巩固和深入理解小学阶段所学的“图形与几何”的知识, 进一步沟通几何形体知识之间的联系, 形成良好的认知结构, 发展空间观念, 提高解决问题的能力, 为进一步的学习和发展打下坚实的基础。

本节复习内容包括三部分。

一是图形的认识与测量。着重复习小学阶段所学习的各图形的特点、关系, 以及部分几何形体的周长、面积、体积计算。这部分内容从纵向看, 按平面图形——立体图形的顺序进行整理; 从横向看, 无论是平面图形还是立体图形, 都可以归结为图形特征的认识以及图形周长、面积、体积的测量与计算这样两个方面的内容。教材除了通过解决五个例题的一系列问题, 引导学生梳理以上的知识内容以外, 还在练习中安排了一些知识点的复习巩固, 以及图形认识与测量的简单实际应用。这样, 原来分散学习时互不联系或联系较少的知识, 就得到了进一步的

沟通,进而形成纵横联系的知识体系。

二是图形的运动。着重复习轴对称、平移、旋转三种基本的几何变换。在练习中,还安排了作图、操作、利用比例知识计算面积等知识的复习。通过具体情境把三种几何变换整合起来进行复习,使学生的知识进一步结构化、完整化。

三是图形与位置。着重复习确定物体的相对位置、辨认方向和使用路线图(包括比例尺的应用)。通过实际问题情境,注重所学知识的应用。在应用的过程中,加深学生对已学知识的理解。

### (三) 教学建议

#### 1. 注重梳理,沟通联系。

《标准(2011版)》指出:“数学知识的教学,应注重学生对所学知识的理解,体会数学知识之间的关联。”本节内容囊括了小学阶段所有学过的平面图形与立体图形,这些图形之间有着比较密切的关系。复习时要重视几何形体知识内在关系的梳理,可以先让学生回忆和这部分内容有关的知识,然后引导学生通过分类、比较、辨析,认识、沟通图形之间的联系和区别,帮助学生形成清晰的知识网络。这不仅能促进学生对几何形体知识的理解,而且,在整理的过程中,能借助几何形体的直观性培养学生的逻辑思维能力,促进学生良好学习习惯的养成和学习能力的提高。

#### 2. 借助直观,发展空间观念。

在整理和复习几何形体知识时,应充分利用图形的直观呈现方式,将画图、观察与思考结合起来。在运用几何形体知识解决问题时,也要注意发挥图示的作用,充分调动学生的相关表象,数形结合,并注意组织必要的动手操作活动,促进思考、分析,借助直观解决问题。要处理好形象思维与抽象思维的关系,使之相互促进,进一步发展学生的空间观念,尤其是增强学生的空间想象能力。

#### 3. 建议用6课时教学。

人教版®

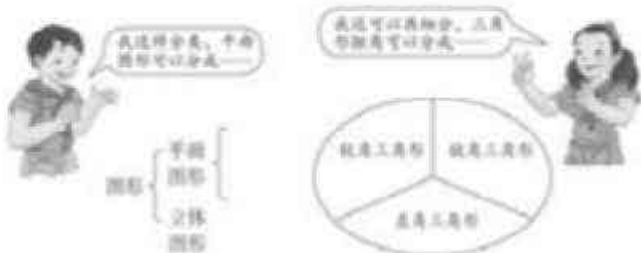


## (四) 具体内容的教材分析和教学建议

### 2. 图形与几何

#### 图形的认识与测量

主：我们学过哪些平面图形和立体图形？你能对学过的图形进行分类吗？



主：先独立思考下面的问题，再在小组内交流。

- (1) 直线、射线和线段有什么联系和区别？同一平面内的两条直线有哪几种位置关系？
- (2) 我们学过哪些角？在放大镜下看角，它的大小会变化吗？
- (3) 关于三角形，你知道些什么？
- (4) 关于平行四边形，你知道些什么？
- (5) 圆与之前的平面图形有什么不同？圆有哪些特点？

#### 做一做

取两个一样的平行四边形纸片，把它们重合在一起，将上面的平行四边形绕它的一个顶点旋转 $180^\circ$ ，再通过平移使它与下面的平行四边形重合，观察两个平行四边形的各条边与各个角，你有什么发现？



16

#### 编写意图

(1) 例1是对学过的图形进行分类、整理。通过小组讨论，互相启发，回忆学过的平面图形和立体图形的本质特征，并将学过的图形逐级分类、整理。感悟分类的数学思想，掌握分类方法，形成知识网络。

(2) 例2是整理和复习平面图形的知识。教材提出了五个问题，先让学生独立思考，再在小组内交流，帮助学生对所学平面图形的知识进行比较和梳理，沟通图形之间的联系和区别。这五个问题，从一条直线（射线、线段可看作直线的一部分），到两条直线（位置关系和角），再到三角形、四边形与圆，体现了平面图形由简单到复杂的演变过程，符合学生的认知规律，有利于学生建立认知结构。

(3) “做一做”是利用图形的运动复习平行四边形的特征。通过“重合—旋转—平移—重合”的操作活动，推理、验证平行四边形两组对边、两组对角分别相等。把图形的认识和图形的运动整合起来，让学生体会推理思想，发展学生推理能力。

#### 教学建议

(1) 通过分类、整理，形成知识网络。

复习例1时，要先让学生回忆学过的平面图形和立体图形的有关知识，然后引导学生对学过的图形进行逐层分类。在分类的过程中，一要注意引导学生确定分类的标准，使学生掌握分类方法，感悟分类的数学思想；二要鼓励学生自主尝试分类，并把分类的结果记录下来，促进学生自主建构知识，形成知识网络。

(2) 引导学生交流讨论，注意比较与沟通。

复习例2时，要先让学生独立思考每一个问题，然后引导小组交流讨论。教师要将比

较、辨析的内容进行整理、归纳，突出概念之间的联系与区别。如，第一个问题应理解直线、射线、线段的端点数量与能否度量之间的联系，同一平面内两条直线的关系（平行或相交）与有无交点之间的联系。通过比较、沟通，巩固所学图形的知识，建立知识结构。

(3) 引导学生动手实践，感受推理、验证的过程。

教学“做一做”时，先让学生剪出两个完全一样的平行四边形纸片，然后引导学生按“重合—旋转 $180^\circ$ —平移—重合”的操作方式，在感受图形运动的同时，推理、验证平行四边形的两组对边、两组对角分别相等。

## 编写意图

(1) 例3是复习平面图形的周长和面积。让学生通过举例说明、理解平面图形周长和面积的概念。教材通过图示,帮助学生把所学图形的周长、面积计算公式进行整理、归类,形成完整的“知识链”和“知识面”,建立知识网络。

利用教材图示,启发学生回顾已学平面图形的周长、面积计算公式的推导过程,理清公式之间的来龙去脉,沟通知识结构上的内在联系,再次体会和掌握转化的数学思想。同时让学生自己填写各图形的周长、面积计算公式,增强学生的参与意识,促进自主建构,从感性认识上升到理性认识。

(2) “做一做”是针对例3的巩固、拓展练习。第1题,让学生理解点与直线之间的关系,了解一些基本的几何结论。第2题,是“三角形任意两边的和大于第三边”这一性质的具体应用。第3题,通过三角形内角和为 $180^\circ$ 的应用,让学生体会演绎推理的思想,发展学生的推理能力。第4题,让学生运用公式计算图形的周长和面积,进一步巩固所学概念,提高运用能力。

## 教学建议

(1) 通过举例说明,复习平面图形的周长和面积概念。

让学生举例说明什么是平面图形的周长和面积。如长方形、正方形、三角形、圆形等图形,可通过指一指、摸一摸、比一比、说一说,理解它们的周长和面积概念。

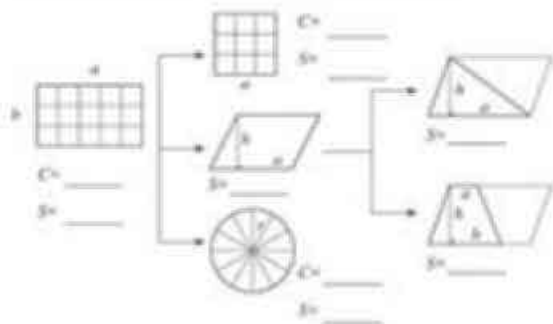
(2) 注意比较、沟通公式间的内在联系。

让学生先回忆、思考所学平面图形的周长和面积计算公式是怎样的,再在课本的横线上用字母表示出各图形的周长和面积计算公式。

各种几何图形的周长、面积之间不但在知



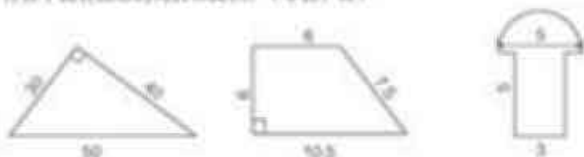
写出下面各图形的周长和面积计算公式(用字母表示)。



这些计算公式是怎样推导出来的?它们之间有什么联系?

### 做一做

- 过一点可以画几条直线?过两点可以画几条直线?
- 有长度分别为3 cm、4 cm、5 cm、6 cm的小棒各一根,哪三根小棒可以围成一个三角形?
- 一个直角三角形的两个锐角的和是多少度?为什么?
- 计算下面各图形的周长和面积。(单位:m)



识结构上有内在联系,更重要的是在方法原理上有逻辑联系。教学时应注意引导学生观察教科书上的梳理图,说一说这些计算公式是怎样推导出来的,它们之间有什么联系。通过比较,让学生系统地感悟几何知识的形成过程,沟通、体会所学平面图形的周长、面积计算公式之间的内在联系,对知识形成一般性的理解。

(3) 注重知识的应用。

“做一做”的练习题可以先让学生独立完成,再组织讨论交流,最后引导评价,并订正错误。如三角形两边之和大于第三边的性质、内角和为 $180^\circ$ 的事实,要学会灵活应用。

编 先独立思考下面的问题，再在小组内交流。



- (1) 上面这些立体图形各有什么特点？
- (2) 长方体与正方体有什么相同点和不同点？
- (3) 圆柱与圆锥可以由什么平面图形旋转而成？
- (4) 圆柱与圆锥之间有什么关系？

编 把下表填完整。

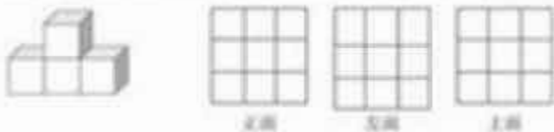
立体图形	表面积计算公式	体积计算公式
		V=



### 做一做



2. 在方格纸上分别画出从不同方向看到的立体图形的形状图。



## 编写意图

(1) 例4是整理和复习立体图形的特征。将小学阶段学过的立体图形长方体、正方体、圆柱、圆锥集中在一起，复习它们的特征及各部分的名称，比较图形之间的相同点和不同点，沟通立体图形与平面图形之间的联系，帮助学生形成几何形体的表象，建立空间观念，进一步掌握这些图形的特征。

(2) 例5是整理和复习四种立体图形的表面积、体积的计算公式。通过让学生先想一想，再写一写，把表格填写完整，不仅掌握四种立体图形的表面积、体积计算公式，还要理清这些计算公式是怎么推导出来的，沟通长方体、正方体与圆柱体积之间、圆柱与圆锥体积之间的联系，帮助学生建立知识网络。

(3) “做一做”第1题，要求学生测定不规则物体的体积。需要利用转化的思想，把不规则物体的体积转化为规则物体（如长方体、圆柱）的体积。第2题，让学生把自己从不同角度看到的形状图画下来，复习从不同方向观察立体图形的知识，进一步促进学生空间观念的形成和发展。

## 教学建议

(1) 组织小组交流，通过比较异同，引导学生建立知识间的联系，使知识融会贯通。

复习例4时，应充分利用学生已有的知识经验，在独立思考的基础上，组织小组讨论交流，突出比较异同。如结合实物、模型或直观图形，说一说每个立体图形有什么特点，长方体与正方体、圆柱与圆锥的特点有什么异同。教师应抓住重点，帮助学生建立知识结构。

复习例5时，首先让学生举例说明什么是立体图形的表面积或体积；然后让学生独立完成教科书上的填空；接着回忆这些计算公式的

推导过程；最后教师引导学生发现长方体、正方体和圆柱的体积计算公式的内在联系，并统一成底面积乘高的形式。

(2) 重视直观模型，加强空间观念。

复习例4时，应让学生在观察直观图形的基础上，总结立体图形的特征。第(3)小题，注意引导学生回忆以长方形和直角三角形的一条边进行旋转的过程，理解圆柱可由长方形旋转而成，圆锥可由直角三角形旋转而成。“做一做”第2题，可先让学生通过空间想象自主完成，在此基础上，教师可用直观教具，让学生从不同方向观察每个形体，对想象的结果加以验证，进一步培养学生的空间观念。

## 编写意图

(1) 第1题是巩固几何知识概念的判断题。需要根据图形特点或相关概念进行判断,在判断的过程中加强学生的“说理”能力。

(2) 第2题是巩固计量单位的练习题。通过比较和辨析长度单位、面积单位、质量单位、容积单位的区别,进一步帮助学生建立合适的长度、面积、体积和质量的观念。

(3) 第3题重在培养估测意识,掌握估测的方法。

(4) 第4题,通过练习,使学生发现形状不同但有关联的两个图形,有时面积相同,有时周长相等。如左图中的长方形和平行四边形等底等高,面积相等,周长不相等;右图的两个组合图形,一个是正方形加上半圆,一个是正方形挖去半圆,面积不相等,但周长相等。

(5) 第5题通过画一画、比一比,使学生感受到形状不同、但面积相等的图形有多种多样,如平行四边形、长方形、三角形、梯形。本题体现了很大的开放性,有利于培养学生的发散思维、推理能力和空间观念,体会变中有不变的思想。

## 练习十八

1. 判断对错,对的画“√”,错的画“×”。

- (1) 大于 $90^\circ$ 的角就是钝角。 ( )  
(2) 两条直线相交组成的4个角中如果有一个角是直角,那么其他3个角也是直角。 ( )  
(3) 任何两个等底等高的梯形都能拼成一个平行四边形。 ( )

2. 在括号里填上合适的计量单位。

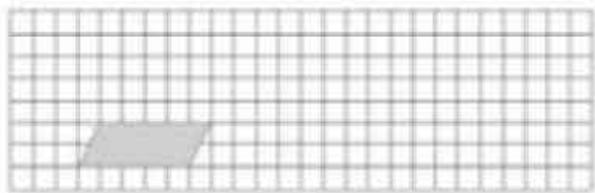


北京至上海的铁路长1063( )。 老虎的体重约重7500( )。 320( )。 小学课桌的高约240( )。

3. 估计下面这片树叶的面积。 4. 每一组中两个图形的周长相等吗?面积呢?



5. 在方格纸上画出与给定的平行四边形面积相等的图形,你能画几个?你发现了什么?



## 教学建议

(1) 先练习后讲评,促进学生自主学习。

第1~5题都可以让学生先练习,然后教师再组织讲评,学生订正错题。

(2) 加强比较、辨析,理解概念内涵。

复习时,注意加强数学概念和知识之间的比较、辨析,使学生加深对数学概念和知识的理解。如第1题,要让学生说出判断的理由,对锐角、直角和钝角概念进行比较,通过具体实例说明两个等底等高的梯形的形状不一定相同。第2题,可比较长度、面积、质量、容积的实际含义,帮助学生理解和掌握概念的内涵。

(3) 重视引导学生多种感官参与活动。

第3题应让学生认真观察,先自己估计一下,再说说估计的方法。如先数整格的,不满一格的都看作半格,两个半格凑成一格,或者把小半格的和大半格的凑成一格。第4题可先让学生观察、思考,说一说每组中两个图形之间的区别和联系,从而发现左图中的长方形和平行四边形等底等高,右图两个图形分别是正方形加上和挖去一个半圆,周长的构成方式相同。第5题,可鼓励学生画出不同的平面图形,如可画出长方形、三角形、梯形、组合图形,使其面积相等。再进一步比较,如面积相等的长方形和三角形,如果底相等,高有什么关系?

## 编写意图

(1) 第6题, 探讨等底等高的平行四边形和三角形的面积关系, 巩固多边形的面积计算公式。

(2) 第7题, 在长方形纸上剪圆, 必然会产生废纸, 所以用长方形面积 $\div$ 圆面积得出可剪28个圆的结论, 是不合理的。方法一, 一行可剪6个圆, 可剪这样的3行, 共18个圆。方法二, 第一行剪6个圆, 第二行的圆同时和第一行的两个圆相切, 则第二行可剪5个圆, 可剪出四行这样的圆, 共有 $6+5+6+5=22$ (个)。但方法二需要学生通过画一画等实际操作加以体会。

(3) 第8题是开放性练习, 通过画一画, 想一想, 复习轴对称、平移、旋转等知识, 感受画法的多样性, 培养发散性思维, 并发现规律: 只要直线通过图形的中心就可以。

(4) 第9题是复习从不同方向观察物体的知识, 发展空间观念。

(5) 第10题通过复习立体图形的表面展开图, 建立展开图与立体图形的对应, 培养空间想象能力。

(6) 第11题, 要求学生利用空间想象能力, 探索多种解题思路, 培养空间观念及思维的灵活性。

6. 一个平行四边形和一个三角形等底等高, 已知平行四边形的面积是 $20\text{ cm}^2$ , 三角形的面积是多少?

7. 在长 $12.4\text{ cm}$ 、宽 $2\text{ cm}$ 的长方形纸中, 剪半径是 $1\text{ cm}$ 的圆, 能剪多少个? 画一画, 剪一剪。



8. 你能画一画直线把下面的每个图形分成面积相等的两部分吗? 每个图形你能画出多少种画法? 你能发现什么?



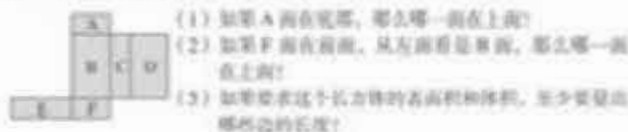
9.



下面这些图分别是从哪个方向看到的?



10. 把下面这个展开图折成一个长方体。



11. 把一个棱长 $6\text{ cm}$ 的正方体切成棱长 $2\text{ cm}$ 的小正方体, 可以得到多少个小正方体? 它们的表面积之和比原来大正方体的表面积增加了多少?

## 教学建议

(1) 注重在操作中提高解决问题的能力。

第7题, 由于答案的多样性, 教学时, 可先让学生独立思考, 再互相交流和质疑, 对各种解决方案进行评价。尤其要通过让学生在纸上画一画, 加以验证, 指出哪些方案是不合理的, 哪些方案更优化。第8题是开放性练习, 可先让学生画一画, 找出每个图形的多种画法, 再通过讨论、交流发现画直线的规律性。第9题, 学生判断后, 教师可拿出这些立体图形的教具, 让学生亲自观察, 加以验证。第10题可先让学生根据空间想象回答问题,

然后动手把展开图折成长方体进行验证。

(2) 注重加强直观性, 理清解题思路。

第6题可引导学生回忆三角形面积计算公式的推导过程, 借助直观图形帮助学生看到两个完全一样的三角形可以拼成一个平行四边形, 平行四边形可以分成两个完全相同的三角形。第11题, 教学时可借助直观图形, 帮助学生理清解题思路。一种思路是先算出能切成多少个小正方体, 然后用所有小正方体表面积之和减去原大正方体的表面积。另一种是直接求出切割后增加的表面积, 沿着长、宽、高三三个方向各切2次, 共切6次; 每切1次增加2个大正方形的面积, 共增加12个大正方形的面积。

## 编写意图

(1) 第12题是应用体积计算公式解决问题,等量关系明显,可列方程解答,也可用算术方法解答。

(2) 第13题是开放题,呈现了从三个不同方位观察一个立体图形得到的视图,可通过想一想、猜一猜、摆一摆的方式解决问题。

(3) 第14题,要理清组合图形是如何构成的,圆柱的底面半径、高与正方体棱长有什么关系,表面积、体积分别由哪几部分组成。

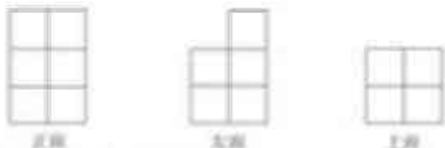
(4) 第15\*题,可借助观察直观图、空间想象、动手操作等方式解答,培养学生的空间观念。同时,体现有序思考的解题思路。

(5) 第16\*题,让学生体会等量代换的代数思想,另辟蹊径解决问题,发展学生的创新思维。虽然无法直接求出圆的半径 $r$ ,但已知 $r^2$ 的具体值,可把它看成一个整体。

(6) 第17\*题,要让学生通过尝试、验证,发现在长方体棱长总和一定的情况下,长、宽、高越接近,即越接近正方体,它的体积越大,表面积也越大。当长、宽、高分别为2 cm、2 cm、2 cm,围成正方体时表面积最大。

12. 把一块棱长10 cm的正方体铁块熔铸成一个底面直径是20 cm的圆锥形铁块,这个圆锥形铁块的高是多少?(得数保留整数。)

13. 仓库里有一堆存放货物的正方体纸箱,从三个不同方位看到的形状图如下。



这堆货物可能有多少箱? 同学各抒己见。

14. 这只工具箱的下半部是棱长为20 cm的正方体,上半部是圆柱的一半,算出它的表面积和体积。



15\* 右图是由棱长5 cm的正方体组成的,所有表面涂成了绿色。

- (1) 一共有多少个正方体? 它的体积是多少?
- (2) 只有2个面涂绿色的正方体有多少个?
- (3) 只有3个面涂绿色的正方体有多少个?
- (4) 只有4个面涂绿色的正方体有多少个?



16\* 一个正方形的内部有一个四分之一圆(涂色部分),已知正方形的面积是10 cm<sup>2</sup>,涂色部分的面积是多少?



17\* 用一根长24 cm的铁丝围一个长方体(或正方体)框架,在这个长方体的表面糊一层纸,怎样用纸最少?

91

## 教学建议

(1) 鼓励学生尝试用多种方法解题。

第12题等量关系明显,除了要求学生列方程解答外,还可以鼓励学生用其他方法解答。如用算术方法解答时,把计算过程写成分数形式再约分,可使计算简便。第14题,求工具箱的表面积,可用五个正方形面积加上圆柱表面积的一半;也可以用五个正方形面积,加上一个圆的面积,再加上圆柱侧面积的一半。

(2) 加强操作,培养学生的空间观念。

第13题,学生仅通过空间想象解决或许有困难,应让学生用学具摆一摆,通过动手操

作发现这堆货物可能是10箱,也可能是9箱。第15\*题,要引导学生用学具摆一摆、看一看、想一想、数一数,借助模型直观解答。

(3) 加强指导和点拨。

第15\*、16\*、17\*题只供学有余力的学生进一步研究。第16\*题,因为10不是一个完全平方数,小学生无法利用开平方的知识来求正方形的边长,也就无法求出圆的半径。但可以把半径的平方(即正方形面积)作为一个整体代入求值。第17\*题,在长方体棱长总和一定的情况下,长、宽、高越接近,体积越大,表面积也越大,可让学生假设具体值并计算、比较,体会这一规律。

## 图形的运动

1. 我们学过哪些关于图形的运动的知识? 哪些运动不改变图形的形状和大小? 哪些运动只改变图形的大小, 而不改变形状?

平移、旋转和轴对称都不会改变图形的形状和大小。



图形的放大和缩小只改变大小, 不改变形状。

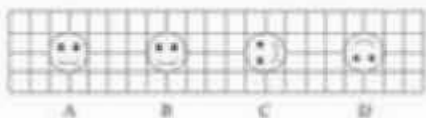


2. 利用图形的运动设计图案。



## 做一做

图中A→B→C→D是怎样变过来的?



