

## 义务教育教科书

# 数 学

## 教师教学用书

六年级 上册

主 编 刘 坚 孔企平 张 丹  
本册主编 朱育红 朱德江



北京师范大学出版集团  
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP  
北京师范大学出版社

· 北京 ·

## 分册主编小语

六年级上册教科书共安排了七个单元，其中数与代数包括分数混合运算、百分数、比的认识和百分数的应用；图形与几何包括圆和观察物体；统计与概率包括数据处理。除此之外，还有“数学好玩”“整理与复习”和“总复习”。

本册教科书深入贯彻了整套教科书的编写特点，即：精心设计了“情境+问题串”的呈现方式；情境设计更加注重题材的趣味性、丰富性与多样性；注重数学基本活动经验的积累；为学生提供个性化的学习机会，体现教材的弹性和可选择性；鼓励学生对学习过程进行反思回顾，注重学生良好学习习惯的培养等。在充分体现整套教科书编写特点的基础上，本册教科书还突出以下特点，即：借助画图方式帮助学生表示数量关系，鼓励学生探索解决问题的方法；提供丰富的现实素材，利于学生感受、理解和应用数学概念；在图形与几何内容的编排设计上，结合熟悉的、有趣的生活背景，在观察、想象、分析和推理等活动中，逐步积累研究图形的活动经验，发展空间观念；在统计与概率内容的编排设计上，注重引导学生投入到数据统计的过程中，探索以简单而直观的形式有效描述数据的分布。

那么，怎样才能更好地使用本册教科书呢？应该理解好以下几个方面的内容。

### 1. 如何读懂和使用好本册教科书的问题串？

众所周知，“情境+问题串”的呈现方式，不仅为学生的学习和教师的教学提供清晰的脉络，还将课程内容的展开过程与学生的学习过程、教师的教学过程和课程目标的达成过程实现了统一。所以读懂和使用好问题串是用好本册教科书的关键所在。建议用“五读”的方式来理解问题串。

一是课前独立试读。先不借助任何参考资料，独立读情境和问题串。如以第一课“圆的认识（一）”为例，这节课采用多个情境，从不同角度提出了一组问题。教师应思考：本节课的学习目标和重点是什么？每个情境中包含哪些已知信息？能提出哪些数学问题？教科书提供的每个问题所承载的知识点是什么？问题之间有哪些联系呢？教科书为什么这么编写呢……

二是结合教参细读。把独立思考的问题与本节课的教学指导进行对照，看看自己读懂了多少，有没有自己没有读懂的地方，之前想的与教师指导用书一样吗？如果不一样谁的更合理？思考的过程中做好记录，经常这样做对提高自己独立读懂教科书的能力是很有成效的。

三是同伴交流互读。把读“圆的认识（一）”问题串的感受在同伴间互相交流，特别是要理解好每个问题所隐含的实际意义，教学中学生应该理解到什么程度，学生面对这个问题

题在课堂上可能出现的问题等，形成详细的教案，再走进课堂。

四是课堂师生共读。课堂上与学生一起共同学习，多关注学生在借助问题串学习“圆”的过程中所表现出的情形。思考：学生在学习过程中所表现的对“圆”的理解程度，与问题串所要达到的目标一致吗？如果不一致，我是如何解决的……

五是课后反思重读。把每节课后的思考写下来，例如，本节课的问题串是否达成了学习目标？课堂上有没有自主生成的经典事件？面对学生在学习过程中的突发事件，我是怎样处理的？有没有新的思考？可写成功的喜悦，也可写失误的感受，并与同伴分享自己的思考和感想，更欢迎您邮寄给教科书编辑部。

## 2. 在解决与分数、百分数相关的实际问题中，为什么先让学生尝试解决？

由于六年级的学生已经具有一定的独立思考能力，因此教科书注重给学生更多思考和表达的机会。在解决与分数、百分数相关的实际问题时，问题串的第一个问题都是通过学生间的对话，展现学生读题、审题的一般思考过程，并尝试提出解决问题的基本思路。这样编写强调了让学生根据问题情境进行独立思考，经历探索性的数学学习的过程，加强了数学知识和学生生活经验的联系，使得学生的学习具有更大的开放性。第二个问题是引导学生用不同的直观图表示数量关系，有利于学生分析和解决问题。

例如，“分数混合运算（一）”，问题一“航模小组有多少人？说说你是如何思考的。”呈现了学生读题、审题的一般思考过程和基本思路及遇到的问题。问题二呈现了学生画图表示航模小组与气象小组、摄影小组之间的人数关系的两种图示，第一幅是圆片图；第二幅是线段图。这两幅图反映了从低到高的抽象程度，引导学生在解决问题中逐步发展数学抽象能力。教科书在鼓励学生主动思考和探究的基础上用直观图分析数量关系，有利于发展学生分析和解决问题的能力，有利于发展他们的数学思维。

## 3. 在图形测量的编排设计上，为什么将圆的周长、面积公式的探索与利用公式进行计算分开编排？

图形测量的相关知识对每个学生的学习和适应未来的生活都是有用的，测量过程中蕴含的方法和思想有助于学生提高分析问题和解决问题的能力。教科书中“圆的周长”第一课时是通过生活经验“轮子越大滚一圈越远”以及“如何测量轮子的周长”的探索引出圆的周长总是直径的3倍多一些，第二课时“试一试”中编排了周长公式的表示和利用圆的周长公式进行计算，将公式的探索与计算分开编排；再如“圆的面积（一）”是利用已有研究图形的经验探索圆的面积公式，“圆的面积（二）”是利用圆面积的计算公式解决一些具体问题，同时介绍了一些有意思的推导圆面积的方法，将圆面积公式的探索与利用面积公式计算分开编排。

这样的编排重在积累探索图形的活动经验。充足的数学活动经验是学生学好数学、提高数学素养的重要基础，数学的基本知识和基本技能只有通过一定的“数学活动经验”才能内化成为学生的数学素养。

#### 4. 在学习观察物体的过程中，教科书是怎样引导学生积累数学活动经验、发展空间观念的？

本单元是学习图形与几何知识的必要基础，对于帮助学生建立空间观念，培养学生的空间想象能力有着不可忽视的作用。实际上“观察物体”有助于“空间观念”的形成和“空间推理”“空间想象力”的发展，是一个人能否有“数学后劲”的重要组成部分。教科书借助“搭积木比赛”“观察的范围”和“天安门广场”三个观察活动，积累观察物体的经验。

例如，“搭积木比赛”，教科书注重引导学生先想一想，画一画，再摆一摆，再想一想，着重发展学生的空间观念和推理能力。另外，教科书中根据给定的两个方向观察到的平面图形，确定搭成这个立体图形所需要的正方体的数量范围，让学生认识到根据从两个方向看到的图形，不能确定唯一一个物体。同时，突出关注基于图形的想象和图形之间的转换，即为学生提供进行二维图形与三维图形之间转换的素材，来发展空间观念。

再如，“观察的范围”和“天安门广场”，还包括观察照片或画面中的物体与物体、物体与人之间的相对位置，通过想象或合情推理，来判断这些照片或画面的拍摄位置或观察位置；或者判断图中的观察对象在同一图中观察者视觉中的范围。照片或画面是用二维图形来反映现实的三维世界。观察照片或画面是对现实空间的间接观察，它与直接观察现实空间既有联系又有区别。后者获得的是直接的空间经验，建立起初步的空间观念；前者不仅必须以生活经验为认知基础，还必须依靠空间想象、合情推理等思维，透过二维的画面解决三维空间的问题。这些活动有利于帮助学生主动地参与观察、想象、推理、判断等数学活动，在完成学习任务的过程中，空间观念获得进一步发展。

因此，在教科书的设计上，一方面，运用了学生观察物体的直接经验来提升他们的空间观念；另一方面，又创设了对学生现有水平具有挑战性的问题，并以此来促进学生空间观念实质性的发展。

#### 5. 教科书是怎样关注学生对数学的理解的？

比是数学中的一个重要的概念，而学生理解比的意义往往比较困难。为此，教科书提供了大量的与学生已有经验密切联系的情境，引发学生的思考与讨论，并在此基础上抽象出比的概念，使学生体会引入比的必要性以及比在生活中的广泛应用。例如，“哪些图片更像”“速度”“水果价格”等生活情境，使学生体会生活中大量存在两个数量之间比的关系，利于学生感受比产生的实际背景，理解比的意义。

在后续的学习中，还安排了“说一说下面各比的含义”“你能说一个用 $3:4$ 表示的情境吗”等不同的交流活动，意在从不同的角度帮助学生进一步理解比的意义，也为学生学习正反比例做铺垫。

#### 6. 教科书中编排了“身高的情况”和“身高的变化”，对发展学生的数据分析观念有什么帮助？

发展学生的数据分析观念，是统计学习的核心目标之一。学生数据分析观念的形成是建立在收集、整理、分析数据的过程中。因此，教科书注重结合实际问题，使学生在数据处

理的过程中，探索如何选择合适的统计图描述数据，分析并表示数据的特征。

要使学生真正理解并合理使用整理数据、分析数据的知识和方法，最有效的途径是让他们真正投入到数据统计的过程中，将统计知识和方法的学习尽可能融于解决实际问题的活动中。所以，本册教科书新增了“身高的情况”和“身高的变化”，学生将在收集、整理和描述数据的活动中，探索如何以简单而直观的形式有效地描述数据的分布。

教科书是课堂学习活动的载体，只有全面了解教科书编写的内容，领悟教科书的编写特点，发掘教科书中蕴含的教学资源，灵活地、创造性的使用教科书，让教科书为教学服务，为学生的发展服务，才能使教科书真正成为学生学习科学知识的好资源，成为激发学生学习兴趣的动力之源。