## 教学建议

(1) 通过复习掌握图形的运动的特征。

复习例1时, 可组织学生讨论交流, 引导学生梳理、归纳学过的图形运动的知识。通过回忆、讨论、梳理, 归纳出“平移、旋转和轴对称不改变图形的形状和大小”“图形的放大和缩小只改变大小, 不改变形状”的结论, 并对每一种图形运动的具体特点进行交流。

“做一做”, 可让学生自己完成, 再集体交流每一步的变换过程。对于平移, 要说清平移的方向和距离; 对于旋转, 要说出旋转方向和旋转角度。如: A向右平移了5格, 得到B; B向右平

## 编写意图

(1) 例1复习图形的运动的相关知识。通过回忆, 梳理、归纳出哪些运动不改变图形的形状和大小, 哪些运动只改变大小, 不改变形状, 体会刚性运动和相似变换的特点。

(2) 例2是利用图形的运动设计图案的实践活动, 体现了很大的开放性。使学生综合运用轴对称、平移、旋转、按比放大或缩小等图形变换进行设计, 感受数学的应用价值, 体会数学美。

教材给出了一个学生利用图形的变换设计图案的示例。学生分别用轴对称的方法剪出对称图形, 用旋转的方法设计图案, 用按比放大(即图形的相似变换)的方法把图案扩大, 并通过平移做出板报的花边。通过这幅情境图, 使学生看到最终的设计图案是如何由一个简单图形通过图形的运动得到的。除此之外, 通过这样的开放性的设计活动, 还能让学生感受几何图形中蕴藏的美, 产生创造美的欲望, 进而培养学生良好的数学情感。

(3) “做一做”, 让学生通过对图形运动过程的识别, 感受刚性变换中图形的“变”与“不变”。

移5格并逆时针旋转 $90^\circ$ 或先逆时针旋转 $90^\circ$ , 再向右移动5格得到C; 从C到D也是同样的过程。还可让学生说说任意两图之间是如何变换的。

(2) 引导学生开放性地应用图形的运动设计图案, 加强知识的实践应用。

复习例2时, 可以先让学生根据教科书上的情境图, 说说图中三个小朋友是如何剪出或设计出图案的。对于轴对称图形, 可以让学生说说对称轴在哪里, 对于旋转和平移, 具体说说是如何旋转或平移的。在此基础上, 引导学生自己确定基本图形, 拟订方案, 设计出漂亮的图案。在交流过程中, 要向学生介绍自己在设计过程中是如何应用图形的运动的。

## 编写意图

(1) 第1、2题,巩固轴对称的有关知识。第1题是轴对称图形的判断。第2题是在方格纸上根据对称轴画出图形的另一半。两道题都应利用对称轴两边对应点的连线被对称轴垂直平分的性质加以解决。

(2) 第3题是实践操作题,综合了各种轴对称图形的特征。需要学生找出这些图案是由哪些基本图形由什么方式组成的(必要时,还需要添加辅助线),再画出来。

(3) 第4题是考查组合图形的面积。看似形状完全不同的四个图形,实际上阴影部分面积完全相等。可通过具体分析四个图形的组合情况作出判断,也可根据图形的运动来判断。例如,第2图只是把第1图右边的空白部分(包括内部的涂色半圆)向上平移而已……

(4) 第5题,对小学阶段涉及到的在方格纸上对图形进行平移、旋转、放大和缩小进行复习巩固。

(5) 第6\*题,由于小学生不会根据直角三角形的直角边求斜边,所以无法通过具体数据直接计算出图形放大后的周长,需要理解放大过程中周长与面积的变化规律。

## 教学建议

(1) 重视讨论交流,加强动手实践。

第1题可先让学生判断,再画出第三、第四个图形的对称轴,通过交流,感受有些轴对称图形中对称轴的不唯一性。第2题可先让学生讨论画图的方法和步骤,明确画轴对称图形的另一半,要找到一些关键点的对称点,然后放手让学生独立完成。第3题,可先让学生说说这些图案由哪些基本图形按怎样的方式组成,再用圆规、三角尺画一画,然后互相交流画法。最后鼓励学生自己设计、创作新的图案,以培养学生的创新能力。第5题可先让学生讨

**练习十九**

1. 下面哪些图形是轴对称图形?画出它们的对称轴。

2. 根据给定的对称轴画出图形的另一半。

3. 用圆规和三角尺画出下面的图案。你还能设计什么图案?

4. 下面4个图形的涂色部分面积相等吗?为什么?

5. 画一画。

(1) 小旗子向左平移6格后的图形。

(2) 小旗子绕O点按顺时针方向旋转 $90^\circ$ 后的图形。

(3) 小旗子按2:1扩大后的图形。

6\* 一个直角三角形ABC的两条直角边长分别是3cm和4cm,把它按2:1放大后得到三角形DEF,三角形ABC与DEF的周长之比是多少?面积之比呢?

论画平移、旋转、放大后的图形的方法和步骤,然后放手让学生独立完成,最后组织交流评价。

(2) 通过动态演示,拓展学生思维。

第4题可制作课件进行动态演示,让学生感知4个图形涂色部分面积相等的原理。如设计直径分别为1、2、3的三个圆,像第四个图那样重叠在一起。然后经过切割,把其中的一些部分平移、旋转、轴对称,得到另三个图形。

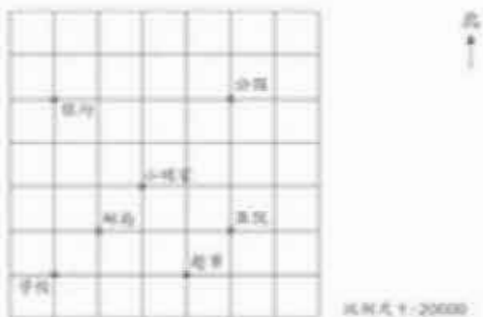
(3) 加强疑难问题的指导。

第6\*题是选做题,可以适当启发和指导:把一个直角三角形按2:1放大是什么意思?放大后的面积可以直接计算,周长能计算出来吗?放大前后的周长之比和边长之比有什么关系?



## 图形与位置

小明家所在街区的平面图如下。



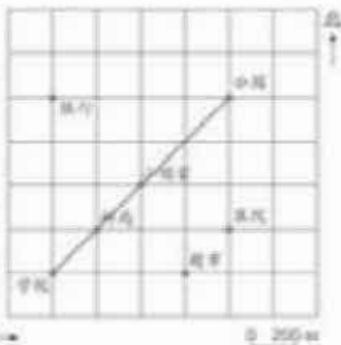
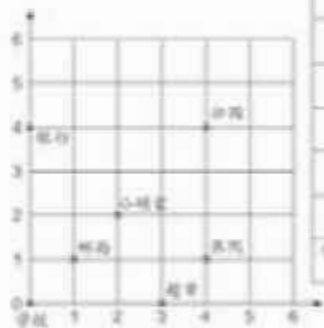
如果以学校为中心, 你用什么方法来确定其他地方的位置?



我用方格纸上的数对来确定物体的位置, 小明家的位置是点(2, 2)。



我用方向和距离来确定物体的位置, 邮局在学校东偏北45°的200m的位置。



94

## 编写意图

(1) 教材通过呈现小明家所在街区的平面图, 重点复习确定物体位置的两种方法 (即用数对确定物体的位置和根据方向、距离确定物体的位置), 还融合了比例尺的有关知识。

(2) 根据街区平面图, 提出问题, 引导学生回忆, 复习确定物体位置的方法。通过两个小朋友的对话, 举例说明小明家和邮局位置的不同表示方法, 介绍用数对确定物体位置和根据方向、距离确定物体位置的方法, 引导学生用这样的方式表示其他地方的位置。

(3) 教材左下角呈现了带刻度的方格纸 (相当于平面直角坐标系第一象限的部分), 假设学校在 (0, 0) 处, 此时, 小明家的位置可以用 (2, 2) 表示。让学生按照这样的“坐标”, 用数对表示其他地方的位置, 体会数形结合的思想。

教材右下角呈现了方格纸, 让学生复习根据方向和距离确定物体位置的方法。用这种方法确定位置, 还要量出点与点之间的图上距离, 利用比例尺计算出实际距离, 还要测量有关角的角度, 需要学生综合应用测量、比例尺等知识。

## 教学建议

(1) 引导学生通过交流明确两种确定物体位置的具体方法。

在出示教科书上的街区平面图的基础上, 引导学生回忆在平面上确定位置的两种方法, 并试着在方格纸上画一画, 量一量, 再选择自己喜欢的地方, 说一说它与学校之间的相对位置关系。使学生通过讨论明确: 用数对表示平面上一个点的位置时, 首先要确定一个 (0, 0) 点, 这样才能明确表示出其他地点的位置。例如, 把 (0, 0) 放在学校, 小明家的位置就是 (2, 2)。如果学校的位置不在 (0, 0) 而

在 (1, 1), 小明家就应该用 (3, 3) 表示。另一种是用方向和距离确定邮局的位置。而用方向和距离表示位置, 需要说出这个位置是相对哪个点而言的, 还要用直尺测量出两点间的图上距离, 利用比例尺计算出实际距离, 有时还要用量角器测量出相关的角。

(2) 充分利用教材资源, 拓展应用。

除了用两种方法表示出平面图上各个地方相对于学校的位置, 也可利用教材上的情境进行拓展应用。例如, 可以改变左下图中 (0, 0) 的位置; 可以让学生描述右下图中任意两点的位置关系, 使学生理解位置的表示方法具有相对性, 不能脱离参照物简单地描述某一位置。

## 编写意图

(1) 第1题是综合应用方向、距离和比例尺在图上确定位置的练习。需要学生利用比例尺分别计算出两家到学校的图上距离,根据方向和图上距离直接确定位置。

(2) 第2题,包含的知识点非常丰富。任意一个点,既可以用数对来表示其位置,也可以用方向和距离表示出它与其他点之间的相对位置关系。五个小题,包括两方面的练习:由数对确定点,由点写出数对;由方向和距离确定点,由点的相对位置写出距参照点的方向和距离。还涉及到根据图示计算图上距离、感受轴对称、推理两条线段等长等内容。最后由小精灵提出“设计一条参观路线,说一说”,既体现了开放性,又要求学生用数学化的语言准确描述路线。

第3题是一道实践性很强的题目,要求学生画出从家到学校的路线示意图。教材上提示了几种方法,并指明描述路线时的注意点。解决方方案很开放,对学生的实践能力要求较高,尤其是根据地图来画出示意图,体现了启发学生寻找相对准确的信息资源解决问题的思路。

## 教学建议

(1) 体现知识的综合、灵活应用。

这些习题中包含的知识点非常全面,有平面上确定位置的方法,有比例尺的应用,有测量的技能,有路线的描述,有位置或路线图画法。练习时,要让学生对这些知识点形成全面的把握,灵活应用。例如,第1题,要求学生利用比例尺先求出图上距离,再根据方位的描述确定点的位置。第2题,用两种方法,从正、反两方面巩固根据数对确定点、根据点的位置写出数对、根据方向和距离的描述确定点、根据两点的相对位置写出相应的方向和距

### 练习二十

1. 在右图中标出他们两家的位置。

我家在学校正南方向的300米处。

我家在学校正北偏东30°的400米处。

比例尺=1:20000

2. 在动物园示意图上标出各个场馆的位置,并填空。

(1) 动物园大门位于点(5, 0), 向北走100m到达熊猫馆。

(2) 海洋馆位于点( , ), 在大门的正北偏东 度, 行 m 处。

(3) 大象馆位于点(10, 3), 在大门的正北偏东 度, 行 m 处。

(4) 狮虎山到熊猫馆和大象馆的距离相等, 位于点( , )。

(5) 鹿苑位于点(7, 8), 向南走200m到达猩猩馆, 猩猩馆与狮虎山距离相等, 位于点( , )。

3. 画出从家到学校的路线示意图, 并进行描述, 请注明方向和主要建筑物。

可以从网络地图上确定方向。

可以实地考察, 但怎样能知道距离和方向呢?

也可以找来城区地图, 把家到学校的路线画一定比例尺放大, 再画出来。

离。让学生设计一条参观路线, 更是体现了解决问题的开放性。在描述路线时, 需要学生使用“从( \*, \*) 向 \* \* 方向行走 \* \* m, 到达( \*, \*) ”的数学语言。

(2) 关注实践意识和能力的培养。

第3题, 让学生画出从家到学校的路线图。首先, 这是一项个性化的任务; 其次, 这是一项实践性很强的任务, 最后, 这是一项综合性很强的任务。学生可以先在课堂上讨论交流, 怎样确定方向, 怎样量出实际距离, 怎样确定比例尺, 怎样求出图上距离, 怎样尽可能减小误差。也可以如教材上所提示的那样, 借助网络地图或纸质地图来解决问题。

## 二、教学设计或教学片段

### 课题：立体图形的整理和复习

教学设计：吴秋菊。

教学内容：教科书第 88 页例 4、例 5 及相关内容。

教学目标：

1. 使学生进一步理解立体图形的特征，比较、沟通相关立体图形之间的联系与区别，构建知识网络。
2. 使学生进一步理解立体图形的表面积和体积的内涵，能灵活地计算它们的表面积和体积，加强沟通知识之间的内在联系，将所学知识进一步条理化和系统化，发展空间观念。
3. 使学生进一步感受数学与生活的联系，体会数学的价值，体会转化、类比、数形结合等数学思想和方法，增强创新意识，发展数学思考，提高解决实际问题的能力。

**教学重点：**理解立体图形的特征，沟通立体图形的表面积、体积计算公式之间的联系，灵活运用计算公式解决实际问题。

**教具、学具准备：**多媒体课件和立体图形学具。

**教学过程：**

(一) 设疑导入，揭示课题

1. 设疑导入。

师（出示茶杯和一袋牛奶）：同学们喜欢喝牛奶吗？看着茶杯和牛奶，你最想解决哪些数学问题？

学生自由回答，引出计算茶杯的体积。

2. 揭示课题。

师：好，真是好学的孩子！要想解决这个与我们生活息息相关的现实问题，我们今天将走进立体图形王国，再次和这些我们学过的立体图形亲密接触。（板书课题：立体图形的整理和复习）

3. 引发探究欲望。

师：看到这个课题，你想从哪些方面对立体图形进行整理和复习？怎样整理和复习？

引导学生从“三点复习法”入手，即看看自己已经掌握了哪些知识要点，哪些地方容易混淆，哪些方面还比较薄弱，即知识点、重难点、薄弱点。

(二) 梳理知识，系统建构

1. 课前布置，自主梳理。

教师在课前布置学生选用自己喜欢的方式先尝试整理和复习。

2. 小组交流，分享收获。

师：现在请大家在小组里汇报、交流自己的复习收获吧。

3. 学生汇报，串点成面。

师：请小组代表发言，看哪组汇报最精彩。

组1：我们组认为，面对长方体、正方体、圆柱和圆锥“四体”，可采用一一列举法逐个击破，先复习各图形的外形特征，再复习表面积和体积计算公式的由来。

组2：请大家看表格，我们组采用表格法来对比复习。

附表一：

图形	相同点			不同点			关系
	面	棱	顶点	面的形状	面积	棱长	
长方体							
正方体							

附表二：

名称	基本特征
圆柱	(1) 上下底面是_____； (2) 两个底面之间的距离叫做_____，_____有无数条； (3) 把圆柱的侧面沿高展开可以得到_____。
圆锥	(1) 底面是_____形； (2) 从顶点到底面圆心的距离叫做_____。 (3) 圆锥的体积等于_____。

组3：我们组喜欢用表演的方式来快乐复习，请大家一起来欣赏。我叫长方体，长方体就是我是我，我长得可好看啦！有6个面，8个顶点，12条棱，相对的两个面大小相等，我的兄弟中有一组相对的面是正方形，其余四个面大小都相等。我还有一个弟弟，叫正方体，正方体弟弟快点出来啦！谁叫我俩兄弟长得像？也有6个面，而且6个面大小都相等，有8个顶点，12条棱，长度都相等。所以又叫做特殊的长方体。

组4：我们组用电脑演示法，请看大屏幕。

先展示立体图形表面积计算公式： $S_{\text{长}}=2(ab+ah+bh)$ ， $S_{\text{正}}=6a^2$ ， $S_{\text{柱}}=2\pi rh+2\pi r^2$ 。

再展示立体图形体积计算公式： $V_{\text{长}}=abh$ ， $V_{\text{正}}=a^3$ ， $V_{\text{柱}}=\pi r^2 h$ ， $V_{\text{锥}}=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ 。

其中，长方体、正方体和圆柱的体积都可以用 $V=Sh$ 来计算。

为了预防 $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ 中的 $\frac{1}{3}$ 被遗漏，我们组特别编了一句顺口溜送给大家，“ $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{3}$ ，我爱你，就像老鼠爱大米。”

4. 方法优化，温馨提示。

师：同学们复习的主要内容包括立体图形的特征、表面积和体积的计算方法。复习的办法真多，有列举法、表格法、表演法、演示法，只要是你们喜欢的，都是很好的方法。

师：你觉得有什么要给大家温馨提示的呀？

学生回答如下：(1) 如果长方体有一组相对的两个面是正方形时，那么其余四个面一定是相等的长方形；(2) 要预防求圆锥体积时漏乘 $\frac{1}{3}$ ；(3) 要注意取近似值时根据实际情况决定该用进一法、去尾法还是“四舍五入”法，得数保留整数还是整十、整百、整千数；(4) 列式时先考虑单位是否统一；(5) 要看清题目中的对象是什么立体图形，要求的是表面积还是体积或是容积；求表面积时，要求几个面的面积总和要具体问题具体分析。

### (三) 实际应用，提升能力

师：看得出，同学们对立体图形的特征、表面积和体积的计算方法掌握得很不错，想不想试一试自己解决实际问题的能力？

#### 1. 深思熟虑填一填。

(1) 一个长方体，长 8 cm，宽 5 cm，高 4 cm，这个长方体的棱长总和是 ( ) cm，表面积是 ( )  $\text{cm}^2$ ，体积是 ( )  $\text{cm}^3$ 。

(2) 一个正方体的棱长 5 dm，这个正方体的棱长总和是 ( ) dm，表面积是 ( )  $\text{dm}^2$ ，体积是 ( )  $\text{dm}^3$ 。

(3) 一个圆柱的底面直径是 4 cm，高是 5 cm，侧面积是 ( )  $\text{cm}^2$ ，表面积是 ( )  $\text{cm}^2$ ，体积是 ( )  $\text{cm}^3$ 。

(4) 一个圆锥的底面积  $12 \text{ m}^2$ ，高是 6 m，它的体积是 ( )  $\text{m}^3$ ，与它等底等高的圆柱体积是 ( )  $\text{m}^3$ ，圆锥体积比圆柱体积少 ( )  $\text{m}^3$ 。

#### 2. 明察秋毫判一判 (正确的打“√”，错误的打“×”)。

(1) 圆柱的体积是圆锥体积的 3 倍。( )

(2) 长方体、正方体和圆柱的体积都可以用底面积乘高来计算。( )

(3) 一瓶矿泉水的包装上标有净含量为 560 mL，是指矿泉水的体积就是 560 mL。( )

(4) 一个圆锥的底面半径扩大到原来的 2 倍，高扩大到原来的 2 倍，它的体积就扩大到原来的 8 倍。( )

#### 3. 综合练习——解决问题。

师：吴老师的朋友买了一套新房，客厅长 6 m，宽 4 m，高 3 m。请同学们帮吴老师的朋友算一算装修时所需的部分材料。

(1) 客厅准备用边长是 5 dm 的方砖铺地面，需要多少块？

(2) 准备粉刷客厅的四周墙壁和顶面，门窗、电视墙等有  $10 \text{ m}^2$  不粉刷，实际粉刷的面积是多少平方米？

(3) 装修新房时，所选的木料是直径 4 dm、长是 3 m 的圆木，自己加工，大约需要 5 根。求装修新房时所需木料的体积。

师：吴老师替朋友谢谢同学们这么快帮忙解决了装修材料的问题，你认为平时做题时应该养成怎样的好习惯？

引导学生回忆归纳：一看，二想，三算，四查，五注意。

教师评价：各小组表现都很棒，请大家把掌声送给同伴、送给自己，希望同学们各方面表

现都能越来越棒。

#### (四) 总结升华, 首尾呼应

师: 这节课你最大的收获是什么? 还有什么疑问? 对自己的表现满意吗? 还有没有遗憾?

引导学生解决课始提出的问题: 这个茶杯究竟能否装下这一袋牛奶呢?

教师小结: 同学们, 实践出真知, 不怕我们做不到, 就怕我们想不到, 只要勤于思考, 敢于实践, 乐于探究, 勇于发现, 成功终究会属于你们的。

## 三、评价建议与评价样例

### (一) 评价建议

本节的复习内容主要有: 掌握所学几何形体的特征; 能比较熟练地计算一些几何形体的周长、面积和体积, 并能应用; 巩固所学的简单的画图、测量等技能; 巩固轴对称图形的认识, 会画一个图形的对称轴, 巩固图形的平移、旋转; 能用数对或根据方向和距离确定物体的位置, 掌握有关比例尺的知识, 并能应用。评价时, 应围绕这些教学目标进行, 以关注学生的基础知识、基本技能和基本的活动经验为重点。对基础知识和基本技能的考查, 要注重考查学生对其中所蕴涵的数学本质的理解, 考查学生能否在具体情境中合理应用。

### (二) 评价样例

为方便教师评价, 下面提供部分评价样例。

#### 1. 用心思考, 正确填空。

(1)  $7\text{ m} = (\quad)\text{ cm}$                        $0.04\text{ dm}^3 = (\quad)\text{ cm}^3$

$3.28\text{ 公顷} = (\quad)\text{ m}^2$                $5\text{ m}^230\text{ dm}^2 = (\quad)\text{ m}^2$

(2) 星期天, 小东和爸爸一起到游泳馆去游泳, 游泳池真大, 大约可以装水 5000 ( ); 小东在浅水区, 水面超过胸脯, 大约有 82 ( ); 游泳完后爸爸给小东买了一瓶饮料, 这瓶饮料大约有 0.75 ( ); 回到家里, 小东称了一下自己的体重是 36 ( )。

(3) 把自行车倒置, 转动车轮, 自行车车轮运动属于 ( ) 现象; 火车车厢在铁轨上运动属于 ( ) 现象。

(4) 在三角形  $ABC$  中,  $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ,  $\angle A = (\quad)$ , 按角的大小分类, 这个三角形是 ( ) 三角形。

(5) 一个平行四边形和一个三角形等底等高, 已知平行四边形的面积是  $36\text{ cm}^2$ , 这个三角形的面积是 ( )  $\text{cm}^2$ 。

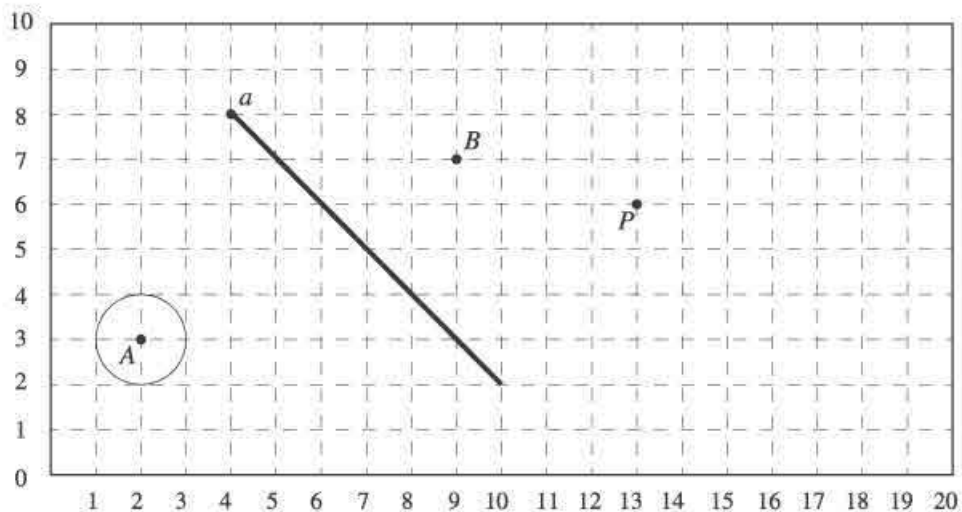
(6) 把长 4 dm、宽 3 dm 的长方形铁皮剪去一个最大的正方形, 剩下铁皮的面积占原来长方形面积的 ( ) %。

(7) 一个长方形的周长是 16 cm, 宽是 3 cm, 长是 ( ) cm, 它的面积是 ( )  $\text{cm}^2$ 。

(8) 一个立体图形从正面、左面看的形状如下图, 要搭这样的立体图形, 至少要用 ( ) 个小正方体, 最多用 ( ) 个小正方体。



④画一个面积为  $8 \text{ cm}^2$  的轴对称图形（画出 1 条对称轴）。



5. 灵活运用，解决问题。

(1) 如下图所示，假设学校大门在旗杆正西方向  $80 \text{ m}$  处，图书馆在旗杆北偏西  $30^\circ$  的  $60 \text{ m}$  处。请先算出有关数据，然后在这张图纸上标出学校大门和图书馆的位置。



比例尺  $1:4000$

(2) 一个长方体玻璃鱼缸（鱼缸的上面没有玻璃），长  $5 \text{ dm}$ ，宽  $3 \text{ dm}$ ，高  $4 \text{ dm}$ 。制作这个鱼缸至少需要多少平方分米的玻璃？

(3) 一辆自行车的轮胎外直径约是  $70 \text{ cm}$ 。如果平均每分钟转  $100$  周，通过一座  $1099 \text{ m}$  长的桥，需要几分钟？

(4) 一个直径是  $10 \text{ m}$  的圆形水池，周围有一条环形小路，路面宽  $3 \text{ m}$ 。这条小路的面积是多少平方米？

(5) 用铁皮制成一个高是  $5 \text{ dm}$ 、底面直径是  $4 \text{ dm}$  的圆柱形水桶（没有盖），至少需要多少平方分米铁皮？若水桶里盛满水，可以装水多少千克？（ $1 \text{ L}$  水重  $1 \text{ kg}$ 。）