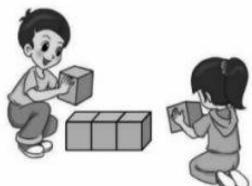
# 目 录



一 圆 ..... 2



二 分数混合运算 ..... 49



三 观察物体 ..... 77



四 百分数 ..... 105

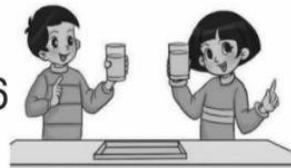


整理与复习 ..... 130

五 数据处理 ..... 137



六 比的认识 ..... 166



数学好玩 ..... 198



七 百分数的应用 ..... 214



总复习 ..... 238

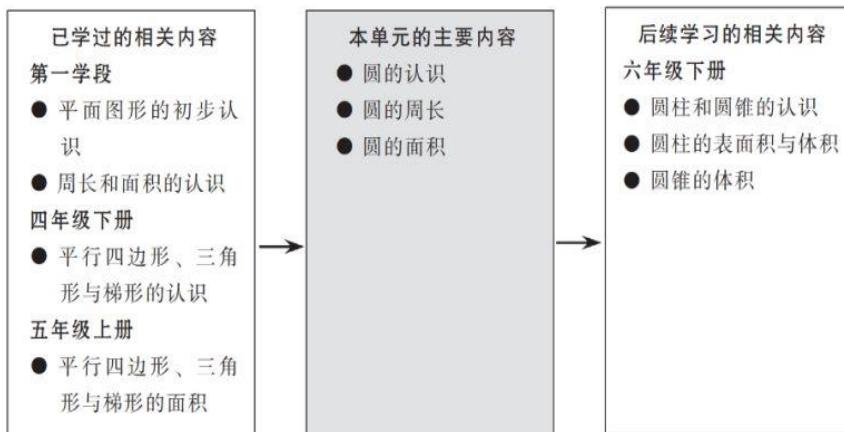


# 一 圆

## 单元学习目标

- 结合生活实际和丰富多彩的活动，认识圆的特征；经历探索圆的周长和面积计算公式的过程。
- 会用圆规画圆，掌握圆的周长和面积的计算公式，并能正确计算；通过操作，了解圆的周长除以直径的商（圆周率）为定值。
- 通过观察、操作、想象、图案设计等活动，解释生活中与圆有关的简单现象，解决一些简单的实际问题，发展空间观念。
- 结合发现圆周率的历史，体会数学文化的价值，形成热爱数学的积极情感。

## 单元学习内容的前后联系



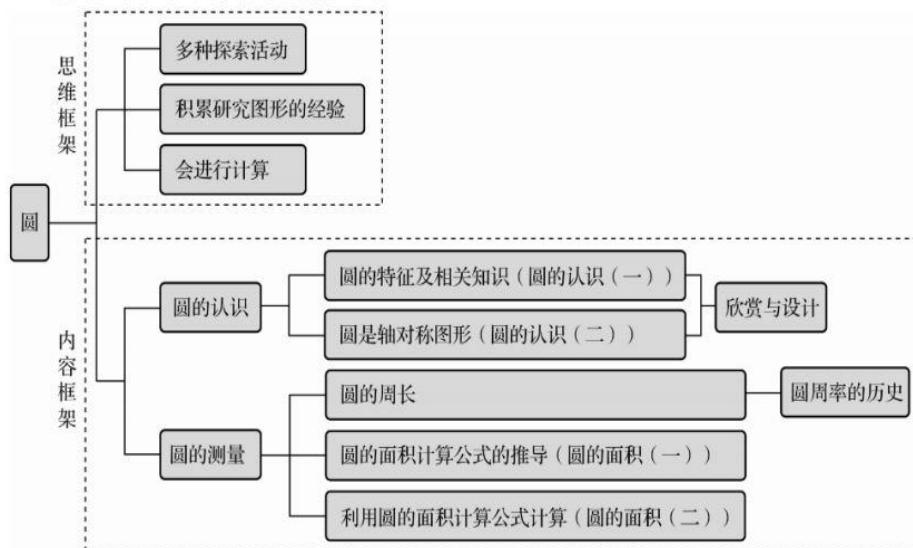
在第一学段，学生直观认识了圆，并学习了长方形、正方形等平面图形及其周长、面积的计算，在此基础上本单元进一步学习有关圆的知识。

从直线图形的学习到曲线图形的学习，无论是内容本身，还是探索新知、研究问题的方法，都有所变化。本单元教科书通过对圆的探究，学生将初步了解研究曲线图形的基本方法。这不仅利于丰富学生对图形的认识，而且利于发展学生的空间观念。因此，通过本单元知识的学习，不仅加深学生对周围事物的理解，提高解决简单实际问题的能力，也为以后学习圆柱、圆锥等知识和理解扇形统计图打好基础。

## 单元学习内容分析

本单元教学内容主要包括圆的认识、圆的周长和圆的面积，通过圆的认识（一）、圆的认识（二）、欣赏与设计、圆的周长、圆周率的历史、圆的面积（一）、圆的面积（二）七个活动引导学生展开学习。

组织本单元学习内容的思路如下。



圆的认识是圆的测量的基础，反过来圆的测量是对圆的再认识。本单元圆的认识、圆的周长、圆的面积都是让学生通过探索活动来掌握圆的相关知识，在圆的周长公式的探索中注重积累研究图形的活动经验，发展空间观念；在圆的面积公式的探索中还渗透“化曲为直”的思想与方法。

本单元教科书编写的基本特点主要体现在以下几个方面。

### 1. 通过多种探索活动，帮助学生认识圆

在教学实践中我们了解到，多数六年级学生虽然熟悉圆，能够辨认圆，但并不了解圆的特征。圆的认识（一）通过套圈游戏初步认识圆，然后通过画圆和“车轮为什么是圆的”等多个探索活动帮助学生认识圆的特征。这几个活动实质上指向的是让学生体会“圆上所有点到定点（圆心）的距离都相等”，然后进一步体会圆心和半径的作用。考虑到小学生的认知水平，教科书并没有给出圆的定义，不需要学生记忆。

“圆的认识（二）”主要是解决圆的性质问题，其中圆的对称性是圆的一个重要性质。与其他平面图形相比，圆具有很好的对称性：它是一个轴对称图形，任意一条直径所在的直线都是它的对称轴。学生通过折纸活动探索圆的轴对称性，通过与其他图形对称性的比较，体会圆有无数条对称轴。

### 2. 在圆的周长公式的探索活动中，让学生经历由具体到抽象的探究过程

在圆的周长公式的探索中，通过生活经验“轮子越大滚一圈越远”（即圆的直径越长，圆的周长就越长）以及“如何测量轮子的周长”的探索引出圆的周长与什么有关系。在此基础上，通过对不同直径圆的周长的测量数据的分析，发现圆的周长总是直径的3倍多一些，并通过智慧老人给出了圆的周长与直径的关系，及圆周率的概念。由此，突出了由具体（车轮）到抽象（圆的周长与直径的关系）的探究过程。

3. 将圆的面积公式的探索与利用圆面积公式进行计算分开编排，突出利用已有研究图形的经验解决新问题的探究过程，让学生体会“化曲为直”的思想

图形测量的相关知识对每个学生的学习和适应未来的生活都是有用的，测量过程中蕴含的方法和思想有助于学生提高分析问题和解决问题的能力。“圆的面积（一）”是利用已有研究图形的经验探索圆的面积公式。教科书直接提出如何得到一个圆的面积的问题，首先通过圆内接正方形和借助方格纸研究图形的经验，估计了圆面积的大小范围。然后把圆进行分割，再拼成一个近似的平行四边形，如果分割的份数越多，拼出的图形越接近平行四边形。由此发现近似的平行四边形与原来圆之间的关系，把圆转化成学过的图形（平行四边形），这样通过对特殊情况的归纳得出圆的面积公式。在“练一练”中力图通过不同的方式，进一步帮助学生积累研究图形的经验。例如，将小方格加细估计圆的面积、运用圆与内接正多边形和外切正多边形的比较以及将圆等分后拼成近似的长方形。这个过程有助于学生提高分析问题、解决问题的能力，获得数学活动的经验，体会极限的思想。

“圆的面积（二）”是利用圆面积的计算公式解决一些具体问题，同时介绍一些有意思地推导圆面积的方法。将圆面积公式的探索与利用面积公式计算分开编排，重在积累数学活动经验。充足的数学活动经验是学生学好数学、提高数学素养的重要基础，数学的基本知识和基本技能只有通过一定的“数学活动经验”才能内化成为学生的数学素养。

圆是学生第一次接触的曲线围成的图形，研究曲线图形的一个基本思想是“化曲为直”。教科书力图通过不同的情境，不断引导学生体会这一思想。例如，“欣赏与设计”中“你能看懂下面两组图的意思吗？你有什么发现”，介绍了“直线包络画圆”的方法及体会正多边形的边数越多其越趋近于圆，使学生初步感受到直线与曲线的关系。在“圆周率的历史”中，教科书再次介绍了运用正多边形逼近圆计算圆周率的方法，体会“化曲为直”的思想。特别地，在探索圆面积的计算公式的过程中，教科书集中体现了“化曲为直”的思想。

#### 4. 通过丰富的素材，引导学生感悟数学文化的魅力

数学是人类的一种文化，教科书注重通过丰富的素材体现数学的文化价值。例如，探索“车轮为什么是圆的”，使学生感受数学与实际生活的联系；编排“古人是怎样计算圆的周长的”以及“圆周率的历史”的阅读，充分挖掘圆周率蕴含的教育价值，使学生感受人类对圆周率历史探究的过程；在圆的周长和圆的面积计算公式的探索中，发现圆周长与直径的关系、圆的面积与半径平方之间的关系，渗透数学是研究数量和空间形式的科学，同时在探究中渗透“化曲为直”以及极限的思想；利用风车图、太极图、心脏线和鹦鹉螺等图案的欣赏与设计，让学生体会生活中蕴含着极其丰富的数学之美……处处展现了圆是完美的图形。

### 课时安排建议

新世纪小学数学第4版教科书，为方便教师把握教学内容，正文和练习能够更好地匹配，在教科书编写与课时的关系方面做了统一约定：全套教材原则上只有两种体例，即2页1课时（1页正文+1页练习）或3页2课时（1.5页正文+1.5页练习），凡是“试一试”，通常占0.5页，建议用1课时。本单元课时建议如下。