## 第3节 统计与概率

### 一、教材说明和教学建议

#### (一) 教学目标

1. 让学生经历收集数据、整理数据、分析数据的活动，体会统计在实际生活中的应用。
2. 使学生能根据实际问题设计简单的统计表，使用适当的方法（如计数、测量、实验等）从众多信息中提炼出有效数据并记录在表中，会对统计表进行初步分析，能较敏锐地感悟到统计表中的一些隐性信息，根据需要处理信息，灵活选择合适的方法解决问题。
3. 使学生在解决问题的过程中，整理所学习的统计图和统计量，能用自己的语言描述条形、折线、扇形统计图的特点。引导学生区别单式统计图和复式统计图的特点和作用，进一步巩固用统计图表解决问题的能力，培养学生整理知识的能力。
4. 利用丰富的统计图表，帮助学生巩固从统计图表中获取信息的能力，进一步掌握看图填表和看表制图的方法以及逐步巩固规范制作统计图表的方法。在读懂统计图的过程中，培养学生根据统计信息的来源和读出的数据得出结论、根据结论作出简单的判断和预测以及进行交流的能力。
5. 通过丰富的生活实例，让学生进一步理解平均数的意义，掌握求平均数的方法，并能解释结果的实际意义，体会平均数的价值。
6. 使学生在实例中进一步体会不确定事件的特点，能列出简单试验所有可能发生的结果，知道事件发生的可能性有大有小。能对一些简单事件发生的可能性作出描述和预测，并能相互交流；以随机的观点来理解世界。
7. 使学生进一步体会数学与生活的紧密联系，发展数据分析观念，形成尊重事实、用数据说话的态度，形成科学的世界观与方法论。

#### (二) 内容安排

“统计”与“概率”都是通过对数据的收集、整理、分析与描述获得对一些整体性规律的认识，从而帮助人们对大量纷繁芜杂的信息作出恰当的选择与判断。该部分内容的整理与复习应通过系统的梳理，使学生具备一些统计与概率的基本思想、方法和知识，具备一定的收集数据、分析数据、根据数据进行合理推断并进行交流的能力，培养学生面对不确定情境或大量数据时作出合理决策的能力。

本节复习统计与概率的知识，安排了5道例题，分别从五个层次帮助学生梳理相关知识，具体内容如下。

例 1	统计与概率知识的整理
例 2	各种统计图的特点的整理
例 3	复习数据的收集
例 4	复习用学过的统计图表描述相关的数据
例 5	复习统计量：平均数

### （三）教学建议

在整理和复习的过程中，可以先让学生梳理本领域的总体内容，然后选择自己喜欢的复习形式（如提纲的形式、图表的形式等）进行整理与复习。

#### 1. 突出数据分析观念的建立。

根据课标的要求，统计课程的核心目标是培养学生的数据分析观念。要使学生接受统计特有的观念，最有效的方法是让他们真正投入到产生和发展统计思想的全过程。教师在指导学生复习和整理时，应设计贴近学生生活的统计活动，使他们经历收集数据、整理数据和分析数据的过程，逐步形成数据分析观念。

#### 2. 加强对统计和概率相关知识内在意义的理解。

在复习梳理时，不要将一些统计知识简单地当作对那些概念词汇的识记，或者将它们简单地当作一种程序性的技能来反复操练，而是要组织有利于学生动手操作的活动，使他们在经历数学活动的过程中去体验和理解知识的内在意义。

#### 3. 加强对不同统计图特征的认识。

整理和复习统计图应注意让学生归纳、整理条形统计图、折线统计图和扇形统计图的特点，这是复习统计图的重点。可以让学生通过实例来了解三种统计图的特征。教师应多给学生提供实践操作的内容和机会，让学生经历统计的过程，在实践中验证知识，进一步认识统计的现实意义，感受统计与生活的紧密联系，并从中引发思考，学会根据数据的变化正确地进行预测。

#### 4. 引导学生在统计活动中梳理统计的知识和方法。

在复习时，我们要依据《标准（2011版）》的理念，适当淡化求“稍复杂的平均数”问题（稍复杂指的是指问题情境过于复杂化），把重点放在平均数作为“一组数的代表”这个本质的意义上。复习时，创设需要更准确地描述一组数的集中趋势的情境，得出用平均数做代表的方法。

#### 5. 注重结合具体情境和动手实验，使学生体验不确定现象。

概率论是研究随机现象的规律性的数学分支。在小学阶段设置简单的“概率”内容，主要是为了培养学生的随机思维，让学生学会用概率的眼光去观察世界，而不仅仅是以确定的、一成不变的思维方式去理解事物。因此，在教学可能性时，应注意加强对学生概率素养的培养，增强学生对随机思想的理解。复习时应结合具体情境，使学生进一步认识到生活中大量存在着不确定现象，需要对它们进行研究。同时，直观地认识不确定现象，通过收集、分析数据，推

断事件发生的可能性有大有小；通过动手实验，在实际操作中感受不确定现象的特点。

6. 精讲精练，提高复习效率。

“统计与概率”所涉及的知识较多，范围比较广。总复习中，教师设计的题型要有针对性，要精心选择典型性问题，为精讲、精练、高效、减负打下基础，要注意避免单纯的统计量的计算。要帮助学生经历简单的收集、整理、描述和分析数据的过程；引导学生根据实际问题设计简单的调查表；引导学生会根据需要选择合适的统计图；让学生能够体会根据统计数据可能会得到一些不正确的结论，对人们的判断有负面影响等。复习应当给学生以新的信息，即使是“旧”题也要新做。所以复习范例应做到精而少，但容量大，覆盖面广，启迪性强。同时要新而不偏，活而不虚，并且“跳”而可得。

7. 建议用3课时教学。

人教版®

## （四）具体内容的教材分析和教学建议

### 编写意图

(1) 教材首先概括地介绍了统计在生活中的重要作用，指出统计是人们日常生活和工作中作研究和决策时常用的方法。并结合了解学生身体健康状况的实例，使学生明确统计的意义，感受统计的重要性。

(2) 紧接着教材安排了三个层次的内容：第一层是整理、回顾学过的统计与可能性的知识，即例1；第二层是回顾统计图的特点及适用的情况，即例2；最后，教材在引导学生思考“数据的收集、整理和分析的步骤和方法是什么”后，让学生根据同学们普遍关心的问题，如每名学生的身高、体重、最喜欢的学科、图书等项目，设计个人情况调查表，进行调查统计。例3、例4、例5是一个整体，分别代表了数据的收集、整理和分析过程。例3是让学生先回顾数据收集、整理和分析的基本过程，并亲自参与确定统计的主题、设计具体统计项目、收集数据的过程。有了这些原始数据，才可以进行数据的整理和分析工作。教材中的调查表只是一个示例，学生可以根据自己的兴趣自行确定调查表的内容。

### 3. 统计与概率

统计在我们的生活中有着广泛应用。我们在做一件事情之前，先要收集、整理和分析数据，再作出决定。例如，学校为了了解学生身体健康状况，要收集学生身高、体重等数据。统计就是帮助人们收集、整理和分析数据的知识和方法。

1. 我们学过哪些统计与可能性的知识？



学过统计图，  
还有平均数。

学过条形统计图、折线  
统计图、扇形统计图。



2. 各种统计图都有什么特点？适合在什么情况下使用？



条形统计图便于  
直观了解数据的  
大小及不同数据  
的对比。

折线统计图便于  
直观了解数据的  
增减变化的趋势。



3. 数据的收集、整理和分析的步骤和方法是什么？你能设计一张调查表，了解六年级学生的个人情况吗？

这是同学们设计的学生个人情况调查表。

姓名		性别				
身高/cm		体重/kg				
最喜欢的学科		最喜欢的运动项目				
最喜欢的图书		长大后最想从事的工作				
最喜欢的电视节目		你的特长				
下面请填写你对自己在各年级的综合表现是否满意						
年级	一	二	三	四	五	六
是否满意						

96

### 教学建议

(1) 引导学生自主回顾、整理学过的统计与概率知识，教师再给予点拨、梳理。

教学时，可让学生回顾：关于统计与可能性，小学阶段学过哪些知识？学生的回忆也许是散乱的，无序的、不完整的，教师可在学生交流的时候给予梳理。例如，可以按照统计的过程梳理，从数据的分类、计数到统计表、统计图、统计量，再到可能性，使学生在头脑中形成清晰的知识脉络。然后再通过小组讨论等形式重点复习统计图表和统计量的概念、特征和适用范围，使学生对各种统计图表的特点形

成比较全面的认识。

(2) 引导学生亲身参与统计的全过程。

例3是让学生经历统计项目的确定、数据的收集过程，为例4、例5打下基础。以了解六年级学生的个人情况为例，教学时，可以组织学生以小组为单位讨论：对于个人情况，可以了解哪些方面的信息？每个小组设计一个调查表。然后进行组间交流，互相补充调查项目，形成一个比较完整的全班通用的调查表。全体学生填完调查表后，就形成了一系列原始数据，每一份调查表就是一个数据样本。在此基础上，可以对自己感兴趣的项目进行调查，如调查最喜欢的电视节目、特长等。

表 6(1) 班同学的几项数据用统计表和统计图表示如下。

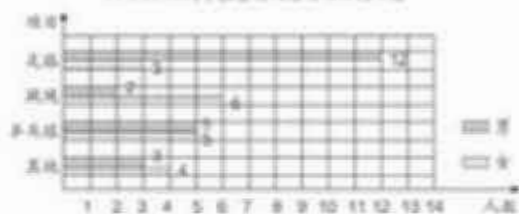
六(1)班某项调查人数统计表

性别	男生	女生	合计
人数	22	18	40

六(1)班某项调查扇形统计图



六(1)班同学最喜欢的运动项目统计图



- (1) 根据以上统计图表, 你得到了哪些信息?  
 (2) 除了通过问卷调查收集数据外, 还可以通过什么手段收集数据?

表 6(1) 班同学身高、体重情况如下表。

身高/cm	1.40	1.43	1.46	1.49	1.52	1.55	1.58
人数/人	1	3	5	10	12	6	3
体重/kg	29	33	38	39	42	43	48
人数/人	2	4	5	12	10	4	2

- (1) 上面两组数据的平均数各是多少?  
 (2) 小组讨论, 什么数据能代表全班同学的身高和体重?  
 (3) 如果把全班同学编号, 随意抽取一名学生, 该生体重在 36 kg 及以下的可能性大; 还是在 39 kg 及以上的可能性大?

97

## 编写意图

(1) 例 4 和例 5, 是在例 3 的调查项目基础上, 以某班的统计结果作为示例, 引导学生复习统计图表的特征、数据的整理和分析, 使学生经历统计过程, 体会统计价值, 建立数据分析观念。

(2) 例 4, 结合对六(1)班同学的调查情况, 分别用统计表、扇形统计图、复式条形统计图描述男生和女生人数、男生和女生占全班人数的百分比、男生和女生最喜欢的运动项目。让学生学会读表、读图, 根据统计图表的数据分析相关的信息, 感受各种统计图表的特点。

(3) 例 5, 用统计表表示全班同学的身高和体重分布情况, 然后完成三个任务: 计算平均数、讨论什么数据能代表全班同学的身高和体重、依据数据判断哪个现象出现的可能性大, 把统计量的认识和可能性大小结合起来。在学生分析数据的过程中, 通过交流、思辨, 巩固平均数的求法, 理解其统计价值, 提高数据分析的能力。第(2)题, 除了平均数可以代表全班同学的身高和体重外, 出现次数最多的数据、中间的数据都可以作为代表。

## 教学建议

(1) 可根据例 3 的实际调查结果进行数据整理和分析, 加强实践能力。

例 3 已经通过调查表的填写得到了本班学生一般情况的相关信息, 可以在此基础上作进一步的数据整理和分析。由于这些数据都是学生自身的资源, 学生在进行数据整理和分析时会感到更亲切, 更能体会统计的实际价值。

在进行数据整理和分析时, 可以仿照教材上例 4、例 5 的示例, 对学生感兴趣的项目分小组进行专项分析。例如, 有的小组负责统计身高情况, 有的小组负责统计体重情况, 有的

小组负责“最喜欢的学科”情况的统计……教师可提前设计一些空白的统计图表, 让学生根据统计内容的特点选择合适的统计图表。在小组汇报的时候, 不仅要让学生汇报为什么要选用该统计图表, 完成统计图表的过程是怎样的, 从统计图表中可以得到什么信息。不仅要描述数据本身, 更要引导学生从数据中发现更深层的信息, 如男生和女生的爱好有什么不同, 身高和体重的分布特点有什么不同等。

(2) 适当把握教学要求。

第 5 题的第二问, 既可以用“平均身高”, 也可以用“中等水平身高”“大多数身高”来代表, 学生只要能说出自己的理由就可以。

## 编写意图

(1) 第1题,是有关选择合适的统计图描述不同数据的巩固练习。需要学生同时考虑数据的特点和统计图的特点。

(2) 第2题,是利用复式折线统计图呈现数据,分析问题。从总体趋势来看,该公司的生产和销售都呈逐渐上升的趋势,可进一步预测该公司的发展前景。除了从大趋势进行判断以外,还可以通过一些具体数据进行精细分析。

(3) 第3题,是有关扇形统计图的巩固练习,要求学生利用扇形统计图中的信息解决实际问题。

(4) 第4题,让学生根据统计数据进行分析、判断。使学生学会分析数据反映出的信息,体会统计在实际生活中的作用。答案不求唯一,只要分析得有道理都可以。例如,发现尺码在36、37、38的人较多,尺码在35、39、40的人较少,可以根据这些信息合理进货。

第5题,平均数与每个数据都有关系,因此它易受极端数据的影响。为了减少这种影响,就采取去掉一个最高分和一个最低分的方法,计算出的平均数更有代表性。

## 教学建议

(1) 引导学生在解决问题的过程中深入理解各种统计图的特点。

有关统计图表的特点,要让学生在具体的问题情境中深入体会。如第1题,由于统计的目的不同,需要选择不同的统计图,而这些统计图的特征恰好能反映出所要描述的数据的特点。第2题,可以先让学生说说统计图的特征,如果不看具体的数据,从折线的特点可以看到生产量和销售量呈现什么样的变化趋势。

(2) 根据实例理解平均数的特点。

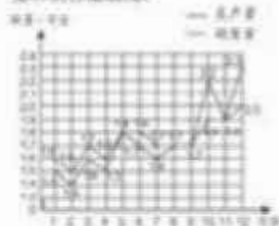
第5题,呈现生活中处理平均数的实例,

## 练习二十一

1. 根据所要描述的情况,填写合适的统计图。

- (1) 描述六(2)班同学身高分布的情况,用\_\_\_\_\_。  
 (2) 描述从一年级到六年级的平均身高变化情况,用\_\_\_\_\_。  
 (3) 描述身高别别人数占全班人数的百分比情况,用\_\_\_\_\_。

2. 下面是某汽车公司去年汽车生产量和销售量情况。



- (1) 该公司去年全年的生产和销售情况如何?  
 (2) 该公司的发展前景怎样?  
 (3) 你还能提出哪些问题?

3. 六(2)班同学血型情况如下图。

- (1) 从图中你能得到哪些信息?  
 (2) 该班有50人,各种血型分别有多少人?



4. 某鞋店上月女鞋进货和销售的情况如下表。

尺码	35	36	37	38	39	40
进货数量/双	30	100	150	90	50	20
销售数量/双	16	84	145	85	30	10

- (1) 你认为这样进货合理吗?为什么?  
 (2) 你对下一次进货有什么建议?

5. 在某市举行的青年歌手大奖赛中,11位评委给一位歌手的打分如下。

9.8	9.7	9.7	9.8	9.6	9.6	9.6	9.5	9.4	9.4	9.1
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- (1) 这组数据的平均数是多少?  
 (2) 如果按照“去掉一个最高分,去掉一个最低分,再计算平均分”的评分方法来计算,平均分是多少?你认为这样做是否有道理?为什么?

使学生体会用平均数代表一组数据整体情况的优势以及可能存在的问题。所有的数据都参与平均数的运算,这既是一个优点(平均数的代表性),也可能带来弊端(易受极端数据的影响)。为了克服这一弊端,有时需要去除极端数据,计算出来的平均数更有代表性。通过这一过程,学生对统计量有了更加辩证的理解。

(3) 加强应用,感受统计的价值。

应借助实际素材,使学生体会统计在生活中的作用。例如,第4题,从进货和销售数量的差来看,尺码是35、39、40的剩货较多,可少进些;从销量来看,37、36、38码销量最大,可多进些。使学生看到统计对决策的作用。

## 6. 连线。



7. 甲、乙两个足球队之间近期的5场比赛成绩如右表。如果两个队现在进行一场比赛，请预测一下哪个队获胜的可能性大，为什么？

比赛场次	甲队	乙队
第一场	2	0
第二场	2	1
第三场	1	1
第四场	1	2
第五场	2	3

8. 请设计一份调查表调查全班同学的近视情况，调查导致近视的主要原因有哪些，整理并分析数据，提出保护视力的合理建议。

9. 下面是国家统计局发布的我国人口数据及年龄结构统计图和统计图，你能发现什么？

年龄组	2002年和2011年全国人口年龄结构			
	人口数/万人		百分比/%	
	2002年	2011年	2002年	2011年
0~14岁	28774	24784	22.4	16.5
15~64岁	90302	100023	79.3	74.4
65岁及以上	9377	12288	7.3	9.1



99

## 编写意图

(1) 第6题，是可能性的巩固练习，需要学生把不同颜色的球的数量与可能性大小建立起联系。

(2) 第7题，答案不唯一，只要理由相对合理即可。从两队的历史战绩来看，各是两胜一平两负，不相上下，两队获胜的可能性差不多；从进球数看，在所有比赛中，甲队比乙队多进1球，甲队进球能力有可能会比乙队强一些，甲队获胜的可能性大一些；但是，仔细观察可以发现，最近的两场比赛中均是乙队获胜，而且进球数也增加了，说明最近乙队的状态好于甲队，因此预测乙队获胜的可能性稍大一些。

(3) 第8题，选取贴近学生生活实际的素材让学生自主设计调查表，并利用合理的统计图表进行相关的分析，培养学生的实践能力。

(4) 第9题，根据统计表和统计图提供的信息，从不同的角度进行分析。至少提供了两种处理数据的角度：2002年和2011年各年龄组的绝对数据（如人数、所占百分比），2002年到2011年的变化（如人数变化，百分比变化）。使学生学会开放性地提问，寻找信息，解决问题。

## 教学建议

(1) 使学生辩证地理解统计的作用以及统计与概率之间的关系。

统计在生活中有着重要的作用，利用统计结果可以作出一些预测，帮助决策。但这种预测是不是完全准确，则存在一个概率大小的问题。例如，第6题，从第二个盒子里摸球，即使前100次摸出的都是红球，也无法保证第101次也摸出红球（当然，也无法保证是黄球）。第7题，根据统计的结果，预测甲队赢、乙队赢、平局，只要叙述的理由合理，都是可以的。

(2) 体现实践性，提高学生的实践能力。

第8题，让学生亲身经历数据收集、整理、分析的过程。根据统计结果进行具体分析，如计算全班的近视率，计算玩电子游戏、看电视平均所花的时间，调查哪个是导致近视的最重要的因素等。在统计的基础上，提出用眼卫生的具体建议，真正把统计应用于实际生活。

(3) 体现开放性、综合性的知识应用。

第9题，首先要引导学生学会读表、读图，体会扇形统计图的直观特性，学会从数据中找出相关的信息。并通过提出问题，寻找数据背后所隐含的社会信息，如0~14岁的人口在减少，65岁以上的人口在增加且速度很快。

## 二、评价建议与评价样例

### (一) 评价建议

评价时，要紧紧围绕以下一些教学目标。

1. 经过小组合作，能确定收集、整理、描述和分析数据的过程（可使用计算器）。
2. 会根据实际问题设计简单的调查表，能选择适当的方法（如调查、试验、测量）收集数据。
3. 会辨认条形统计图、扇形统计图、折线统计图；能选择条形统计图、折线统计图直观、有效地表示数据。
4. 能计算平均数，能用自己的语言解释其实际意义。
5. 能从报刊杂志、电视等媒体中，有意识地获得一些数据信息，并能读懂简单的统计图表。
6. 能解释统计结果，根据结果作出简单的判断和预测，并能进行交流。
7. 能对一些简单的随机现象发生的可能性大小作出定性描述，并和同学交流。

### (二) 评价样例

#### 1. 填空。

- (1) 简单的统计图有（ ）统计图、（ ）统计图和（ ）统计图。
- (2) 扇形统计图的优点是可以很清楚地表示出（ ）与（ ）的关系。
- (3) （ ）统计图是用长短不同、宽窄一致的直条表示数量，从图上很容易看出（ ）。

#### 2. 下面记录的是某工厂一组工人技能测试的成绩（单位：分）。

83、89、81、55、62、70、78、94、84、97、86、100、66、75

请根据上面记录的分数填写下表，并回答问题。

分数	合计	100	90~99	80~89	70~79	60~69	60分以下
人数							

- (1) 该小组的平均成绩是（ ）分。
- (2) 优秀率（按得分80分以上计算）是（ ）%。
- (3) 及格率（按得分60分以上计算）是（ ）%。
- (4) 优秀工人比其他工人多（ ）人，多（ ）%。

#### 3. 六（1）班第一组男、女生体重情况如下表（单位：kg）。

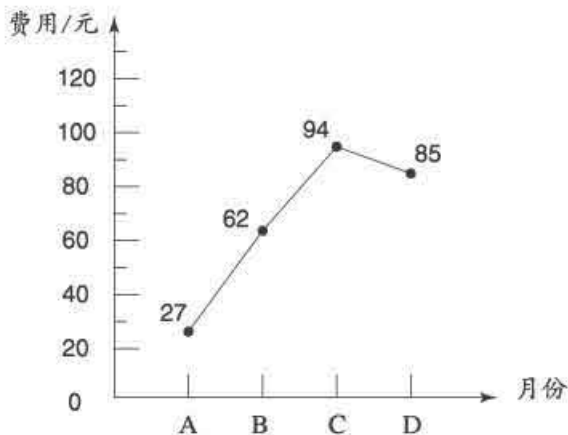
男生	42	54	44.5	43	42.5	59	43	45.5	42.5	44
女生	37.5	40	38	34.5	41.5	38	37	40.5	39.5	

- (1) 这个组男生平均体重是多少？女生呢？
- (2) 你认为用哪个数据表示这个组男生体重的一般情况更合适？



4. 根据统计图回答下列问题。

小明家4个月水费统计图



- (1) 小明家这4个月平均水费是多少元?
- (2) 你估计C月是哪个月?理由是什么?
- (3) 你预测小明家接下来一个月水费可能是多少元?说说你的理由。

5. 学龄儿童11~15岁标准体重的估算方法是: 年龄 $\times$ 3-2。(单位: kg)

实际体重比标准体重轻(重)百分比	轻20%以上	轻11%~20%	轻10%~重10%	重11%~20%	重20%以上
等级	营养不良	偏瘦	正常	偏胖	肥胖

小明今年12岁, 体重41 kg。他的标准体重应该是多少千克? 实际体重比标准体重轻或重百分之几?(百分号前保留一位小数) 等级是什么? 请你给小明提点建议。

人教版®

## 第4节 数学思考

### 一、教材说明和教学建议

#### (一) 教学目标

1. 使学生进一步掌握观察、枚举、比较、归纳、列表、假设等逻辑推理时常用的方法，并能较灵活地运用所学方法解决一些实际问题。
2. 使学生经历用各种推理方法解决问题的过程，进一步提升逻辑推理能力和解决问题能力，体会逻辑推理是学习数学和解决问题的一种重要思考方式。
3. 使学生通过学习，进一步感受数学的内在魅力，激发数学学习的兴趣，增强数学探索的愿望。

#### (二) 内容安排

在学生学习数学的过程中，任何看似浅显的数学知识后面都蕴含着丰富的数学思想。让学生体会和掌握基本的数学思想，是《标准（2011版）》中提出的重要教学目标。例如，一年级下册的“找规律”以及其他一些让学生寻找模式、应用模式的内容，都体现了合情推理的思想。

除了在数学课程的方方面面让学生感悟数学思想之外，本套教材从二年级开始，每册都安排一个“数学广角”单元，使学生接触到最为基本的数学思想和方法，获得探索数学知识、解决问题的基本方法，提升数学能力。各册教材安排的“数学广角”内容如下表。

	二年级	三年级	四年级	五年级	六年级
上册	排列组合1	集合	优化	植树问题	数与形
下册	逻辑推理	排列组合2	鸡兔同笼	找次品	鸽巢问题

表中的排列组合、“鸡兔同笼”等内容，可让学生体会观察、枚举、归纳等合情推理的方法，而逻辑推理、鸽巢问题等内容则可让学生学习简单的演绎推理的方法。可见，作为数学最基本的思想之一——推理，教材一直是在有步骤、有层次地进行呈现。