内容	建议课时数
圆的认识（一）	
圆的认识（二）	4
欣赏与设计	

续表

内容	建议课时数
圆的周长	3
圆周率的历史	
圆的面积(一)	2
圆的面积(二)	
练习一	2

本单元建议学习课时数为11课时。教师在理解教科书意图的基础上，可以根据学生的实际情况对课时进行适当调整。

### 知识技能评价要点

本单元知识技能的评价主要围绕以下几个方面。

1. 能正确描述圆的特征，会用圆规画圆，能用圆的知识来解释生活中的简单现象。

说明：评价对圆的认识，主要是考查学生对圆的特征的认识。例如，圆有无数条直径、无数条半径；同一圆内的直径都相等、半径都相等；同一圆内的直径是半径的2倍；圆是轴对称图形；能够用圆规画指定圆心或半径的圆；同时，能根据特征解释生活中的现象或解决一些简单的实际问题。（参见样题1~3）

2. 能正确计算圆的周长与面积。（参见样题4）

3. 能解决一些与圆的周长和面积相关的简单的实际问题。（参见样题5~7）

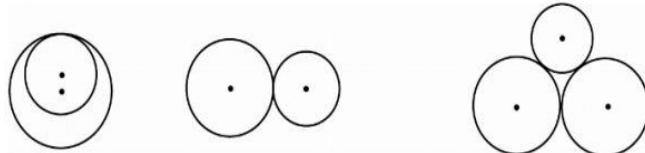
说明：如果涉及计算圆和其他平面图形的组合图形的周长或面积，一般不超过三个图形进行组合，并且不要出现过于繁杂的数据。

**样题 1** 画一个半径是2 cm的圆，并画出圆的一条对称轴。

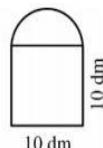
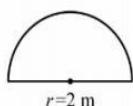
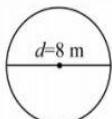
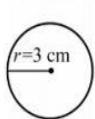
**样题 2** 以点A为圆心，分别画出半径是2 cm和3 cm的圆。

·A

**样题 3** 分别画出下面图形的对称轴。

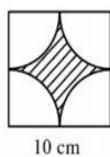
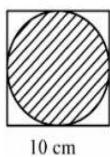


样题 4 计算下面各图形的周长和面积。



样题 5 在一块长 3 m，宽 1 m 的长方形铁板上截下一块最大的半圆形铁板，半圆形铁板的面积是多少平方米？

样题 6 求下图中阴影部分面积。



样题 7 太极图在中国传统文化中含义深邃，其形状为阴阳两鱼互纠在一起，象征两极和合。

①请你照样子画一个。

②先补充一个条件，然后求出阴鱼（即阴影部分）的面积。

我补充的条件是 \_\_\_\_\_

面积的计算过程是 \_\_\_\_\_



## 圆的认识（一）

### 学习目标

- 结合生活实际和丰富多彩的活动，在观察和操作中体会圆的结构特征。
- 在画圆的过程中，理解同圆中半径、直径以及直径和半径之间的关系，体会圆心和半径的作用，会用圆规画圆。
- 能用圆的知识解释生活中的简单现象，感受数学与生活密切相关。

### 编写说明

学生已经认识了长方形、正方形、平行四边形、三角形、梯形等平面图形，圆与这些图形属于两类不同性质的图形。虽然圆对于六年级学生来说是司空见惯的，但是他们仅仅感知了圆这个图形的形状特征，并不认识圆内在的本质特征，也就是圆的结构特征。为了帮助学生认识圆，教科书设计了由具体到抽象的几个层层递进的认识活动：首先围绕套圈游戏公平性问题的探究产生圆，体会圆的优越性及其特征；在此基础上，探究如何画圆，进一步认识圆的特征；在画圆的基础上，明晰组成圆的要素，体会圆心和半径的作用；然后结合“车轮为什么是圆的”这个问题进一步认识圆区别于其他图形的本质特征。

#### • 想一想，在套圈游戏中哪种方式更公平？为什么？

教科书通过套圈游戏的情境，引导学生思考哪种方式更公平，目的是让学生借助生活经验，通过观察比较三组游戏的情境，初步感受圆的特征。这样的问题情境一方面激发学生学习圆的有关知识的欲望，让学生以积极的心态投入到学习之中；另一方面通过这个游戏渗透圆是由到定点的距离等于定长的点组成的图形的本质特征。

#### • 画一画，你能想办法画一个圆吗？认一认。

在初步体会圆的特征的基础上，探究如何画圆，目的是通过画圆，体验画圆的过程，进一步体会圆与其他图形的不同。教科书呈现三种画圆的方式：用手（示意性）、用线绳、用圆规画圆，这三种方法有共同的特征——定点和距离不变。“画圆时应注意什么”是将画圆和理解圆的特征结合起来，强化学生对圆的本质特征的认识。然后，认识圆的各部分要素的名称。