也正是在此基础上，教材在六年级下册的整理和复习阶段，再次设置相关内容。希望通过这些内容的教学，让学生在推理方面得到更多的训练，进一步发展逻辑推理能力和解决问题的能力。本节教材中的四道例题包括利用数形结合找规律、列表推理、等量代换、简单的几何证明，都是发展学生逻辑推理能力的典型素材。

四道例题的具体内容及内涵如下。

例 1	找规律	合情推理
例 2	列表推理	演绎推理
例 3	等量代换	
例 4	简单的几何证明	

这四道例题，素材不一样，形式不一样，但是教学的内涵是一样的，那就是其中蕴含的推理的思想方法。例 1，要求平面上几个点可以连多少条线段，让学生通过寻找增加的点数和增加的线段数之间的关系，逐步发现规律，推理出两者之间的关系，这种归纳推理的方法，是一种合情推理。例 2，通过列表，逐步缩小与 A 同班的人的范围，最终确认唯一符合要求的人。这种不断排除矛盾、推出必然结果的思维方式，是一种演绎推理。例 3 是等量代换的内容。等量代换指的是一个量用与它相等的量去代替。这种思想是演绎推理的基础，在几何《原本》中，第一条公理就是“等于同量的量彼此相等”。例 4，则是一道经典的用演绎推理来进行证明的几何题。以“推理”为主线编排的这几个内容，可以让学生系统地经历从特殊到一般（归纳）、从一般到特殊（演绎）的思维发展过程，深刻地体会推理的魅力和价值。

在编排时，教材注重体现思维发展的过程，并给以恰当的提示、点拨或指导，帮助学生掌握分析方法，积累学习经验，形成思想方法。如例 1，第 3 个及之后的点，与前面的点形成的连线，教材都是用虚线的形式呈现，这就给学生提供了一种很好的思考方式——每次新增加的点，都要与原来的点连线，原来有几个点，就会新增几条线。

六年级的学生很快将进入初中，代数内容将成为主要的学习内容。因此，在小学的整理和复习阶段，适当安排一些用字母表示数、数量关系和变化规律的教学内容，有利于学生抽象概括能力的进一步提升，也有利于中小学教学的良好衔接。例如，例 1 在得出规律后，教材提出“想一想， $n$  个点能连多少条线段”的要求，就是希望学生能以更加抽象的方式来刻画这个规律。例 3 的等量代换，更是在为学生提前铺垫解方程的方法、发展代数思想作准备。

### （三）教学建议

#### 1. 要让学生充分经历动手实践、自主探索和合作交流的过程。

本单元的内容，题目表达的意思不难理解，难的是隐藏在其中的规律与发现结论的过程。例题的可操作性比较强，对学生的吸引力也比较大。因此，教学时可以多让学生自己动手试一试，在尝试的过程中慢慢发现突破的方向以及解决的策略。只有自己实践过，探究过，积累的经验才会更丰富，对思想方法的感悟才会更深刻。例如，例 1 的教学，教师可以让学生直接面对“8 个点可以连多少条线段”的问题，去尝试连线并数出。学生经历了连线及数数的过程，会感受到混乱，才会产生有序思考、从简单情况入手的愿望。在反馈之后，教师可提出“点数增加与线段条数增加有什么关系”的问题，组织学生进行交流。随着交流的深入，学生逐渐发现两者之间的紧密联系，进而推导出规律。这样的过程，是学生经验从感性到理性发展的过程，也是思维逐步发展、思想方法逐步积累的过程。

同样，例 2 的推理过程，也可让学生先尝试探索（教师初步示范后），再交流讨论，最后

从不同的角度推出结论。例3、例4，也均可放手让学生尝试，尝试后组织交流，最后解决问题，感悟思想。

#### 2. 教师要充分发挥引领、示范和指导作用。

教学的有效性和教师的组织、引导紧密相关。本单元的内容相对较难，在一些节点处和关键处，特别需要教师发挥这方面的作用。例如，教学例1时，当学生杂乱地数线段或数不清线段时，教师一句“我们怎样才能数得清”就可引领学生走向“从简单入手、有序思考”的高层次思维。例2，学生面对文字表述的这样一段话，很可能就是思维混乱甚至无从下手，此时，教师呈现表格，将第一次情况示范性地表示出来。如此一来，学生看到了一种问题解决的好策略，就产生了模仿使用的愿望，学习得以朝着目标有效行进。例4，两个对顶角相等，学生是能看得出或者能朴素地说明原因的，但是，倘若学生不能依据条件用有逻辑的数学语言表达清楚，就没有达到例题的编排目的。此时，就需要教师准确地示范，并指导学生以这样的方式来表达。

#### 3. 要恰当把握教学要求。

推理的内容，有别于常规的数学知识，对学生的分析思考能力和抽象概括能力有更高的要求。学生在学习时，自然也会遇到更多的困难。教师应考虑教学难度的因素，也需考虑学生之间能力差异的因素，在教学时恰当把握要求，合理展开教学。如例1及之后的“做一做”和练习二十二中，多处都有用字母来表示规律（通项公式）的要求。教学时，教师应视班级基础和学生能力而作合适的处理。例如，例1中要求 $n$ 个点能连多少条线段，学生如能答出“ $1+2+3+\cdots+(n-1)$ ”条线段，教师应予以肯定，不一定非得提升到“ $n(n-1)\div 2$ ”这样的层次。教材上以星号标注的几个问题，教师更应把握尺度。例4，并不需要学生书写出严密的证明过程，只要学生能用语言大致表达出“几何证明”的过程，就已经达到目标了。

#### 4. 建议用3课时教学。

人教版®

## （四）具体内容的教材分析和教学建议

### 4. 数学思考

数学思想和方法可以帮助我们有条理地思考,简便地解决问题,你能举例说一说你知道哪些数学思想和方法吗?

例 6 6 个点可以连多少条线段? 8 个点呢?



别着急, 从 2 个点开始, 逐渐增加点数, 找找规律。



点数					
增加条数		2	3	4	
总线数	1	3	6	10	

3 个点连成线段的条数:  $1+2=3$  (条)

4 个点连成线段的条数:  $1+2+3=6$  (条)

5 个点连成线段的条数:  $1+2+3+4=10$  (条)

6 个点连成线段的条数: \_\_\_\_\_

8 个点连成线段的条数: \_\_\_\_\_

根据规律, 你知道 12 个点、20 个点能连多少条线段吗? 请写出算式。  
想一想,  $n$  个点能连多少条线段?

#### 做一做

观察下面, 想一想。

(1) 第 7 幅图有多少个棋子? 第 10 幅图呢?



(2) 第  $n$  幅图有多少个棋子?



### 编写意图

微课代码:  
02620601

(1) 教材先引导学生回忆已学过的数学思想方法, 以更好地衔接本单元的学习。

(2) 例 1 是一个以几何内容为载体的找规律问题。此题的编排目的, 是为了让学生通过动手操作、观察比较, 归纳得出其中的规律, 发展合情推理思想。

(3) 例题以 6 个点或 8 个点为例, 让学生在尝试时感受到混乱, 从而产生“从简单入手”的自主需求。在增加点的同时, 有顺序地连线, 并记录线段增加的条数, 有利于学生理解其中的原理, 逐步提炼出规律。而将不同的点数连成的线段数用算式表示出来, 可使得规律进一步显现并清晰, 为学生表述规律提供支撑。

(4) 求 12 个点、20 个点能连成多少条线段, 既是规律的运用, 也可借此提炼计算方法。求  $n$  个点能连多少条线段, 则可提升学生的数学表达能力, 发展代数思想。

(5) “做一做”, 是经典的“正方形数”(也叫“平方数”), 每条边上棋子数的平方就是棋子的总数。

### 教学建议

(1) 让学生在尝试中“受困”, 激发寻求解决策略的愿望。

教师可直接呈现“8 个点可以连多少条线段”的问题, 讲清楚题意后, 就让学生自己动手在纸上画一画、数一数。大部分学生都会遇到数不清、混乱的情况, 此时, “如何才能解决这个问题”的需求就产生了。教师可引发学生思考解决策略, 从而引出“从简单的想起”的探究思路, 理解化繁为简的数学思想。

(2) 教师要发挥好关键处的引导作用。

此题有两个关键: 一是要想到每一个新增

的点都要与之前的点相连, 从而得到新增的线段数; 二是要从表示线段总数的算式中发现规律, 实现归纳。在这两个关键处, 教师都需要适时地予以引导。教师可结合学生的反馈, 用板书(或课件)的形式, 突出关键, 让学生清晰地看到原理, 发现规律。

(3) 适度提炼计算方法。

要解决 12 个点、20 个点的问题, 需要学生理解算理, 形成算法。有几个点, 线段的条数就是几之前的所有正整数之和。用字母来表示, 有  $n$  个点, 线段数就是  $1+2+3+\dots+(n-1)$ , 没有必要提炼出“ $n(n-1) \div 2$ ”。

## 编写意图

(1) 例2是一个比较复杂的逻辑推理问题,借助列表逐步缩小范围,找到答案。此题让学生体会逻辑推理的常用策略“排除法”。

(2) 在“表格法”中,以1和0分别代表到会与缺席。列表的方法,可用直观、清晰的方式呈现抽象的已知信息,有利于学生整体把握信息之间的联系,推理得出结论。

(3) 表格下面的“想”,介绍了依据表格完整推理出A、D同班的过程,其实质就是同班的两人不可以都到会,也不可以都不到会。模仿这种分析思路,学生就可自己推出B、C分别与谁同班,进一步感受列表分析的优势。

(4) “做一做”,既可通过列表法,也可直接推理。丁叔叔不是工人,假设他是教师,就和“只有刘阿姨和李叔叔职业相同”产生矛盾,因此,丁叔叔是军人。

(5) 例3,利用等量代换进行推理,为中学学习解方程作准备。第(1)题,实际上就是解二元一次方程组的代入消元法。寻找两个式子中的共同量,通过代入求值,就是一个演绎推理的过程。

例2 六年级有三个班,每班有2个班长。开班长会时,每次每班只要一个班长参加。第一次到会的有A、B、C;第二次有B、D、E;第三次有A、E、F。请问:哪两位班长是同班的?



用数字“1”表示到会,用数字“0”表示没到会。

	A	B	C	D	E	F
第一次	1	1	1	0	0	0
第二次	0	1	0	1	1	0
第三次	1	0	0	0	1	1

想:从第一次到会的状况可以看出,A只可能和D、E、F同班;从第二次到会的状况可以判断,A只可能和D、E同班;从第三次到会的状况可以确定,A只可能和D同班——



### 做一做

王阿姨、刘阿姨、丁叔叔、李叔叔分别是工人、教师、军人。王阿姨是教师,丁叔叔不是工人,只有刘阿姨和李叔叔的职业相同。请问:他们的职业各是什么?

例3  $\triangle$ 、 $\square$ 、 $\circ$ 、 $\diamond$ 、 $\square$ 各代表一个数。

(1) 已知 $\triangle + \square = 24$ ,  $\triangle = \square + \square = \square$ ,求 $\triangle$ 和 $\square$ 的值。



## 教学建议

(1) 引导学生仔细读题,理解题意。

呈现题目后,要让学生读题,使他们充分理解题意。在理解题意的基础上,再作适当的引导。例如,可让学生说说,第一次到会的有A、B、C,说明A不可能和谁同班。学生有了这些基础,才有可能作出正确的推理。

(2) 让学生独立思考,个性化解。

教师可放手让学生自己尝试解决。如有学生会直接根据条件推理:从第一次和第三次到会情况看,A去了两次,这两次其他班到会的班长是B、C和E、F,只有D两次都没到

会,说明A和D同班。同样道理,可以推出B、C和谁同班。每种方法,教师都应让学生充分表达,并让其他学生听懂。

(3) 要适时发挥示范和指导作用。

如果学生不会上述推理,教师可以“为更清楚地表示他们的关系”为由引出列表,并先示范填上第一次的情况(符号也可用 $\checkmark$ 和 $\times$ ),并作简要分析。后续的填写可让学生自己进行。在学生填写完后,教师应引导(指导)学生从不同的角度经历推理。

(4) 让学生自主解决并体会等量代换。

例3的第(1)题,学生有能力自己解决,关键应让学生把代换的过程(思路)讲清楚。

已知  $\triangle + \square = 24$ ,  $\triangle = \square + \square + \square$ , 可得  $\square + \square + \square + \square = 24$ , 即  $4 \times \square = 24$ , 所以  $\square = 6$ ,  $\triangle = \square + \square + \square = 18$ .

(2) 已知  $\bigcirc + \star = 160$ ,  $\bigcirc + \star = 160$ ,  $\bigcirc$  是否等于  $\star$ ?



两个等式里都有  $\bigcirc$ 。

可以用两个等式的性质。



已知  $\bigcirc + \star = 160$ ,  $\bigcirc + \star = 160$ , 根据等式的性质, 等式两边都减去  $\bigcirc$ , 可以得到  $\star = 160 - \bigcirc$ ,  $\bigcirc = 160 - \bigcirc$ , 因为  $\bigcirc$  代表同一个数, 所以  $\bigcirc = \star$ 。

议 什么是平角? 平角与直线有什么区别? 如右图, 两条直线相交于点  $O$ 。



(1) 每相邻两个角可以组成一个平角, 一共能组成几个平角? 想: 平角的两边在一条直线上。  $\angle 1$  和  $\angle 2$ ,  $\angle 2$  和  $\angle 3$ ,  $\angle 3$  和  $\angle 4$ ,  $\angle 4$  和  $\angle 1$ , 一共能组成 4 个平角。

(2) 你能推出  $\angle 1 = \angle 3$  吗? 想:  $\angle 1$  和  $\angle 2$ ,  $\angle 2$  和  $\angle 3$ , 都能组成平角。



那该怎么证明呢?

把  $\angle 1$  和  $\angle 2$ ,  $\angle 2$  和  $\angle 3$  的关系用等式表示出来。



根据 (1) 的结论, 可以得到  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ,  $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ 。根据等式的性质, 等式的两边都减去  $\angle 2$ , 可以得到  $\angle 1 = 180^\circ - \angle 2$ ,  $\angle 3 = 180^\circ - \angle 2$ 。 因为  $180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - \angle 2$ , 所以  $\angle 1 = \angle 3$ 。

102

## 编写意图

(1) 例 3 的第 (2) 题, 以一个简单的数学问题, 引导学生经历有理有据地进行推理的过程, 感受推理的严谨性。此题的推理过程, 已初显“形式化证明”的样子, 也是为例 4 的学习进行铺垫。

此题中, 等式的两边都减去  $\star$ , 用到了等式的性质 1, 而最后一步则是依据等式的性质 3 (等式的传递性, 若  $a=b$ ,  $b=c$ , 则  $a=c$ ) 进行的推理, 这是一种关系推理。这些性质, 实际上都是数学证明中最常用的“公理”。

(2) 例 4 是一道证明“对顶角相等”的题目 (不需提“对顶角”这个名词)。此处的编排, 并非是真真正正意义上教学“几何证明”, 而仅是让学生初步感受运用一些“公理” (如等式性质) 可以进行一些数学推理。例 3 为例 4 的推理提供了知识基础, 同时也需要学生综合运用平角概念、三角形内角和为  $180^\circ$  等知识。不要求学生书写规范严谨的证明过程, 但需要学生会用“说理”的方式证明结论。

教材在多处呈现一些启发性的问题, 引导学生经历并理解推理的过程。

## 教学建议

(1) 立足学生基础开展教学。

面对“ $\bigcirc + \star = 160$ ,  $\bigcirc + \star = 160$ ”和例 4 的两直线相交, 学生凭经验和直觉, 就会得出  $\bigcirc = \star$  及  $\angle 1 = \angle 3$  的结论。我们要承认学生的这种经验和直觉, 也应立足于这样的基础展开教学。最重要的, 就是基于学生已经得出的结论, 追问一个“为什么”。如此, 学生的思维才有可能走向理性, 才能实现应有的教学目标。

(2) 引导学生经历推理的过程。

在让学生说“为什么”的时候, 学生会讲

到正确的理由, 但在表达上会出现逻辑性不强、严谨性不够等问题。此时, 教师就应发挥引领作用, 帮助学生梳理过程: 推理的步骤是怎样的? 每一步的依据是什么? 表述的方式怎样才规范? 教学中, 教师需要示范 (借助语言、板书等), 学生要能模仿着表达, 以此体会数学证明的方法和逻辑推理的思想。

(3) 恰当把握教学要求。

“编写意图”中提到例 4 的定位与要求, 教师在教学中应正确认识, 合理把握。学生能在教师指导下有步骤地进行语言表达式的推理 (或者进行一些简单的填空式的推理), 就已经达到教学目标了。

## 编写意图

(1) 第1、2、3、4题都是先找规律，然后应用规律进行计算或符号化表达。这些题目，帮助学生进一步发展观察、枚举、归纳能力，提升推理水平。

第2题包含了两个规律，从第②图开始，平行四边形、梯形依次有规律地出现；小棒的根数，则是每次增加2根，表达式为 $2n+1$ 。

第3题，把“1面红旗、2面黄旗、3面绿旗”看成一组，运用有余数除法，即可推理得出彩旗的颜色。

第4题不是新问题，在四年级学生就接触过。根据边数与可划分的三角形个数，可容易地推理得到 $n$ 边形内角和为 $(n-2)\times 180^\circ$ 。

(2) 第5、6题是排列组合问题，可进一步发展学生有序思考的能力。

第5题，不同邮资的组合，可以按取1枚、2枚、3枚、4枚的顺序枚举，分别为50分、80分、100分、130分、160分、180分、210分、260分，共8种。

第6题是求满足一定条件的排列数，思考方法较多。假设左起第1位固定一位小朋友，有2种排法，一共有4种这样的情况，得 $2\times 4=8$ 种。

## 教学建议

(1) 培养学生细致观察、深入思考的习惯。

规律就是事物之间的联系，要找出规律，就需要经历观察、分析、猜想、验证等思考的过程，这些过程对于发展学生的推理能力是极其重要的，教学中应注意培养。例如，第1题，可引导学生寻找数与项数之间、前后数之间的关系来探索规律。完成后要引导学生验证答案是否符合规律，养成良好的检验习惯。

第2题，可让学生观察序号和形状之间的关系，观察小棒根数与三角形个数之间的关

### 练习二十二

1. 找规律，填数。

(1) 3, 11, 20, 30, \_\_\_\_\_, 59, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

(2) 1, 3, 2, 6, 4, 9, 8, \_\_\_\_\_, 15, \_\_\_\_\_, 18, \_\_\_\_\_

---

2. 想一想，找规律。

(1) 第6个图形是什么图形？

(2) 摆第7个图形需要多少根小棒？

(3) 摆第 $n$ 个图形需要多少根小棒？

---

3. 节日期间广场上有一排彩旗，按照1面红旗、2面黄旗、3面绿旗的顺序排列，第55面彩旗是什么颜色？第100面呢？

---

4. (1) 多边形内角和与它的边数有什么关系？

多边形					
边数	3	4	5	6	
内角和	$180^\circ$	$360^\circ$			

(2) 一个九边形的内角和是多少度？

(3) 一个 $n$ 边形的内角和是多少度？

5. 张大爷有50分和80分的邮票各四枚，他用这些邮票付多少种面值的邮资？

怎样才能求出所有付邮资的方法呢？

6. 小明、小莉、小刚、小芳四个好朋友站成一排拍毕业纪念照，要求男女间隔排列，一共有多少种站法？

系。学生在观察比较中，就会较容易地找出规律。对于小棒根数为 $2n+1$ ，更可以从观察中发现：以第一根小棒为基础，添上2根，就成为一个三角形，再添2根，又新增一个三角形。那么，新增 $n$ 个三角形共需 $2n$ 根小棒，最后加上第一根小棒，就是 $2n+1$ 。

(2) 以理解题意为基础展开分析。

例如，第5题，教师要引导学生理解为什么会有多种不同的面值，第6题要理解间隔排列的意思。学生理解题意后，可让学生自己分析，用各种个性化的方法（如画一画、操作一下）将思考过程展现出来。教师需关注的是学生在反馈中是否采用有序思考的思维方式。



7. 在学校运动会上,1号、2号、3号、4号运动员取得了800 m 赛跑的前四名。小记者来采访他们各自的名次。1号说:“2号第一个冲过终点。”另一名运动员说:“2号不是第4名。”小记者说:“他们的号码与他们的名次都不相同。”你知道他们的名次吗?



8. 警察抓住了4个偷东西的嫌疑犯,其中的一个人是主谋。审问都是主谋时,甲说:我不是主谋。乙说:丁是主谋。丙说:我不是主谋。丁说:甲是主谋。已知他们4人中只有一个人说了真话,主谋是谁?

9.  $\bigcirc$ 、 $\square$ 、 $\triangle$ 各代表一个数,根据下面的已知条件,求 $\bigcirc$ 、 $\square$ 、 $\triangle$ 的值。
- |                               |                                      |
|-------------------------------|--------------------------------------|
| (1) $\bigcirc + \square = 91$ | (2) $\square - \bigcirc = 8$         |
| $\triangle + \square = 63$    | $\square + \bigcirc = 12$            |
| $\triangle + \bigcirc = 46$   | $\triangle + \square + \bigcirc = 0$ |

10. 如图,把三角形ABC的边AC延长到点D.

- (1)  $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 组成的角叫什么?  
(2) 你能说明 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ 吗?



你知道吗?

七桥问题

传说在普鲁士的柯尼斯堡城,有一条河穿过,河上有两个小岛,有七座桥把两个岛与河岸联系起来。有人提出一个问题:一个步行者怎样才能不重复,不遗漏地一次走完七座桥?后来大数学家欧拉把它转化成—个几何问题——笔画问题。(如图)



编写意图

(1) 第7、8题,是典型的逻辑推理问题。通过练习,进一步提高学生列表分析、逻辑推理的能力。

第7题,通过列表,根据“他们的号码与他们的名次都不相同”,就可较容易地推理出结论。

第8题,需要通过找出题中互相矛盾的条件关系(如甲说自己不是主谋,丙也说说自己不是主谋),从而推知其中两人的话必有真假。假设甲说的是真话,则说明丙是主谋。再结合题中另两个人说的假话,分析发现所推得的信息都相符,就可推出丙说的是假话,他就是主谋。

(2) 第9题第一问,可采用等式的性质,将三个等式的两边分别相加,求出 $\bigcirc + \square + \triangle = 100$ ,然后依次求出结果。第二问,先根据上面两式求出 $\bigcirc$ 和 $\square$ ,然后代入第三式。

(3) 第10题实际上是“三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和”的知识,此题延续例4的编排理念,以直观支撑和启发引导,让学生感悟推理在数学中的作用。

(4) “你知道吗”介绍了著名的“哥尼斯堡七桥问题”,向学生介绍数学文化和数学思想方法。

教学建议

- (1) 鼓励学生独立解决问题。

如第7题,让学生尝试独立解决。学生可能会主动调用前面所学的列表分析的经验,自己设想表格的列法、信息的表示,自主推理。也有学生不列表,根据信息直接判断名次,如“2号不是第4名”,只可能是第2名或第3名,但号码与名次不同,因此只能是第3名。

第8题,学生在尝试的过程中可能会遇到困难,但是,在此过程中,学生会越来越清楚地看到信息间的牵连和矛盾。而理清关系、排除矛盾的过程,恰是学生推理能力提升的过程。

- (2) 教师可以多给一些引导和帮助。

本页的几道习题,都有一定的难度,在一些关键之处,教师可多给一些引导。如第8题,在学生尝试分析的过程中,教师可适当启发:“哪两个条件矛盾了?”“这两个条件矛盾了,说明了什么?”后续的推理,教师更可带着学生一起展开。第9题,教师更要引导学生关注算式的特点,教给学生运用等式的性质处理算式的办法。第10题,要把握好教学要求,重点是帮助学生加深对推理过程的感悟。

(3) 七桥问题,反映了抽象、推理、模型等数学思想。无需学生理解内在原理,只需利用这样的素材了解数学文化,体会数学思想。

## 二、教学设计或教学片段

### 课题：数学思考

**教学内容：**教科书第100页，例1。

**教学目标：**

1. 使学生理解点与点之间连线段的内在规律，掌握正确计算线段数的方法。
2. 使学生通过观察、分析、归纳等过程，进一步发展合情推理能力和问题解决能力。
3. 使学生进一步体会数形结合思想，感受数学的魅力，增强数学学习的兴趣。

**教学过程：**

(一) 直接导入，发现问题

1. 呈现问题。

师：请大家在纸上任意点上8个点。(学生各自画点)

师：每2个点可以连成一条线段，8个点一共可以连成多少条线段？

2. 初次探究。

学生独立尝试连线，数线段，一会儿，纷纷表示“太乱了，数不清”。

(二) 教师引导，逐步探究

1. 教师引导。

师：同学们，8个点连出来的线段，数量多，很难数清楚。所以，这样的问题，我们不应该直接用数的方法来解决，而是要研究其中的规律，巧妙地解决。怎么研究呢？我们可以从2个点开始，逐步增加点数来研究。

教师在黑板上示范画上2个点，连成线段，记录在下表中：



点数					
线段数	1				

师：现在我们画第3个点。这个点画出来，会连成几条线段呢？(生观察回答后教师画出，并连线。)

师：相比上一次，为什么增加2条线段呢？

生：因为第三个点可以和前面的两个点分别连成线段，所以可以增加2条线段。(教师请学生也模仿画出，引导学生理解2条线段是如何增加出来的。)




教师在表格中继续记录成下表。

点数					
新增条数		2			
线段数	1	3			

## 2. 学生探究。

(1) 师：接下去要画第4个点了，这次又会产生怎样的情况呢？这次请大家自己试一试，填一填这个表格。

学生自己探究，很快发现，第4个点可和前面3个点连成线段，可新增3条线段，一共可得到6条线段了。教师板书演示，肯定学生的探究，在表格中完善。

点数					
新增条数		2	3		
线段数	1	3	6		

(2) 师：用这样的思路，下面请大家继续往下探究，一直到得出8个点可连成多少条线段，并思考这里有什么规律。

## (3) 学生自己探究。

有些学生已发现规律，教师鼓励学生再画一画、数一数，确认一下规律是否正确。

## 3. 反馈交流。

待学生探究结束后，教师先和学生校对了答案，确认可连成28条线段。

师：你发现了什么规律？

生：每次增加的线段总比前面一次多1条。

师：能不能具体来说呢？

生：到第5个点时可增加4条线段，第6个点时可增加5条线段，第7个点时可增加6条线段，第8个点时可增加7条线段。

师：不知大家思考过没有，这是什么原因呢？

生：因为到第5个点时，前面已有4个点，所以就可以新增4条线段。第6个点时，前面已有5个点，就可以新增5条线段……

教师结合学生的回答，用课件予以演示，支撑理解。同时，教师在表格中完善记录。

新增条数		2	3	4	5	6	7
线段数	1	3	6	10	15	21	28

生：我发现，要计算一共有几条，实际上就是从 $1+2+3+\dots$ 一直加到比点数少1的数就可以了。（学生纷纷认可，教师引导学生观察表中数据，理解这一算法的道理。）

生：实际上原因很简单，因为最后的点数一定可以和前面的每个点相连，所以最后新增的线段数肯定就是比它的点数小 1 的数。

### （三）归纳小结，提升思想

师：那现在请你想一想，12 个点可以连成多少条线段？

学生列式计算，教师反馈，追问最后的加数 11 的含义。同时，对计算方法予以指导。

师：21 个点可以连成多少条线段呢？（巩固理解，指导算法）

师： $n$  个点可以连成多少条线段呢？

学生口答得出： $1+2+3+\cdots+(n-1)$ 。

师：我们刚才在解决这个问题过程中，用到了一个非常重要的思想方法，那就是通过举例子，观察，分析，找出内在的规律，然后归纳得出一个结论。这是一种推理的思想方法，是研究问题的重要方法。

### （四）练习巩固，提升能力

1. 教科书第 100 页“做一做”。

学生独立解决，交流反馈，得出“第几幅图，正方形边上的棋子数就是几，棋子总数就是每边棋子数的平方”。如果是第  $n$  幅图，用式子表示就是  $n^2$ 。

2. 教科书第 103 页第 2 题。（略）

### （五）回顾所学，课堂总结

## 三、备课资料

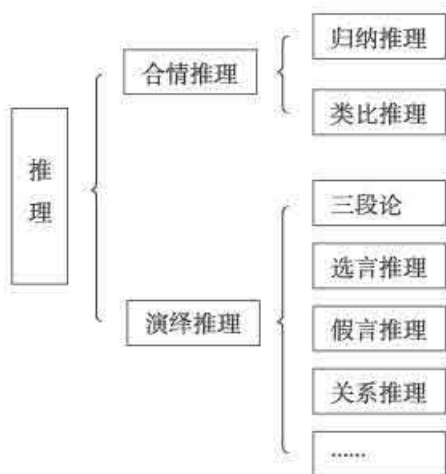
### 推理

推理指的是由一个或几个判断得出一个新的判断的思维形式。任何推理都由前提和结论两部分所组成，前提是已知的判断，是推理的依据，结论是由前提推导出来的新判断。

例如，“是 2 的倍数的数是偶数，8 是 2 的倍数，所以 8 是偶数”，就是一个推理，前面的两个判断是前提，后一个所得的新判断为结论。

推理通常分为合情推理和演绎推理两种。合情推理是从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推断某些结果；演绎推理是从已有的事实（包括定义、公理、定理等）和确定的规则（包括运算的定义、法则、顺序等）出发，按照逻辑推理的法则证明和计算。在解决问题的过程中，合情推理用于探索思路，发现结论；演绎推理用于证明结论。

合情推理的常用形式有归纳推理和类比推理，演绎推理的常用形式有三段论、选言推理、假言推理、关系推理等。它们之间的关系如下图。



### 1. 归纳推理

由特殊到一般的推理叫做归纳推理。即在研究事物的特殊情况所得到的结论的基础上，得出有关事物的一般结论的推理方法。归纳推理也简称为归纳法。

在归纳推理中，根据所研究的是否事物的一切特殊情况，归纳推理一般又可分成完全归纳推理和不完全归纳推理，也称为完全归纳法和不完全归纳法。

(1) 完全归纳法。根据对某类事物中的每一对象的情况分析，进而作出关于该类事物的一般性结论的推理方法叫做完全归纳法。

例如，要证明任意三角形内角和都是  $180^\circ$ ，分别选择直角三角形、锐角三角形和钝角三角形进行研究，发现不管哪种三角形，其内角和都是  $180^\circ$ ，从而得出结论，这样的推理方法叫做完全归纳法。

因为完全归纳法是在考察事物的各种情形之后得出有关事物的结论的，所以当它的前提为真时，其结论必然为真。因此，完全归纳法实质上属于演绎推理的范畴。

(2) 不完全归纳法。在研究事物的某些特殊情况所得到的结论的基础上，得出有关事物的一般性结论的推理方法叫做不完全归纳法。

例如，研究多边形内角和，通过枚举发现它们的内角和均等于其边数减去 2 所得的差与  $180^\circ$  的乘积，从而得出任意多边形的内角和均等于其边数减去 2 所得的差与  $180^\circ$  的乘积的一般性结论，这样的推理就是不完全归纳推理。

从上例可见，用不完全归纳法得到结论仅仅是在观察、分析了某类事物的部分对象之后，对该类事物的属性所提出的猜想。因此，其前提和结论之间不具有必然的联系，其结果具有或然性，作为逻辑推理而言是不严密的。但不完全归纳法在探索的过程中能帮助我们比较迅速地去发现事物的规律，给我们提供研究方向和线索的作用是不容忽视的。科学上的很多发现，往往就是通过观察、分析、归纳、猜想得出，然后又加以证明验证得到的。

### 2. 类比推理

类比推理是从特殊到特殊的推理。是根据两对象都具有一些相同或类似的属性，并且其中一个对象还具有另外某一属性，从而推出另一个对象也具有与该属性相同或类似的属性的推理。

可见，类比推理与不完全归纳推理一样，得出的结论不一定是正确的，还有待于证明才能判断是否正确。但重要的是，类比推理能帮助我们进行分析猜想，帮助我们发现解决问题的途径。类比推理在小学数学学习中有着广泛的应用，是学生获取新知的主要方法之一。如由加法对乘法的分配律，通过类比可得到减法对乘法的分配律，由整数乘法的算法，运用类比可推出小数乘法的算法。

### 3. 演绎推理

演绎推理是从一般到特殊的推理，它是以一个一般性判断（或再加上一个特殊的判断）为前提，推出一个作为结论的个别的或特殊的判断的推理方法。演绎推理的过程刚好与归纳推理的过程相反。

数学学科的大部分理论，都是由一组基本概念和关系（公理）出发，不断形成新的概念，确立新的关系，并通过演绎推理，按照逻辑顺序，由上述基本概念、关系和公理推出新的判断和理论，逐步建立起来的。因此，演绎推理是建构数学、学习数学的重要思想方法。

#### (1) 三段论。

三段论是演绎推理的一般模式，是由两个含有一个共同项的判断作前提，得出一个新的判断作为结论的推理模式。它由大前提、小前提、结论三部分组成。大小前提是已知的判断，结论是由前提推导出来的判断。三段论一般以下面的形式呈现：

是2的倍数的数是偶数，

8是2的倍数，

---

所以，8是偶数。

#### (2) 选言推理。

分为相容选言推理和不相容选言推理。本套教材二年级下册“数学广角”中的例1就是一个“否定肯定式不相容选言推理”，写成三段论的形式为：

小丽要么拿着品德书，要么拿着数学书，

小丽拿的不是数学书，

---

所以，小丽拿的是品德书。

大前提中有两个不相容的选言支，小前提否定了其中一个选言支，因此在结论中就要肯定另一个选言支。

#### (3) 假言推理。

是以假言判断为前提的推理。假言推理分为充分条件假言推理和必要条件假言推理两种。这里介绍一个充分条件假言推理：

如果一个数的末位是0，那么这个数是5的倍数，

这个数的末位是0，

---

所以，这个数是5的倍数。

这里的大前提是一个假言判断，所以这种推理尽管与三段论有相似的地方，但它不是三段论。

(4) 关系推理。

是前提中至少有一个是关系判断，并且根据前提中关系的逻辑性质进行推演的推理。例如：

甲跑在乙的前面，

乙跑在丙的前面，

---

所以，甲跑在丙的前面。

关系推理有直接关系推理和间接关系推理。直接关系推理，如学习 10 的拆分，因为  $4+6=10$ ，所以  $10=4+6$ 。间接关系推理，如上例的甲、乙、丙，再如本节教材中的  $\bigcirc=160-\star$ ， $\odot=160-\star$ ，所以  $\bigcirc=\odot$ 。

## 四、评价建议与评价样例

(一) 评价建议

本单元内容不作考试要求，但对学生学习情况的了解，尤其是对学生数学思想方法掌握情况的了解，可以通过一些纸笔测试题来测查，也可以通过其他一些灵活的方式来测查（如下面评价样例中的研究性作业）。

本单元的学习内容主要是运用观察、枚举、比较、归纳、列表、假设等推理方法来思考（解决）问题，并借此发展学生的逻辑推理能力和解决问题能力。所以，可通过对学生自主解决类似问题情况的分析，来评价学生对数学思想和方法的掌握情况。

(二) 评价样例

### A. 笔试样例

1. 找规律，填数。

(1) 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ( ), ( )。

(2) 10, 14, 22, 38, 70, 134, ( ), ( )。

2. 算一算，继续往下填。

算一算： $21 \times 9 =$        $321 \times 9 =$        $4321 \times 9 =$   
( )  $\times 9 =$  ( )      ( )  $\times 9 =$  ( )

3. 找规律，写得数。

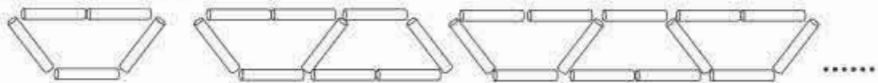
$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ 。

根据上面等式，则：

$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} =$  ( )。

4. 观察思考, 并填空。

用小棒按下图中的方式搭图形。按这样搭下去, 第 10 个图形需要 ( ) 根小棒, 搭第  $n$  个图形需要 ( ) 小棒。



5. 小王、小张和小李三人中, 一位是工人, 一位是农民, 一位是军人。现在知道: 小李比军人年龄大, 小王和农民不同岁, 农民比小张年龄小。那么, 他们中 ( ) 是工人, ( ) 是农民, ( ) 是军人。

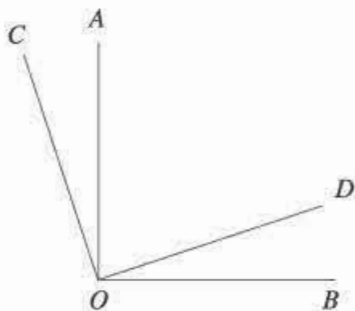
6. 一个学生做了件好事, 老师调查是谁做的好事。甲说: 是乙做的。乙说: 是丁做的。丙说: 不是我做的。丁说: 乙在说谎。已知这四个人中只有一个人说了实话。那么, 说实话的是 ( ), 做好事的是 ( )。

7. 填空。

(1) 已知  $\star - \triangle = 12$ ,  $\star = \triangle + \triangle + \triangle$ 。那么  $\star = ( )$ ,  $\triangle = ( )$ 。

(2) 已知  $\bigcirc + \bigcirc + \square + \square + \square = 54$ ,  $\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \square + \square = 46$ 。那么,  $\bigcirc = ( )$ ,  $\square = ( )$ 。

8. 如图,  $AO$  垂直于  $BO$ ,  $CO$  垂直于  $DO$ 。你能说明  $\angle COA = \angle DOB$  吗?



#### B. 研究性作业样例

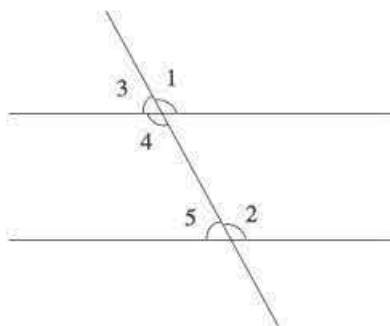
1. 从小数点后面第一位就循环的小数叫做纯循环小数, 如  $0.333\cdots$ 、 $0.212121\cdots$ 。纯循环小数与分数有怎样的关系呢?

请用计算器计算  $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{2}{9}$ 、 $\frac{13}{99}$ 、 $\frac{25}{99}$ , 然后进行猜想。根据你的猜想, 请你再写几个这样的分数验证一下是不是有这样的规律。如果分母是 999, 又会怎样呢?

根据你的研究, 你能不能写一篇数学小论文, 介绍一下纯循环小数与分数的关系?



2. 如果两条平行线被一条直线所截（如图），会产生很多个有联系的角。请用量角器测量 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ ，说说你发现了什么。



根据你得到的结论，再观察 $\angle 3$ 和 $\angle 5$ ，你能通过推理说出 $\angle 3$ 和 $\angle 5$ 的关系吗？你还能推理出 $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 的关系吗？

人教版®

## 第5节 综合与实践

### 一、教材说明和教学建议

#### (一) 教学目标

1. 通过综合应用所学的知识和方法解决实际问题,使学生进一步加深对所学数学知识和方法的理解,获得运用数学解决问题的思考方法,提高综合应用数学知识和方法解释日常生活现象、解决简单实际问题的能力。

2. 通过解决问题的过程,使学生进一步体会数学知识之间的联系和综合,培养比较、分析、综合、概括的能力,提高从不同角度、用不同方式探索解决问题的意识和能力,发展思维的灵活性、深刻性和创造性。

3. 通过开展一些综合与实践应用活动,使学生进一步体会数学知识和方法在解决实际问题中的作用,提高学生动手实践、自主探索、合作交流的能力,培养学生的创新意识和创新精神。

#### (二) 内容安排

《标准(2011版)》提出:“在整个数学教育的过程中都应该培养学生的应用意识,综合实践活动是培养应用意识很好的载体。”重视数学应用,才能使数学学习富有生命力。教材安排的“综合与实践”活动,通过创设生动而富有挑战性的问题情境,让学生经历将具体问题“数学化”的过程,通过实际调查、实践探索,增强数学应用意识,提高解决实际问题的能力。

本节教材一共安排了四个主题鲜明的“综合与实践”应用活动,依次是“绿色出行”“北京五日游”“邮票中的数学问题”“有趣的平衡”。综合应用,不仅仅是指知识和方法的综合,还包括在数学学习中积累的活动经验、思考问题的方式、与他人合作交流的体验等全面综合。通过实际调查、动手实践、开展研究等活动,使学生认识到数学与现实世界和其他学科的联系,体会数学知识之间的内在联系,感受数学的内在魅力,体会数学的价值,使学生在知识技能、数学思考、问题解决、情感态度等方面得到全面发展。

与上一轮教材相比,修订后的教材新增了“绿色出行”“北京五日游”两个实践应用。旨在通过活动,增强学生的环保意识和社会责任感,使学生在学数学的同时,受到情感、态度和价值观的熏陶。

#### (三) 教学建议

1. 要突出活动的综合性与实践性。

《标准(2011版)》提出:“‘综合与实践’的教学,重在实践、重在综合。”有的活动,教材要求学生开展实际调查、统计和设计等活动。因此在进行活动之前,教师要提前做好准备。

首先,引导学生把要调查的问题弄清楚,并对问题进行归类 and 整理。其次,组织学生讨论需要收集哪些数据以及用什么方法收集数据。在此基础上,再组织学生开展实际调查活动。最后,组织学生对收集的数据进行统计、分析,并综合运用所学知识和方法完成方案设计。这些活动要求学生亲自参与,在“做”中体验数学。

2. 重视在“综合与实践”中全面培养学生的问题解决能力。

“综合与实践”是提高学生问题解决能力的重要途径。教学时,教师应充分利用学生已有的生活经验,引导学生把所学的数学知识应用于实际问题,体会数学在现实生活中的应用价值。要引导学生发现问题、提出问题,特别要鼓励学生提出新的研究问题,培养学生的问题意识和创新意识。要让学生在经历问题解决的过程中,不断积累数学活动经验,体会一些重要的数学思想方法,切实提高解决实际问题的能力。

3. 要通过活动培养学生的探究能力和合作能力。

《标准(2011版)》提出:“要鼓励引导学生充分利用‘综合与实践’的过程,积累活动经验、展现思考过程、交流收获体会、激发创造潜能。”“综合与实践”活动的价值不只是获得具体问题的解,更重要的是让学生在解决问题的过程中获得全方位的发展。教学时,要注意引导学生自觉采取独立探究和合作学习相结合的学习方式,通过学生之间的讨论、交流、合作,互通有无,取长补短,建立一种良好的学习环境。

4. 建议用4课时教学。

人教版®

## （四）具体内容的教材分析和教学建议

### 编写意图

(1) 教材通过“绿色出行”这一“综合与实践”活动，使学生通过了解资料信息、从数学的角度审视我们的生活方式等活动，认识到“绿色出行”的好处，并提出可行的建议，真正体现了数学的应用。

(2) 教材呈现了全国机动车保有量的变化及北京市民出行方式的变化等数据资料，使学生认识到不断增长的机动车数量是影响空气质量的重要因素，应该尽量采用“绿色出行”的方式。这些资料为解决第1题的实际问题提供了数据信息。

(3) 教材呈现了小明一家三口采用不同方式上班、上学的数据资料，为后面解决第2、3题的实际问题提供数据信息。

(4) 第1题，使学生通过具体的计算，从量化的角度刻画了汽车尾气污染的严重性。其中，很多数据都是以平均数的形式出现的，体现了平均数的应用价值。先求出平均一辆汽车每年排放的二氧化碳，再利用前面提供的信息，把这一平均值推广到全国。学生在这一过程中也进一步提高了运算能力。

### 教学建议

(1) 引导学生体会统计数据中蕴含的信息。

教材呈现的关于绿色出行的统计资料信息很丰富。需要学生具备较强的信息解读能力。教学时，教师应引导学生认真阅读、分析和处理信息，充分挖掘数据中蕴含的信息，体会到北京市民“绿色出行”的意识在不断增强。引导学生通过观察、比较图片，分析两种出行方式的利弊，感受“绿色出行”的好处。

教材还提供了小明一家的出行信息，可让学生说一说知道了哪些信息，可以提出什么问题，怎样解答，为后面解决第2、3个问题做

### 5. 综合与实践

#### 绿色出行

据统计，2011年末全国民用轿车保有量4962万辆，同比增长23.2%，其中私人轿车4322万辆，同比增长25.5%。北京市公共交通出行比例由2010年的40%上升到2011年的42%，2011年小汽车出行比例为33%，为近年来首次下降，北京市民的“绿色出行”意识不断增强。



小明的爸爸每天开车上下班，从单位到家往返的平均速度为20千米/时，单程用时45分钟，到站上地铁单程用时30分钟，地铁的平均速度为30千米/时，小明每天步行上下学，单程用时15分钟，平均步行速度为50米/分。

1. 每辆汽车平均每年排放160g二氧化碳，一辆汽车一年排放二氧化碳多少千克？合多少吨？全国2011年末之前购买的私人轿车在2012年排放多少吨二氧化碳？



好铺垫。

(2) 引导学生通过解决实际问题，感受“绿色出行”的重要性。

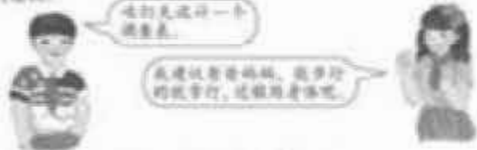
汽车排放二氧化碳这一事实，大家都知道。但到底一辆汽车一年能排放多少二氧化碳，却很少有人计算过。教材通过让学生解决第1个问题，从量化的角度认识汽车尾气对环境的破坏之大。要求一辆汽车一年排放多少二氧化碳，可直接利用教材中提供的调查数据，也可根据自己在当地调查到的数据。由于这些数据都是平均数，因此，也没有必要一定要求精确计算。例如，可把2011年底全国轿车保有量看成5000万辆，大致估算就可以了。

2. 小明的爸爸从家到单位有多远? 如果全年按 245 个工作日计算, 一年上下班行驶就多少千米? 排放多少二氧化碳?

3. 根据上面的信息, 你能发现什么?



4. 调查本班同学及家庭的交通出行方式, 计算绿色出行所占的百分比, 你有什么好的建议?