## 一 圆

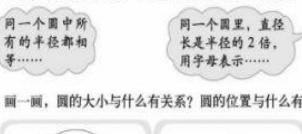
### 圆的认识（一）

● 想一想，在套圈游戏中哪种方式更公平？为什么？

● 画一画，你能想办法画一个圆吗？认一认。

点O是圆心，线段OA是半径，通常用字母r表示；线段BC是直径，通常用字母d表示。

● 想一想，半径之间、直径之间、半径与直径之间有什么关系？



● 想一想，画一画，圆的大小与什么有关系？圆的位置与什么有关系？

2

- 想一想，半径之间、直径之间、半径与直径之间有什么关系？

这个问题是在解决前两个问题的基础上，借助图形的直观，帮助学生发现圆的半径与直径之间的数量关系，并会用字母表示。

- 想一想，画一画，圆的大小与什么有关系？圆的位置与什么有关系？

在认识了圆的各要素之后，通过画圆心位置相同、半径不同和半径相同、圆心位置不同的圆，体会圆心和半径的作用，即圆心决定圆的位置，半径决定圆的大小。

### 试一试

教科书将学生的视角引向生活，引导学生思考和研究“车轮为什么是圆的呢”这样的生活化的问题，不仅让学生在操作、观察与思考中体会各个图形不同的特征及“车轮做成圆形”的道理；同时让学生感受到数学在生活中无处不在，从而能培养其自觉地用数学的思维方式来观察和解决生活中的实际问题的习惯。为此，设计了三个问题，实际上是探究活动要经历的步骤。

- 分别用硬纸板做成下面的图形，代替车轮。

准备操作材料——硬纸板做成的圆、正方形和椭圆。

- 小组合作，将做好的硬纸板“车轮”沿直尺的边滚一滚，描出A点留下的痕迹。

操作活动——描出三个图形滚动后A点留下的痕迹，目的是通过比较三种不同形状的车轮中心在运动中高低的变化，也就是中心到地面的距离的变化，理解车轮为什么是圆的，体会圆在生活中的应用。

- 说一说，圆和其他图形有什么不同？

这是一个思考活动，目的是在解释“为什么圆心的痕迹是直线”的基础上，明确各个图形的特征，进一步体会圆的本质特征。

### 教学建议

- 想一想，在套圈游戏中哪种方式更公平？为什么？

教学时建议教师首先呈现三幅图，引导学生说说小朋友们在做什么。然后，组织小组讨论哪种方式更公平并说明理由。最后，集体交流，引导学生总结出站成圆形队形进行游戏最公平，因为每个人到小旗的距离一样远。实际上就是帮助学生体会圆的本质特征：从圆上任意一点到圆心的距离（半径）都是相等的。在观察、对比、讨论的基础上，教师可以采用画图、课件演示等方式，用点来代替学生，表示出每一个学生所站的位置，让学生观察所产生的图形形状的特点，知道圆上的每一个点（即每一个学生）到定点（小旗）的距离都一样。

- 画一画，你能想办法画一个圆吗？认一认。

画圆的关键是确定定点和定长，教学时教师可以结合问题1对圆的认识，引导学生想办法画圆，再交流各种画圆的方法，对于怎样画圆教科书呈现三种画圆的方式：手指画圆、绳子画圆和圆规画圆。要比较各种画法的共同点，通过比较使学生认识到无论用哪种方式画圆，都要注意“一个点不动，其他的点和这个点的距离保持不变”。为了正确地使用圆规画圆，教师要进行必要的指导。例如，可以告诉学生要装好铅笔，使铅笔笔尖与圆规的尖合拢时在同一水平线上；圆的半径可这样得到：将圆规的尖置于直尺的零点，将铅笔笔尖

置于所要求的长度的刻度上；要用拇指和食指握紧圆规顶端狭小的手柄，将圆规的尖牢牢地钉在所选定的圆心处；将铅笔（尖锐的）轻轻放在纸上，尽量使圆规直立，慢慢转动食指和拇指之间的手柄，使铅笔旋转起来。

在用圆规画圆的基础上从圆的图形引出圆心、直径、半径等要素的名称。进而，可以让学生说一说圆心、直径、半径之间的联系。例如，“圆心在直径上”“直径被圆心分成两条半径”。教师也可以组织学生结合问题1讨论圆规的“尖”、圆规展开的两脚之间的长度所起的作用，由此引入圆心、半径等名称。连接圆心和圆上任意一点的线段叫半径；通过圆心并且两端都在圆上的线段叫直径。半径和直径的定义不需要学生记忆，只要能识别就可以。

• 想一想，半径之间、直径之间、半径与直径之间有什么关系？

有关半径之间、直径之间以及半径和直径之间的关系是一个重点，这实际上是对圆的本质特征的进一步认识。教学时可以提出问题：“你们推想一下，同一圆中有多少条直径与半径，直径与半径有什么关系？你能否用不同的方法说明直径与半径有关系，有什么样的关系？”针对这简短而又带有挑战性的问题，学生先推想，在推想的基础上，如果想加深学生对问题的理解，还可以引导学生通过操作的方法进行解释、验证。验证时，有的学生可能通过“画一画、量一量”的方法；有的学生可能采用“折”的方法；有的学生是通过画圆的过程感受到同一个圆内半径都相等（学生可能会说：“因为圆规两脚之间的长度不变”），通过小组的操作、群体的交流，最终归纳出“圆有无数条半径”“圆有无数条直径”“同一个圆中，所有的直径（半径）都相等”“同圆（等圆）内直径是半径的2倍”等结论，进一步体会圆是到定点的距离等于定长的点的集合的本质特征。