上下学(上下学)交通方式调查表

	爸爸	妈妈	学生	
公共汽车				
私家车				
自行车				
步行				

### 你知道吗?

**绿色出行** 绿色出行是指采取相对环保的出行方式, 如步行、骑车、骑自行车、减少污染, 有益于健康, 节能减排的出行方式, 如乘坐公共汽车、地铁等公共交通工具, 骑自行车等。通过倡导绿色出行实际的可持续性, 促进环境保护, 减少环境污染。

**同比和环比** 在统计中表示数据增长幅度时, 如果是本期发展水平与去年同期发展水平相比, 就是同比。例如, 上面提到的一些数据的对比, 如果是跟去年同期水平与同一时期水平相比, 就是环比。例如, 对某一年各月与前一月份价格的对比, 如 6 月比 5 月增长 1.0%, 可以称为 6 月环比增长 1.0%, 说明逐月的增减程度。

## 编写意图

(1) 第 2 题, 根据前面的信息先计算出小明的爸爸从家到单位的路程为 15 km, 他一年仅上下班行驶的路程为  $15 \times 2 \times 245 = 7350$  (km), 小车排放二氧化碳的质量  $7350 \times 0.16 = 1176$  (kg)。通过解答, 说明小车每年排放的二氧化碳很多, 会造成环境污染。

(2) 第 3 题, 先计算出小明的妈妈从家到单位的路程也为 15 km。通过比较三种出行方式, 可以看出小明爸爸开车上班既费时又不环保, 妈妈乘地铁上班既省时又环保。而小明每天步行上下学, 节约能源, 还可锻炼身体, 是最环保的“绿色出行”方式。

(3) 第 3 题, 把调查、统计、计算和解决问题结合起来, 是一个真正意义上的“综合与实践”活动。要求学生自行设计调查表, 以培养学生搜集信息、分析信息和处理信息的能力。

(4) 通过“你知道吗”, 向学生介绍绿色出行的好处, 增强环保观念。同时, 还介绍了同比和环比的概念, 帮助学生理解这些百分数在现实生活中的具体含义。

## 教学建议

(1) 引导学生通过解决实际问题, 在比较中感受“绿色出行”方式的好处。

第 2 题可让学生利用相关的信息独立完成。再组织学生交流、评价三种出行方式各有什么利弊。例如, 爸爸和妈妈到单位距离相同, 但爸爸用时更长, 还排放了很多二氧化碳; 而坐地铁等公共交通虽然舒适度或许不如自己开车, 但又省时又环保。对于小明到校的距离 750 m, 步行显然又环保又锻炼身体, 一举两得。通过计算, 提出具体的建议, 如尽量步行, 如果感觉步行 15 km 太远, 也可以骑

自行车等。

(2) 精心组织调查活动, 培养实践能力。

第 4 题, 应突出实践性。教学时, 要组织学生调查自己及爸爸、妈妈每天出行使用的交通方式(也可以加上相应的时间)。可先设计一张调查表, 再组织学生参加实际的调查活动。在每个人填完调查表的基础上, 可引导全班学生进行讨论、交流, 再把数据汇总, 看看全班的家庭采用的出行方式是否够环保, 并提出一些建设性的意见和建议, 真正把“绿色出行”的理念落实到行动中去。

## 编写意图

(1) 教材安排“北京五日游”这一“综合与实践”活动，旨在通过让学生参与调查、收集信息、设计方案等活动，学会综合应用所学的数学知识解决实际生活中的问题，提高收集信息、整理信息、分析信息和处理信息的意识和能力。

(2) 教材呈现帮助小明设计一家三口参加“北京五日游”行程计划的情境，引导学生从设计行程表、调查收集有关信息、分析信息、填写行程表等环节开展实践活动，完成“北京五日游”行程的设计。

(3) 设计一个旅游计划，关键在确定行程安排和调查有关项目的费用等环节。因此，教材给出了一个行程表的示范，引导学生考虑哪些方面，如一共只有五天，要参观哪些景点，来回分别选择什么交通工具，在哪里住宿，选择哪些特色餐饮等。至于其他的一些具体信息，如景点信息、门票信息、车票信息、旅店信息，可通过上网查询、电话联系等方式加以收集。在设计的时候要同时兼顾多个方面的现实因素，如充分利用时间，在吃住行舒适的前提下尽量节省费用。

## 教学建议

(1) 做好设计前的指导。

在设计“北京五日游”行程计划之前，应组织学生讨论这五天应怎么安排，怎样设计旅游行程表，怎样的行程比较节省经费。重点应考虑有几个人参加旅游，要到哪些地方游览，参观哪些景点，乘坐哪些交通工具，以及如何安排食宿等问题。这些问题是成人出游时都会遇到的，让学生从小就“模拟经历”，对于学生实践能力的培养，具有不可忽视的作用。

(2) 引导学生参与调查有关信息的活动。

可安排学生在课后参与调查与“北京五日

### 北京五日游

放假开始了，小明制作着假期与爸妈参加“北京五日游”。爸爸妈妈把这个旅游计划的设计任务交给了小明。同学们，你能帮小明设计一个旅游计划吗？



北京五日游行程

日期	行程	交通工具	住宿	其他
第一天	傍晚19:00的火车游到北京			
第二天				
第三天				
第四天				
第五天				

107

游”相关的信息，可以通过询问家长或老师、上网查询、电话联系等方式，了解游览项目、乘坐交通工具的运行时间和费用、住宿费用等。并将收集到的信息加以整理、分析，同时粗略作出旅游所需费用的预算。

(3) 可根据实际情况调整旅游目的地。

教材要求设计的是“北京五日游”行程计划，对很多学生而言，不一定切合实际。在组织本活动时，可因地制宜，作适当调整，例如，选择当地的一个旅游景点进行设计。这样可以充分调动学生参与实践活动的积极性，增强学习数学的亲切感。

下面是小明设计的一个旅游计划,请把你设计的旅游计划与小明的进行比较,看看有什么优点和不足,如何改进。

北京五日游行程

日期	行程	交通工具	住宿	其他
第一天	乘晚上9:00的火车到达北京	出租车 火车	火车	
第二天	1. 早起7:00到达北京		宾馆	地文化 博物馆
	2. 参观故宫(三大殿)	出租车		
	3. 游览天安门广场,参观毛主席纪念堂和故宫博物院,游览景山公园,游览王府井大街	公交车 地铁		
第三天	1. 游览八达岭长城	火车	宾馆	吃涮羊肉
	2. 游览气景,水之宫,奥林匹克公园	出租车		
第四天	1. 游览天坛公园	地铁	火车	吃北京小吃
	2. 游览颐和园,参观军事博物馆	地铁		
	3. 乘晚上9:00的火车返程	地铁,火车		
第五天	早起8:00回家	出租车		

北京五日游费用预算(单位:元)

大车票	住宿	餐饮	市内交通	景点门票	其他	合计
成人280×4 学生130×2	300×2	300×3	80×3	成人280×2 学生130	购物500	4250

你有条件上网吗?在互联网上可以查询很多旅游信息,能够了解很多旅游中意想不到的细节和注意事项,减少不必要的消费和可能遇到的麻烦。

109

## 编写意图

(1) 教材呈现了小明设计的“北京五日游”行程表以及所需费用的预算表,要求将自己设计的旅游计划与小明的进行比较,突出旅游计划设计完成后的展示、比较和交流。通过比较和交流,让学生找到自己与他人设计的优点与不足,使学生进一步积累数学活动经验,提高分析信息和处理信息的能力。

(2) 教材呈现小明设计的“北京五日游”行程计划表,只代表小明家的行程安排。北京的旅游景点非常多,学生设计的“北京五日游”行程计划都不会一样。不管具体方案如何不同,设计的基本原则是相同的,例如,不能遗漏去程或返程的交通方式,如果返程在火车上,当天就不用再预订宾馆了。

(3) 设计旅游计划需要了解行程路线、注意事项,需要查询交通、住宿、门票等费用。教材鼓励学生上网查询。不仅可以减少不必要的消费和可能遇到的麻烦,而且方便、快捷,可以大大提高效率,同时,也引导学生利用现代的信息技术获得所需要的各种信息。

## 教学建议

(1) 引导学生对所设计的旅游计划进行展示、比较与交流。

学生完成“北京五日游”或“某地几日游”行程计划的设计后,要将自己设计的旅游计划在班上展示、比较与交流。既要与同班同学比较,也要与教材中小明的设计进行比较。通过展示、比较与交流,让学生找到自己和他人设计中的优点与不足,并提出改进意见。

还可组织全班学生针对每个同学设计的旅游计划是否经济、合理、方便、可行,用事实、数据进行评价、说明。让学生评选出大家

最喜欢的旅游计划,让全体学生共同欣赏与体验创新成果,进一步激发探究的热情。

(2) 引导学生利用各种资源查询旅游信息。

如果条件允许,教师应引导学生充分利用网络等现代信息技术,查询有关旅游信息。如在网查询当地有哪些旅游景点,旅游线路怎样以及交通、住宿、门票的费用等情况,可以了解很多旅游中的注意事项,尽量减少不必要的麻烦。也可直接参考网上一些“旅游攻略”。

教师还可在课堂上展示当地旅行社提供的旅游计划,让学生了解当地旅游资源,了解团体旅游、散客拼团旅游的费用情况,开阔学生眼界,丰富教学资源,提高学生的实践能力。

## 编写意图

(1) 教材安排“邮票中的数学问题”这一“综合与实践”活动,选取实际生活中的寄信活动为素材,通过探究如何确定邮资、如何根据信函质量支付邮资等活动,一方面帮助学生巩固所学的组合知识,另一方面,培养学生的归纳、推理能力。

(2) 按照国家规定,根据信函质量确定邮资。教材首先呈现了不同面值的一些邮票,让学生了解邮票的有关知识,认识邮票的作用,同时为后面探索邮票中的数学问题做好铺垫。接着出示了国家邮政局关于信函邮资的规定,使学生了解信函邮资的一些常识。不同质量的花信邮资标准不同,寄往本埠和外埠的邮资也不同。同时通过邮资的变化规律,感受分段函数的思想。

(3) 教材通过呈现两位学生邮寄信函的活动,来说明应根据信函的质量和目的地来确定每封信函应付的邮资,并明确确定信函资费的两大要素:第一,信函的目的地是本埠还是外埠。第二,信函的质量。

## 邮票中的数学问题

你寄过信吗?见过下面这些邮票吗?



你还见过哪些邮票?你知道它们各自有什么作用吗?

普通邮票由于面值种类齐全,可适用于各种邮政业务。



调查一下与邮政相关的费用。

业务种类	计费单位	资费标准/元	
		本埠(含)资费	外埠资费
信函	重量 100 g 内, 每重 20 g (不足 20 g 按 20 g 计算)	0.80	1.20
	重量 101~2000 g 每重 100 g (不足 100 g 按 100 g 计算)	1.20	2.00



我的信不到 20 g, 寄给本埠的邮资只需贴 80 分的邮票。

我的信有 45 g, 寄往外埠, 怎样贴邮票呢?

## 教学建议

(1) 课前可安排调查相关信息的活动。

在课堂教学之前,可先安排学生通过调查了解关于邮票和邮政资费的信息,也可收集一些常用的邮票,为在课堂上开展探究活动做好准备。

(2) 引导学生交流、展示收集的邮票。

在课堂教学开始时,先让学生展示收集到的一些常用的邮票,说说邮票中的图案是什么,它们的面值各是多少,各有什么作用。使学生感受普通邮票由于面值种类齐全,可适用于各种邮政业务。教师也可借机介绍集邮的

好处。

(3) 引导学生探究每封信函应付的邮资。

教材利用表格的形式给出了国家邮政局关于信函邮资的收取标准。教学时,先引导学生仔细观察表格,理解其中“计费单位”和“资费标准”的具体含义,体会邮资的变化规律。再引导学生根据信函的质量和目的地来探究不同的信函应付的邮资。如,结合教材给出的问题“一封信件有 45 g, 寄往外埠, 应付多少元邮资费”让学生根据“计费单位”和“资费标准”计算应付的邮资费。最后总结确定信函资费的两大要素:一是信函的目的地是本埠还是外埠,二是信函的质量。



## 编写意图

(1) 在学生掌握了确定信函邮资方法的基础上,教材接着安排了两个探究活动。这两个探究活动的分析思路和方法是一致的,首先确定信函处于不同质量范围内应付的邮资,再根据这些邮资数值寻找满足条件的邮票组合。

(2) 探究“不超过 100 g 的信函邮资,如何用不多于 3 枚的邮票来支付”时,通过填写教材中的表格,罗列出 100 g 以内的信函所需支付的各种邮资情况,体会邮资的变化规律,明确哪些资费可仅用 80 分和 1.2 元的邮票支付,哪些不能。再根据要求设计一枚其他面值的邮票来满足需要,符合要求的面值可为 2 元、2.4 元或 4 元。

(3) 探究“不超过 400 g 的信函邮资,如何用不多于 4 枚的邮票来支付”时,过程与第一个活动相同。只是需要扩充完成教材中的表格,确定 400 g 以内的信函所需支付的各种邮资情况。

如果邮资不超过 100 g 的信函,最多只能贴 3 枚邮票,只用 80 分和 1.2 元的邮票能满足需要吗?如果不能,请你再设计一枚邮票,看看多少面值的邮票能满足需要。

先看看用哪些可能的邮资。



只用 80 分和 1.2 元两种面值可支付的邮资是——



其他支付的邮资有——



如果再增加面值——



信函质量/g	邮资/元				
	1-20	21-40	41-60	61-80	81-100
本埠					
外埠					

先考虑机器邮资,一般信函最多可贴 4 枚邮票。



如果最多只贴 4 种面值的邮票,就能支付所有不超过 400 g 的信函的邮资,除了 80 分和 1.2 元两种面值,你认为还需要增加什么面值的邮票?

你能再列出你设计的这种面值的邮票吗?



## 教学建议

(1) 引导学生探究合理的邮资支付方式。

要解决“不超过 100 g 的信函邮资,如何用不多于 3 枚的邮票来支付”的问题时,可先让学生填好教材中的表格,从而确定 100 g 以内的信函所需支付的各种邮资情况,只有 4 元、4.8 元和 6 元不能仅用 80 分和 1.2 元的邮票来支付。进而引导学生思考:因最高的邮资费是 6 元,故用 3 枚邮票来支付时面值最大的邮票面值应不小于  $6 \div 3 = 2$  元。在此基础上,再综合其他条件,确定增加的邮票面值可为 2 元、2.4 元或 4 元。而在解决第二个问题

时,思路相同。不能仅用 80 分和 1.2 元的邮票支付的邮资有:5.2 元、6.4 元、7.6 元、6 元、8 元、10 元、12 元。因最多只能用 4 种面值,最大面值应不小于  $12 \div 4 = 3$  元。该问题的答案也相当开放,可设计选用的邮票面值有:(0.8, 1.2, 4)、(0.8, 1.2, 2, 3) 等。

(2) 引导学生了解实际生活中设计邮票面值的相关信息。

在上述的第二个探究活动中,满足条件的邮票组合很多。但邮政部门在发行邮票时,还要从经济、合理、方便、实用等角度考虑,确定合理的邮票面值组合,这与人民币的面值组合的道理类似。

## 编写意图

(1) 教材安排“有趣的平衡”这一“综合与实践”活动，探索“杠杆原理”背后隐藏的数学原理，体现了数学与物理学科的联系。通过引导学生经历从特殊到一般的探究过程，培养学生的探究意识和归纳概括能力。

(2) “有趣的平衡”是在学生掌握了比例知识的基础上设计的，目的是通过实验，让学生初步感受杠杆原理，发现反比例关系，加深对反比例关系的理解。

(3) 教材在第一幅图中，介绍了如何制作本活动所需的实验用具（简单杠杆）。通过让学生提起拴竹竿的绳子，强调制作的简易杠杆要保持平衡。

(4) 教材第二幅图展现了特殊条件下竹竿保持平衡的规律的探究过程。使学生通过两方面的实验，发现规律：如果塑料袋挂在竹竿左右两边刻度相同的地方，放相同数量的棋子才能保持平衡；如果左右两个塑料袋放入同样多的棋子，它们移动到距中点相同的位置才能保持平衡。

## 有趣的平衡

同学们，你们听说过“杠杆原理”吗？知道它在生活中的应用吗？可能大家都没有想好，杠杆原理的作图隐藏着数学原理，那就是反比例关系。下面就让我们通过实验来体验它的奥秘吧。

选一根粗细均匀的竹竿（长约1米），在中点的位置打一个小孔并拴上绳子，然后从中点开始每隔5cm做一个记号（可以画一个小圈）。



如果塑料袋挂在竹竿左右两边刻度相同的地方，怎样放棋子才能保持平衡？  
如果左右两个塑料袋放入同样多的棋子，它们移动到什么样的位置才能保持平衡？

111

## 教学建议

(1) 利用问题，激发学生的探究兴趣。

课始，教师可提出教材中的问题，激发学生探究的兴趣，明确“杠杆原理”背后隐藏的数学原理——反比例关系。并要求学生通过观察、实验、计算、推理、验证等学习方式探究“杠杆原理”背后隐藏的奥秘，进一步激发学生探究的欲望。

(2) 加强对实验用具制作的指导。

指导学生制作规范、适用的实验用具是保证本实验活动成功的前提。因此教师应加强对制作实验用具的指导。可提前布置学生准备，

并提醒学生应该注意的地方。例如，竹竿要尽量粗细均匀（也可用其他粗细均匀的物品），制作完后，提起竹竿中心位置的绳子时，要确保制作的简易杠杆平衡。

(3) 引导学生合作学习、探究规律。

本活动是一个操作性很强的实践活动，教学时可采取小组合作的形式让学生尝试，教师只在关键处给予指导和点拨。对于教材第二幅图中小朋友提出的数学问题，教师应放手让学生探究，并注意指导和点拨。使学生通过具体的棋子数、具体的刻度，通过实验、推理、验证，发现并归纳、总结出特殊条件下竹竿保持平衡的规律。

## 编写意图

(1) 教材第三幅图, 让学生探究当左右塑料袋离中心距离不相等时, 两个塑料袋里的棋子数有什么关系。第一个实验较为特殊, 左边的棋子数和右边的刻度数都是 4, 当左边的刻度是 3 时, 问右边的棋子数是几。通过实验学生会发现右边的棋子数是 3。第二个实验体现了更大的一般性。学生通过这样由特殊到一般的实验, 会发现一般条件下竹竿保持平衡的规律: 要使竹竿保持平衡, 必须使“左边的刻度数 $\times$ 棋子数=右边的刻度数 $\times$ 棋子数”, 由此体会杠杆原理。

(2) 教材第四幅图呈现了应用规律进行探究的活动情境。由于学生已经了解竹竿平衡的规律, 他们会想到: 只要右边的刻度数 $\times$ 棋子数=12, 竹竿就会保持平衡。为增加可信度, 教材让学生通过实验进行验证, 然后把结果记录在表格中。最后根据表格中的数据发现“当左边的刻度数和棋子数保持不变时, 右边刻度数和所放棋子数成反比例关系”。

(3) “生活中的数学”让学生进一步感受杠杆原理在生活中的应用, 增强学生应用数学的意识。



左边的塑料袋在刻度3上, 放4个棋子, 右边的塑料袋在刻度4上, 放几个才能保证平衡?  
如果左边的塑料袋在刻度4上放1个棋子, 右边的塑料袋在刻度3上放几个呢? 在刻度2上呢?  
你有什么发现?

左边的刻度4上放3个棋子并保持不变, 右边分别在各个刻度上放几个棋子才能保证平衡呢?

右 刻 度	1	2	3	4	5
所放棋子数					
发 现					

从表中你能发现刻度数和所放棋子数成什么比例关系?

同学们经常玩的跷跷板, 有时能够达到左右平衡, 就是应用了杠杆原理。像右图那样, 用一根硬的棍子, 棍子底下垫一块小石头, 一个人能把一块大石头撬起来, 这也是应用了杠杆原理。像这样的棍子, 就是杠杆。你还记得一些生活中应用过杠杆原理的例子吗?

## 教学建议

(1) 引导学生通过探究竹竿保持平衡的规律, 体会杠杆原理。

在探索规律时, 要注意在适当的时候引导学生从具体上升到抽象。如在完成第二幅图中的活动时, 要适时引导学生进行抽象概括: 不管放的顺序怎样, 只要在左右两边相同的刻度处放相同数量的棋子, 竹竿就能平衡。在完成第三幅图中两个探究活动时, 从特殊情况到一般情况, 也要适时引导学生概括出“要使竹竿保持平衡, 必须使左边的刻度数 $\times$ 棋子数=右边的刻度数 $\times$ 棋子数”的结论。

(2) 应用规律, 使学生体会反比例关系。

在第四幅图中, 让学生理解“左边在刻度4处放3个棋子并保持不变”的含义, 引导学生有序地思考: 为保持竹竿的平衡, 应该在各个刻度处怎样放棋子? 使学生看到, 右边的刻度数 $\times$ 棋子数=一个常数, 根据反比例关系的概念, 可以判断出当一边的棋子数与刻度数不变, 另一边的棋子数与刻度数成反比例。

(3) 体会杠杆原理与生活的联系。

引导学生阅读“生活中的数学”, 使学生知道玩跷跷板、用木棍撬起大石头也是应用了杠杆原理, 体会竹竿的平衡与这两个实例内在原理的一致性。

## 二、教学设计或教学片段

### 课题：邮票中的数学问题

教学设计：陈善林。

教学内容：教科书第109~110页的内容。

教学目标：

1. 让学生了解邮票的作用，理解、掌握邮政资费的方法，知道确定邮资的两个因素。
2. 让学生经历确定邮资、支付邮资、设计邮票面值等活动过程，培养学生的归纳、推理能力，发展学生的实践能力和创新精神。
3. 使学生体会分段函数的思想，感受数学在生活中的价值，增强学生应用数学的能力。

教学过程：

(一) 创设情境，引入新课

1. 猜谜。

师：薄薄一片纸，四边细牙齿，两地朋友欲谈心，必须请它当差使。谜底是什么呢？

2. 谈话。

师：同学们知道世界上第一枚邮票是怎样诞生的吗？

课件播放：一天，爱丽丝·布朗收到一封很重要的信，她却不得不退还给邮差，你们知道是为什么吗？原来，那时候邮费是由收信人支付的，因为爱丽丝·布朗支付不了昂贵的邮费，只能把信退还给邮差。为了避免邮差送信却收不到邮费的情况，1840年英国人罗兰·西尔发明了世界上第一枚邮票“一便士黑邮票”。一百多年后的今天，邮票仍用来支付邮资。

3. 欣赏。

课件播放不同面值和图案的邮票并配解说：民居邮票、生肖邮票、人物邮票、熊猫邮票、奥运邮票……

4. 引入。

师：邮票是邮资的凭证，那么，该如何正确支付邮资呢？今天我们就带着这个问题一起来探究邮票中的数学问题。

板书课题：邮票中的数学问题。

(二) 问题驱动，自主探究

1. 理解确定邮资的方法。

(1) 课件出示《国家邮政局关于信函邮资的收取标准》，引导学生仔细观察，理解计费单位、资费标准、首重、续重、本埠、外埠的意思。

业务种类	计费单位	资费标准/元	
		本埠资费	外埠资费
信函	首重 100 g 内, 每重 20 g (不足 20 g 按 20 g 计算)	0.80	1.20
	续重 101 ~ 2000 g, 每重 100 g (不足 100 g 按 100 g 计算)	1.20	2.00

(2) 尝试解决。

①明明写了一封不到 20 g 的信, 寄给本市的朋友, 他应该怎样贴邮票呢?

②丽丽的信重 45 g, 寄往外地, 她应该怎样贴邮票呢? (学生独立思考、汇报, 并相互评价。)

分析: 不足 20 g 按 20 g 计算, 明明只要贴一枚 80 分的邮票就好了。丽丽的信函寄往外地, 每 20 g 重应支付邮资 1.2 元, 45 g 比 2 个 20 g 还多 5 g, 所以应支付邮费 (2+1) 个 1.2 元即 3.6 元, 可以贴 3 枚面值 1.2 元的邮票或贴 1 枚面值 2 元和 2 枚面值 80 分的邮票。

(3) 小组讨论。

师: 根据什么来确定应付的邮资呢? (信函质量和寄达目的地)

3. 探究合理的邮资支付方式。

(1) 播放视频: 邮局分拣信件情景, 了解贴邮票的规定: 不超过 100 g 的信函, 最多只能贴 3 枚邮票; 为方便机器检信, 一件信函最多可贴 4 枚邮票。

(2) 引导猜想: 邮寄不超过 100 g 的信函, 最多只能贴 3 枚邮票, 只用 80 分的和 1.2 元的邮票能满足需要吗?

(3) 模拟寄信: ①为每个学习小组准备好寄往不同地点、不同质量的信函若干封, 算出所需邮资。②用 80 分和 1.2 元这两种面值的邮票贴一贴。③填好下表。

信函质量	1~20 g	21~40 g	41~60 g	61~80 g	81~100 g	
本埠资费	0.80 元	1.60 元	2.40 元	3.20 元	4.00 元	
80 分枚数	1	2	3	0	1	×
1.2 元枚数	0	0	0	2	2	×
外埠资费	1.20	2.40	3.60	4.80	6.00	
80 分枚数	0	3	0	0	×	×
1.2 元枚数	1	0	2	3	×	×

(4) 观察发现: 能用 80 分和 1.2 元支付的有 1~20 g, 21~40 g, 41~60 g, 61~80 g 的本埠信件。其中 4.00 元、4.80 元、6.00 元不能仅用 80 分和 1.20 元的邮票支付。

(5) 设计邮票: 请你们设计一枚其他面值的邮票, 看看多少面值的能满足需要。(温馨提示: 因最高资费是 6 元, 故用 3 枚邮票来支付时面值最大的邮票的面值应不小于  $6 \div 3 = 2$  元。)

(6) 小组汇报: 增加的邮票面值可以是 2.00 元、2.40 元或 4.00 元。

(7) 谈话过渡: 同学们考虑得很全面, 设计出了满足需要的第三枚邮票。在实际生活中,

我们有可能寄超过 100 g 的信件。现在请同学们继续思考一个问题，如果想最多只用 4 枚面值的邮票，就能支付所有不超过 400 g 的信函的资费，除了 80 分和 1.2 元两种面值，你认为还需要增加什么面值的邮票？

(8) 扩充表格：填写 101~400 g 信函所需邮资。

质量/g	101~200	201~300	301~400
本埠	5.20	6.40	7.60
外埠	8.00	10.00	12.00

(9) 合作解决：①能仅用 80 分和 1.2 元面值的邮票支付的资费是哪几种？②不能仅用 80 分和 1.2 元面值的邮票支付的资费是哪几种？（5.20 元、6.40 元、7.60 元、6.00 元、8.00 元、10.00 元、12.00 元）③请你设计，确定需要增加的邮票面值。（提示：需要增加的邮票最大面值应不小于  $12 \div 4 = 3$  元。）④小组交流，展示成果。本题答案相当开放，可选用的邮票组合有 (0.8, 1.2, 4)、(0.8, 1.2, 2, 3) 等。

(10) 体验感悟：刚才大家设计出了很多符合要求的新面值邮票，表现很不错。虽然满足条件的邮票组合很多，但是国家邮政部门在发行邮票时，还要从经济、合理、方便、实用等角度进行考虑。我们在设计邮票时也应如此，从而确定合理的邮票面值组合。

(三) 总结反思，拓展延伸

1. 反思：说说这节课的收获和体会。

2. 评价：教师对学生的表现进行积极评价。

3. 拓展：小华给远在北京的姑妈邮寄一件 336 g 的信函，只用 80 分和 1.2 元的邮票能满足需要吗？如不能满足，你认为还需要增加什么面值的邮票？有哪些邮票组合？

### 三、评价样例

#### 浙江嘉兴市 2014—2015 学年小学数学六年级下册期末检测卷<sup>①</sup>

##### 一、填空题

1. 由 7 个亿、5 个千万、4 个万、6 个千组成的数是 ( )，省略亿后面的尾数约是 ( ) 亿。

2.  $\frac{3}{10}$  时 = ( ) 分，200 m<sup>2</sup> = ( ) 公顷。

3.  $2 \div 5 = \frac{6}{( )} = ( )$  (填小数)。

<sup>①</sup> 浙江嘉兴市 2014—2015 学年小学数学六年级下册期末检测卷 [J]. 小学教学, 2016 (2): 34-35, 引时略有改动。