• 想一想，画一画，圆的大小与什么有关系？圆的位置与什么有关系？

建议教师安排两次画圆活动，可以先让学生以同一圆心画几个大小不同的圆，再画几个圆心的位置不同而半径相同的圆。然后通过画圆反思圆心和半径的作用：圆心决定圆的位置，圆的半径决定圆的大小。教师引导学生思考：改变圆的位置，实际上是改变圆心的位置；变化圆的大小，实际上是变化圆的半径，使学生在理解概念之后，能够灵活运用。

### 试一试

教学时为提高这个实践活动的效率，建议教师首先做好教学准备。例如，课前每个小组准备好质地硬一些的圆、正方形、椭圆的卡片，标注出这几个图形的中心点（A点），并将中心点扎出一个小眼儿，以便操作时描出中心点A留下的痕迹；又如，做好小组活动的分工：有的学生固定直尺，有的学生负责滚动图形，还有的学生描出中心点的痕迹。

然后，学生实际操作完成后教师可以引导学生观察三种车轮中心点的痕迹，思考：如果把它们分成两类，应该怎么分？根据什么标准分？（痕迹是否是直线）再讨论圆心的痕迹为什么是直线。从而比较并发现不同形状的车轮的中心在运动中高低的变化，也就是中心到地面距离的变化。圆形车轮的车轴到地面的距离就是圆的半径，同一个圆的半径是相等的，所以圆形车轮的运动是平稳的；而正方形、椭圆边上的点到中心点的距离不相等，因此滚动起来不稳定，由此理解车轮为什么是圆的，体会圆在生活中的应用。教师还可以用课件展示用圆、正方形、椭圆做成的车轮在行进中的情况，让学生感受车轮要做成圆形的道理。最后鼓励学生把探索活动的过程和发现写成数学日记，并和同伴交流。教师也可以提供范例，引导学生学会从数学的角度观察生活，发现问题并解释和记录下来。

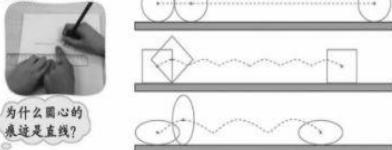
## 试一试

车轮为什么是圆的呢？同桌合作做一做，想一想。

● 分别用硬纸板做成下面的图形，代替车轮。



● 小组合作，将做好的硬纸板“车轮”沿直尺的边滚一滚，描出 A 点留下的痕迹。



为什么圆心的痕迹是直线？

● 说一说，圆和其他图形有什么不同？

## 练一练

1. 人们在联欢时，会自然地围成圆形，为什么？想一想，说一说。



2. 画一个半径是 1.5 cm 的圆，并用字母 O, r, d 标出它的圆心、半径和直径。

3. 填表。

半径	2 dm	0.6 cm	1.8 dm	
直径		5 m		8.32 m

3

## 练一练

练一练一共安排了 8 道题，其中第 1~3 题是配合第 1 课时内容的练习；第 4 题是配合第 2 课时试一试内容的练习；第 5~8 题可作为两节课的综合练习。

第 1~3 题配合正文的问题串展开并各有侧重。第 1 题侧重鼓励学生利用圆的特征解释常见的生活现象。第 2 题侧重巩固圆的画法和圆的各部分名称的认识。第 3 题侧重通过计算，巩固圆的半径与直径的关系。

第 4 题是配合着试一试的问题串展开，鼓励学生再次经历探索的过程，并进行解释，加强了学生对于圆的特征的理解。

第 5 题仍然是巩固圆的半径和直径的关系，不同的是要根据图形的特征分析图形之间的关系。第 6~8 题则鼓励学生在新的情境中，综合自己对于圆的特征的理解来解决问题。

## 第 1 题

这种现象在生活中常见，但学生并不一定明白其中的道理。安排这样的内容，可以培养学生应用数学的意识，使学生进一步体会圆的特征。圆的半径都是相等的，当人围成圆形时，火堆就是圆心，那么每个人与火堆的距离（可以看成与表演者的距离）相等，可以让每个人都看得很清楚，而且任何一个人的视线都不会被其他人遮挡，因为圆上任意三点都不会在一条直线上。

随着学习的深入，对于这种现象学生也会有更进一步的认识，例如，学习了圆的周长和圆的面积以后，发现在周长相等的情况下，圆的面积最大，所以人们围成一个圆使得表演者活动的区域尽可能地大；学习了视角后，又会发现，当人们围成圆形时，可以使每个人的视角最大。

## 第 2 题

巩固圆的画法和圆的各部分名称的认识，进一步体会圆的直径和半径都过圆心。

## 第 3 题

通过计算，进一步巩固圆的半径与直径的关系。

答案：

半径	2 dm	2.5 m	0.6 cm	1.8 dm	4.16 m
直径	4 dm	5 m	1.2 cm	3.6 dm	8.32 m

**第4题**

此题是延续课上的活动，让学生体会三角形、正方形、正五边形、正六边形在滚动中中心点留下的轨迹，进一步体会各个图形不同的特征。

**第5题**

此题是引导学生根据图形的特征分析图形之间的关系，提高学生的识图和分析能力。可以让学生独立观察思考并试着填一填，交流时说说自己是如何分析的，教师引导学生言出有据。第一个图形主要发现圆的直径等于正方形的边长，半径是4 cm，直径是8 cm；第二个图形主要让学生发现圆的半径等于长方形的宽，半径是3 cm，直径是6 cm；第三个图形主要让学生发现长方形的长等于4个圆的半径的长，长是4 cm，宽是2 cm。