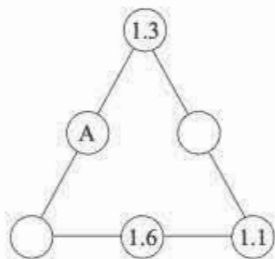
4.  $0.4:1.6$  的比值是 ( )。如果前项加上 0.8, 要使比值不变, 后项应加上 ( )。
5. 用 0、1、4、5 这四个数字组成的四位数中, 最小的偶数是 ( )。
6. 在  $\pi$ 、 $-3$ 、 $\frac{10}{3}$  和  $314\%$  中, 最大的数是 ( )。
7. 一个圆柱的底面直径是 2 cm, 高是 3 cm, 它的侧面积是 ( )  $\text{cm}^2$ 。
8. 有两堆煤, 甲堆质量的  $\frac{2}{3}$  正好等于乙堆质量的  $\frac{3}{5}$ 。甲、乙两堆煤质量的比是 ( : )。

9. 在一个直角三角形中, 两个锐角度数的比为  $2:1$ , 其中较小的一个锐角是 ( ) 度。
10. 一个高 45 cm 的圆锥体容器, 盛满水后再倒入和它等底等高的圆柱体容器里, 水面的高度是 ( ) cm。

11. 直角三角形的两条直角边分别是 3 cm 和 4 cm, 以 3 cm 的直角边为轴旋转一周, 可得到一个 ( ), 体积是 ( )  $\text{cm}^3$ 。

12. 学校买来 9 个足球, 每个  $a$  元, 又买来  $b$  个篮球, 每个 58 元。则  $9a$  表示 ( ),  $58+a$  表示 ( )。

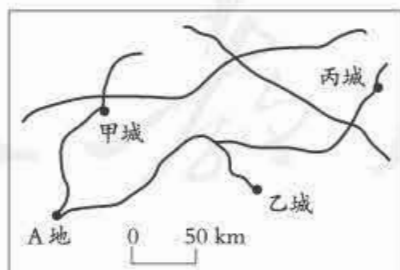
13. 如右图, 要把 1.1、1.2、1.3、1.4、1.5、1.6 这六个数填入圈中, 使每条边上的三个数之和都相等。小明已填了三个, A 处应填 ( )。



14. 下图中第 5 个正方形有 ( ) 个点。如果某个正方形每边上的点子数用  $a$  表示, 则这个正方形的点子总数可表示为 ( )。



15. 如下图, 一辆汽车早上 8:00 从 A 地出发, 以平均每小时 60 km 的速度行驶, 11:30 到达目的地。目的地应该是 ( ) 城。



## 二、选择题

1.  $4 \times 28 \times 25 = 28 \times (4 \times 25)$ , 这是根据 ( )。
- A. 乘法分配律  
B. 乘法交换律  
C. 乘法结合律  
D. 乘法交换律和乘法结合律

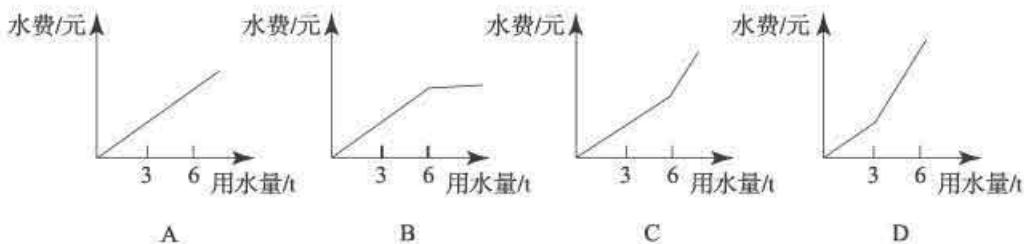
2. 5支装的一盒钢笔共70元, 小张买了4盒钢笔, 他付给售货员300元。他买了多少支钢笔? 解答这个问题需要用到的信息是( )。

- A. 5支、70元、4盒、300元      B. 70元、4盒、300元  
C. 5支、70元      D. 5支、4盒

3. 下列各数量关系中, 成反比例关系的是( )。

- A. 全班人数一定, 出勤人数和缺勤人数  
B. 单价一定, 买的数量和总价  
C. 运送一批货物, 每天运的吨数和需要的天数  
D. 圆的周长和它的半径

4. 某市规定每户每月用水量不超过6t时, 每吨价格为2.5元; 当用水量超过6t时, 超过的部分每吨价格为3元。下图中能正确表示每月水费与用水量关系的示意图是( )。



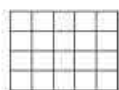
5. 赵伟家的客厅长6m, 宽4.8m。计划在地面上铺方砖, 要求都用整块的方砖, 且恰好铺满。方砖的边长可以是( )。

- A. 50 cm    B. 60 cm    C. 80 cm    D. 100 cm

### 三、计算题(略)

### 四、图形与计算

1. 画出从三个不同方向看到的图形。



从正面看



从左面看

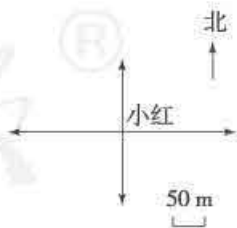


从上面看

2. 小明的位置在小红的西偏南  $30^\circ$  方向 150 m 处。

(1) 请在右图中标出小明的位置。

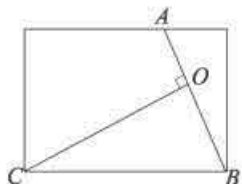
(2) 小红在小明的( )偏( ) ( ) $^\circ$  方向 150 m 处。



3. 如右图, 已知  $CO \perp AB$  (“ $\perp$ ”表示垂直),  $AB = 4$  cm,  $CO = 5$  cm。

(1) 计算长方形的面积。

(2) 用写文字、画图等方式说明你为什么这样算。

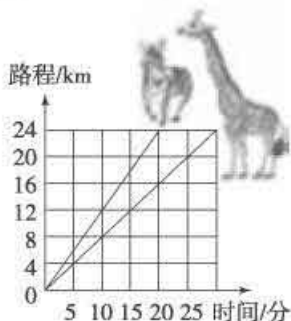




4. 下图表示斑马和长颈鹿的奔跑情况。请看图回答以下问题。

(1) ( ) 分时它们相距 8 km。

(2) 斑马和长颈鹿的速度之比是 ( : )。



### 五、解决问题

1. 足球上白色皮共有 20 块，比黑色皮的 2 倍少 4 块。共有多少块黑色皮？

2. 某校 5 名同学参加科普知识竞赛，赛后得知他们的平均分是 85 分。但其中一名同学觉得自己的成绩不止公布的 81 分。后经查卷，确认这名同学的成绩应是 88 分。这样，这 5 名同学的平均分应该是多少分？

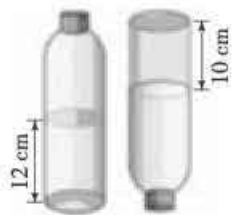
3. 李明、王强和张亮三位同学跳绳，李明跳了 120 个。

王强说：“我跳的个数是李明的  $\frac{2}{3}$ 。”

张亮说：“李明跳的个数是我的  $\frac{2}{3}$ 。”

张亮跳了多少个？

4. 一个装满水的矿泉水瓶，内直径是 8 cm。小明喝了一些，水的高度还有 12 cm，把瓶盖拧紧后倒置放平，无水部分高 10 cm。小明喝了多少水？



5. 王老师要买 60 个足球，三个店的足球单价都是 25 元，优惠办法如下。你认为王老师到哪个店买合算？

三个店的优惠办法：

甲店：每买 10 个送 2 个。

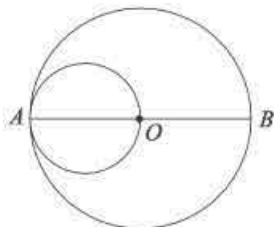
乙店：打八折销售。

丙店：购物每满 200 元，返现金 30 元。

### 六、选做题

1. 如右图，大圆直径为 8 cm，如果让小圆从 A 沿着大圆的内侧滚动半周至 B，那么小圆的圆心移动的长度是 ( ) cm。

2. 小芳、小兵、小林、小强和小刚 5 人进行象棋比赛，每 2 人之间都要下一盘。小芳已经下了 4 盘，小兵下了 3 盘，小林下了 2 盘，小强下了 1 盘。小刚下了几盘？分别是和谁下的？



浙江临海市 2015 年小学六年级质量抽测数学试卷①

一、选择题

1. 在读下面这四个数时, 要读出两个“零”的数是 ( )。

- A. 4005006700      B. 4050000670      C. 4005006070      D. 4050067000

2. 有三个连续自然数, 最小的一个数是  $a$ , 那么最大的一个数是 ( )。

- A.  $a+1$       B.  $a+2$       C.  $a+3$       D.  $3(a+1)$

3. 一个合数至少有 ( ) 个因数。

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

4. 在  $1\frac{2}{3}$  里有 ( ) 个  $\frac{1}{6}$ 。

- A. 2      B. 4      C. 5      D. 10

5. 在下面这些算式中, 与算式“ $3.6 \times 5.4$ ”结果相等的是 ( )。

- A.  $36 \times 0.54$       B.  $0.36 \times 540$       C.  $0.36 \times 0.54$       D.  $360 \times 0.54$

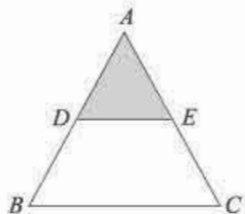
6. 在右图等边三角形  $ABC$  中,  $D$ 、 $E$  分别是  $AB$ 、 $AC$  的中点, 阴影部分的面积是三角形  $ABC$  的面积 ( )。

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{4}$

D. 无法确定



7. 下面各句话中, 表述错误的是 ( )。

A. 三个奇数的和还是奇数

B. 一个正方体的棱长从 3 cm 增加到 5 cm, 这个正方体的体积就要扩大到它的 8 倍

C. 圆的周长与它的直径成正比例

D. 2015 年的第一季度共有 90 天

8. 甲商品的单价是  $a$  元/件, 乙商品的单价是甲商品单价的 2 倍。现在要买甲、乙两种商品各 4 件, 表示应付总价的正确式子是 ( )。

- A.  $(a+2) \times 4$       B.  $a \times 2 \times 4$       C.  $a \times (1+2) \times 4$       D.  $(a+a+2) \times 4$

9. 一个三角形两条边的长度分别是 5 cm、8 cm, 它的周长不可能是 ( )。

- A. 16 cm      B. 18 cm      C. 20 cm      D. 24 cm

10. 有甲、乙两根绳子, 甲绳剪去  $\frac{1}{2}$ , 乙绳剪去  $\frac{1}{2}$  m, 两根绳子都还剩下  $\frac{2}{3}$  m。比较原来两根绳子的长短, 结果是 ( )。

A. 甲绳比乙绳要长

B. 甲绳比乙绳要短

C. 两根绳子一样长

D. 无法比较

① 浙江临海市 2015 学年小学六年级质量抽测数学试卷 [J]. 小学教学, 2016 (2): 40-42, 引时略有改动。

11. 要把四个商场 6 月份甲、乙两种商品的销售量制成统计图, 你觉得制成 ( ) 比较好。

- A. 复式条形统计图                      B. 折线统计图  
C. 复式折线统计图                      D. 扇形统计图

12. 某景点 2015 年春节初一到初六期间, 游客达到约 15 万人, 比去年同期大约增加了 3 万人, 这样比去年同期增加了 ( )。

- A. 二成                      B. 二成五                      C. 八成                      D. 七成五

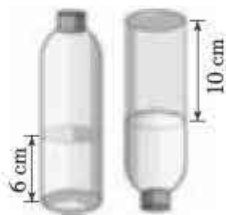
13. 小明和爷爷去操场上散步。小明走一圈需要 8 分钟, 爷爷走一圈需要 10 分钟。如果两人同时从同一个地方出发, 相背而行, 相遇时他们都走了 ( ) 分钟。

- A. 4                      B.  $4\frac{4}{9}$                       C. 4.5                      D.  $4\frac{5}{9}$

14. 湖面上有若干条船, 总共坐了 24 人, 而且每条船上不是坐 4 人就是坐 3 人。下面的几种情况中, 不可能的是 ( )。

- A. 湖面上有 6 条船                      B. 湖面上有 7 条船  
C. 湖面上有 8 条船                      D. 湖面上有 9 条船

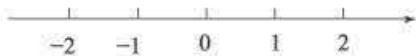
15. 如右图, 一个饮料瓶内饮料的高度是 6 cm, 将这个饮料瓶的瓶盖拧紧倒置放平, 空余部分的高度是 10 cm。已知这个饮料瓶的容积是 672 mL, 则瓶内的饮料有 ( )。



- A. 42 mL                      B. 112 mL  
C. 252 mL                      D. 420 mL

## 二、填空题

16. 在下面直线上分别表示出  $1\frac{3}{4}$  和  $-1.5$  这两个数的位置。



17.  $3.05 \text{ m}^2 = ( ) \text{ m}^2 ( ) \text{ dm}^2$

40 公顷 = ( )  $\text{km}^2$

18.  $650 \text{ kg} = ( ) \text{ t}$       3 时 45 分 = ( ) 时

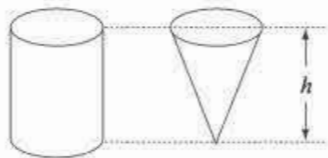
19. 24 与 36 的最大公因数是 ( ), 最小公倍数是 ( )。

20. 把 “ $\frac{3}{8} : 0.25$ ” 化成最简整数比是 ( ), 它的比值是 ( ) (用小数表示)。

21. 把  $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2}{3}$  改写成乘法算式是 ( ), 当这个算式的结果是 110 时, 则  $a$  是 ( )。

22. 一个圆柱的底面半径是 5 cm, 高是 10 cm, 它的侧面积是 ( ), 体积是 ( )。

23. 张老师在实验室里把 2 L 药水倒入如右图的两个容器中, 刚好都倒满。已知圆柱形和圆锥形容器的底面积相等, 则圆柱形容器的容积是 ( ) L, 圆锥形容器的容积是 ( ) L。

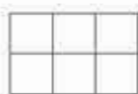


24. 用  $\triangle$ 、 $\square$  各代表一个数, 已知  $\triangle + \square = 30$ ,  $\triangle = \square + \square + \square + \square$ ; 则  $\triangle = ( )$ ,  $\square = ( )$ 。

25. 由 125 块小正方体拼合成的大正方体, 如果在它的表面涂上颜色, 那么有两面涂色的小正方体有 ( ) 块, 只有一面涂色的有 ( ) 块。

26. 要用地砖铺一间会议室的地面, 现有甲、乙两种正方形的地砖, 已知它们边长的比是 5 : 3, 而且单独用甲地砖来铺要比单独用乙地砖铺少用 32 块。如果单独用甲地砖来铺要 ( ) 块, 如果单独用乙地砖来铺要 ( ) 块。

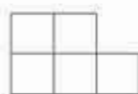
27. 一个由小正方体搭成的几何体, 从三个方向看到的图形如下图。这个几何体最少有 ( ) 块小正方体, 最多有 ( ) 块小正方体。



正面



左面

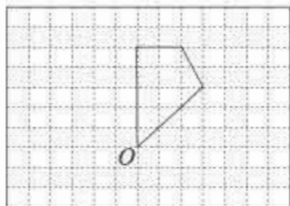


上面

### 三、计算题 (略)

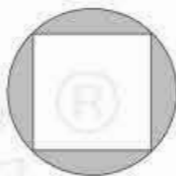
### 四、图形观察, 计算与推理

28. (1) 如果把右图每一方格的边长看成 1 cm, 那么图中四边形的面积是 ( )。

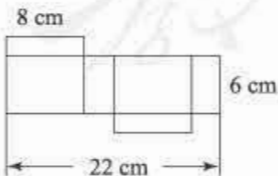


(2) 在图中画出把四边形绕点 O 顺时针方向旋转  $90^\circ$  的图形。

29. 右图中圆的周长是 18.84 cm, 空白部分是一个正方形, 阴影部分的面积是多少平方厘米?

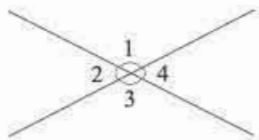


30. 下图是一个长方体的表面展开图, 根据图上有关线段的长度, 计算这个长方体的体积是多少。



31. 推理说明。

(1) 如右图, 两条直线相交形成四个角, 可以用推理说明图中的  $\angle 1 = \angle 3$ 。你能看懂下面的推理过程吗? 在括号内填写推理的依据。



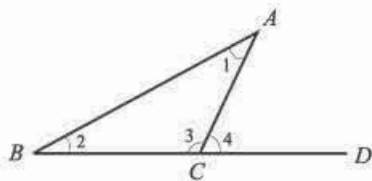
推理过程:

因为:  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ,  $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$  ( )

所以:  $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 2$

也就有:  $\angle 1 = \angle 3$  ( )

(2) 如右图, 把三角形  $ABC$  的边  $BC$  延长到点  $D$ , 请你用推理说明:  $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ 。



### 五、解决问题

32. 王老师的体重是 60 kg, 小明的体重是王老师的  $\frac{2}{3}$ ,

小红的体重是小明的  $\frac{7}{8}$ , 小红的体重是多少千克?

33. 把含盐率为 5% 的 40 kg 盐水, 调制含盐率为 2% 的盐水。把你调制的方法写出来, 并列式计算。

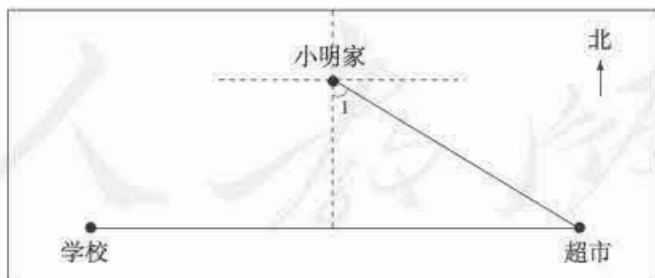
34. 某市出租车计费标准如下表:

里 程	计费标准
5 km 及以下	10 元 (起步价)
5 km 以上至 10 km (含 10 km)	1.50 元/千米
10 km 以上	1.20 元/千米

李叔叔乘出租车从甲地到乙地, 车上计价器上打出 22.30 元, 那么甲、乙两地之间的路程大约是多少千米?

35. 小敏的妈妈想在网上购买一件衣服, 两个网店的标价都是 220 元, 但是 A 店打出七五折优惠, B 店打出满 100 元减 25 元的优惠。请告诉小敏的妈妈, 到哪个网店购买更省钱。

36. 小明步行从家出发, 先要经过超市再到学校, 线路按一定的比例画在下图中。已知小明家到超市的距离是 450 m。请你结合测量和以上信息解答下列问题:



(1) 这幅图的比例尺是多少?

(2) 超市到学校的实际距离大约是多少米?

(3) 量出小明从家出发到超市方向的角 (如图中  $\angle 1$ ) 的度数, 并写出小明到超市步行的方向和路程。

(4) 写出小明从学校出发按原路返回到家里步行的方向和路程。

37. 某商店以每本 0.90 元的价格进了一批练习本，开始出售时营业员把单价搞错了，按每本 0.80 元的零售价卖出了全部的  $\frac{3}{8}$ ；接着把剩下的以每本 1.20 元卖出，当全部卖完后，还获利 126 元。那么这批练习本共有多少本？

人教版®

# 附录 1

## 部分练习题参考答案及说明

### 练习二

11. (1)  $32 \times 96\% = 30.72$  (万元); (2)  $30.72 \times 1.5\% = 4608$  (元)。

12. 买国债:  $10000 \times 3.8\% \times 3 = 1140$  (元), 买理财产品:  $10000 \times 4\% = 400$  (元),  $(10000 + 400) \times 4\% = 416$  (万元),  $(10000 + 400 + 416) \times 4\% = 432.64$  (元),  $400 + 416 + 432.64 = 1248.64$  (元)。  $1248.64 - 1140 = 108.64$  (元)。

13. 甲品牌:  $260 - 100 = 160$  (元), 乙品牌:  $260 \times 60\% \times 95\% = 148.2$  (元), 乙品牌的更便宜。

14. (1) A店:  $80 \times 70\% = 56$  (元), B店:  $80 - 19 = 61$  (元); (2) 在A店买更省钱。  
 $61 - 56 = 5$  (元)。

15. 设2010年上海市的户籍人口总数约是  $x$  万人。

$$x \times (1 - 0.068\%) = 1419.36$$

$$x \approx 1420.33$$

### 练习四

2.  $3.14 \times 1.2 \times 2 = 7.536$  (m<sup>2</sup>)。

3.  $3.14 \times 1.5 \times 2.5 = 11.775$  (m<sup>2</sup>)。

4.  $3.14 \times 3 \times 2 + 3.14 \times (3 \div 2)^2 = 25.905$  (m<sup>2</sup>)。

5. 长为 36 cm, 宽为 24 cm, 高为 12 cm。

7. 黑布:  $3.14 \times 20 \times 10 + 3.14 \times (20 \div 2)^2 = 942$  (cm<sup>2</sup>), 红布:  $3.14 \times (20^2 - 10^2) = 942$  (cm<sup>2</sup>)。黑布和红布一样多。

8. 花布:  $3.14 \times 18 \times 80 = 4521.6$  (cm<sup>2</sup>), 黄布:  $2 \times 3.14 \times (18 \div 2)^2 = 508.68$  (cm<sup>2</sup>)。

9.  $3.14 \times 20 \times 30 + 2 \times 3.14 \times (20 \div 2)^2 - 2 \times 78.5 = 2355$  (cm<sup>2</sup>)。

10.  $12 \times \frac{3}{4} = 9$  (dm),  $3.14 \times 9 \times 12 + 3.14 \times (9 \div 2)^2 = 402.705$  (dm<sup>2</sup>)  $\approx 402.71$  (dm<sup>2</sup>)。

11. (1) 长方体要刷漆的面积:  $12 \times 12 \times 2 + 12 \times 16 \times 4 - 3.14 \times (12 \div 2)^2 = 942.96$  (cm<sup>2</sup>), 圆柱要刷漆的面积:  $3.14 \times 12 \times 55 = 2072.4$  (cm<sup>2</sup>),  $942.96 + 2072.4 = 3015.36$  (cm<sup>2</sup>) =  $0.301536$  m<sup>2</sup>; (2)  $30 \times 0.301536 \times 5 \approx 45.23$  (元)。

13.  $6 \times 3.14 \times 0.3^2 = 1.6956$  (m<sup>2</sup>)。

14. 50: 157。

### 练习五

7.  $35 - 3.14 \times (2 \div 2)^2 \times 0.25 = 34.215$  (m<sup>3</sup>)

### 练习七

2.  $(\frac{1}{3} \times 28.26 \times 2.5) \div 10 \div 0.02 = 117.75$  (m)。

3.  $3.14 \times (6^2 - 12 \times 1^2) \times 9 = 678.24(\text{m}^3)$ 。

5.  $120 \div (3.14 \times 0.25^2 \times 2 \times 2) \approx 153(\text{天})$

6.  $3.14 \times 2^2 \times 5 = 62.8(\text{L})$

### 练习十二

4. (1)  $150 \div 250 = 60\%$ ,  $180 \times 60\% = 108(\text{元})$ ; (2)  $90 \times 4 = 360(\text{元})$ ,  $200 \times 60\% = 120(\text{元})$ ,  $360 \div 120 = 3(\text{件})$ ; (3)  $y = 60\% \times x$  或  $y = 0.6x$ 。

### 练习十三

4. 每次最少拿出 4 根才能保证一定有 2 根同色的筷子。如果要保证有 2 双不同色的筷子,最少要拿出 6 根。

5. 3 个不同的自然数,可能有 3 个奇数、3 个偶数、2 奇 1 偶、2 偶 1 奇四种情形。因为偶数+偶数=偶数,奇数+奇数=偶数,以上四种情形中要么有 2 个奇数、要么有 2 个偶数,都能满足一定有 2 个数的和是偶数。也可以这样想,3 个不同的自然数,一定存在 2 个以上的数是奇数或偶数,都能使“一定有 2 个数的和是偶数”成立。

6. 涂三行时,每一列从上至下可能是红红红、红蓝红、红红蓝、蓝红红、蓝蓝蓝、蓝红蓝、蓝蓝红、红蓝蓝这 8 种情形,一共有 9 列,所以,无论怎么涂,至少有两列的涂法相同。如果只涂两行,每一列从上至下的可能情形只有红红、红蓝、蓝红、蓝蓝这 4 种,  $9 \div 4 = 2 \cdots 1$ , 至少有 3 列的涂法相同。

### 练习十四

9. 46 个。

### 练习十五

14.  $1.8 + 0.6 = 2.4(\text{m})$ , 根据实际情况,考虑到爸爸伸起小臂的长度会超过 0.2 m,所以爸爸能换成灯泡。

### 练习十六

12. 书包的进价是  $150 \times 60\% = 90(\text{元})$ , 售价最低应为  $90 + 30 = 120(\text{元})$ , 折扣为  $120 \div 150 = 80\%$ 。

13.  $70 \times 10 = 700(\text{m})$ ,  $65 \times 10 = 650(\text{m})$ , 2:55 时,小冬还未到电影院,因此,两人无法在电影院相遇。

$(650 + 700) \div (70 + 65) = 10(\text{分})$ ,  $70 \times 10 - 650 = 50(\text{m})$ , 如果小明先到电影院后不停留继续向东走,从出发到两人相遇用了 10 分钟,相遇地点距离电影院 50 m。

14. 蜘蛛 10 只, 蚱蜢 15 只。

### 练习十八

11.  $6 \div 2 = 3$ ,  $3 \times 3 \times 3 = 27(\text{个})$ ,  $2 \times 2 \times 6 \times 27 - 6 \times 6 \times 6 = 432(\text{cm}^2)$  或  $6 \times 6 \times 12 = 432(\text{cm}^2)$ 。

15. (1) 10 个正方体,  $5 \times 5 \times 5 \times 10 = 1250(\text{cm}^3)$ ; (2) 2 个; (3) 2 个; (4) 6 个。

16.  $3.14 \times 10 \div 4 = 7.85(\text{cm}^2)$ 。

17. 长+宽+高 =  $24 \div 4 = 6(\text{cm})$ , 当这个长方体为正方体时,表面积最大,  $6 \div 3 =$



2(cm),  $2 \times 2 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$ 。

#### 练习十九

6. 周长之比是 1:2, 面积之比为 1:4。

#### 练习二十

5. 用一枚可付 2 种, 用两枚可付 3 种, 用三枚可付 2 种, 用 4 枚可付 1 种, 一共可付 8 种。

6. 8 种。

7. 第一名: 3 号, 第二名: 4 号, 第三名: 2 号, 第四名: 1 号。

8. 丙是主谋。

9. (1)  $\bigcirc = 37$ ,  $\square = 54$ ,  $\triangle = 9$ ; (2)  $\bigcirc = 2$ ,  $\square = 10$ ,  $\triangle = 22$ 。

人教版®

## 附录 2

### 教材教学内容编排结构表

	上册		下册	
	单元	内容	单元	内容
一年级	一	准备课	一	认识图形(二)
	二	位置	二	20 以内的退位减法
	三	1~5 的认识和加减法	三	分类与整理
	四	认识图形(一)	四	100 以内数的认识
	五	6~10 的认识和加减法	综合与实践	摆一摆,想一想
	六	11~20 各数的认识	五	认识人民币
	综合与实践	数学乐园	六	100 以内的加法和减法(一)
	七	认识钟表	七	找规律
	八	20 以内的进位加法		
二年级	一	长度单位	一	数据收集整理
	二	100 以内的加法和减法(二)	二	表内除法(一)
	三	角的初步认识	三	图形的运动(一)
	四	表内乘法(一)	四	表内除法(二)
	五	观察物体(一)	五	混合运算
	六	表内乘法(二)	六	有余数的除法
	综合与实践	量一量,比一比	综合与实践	小小设计师
	七	认识时间	七	万以内数的认识
	八	数学广角——搭配(一)	八	克和千克
			九	数学广角——推理
三年级	一	时、分、秒	一	位置与方向(一)
	二	万以内的加法和减法(一)	二	除数是一位数的除法
	三	测量	三	复式统计表
	四	万以内的加法和减法(二)	四	两位数乘两位数
	五	倍的认识	五	面积
	六	多位数乘一位数	六	年、月、日
	综合与实践	数字编码	综合与实践	制作活动日历
	七	长方形和正方形	七	小数的初步认识
	八	分数的初步认识	八	数学广角——搭配(二)
	九	数学广角——集合	综合与实践	我们的校园

(续表)

	上册		下册	
	单元	内容	单元	内容
四年级	一	大数的认识	一	四则运算
	综合与实践	1亿有多大	二	观察物体(二)
	二	公顷和平方千米	三	运算定律
	三	角的度量	四	小数的意义和性质
	四	三位数乘两位数	五	三角形
	五	平行四边形和梯形	六	小数的加法和减法
	六	除数是两位数的除法	七	图形的运动(二)
	七	条形统计图	八	平均数与条形统计图
	八	数学广角——优化	综合与实践	营养午餐
五年级			九	数学广角——鸡兔同笼
	一	小数乘法	一	观察物体(三)
	二	位置	二	因数与倍数
	三	小数除法	三	长方体和正方体
	四	可能性	综合与实践	探索图形
	综合与实践	掷一掷	四	分数的意义和性质
	五	简易方程	五	图形的运动(三)
	六	多边形的面积	六	分数的加法和减法
	七	数学广角——植树问题	综合与实践	打电话
六年级			七	折线统计图
			八	数学广角——找次品
	一	分数乘法	一	负数
	二	位置与方向(二)	二	百分数(二)
	三	分数除法	综合与实践	生活与百分数
	四	比	三	圆柱与圆锥
	五	圆	四	比例
	综合与实践	确定起跑线	综合与实践	自行车里的数学
	六	百分数(一)	五	数学广角——鸽巢问题
七	扇形统计图	六	整理和复习	
综合与实践	节约用水			
八	数学广角——数与形			

## 附录 3

### 人教版义务教育教科书配套教学资源简介

#### 一、《同步解析与测评 数学（一~六年级）》

《同步解析与测评》丛书是人民教育出版社新近开发的、与人教版义务教育教科书相配套的教学辅导读物。这套丛书的编写人员由人教版教材的编写者、经验丰富的教研员和优秀的一线教师组成。特别是教材编写者直接参与了丛书的策划、组稿和编写，使丛书能更好地体现课程改革的理念和教材的编写意图。



#### 1. 主要特点

(1) 目的明确。体现新课程标准的理念和教材编写意图，突出年段特点，凸显各册训练重点，重视将基础知识转化为数学能力；注重导学、练习和检测，体现对教材的补充、延伸；注重培养学生的数学思想方法及发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力。

(2) 内容实用。重视数学基础知识和基本能力的训练，体现基础性；将解决问题的方法通过案例加以梳理、归纳，体现综合性；贴近学生的学习、生活实际，充分调动学生自主学习，愉快练习，体现趣味性；与教材教学进度相配合，实用、好用，可操作性强。

#### 2. 编写体例

每册以单元为基本结构，编排“案例解析”“同步练习”“单元测试卷”；每册还安排了“期中测试卷”和“期末测试卷”。

### 案例解析

对单元中重要的解题方法进行解析，对重点、难点内容结合案例进行剖析，提供了必需的解题方法和技巧。

### 同步练习

以教科书的单元或大节为单位，与课堂教学同步训练。习题设置主要有以下几个方面的特点：(1) 体现对单元基础知识的系统训练，覆盖面广；(2) 突出习题的基础性、综合性、提高性，将每课时的练习分为三个层次“基础训练，我都会”“综合提高，我能行”“拓展探索，我真棒”；(3) 重视重点和验证点知识、关键知识的训练；(4) 题目的情境尽可能源于学生的生活和现实社会生活；(5) 习题有一定的开放性和探索性。

### 测试卷

“单元测试卷”考查学生对本单元学习内容的掌握情况；“期中测试卷”和“期末测试卷”则侧重考查学生对学习内容整体的掌握情况，兼顾知识与能力，理解与应用，基础性与创新性。为便于使用，测试卷均印成活页，并提供参考答案。

## 二、《教学挂图》

这套教学挂图（如上右图）是根据《义务教育教科书 数学》各册教科书内容编制的，共12册。每册一般60页。主要内容包括每单元的主题图，部分例题的情境图，一些需要学生共同观察、讨论和交流的练习题、思考题和数学活动等的插图。教师可根据教学需要进行选用。



### 三、《新课程小学数学教具、学具》

《新课程小学数学教具、学具》是由人民教育出版社开发研制的，与《义务教育教科书 数学(一~六年级)》配套并且适用于所有地区广大学生的产品。学具有科学、创新、安全、环保等特点，体现了寓教于乐、培养兴趣、发展能力的课程改革精神。教具内容丰富，操作方便，利于教师根据教学内容选择使用，并通过教具直观展示相关的知识内容。与相应的学具配套使用，可以将教与学有机结合起来，激发学生学习的兴趣和积极性，是学生学习和教师教学的有利工具。

#### 数学教具六年级（全学年）

教具（如右图）品种清单：多用三角尺（1个）、钉子板（1套）、分数乘法演示器（1套）、分数除法演示器（1套）、圆周率演示器（1套）、圆的面积公式推导演示器（1套）、圆柱表面积演示器（1套）、圆柱、圆锥的体积演示器（1套）、扇形统计图操作材料（1套）、连点成线演示材料（1套）。



#### 数学学具六年级（下学期）

(1) 内容物（如下图）。



(2) 数学学具六年级（下学期）清单（如下表）。

序号	学具名称	配备材料
1	圆柱体特征和体积学习材料	展开图1张，西瓜片1副，圆柱1个，透明片1张
2	体验长方形旋转成圆柱体的材料	活动纸1张，竹棒2根，双面胶1条

续表

序号	学具名称	配备材料
3	圆锥体特征和体积学习材料	展开图 1 张, 空心圆锥、空心圆柱、有盖圆锥各 1 个, 透明片 1 张
4	体验三角形旋转成圆锥体的材料	活动纸 1 张, 竹棒 2 根, 双面胶 1 条
5	正比例、反比例变化规律图的操作材料	活动纸 1 张
6	方格纸	方格纸 2 张
7	扇形统计图	扇形统计图 1 张

#### 四、小学数学教学参考多媒体资源

小学数学教学参考多媒体资源包括 2 张光盘, 一张是 DVD, 另一张是 CD-ROM。DVD 中提供了与每册教科书配套的 3 节示范课及专家点评, 3 节示范课尽可能地选取不同教学领域的内容, 体现《标准(2011 版)》的基本理念和教材的编写意图, 供广大教师学习参考。

CD-ROM 光盘包含“数字课堂”和“备课资源”2 个大模块(如图 1)。“数字课堂”以“电子书”的形式呈现, 其中链接了教师课堂教学中需要的教学课件、例题动画、交互练习等, 提供了供教师课堂使用的小工具, 以方便教师的课堂教学。“备课资源”则关注教师备课的需求, 为满足教师个性化教学的需求, 提供了更多的各类多媒体教学资源。



图 1

(1) 数字课堂（如图 2）：“数字课堂”以“电子书”的形式链接了教师课堂教学中需要的教学课件、例题动画、习题课件、参考答案、补充习题等教学资源。



图 2

**教学课件：**以新课时为单位，每个新课时配有一个 PPT 课件。

**例题动画：**以动画形式呈现教材例题内容。

**习题课件：**提供了教材中部分习题的交互练习和答案提示。

**参考答案：**提供了教材中星号题、思考题的参考答案和解题思路。

**补充习题：**提供了适量的补充习题和答案提示。

(2) 备课资源（如图 3）：“备课资源”按教材单元排列顺序把资源分为文本、动画、图片、视频四类。在完整地汇集了“数字课堂”中多媒体资源的基础上，还增加了一些教材外的图片和动画，目的是为教师提供更多的、可选择的补充拓展资源。除此之外，“备课资源”还提供了供教师教学参考的探究性学习案例，其中包括“活动建议方案”、方案中使用的资源以及“活动实践”课例视频，为教师开展“探究性教学”活动提供参考和帮助。

“备课资源”中的所有资源均可保存到本地磁盘，目的是帮助教师组织、设计个性化的教学方案，提高备课效率。





图 3

## 五、人教数字校园

人教数字校园 (PEP e-Campus Live) 是以课程论、学习论、教学论、教育传播学、现代教育技术学等作为理论指导, 采用系统方法, 通过分析教学、教研和教务需要, 整合教学策略、集成各种媒体资源, 针对教师教学和教务管理的专业的数字化校园解决方案。

### (一) 设计原则

小学数学数字校园在设计上坚持以下原则。

#### 1. 立体化原则

提供各种媒体资源和全媒体教学解决方案。

#### 2. 丰富性原则

除了人教版教材的基础内容外, 还提供了数学史料、补充习题、教学图片、教学视频等资源。

#### 3. 交互性原则

教师在教学中能够实现师生之间互动、学生解答问题具有交互性等。

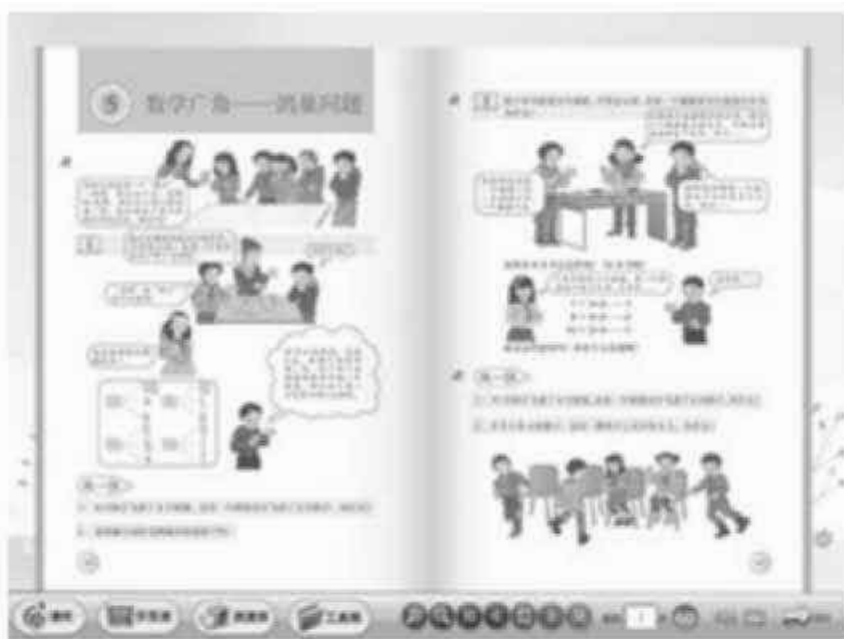
#### 4. 实用性原则

提供的资源便于教师课堂教学和学生使用。如教师直接利用每节课的 PPT 进行教学, 或者对教学资源进行重组等。

### (二) 结构框架

#### 1. 主界面

主界面为教材 PDF 页面, 下设模块和功能键。



## 2. 课件

以课时为单位制作每节课堂教学用的完整的 PPT，包括完整的教学过程、每个教学环节的课件、拓展资源链接等。

## 3. 示范课

每册教科书提供一定数量的名师示范课。

## 4. 资源库

除了课外知识和习题外，PPT 等资源也包括在内，便于有需求的教师进行教学 PPT 的重组设计。

## 5. 工具箱

为方便教师和学生使用，设计了不同功能的工具。

### (三) 人教数字校园的功能特点

#### 1. 人教数字校园备课系统

数字校园的备课系统主要是为教师提供丰富的教学资源、教育专题内容及提供共享资源的平台。教师可根据教学需要，自行完成课件的组织、制作，并保存到服务器供自己或其他教师授课使用。

#### 2. 人教数字校园授课系统（示范视频）

人教数字校园授课系统以教师用电子书授课为主体，集专家供稿的多媒体课件、全国著名特级教师的示范课、资源库、工具箱为一体，充分体现了教育信息化的便捷与优势。

##### (1) 教师授课用的电子书。



### (2) 数字多媒体课件。



多媒体课件由全国著名特级教师供稿，逻辑性强，重难点突出。课件中还插入了大量的图画、图表等，使问题阐释更加清晰明了。随堂练习的加入，更加方便教师及时检测学生接受知识的情况，从而使教学更加具有针对性。

这些课件及素材充分强调可扩展性和可重用性。教师可以根据自己的教学实际，从中选取可用之材，也可通过备课系统将自身积累的课件编辑整合成有自己教学风格的多媒体教学课件。从而，在为一线教师减轻制作课件的负担的基础上，更切实有效地提升了教师教学水平。多媒体教学资源栏目将更有利于教师高效地获取资源，也能更好地在实际教学中利用这些资源。

### (3) 名师示范课。

名师示范课栏目为教师提供了各种视频课程。由名师使用课件进行课程示范，有进行辅导全程实录的示范课、精心节选的微格课，也有同步课堂等视频课程供教师参考，为教师提供一个全方位的教学模式。



由于这些课程由全国著名特级教师主讲，课堂极具探究性和趣味性。具体体现为：按知识点的内在体系组织教学内容，选材注重综合性、专题性、典型性，既提供基本知识点的系统归纳整理，又重视学习方法、解题技巧的指导，以及拓展思维、综合运用知识、实验探究等多方面的训练，从而为广大教师提供了很好的范例。

#### (4) 拓展学习资源库

拓展学习资源库是在教材基础上的拓展与提高，以拓展思维、开阔视野、增强综合运用知识的能力为设计目标。拓展学习资源为广大教师提供了与课程相关的资料，包括视频、音频、动画、word 文档及单元检测试题等一系列需要补充的内容，极大地丰富了教师的课堂教学内容，拓宽了书本的知识面。

### 六、《口算练习册》

《口算练习册》是由人民教育出版社教学资源室和小学数学室共同开发的与教科书配套的同步口算训练丛书。熟练地进行口算，是《标准（2011 版）》要求小学生必须掌握的基本技能之一。要提高小学生的口算能力，进行一定量的口算练习是必不可少的。通过练习，能加深小学生对运算法则的意义的理解，牢固地掌握运算方法，并学会更多的运算技巧。

这套《口算练习册》具有以下几个方面的特点。

(1) 与现行小学数学教材同步，以知识点为主线，以方法训练为重点。将教材中的口算内容梳理出来，针对口算方法加以重点练习，进一步巩固学生的口算知识，同时也促进学生思维的发展。

(2) 丰富练习内容，将口算、估算、巧算融为一体。估算是新课程强调的内容，因此本套丛书结合口算内容安排了同步的估算练习，将培养学生的估算能力落到实处。另外，对于一些数据较为特殊的计算题，可以根据加减乘除的运算定律进行巧算，因此编写时也将这些知识纳入练习内容中。

(3) 为激发学生对数学学习的兴趣，拓展数学思维，设立了“小数学家”栏目。主要是结合教材中该节的相关知识设计的思维训练题，并在“思路点拨”栏目中给出了解题思路和方法

指导，便于学生自学和家长辅导。

## 七、《基础数学》

本书是小学教师之友系列丛书的第一辑，由我室组织编写，可供广大小学数学教师及师范院校的初等教育学院小学教育专业的学生参考使用。本书是以《标准（2011版）》为依据，在原中师教材《小学数学教材教法》第一册的基础上修订而成。符合数学课程改革的基本理念，为教师打下数学课程标准规定内容的数学背景理论知识的专业基础。能够开阔教师视野，全面提高教师的数学素养。本书具有以下特点。

### 1. 基础性

《标准（2011版）》规定的内容及其背景理论知识是教师最基础的专业知识和数学素养，教师只有掌握了扎实的数学基础知识，才能在教学中更好地贯彻课程改革的新理念。

### 2. 时代性

此次课程改革，小学数学的主体知识没有大的变化，但是也增加了一些知识，如图形变换、统计与概率等内容。另外，有些知识的传统说法需要改变。

### 3. 丰富性

除了基础内容外，还适当地编写一些拓展的知识和资料，丰富教师的知识面。

购买上述配套教学资源，请与当地新华书店联系。也可与人教书苑联系，具体联系方式在人教网首页。

## 八、第二代“人教数字教材”（小学数学）

### 1. 产品定位

(1) 以《标准（2011版）》为框架。

(2) 以人教版《义务教育教科书 数学》为蓝本。

(3) 注重信息技术与教育教学的深度融合，以数字化学习资源和学习工具优化教材内容的呈现方式和使用方式，为师生改进教学模式和学习方式提供基础内容支持。

### 2. 产品特点

(1) 通过提供有序的、多层次、多维度的资源，丰富原纸质教材的表现形式，为教师的课堂教学提供各类教学素材，提升课堂教学效益。



(2) 通过提供优质的模拟动画和互动资源，提供生动活泼、主动求知的数学学习材料与环境，呈现抽象对象的直观背景，激发学生学习数学的兴趣，给予学生充分体验算理、算法形成的过程，提高学生综合能力。

(3) 通过对教材的交互处理, 实现即时反馈功能, 为学生提供自我反思与评价的机会, 使学生获得学习数学的良好体验, 增强学好数学的信心, 形成良好的学习习惯。



(4) 通过对教材模块化的排版和功能性处理, 使之适用于信息化教学终端, 并提升小学数学教材在信息化主课堂和学生自主性学习的应用支撑。



## 九、《小学数学学业评价标准（实验稿）》

《小学数学学业评价标准（实验稿）》是“中小学生学习评价标准的研究与开发：小学数学”课题的研究成果。书中呈现了该课题组研发的小学生数学学业评价标准、评价方法和样例。学业评价标准是对学生不同学段所应达到的学业成就（学习结果）的描述，阐明学生在经过一段时间的学习后应该知道什么、能够做什么（表现标准），以及通过什么方法（评价方法建议），获得哪些证据（学生活动或作业），来判断学生是否达到了课程标准的要求。学业评价标准是针对所有学生提出的合格标准，是学生经过努力可以达到的标准。“小学生数学学业评价标准”依据《标准（2011）》中的课程目标，详细描述了小学生不同学段的学习结果，提供了实施评价的方法建议和评价样例，以帮助教师采用合适的方法评价小学生是否达到了课程标准的要求。教师通过对本书内容的学习与实践，可用小学数学学业评价标准与义务教育数学课程标准共同指导教学与评价，以期提高日常对学生学业成绩评价的效度和信度，从而为教师和学生提供更为有效的反馈信息。



## 十、《小学数学学习论》

《小学数学学习论》是一部系统阐述小学数学学习过程及其规律的学术著作，由重庆市教科院研究员、特级教师李光树主编。

全书共 16 章，其内容包括小学数学学习的含义及其类型、特点及育人功能，小学数学学习的理论基础，小学生的数学认知方式和认知过程，小学数学学习的迁移，小学数学学习的障碍，小学数学学习的原则、策略及方式，数学知识、数学技能、数学思想、数学活动经验、数学问题解决、情感态度学习的心理过程及其规律，数学思维和数学能力发展，中小学数学学习衔接及小学数学学习评价研究。本书具有以下一些比较明显的特点。

一是理论的系统性。本书全面而系统地阐述了小学数学学习的原理，对小学数学学习研究和教学具有广泛的指导意义。

二是论述的深刻性。本书对小学生学习数学的心理过程及其规律进行了比较深刻的论述，对小学生的数学认知方式和认知过程，以及小学生学习数学知识、数学技能、数学思想、数学活动经验的心理过程均作了较为深刻的分析。

三是内容的新颖性。本书不仅关注了大家共同关心的小学数学学习理论的热点问题，而且还讨论了过去人们少有触及的一些新问题，如小学数学学习的育人功能、小学数学学习的主要障碍、数学活动经验和情感态度学习的心理过程、中小学数学学习衔接等问题。

四是教学指导的可操作性。本书不仅深刻阐述了小学数学学习理论问题，更重要的是提出了如何将这些理论运用于小学数学学习指导，促进学生更加富有成效地学习，对老师的教学指导具有较强的针对性和操作性。

五是读者的广泛性。本书不仅适合小学数学学科教学研究人员和广大一线小学数学教师阅读，还可以作为高校数学教育方向的研究生和本科生的学习参考书，尤其适合小学数学骨干教师、教学名师等高端教师的培训。



## 十一、《美国州际核心数学课程标准：历史、内容和实施》

当前，美国数学教育正在进行新一轮的改革，全美 40 多个州正在采用最新的州际核心课程标准。人民教育出版社特别邀请蔡金法、孙伟等华裔学者将该标准翻译成中文，并介绍相关的背景和实施情况，形成了这本《美国州际核心数学课程标准：历史、内容和实施》。

本书分三部分。第一部分，介绍了州际核心标准的起源，以帮助读者在历史的背景中更好地解读标准。第二部分，翻译了美国州际核心数学课程标准（K—12 年级），包括基于标准设计的高中数学课程，以使读者对标准有更全面的了解。第三部分，重点介绍了该标准目前在美国的实施状况，包括课程、评估、教学和教师培训等方面的实施，以及对实施的研究。

这是一本极具经验价值和借鉴意义的图书，它可以帮助读者更好地了解美国目前的数学教育体系。比如，州际核心课程标准从幼儿园一直到高中，体现了标准的连续性和一致性，对于

中小学衔接以及初高中衔接具有一定的指导作用。近几十年来，美国的数学教育始终重视问题解决，在标准中体现为八个实践标准贯穿始终。在经历了数次变革之后，美国数学教育对数学基础知识和基本概念也逐步重视起来，标准中体现在低年级更加强调数的意义和运算熟练。

相信这本书对了解美国数学教育现状，特别是课程改革方面的情况是大有裨益的，能为我国数学教育、课程改革和教学改革提供有益的参考。

购买上述配套教学资源，请与当地新华书店联系。也可与人教书苑联系，具体联系方式在人教网首页。



人教版®