**第6题**

此题是通过让学生用多种办法来画圆，使学生进一步感悟圆的本质特征，并提高学生灵活运用数学知识解决生活中的简单实际问题的能力。

**第7题**

安排这样的内容，可以培养学生应用数学的意识，使学生进一步体会圆的特征。练习时，不要求学生能用严密的语言去叙述，学生只要能将其与圆的特征联系起来就可以。此题是拓展题，不要求全体学生掌握。

圆形的井盖边缘到圆心的距离处处相等，无论井盖怎样旋转，井盖也不会掉到井中。教师还可以引导学生思考方形的井盖是否可能落入井中：方形井盖的任一边都要比其对角线短，一旦井盖翻转，就有可能落入井中。

水滴落到水里形成涟漪也就是形成波，波向水面各个方向传播的速度是一样的，所以涟漪是圆的。

**第8题**

本题目的在于引导学生自觉地用数学的思维方式来观察和解决生活中的实际问题。

**你知道吗**

有关数学文化的内容，呈现了《墨经》中对圆的记载，既激发了学生的民族自豪感，又使学生进一步体会圆的本质特征。“圆，一中同长也”的意思是：圆有一个中心（圆心），圆上各点到圆心的距离（半径）都相等。

4. 淘气设计了下面4种自行车的车轮，骑上这样的自行车会怎样？用硬纸板做成下面的图形，试着滚一滚，并与同伴交流。

5. 填一填。

圆的半径是( )， 直径是( )。	圆的半径是( )， 直径是( )。	长方形的长是( )， 宽是( )。

6. 在没有圆规的情况下，你能用哪些方法画圆？

7. 你能用圆的知识解释吗？试着说一说。

为什么它们都是圆的呢？

8. 把“试一试”的探索活动的过程和发现写成数学日记，并与同伴交流。

你知道吗

人们很早就认识了圆。在我国古代名著《墨经》中就有这样的记载：圆，一中同长也。你能尝试解释这句话的意思吗？

**圆的认识(二)**

● 圆是轴对称图形吗？有几条对称轴？用一个圆形纸片，折一折。

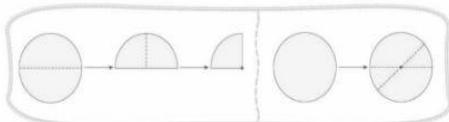


● 我们学过的图形中哪些是轴对称图形？有几条对称轴？做一做，填一填。

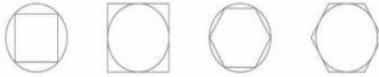
图形名称	正方形				
有几条对称轴	4条				



● 你有办法找出一个圆的圆心吗？



● 请找出下面各图的对称轴，与同伴交流。



5

边形被对角线分成两个三角形，形状与大小都相同，为什么平行四边形却不是轴对称图形。从而深刻认识圆的独特性：只有圆有无数条对称轴。

● 你有办法找出一个圆的圆心吗？

不仅找到找出一个圆的圆心的办法，认识到两条直径的交点就是圆心；更重要的是通过反思理解找圆心的策略：把找圆心变成找包括圆心的直径，就是把找元素变成找包括该元素的集合，这是普遍化的思维策略；找两条直径来确定圆心，是找两个集合的交集，叫交轨法。

● 请找出下面各图的对称轴，与同伴交流。

这组图形是将圆与其他正多边形组合在一起的稍复杂图形，圆心与正多边形的中心重合，让学生体会组合图形中正多边形的对称轴一定是这个组合图形中圆的对称轴，也是这个组合图形的对称轴，进一步体会圆的完美的对称性。

**圆的认识(二)****学习目标**

1. 通过折纸活动，探索并发现圆是轴对称图形、有无数条对称轴，体会圆的对称性。

2. 在验证圆是轴对称图形和折纸找圆心等活动中，发展空间观念。

**编写说明**

“圆的认识(一)”主要解决圆的特征、各个要素及各要素之间的关系，“圆的认识(二)”主要认识圆的对称性。为此教科书设计了4个问题：问题1、2、4，探索圆的轴对称性；问题3利用圆的对称性确定圆心，以此进一步认识圆。

● 圆是轴对称图形吗？有几条对称轴？用一个圆形纸片，折一折。

借助折纸活动，探索圆的轴对称性以及认识圆有无数条对称轴，并且认识到对称轴必定经过圆心。

● 我们学过的图形中哪些是轴对称图形？有几条对称轴？做一做，填一填。

结合操作活动，讨论、填表梳理已学过的图形的对称性。特别强调理解平行四

**教学建议**

- 圆是轴对称图形吗？有几条对称轴？用一个圆形纸片，折一折。

教学时，建议教师先让学生回忆轴对称图形的特征，然后思考：圆是轴对称图形吗？教师为每个学生准备一个圆形纸片，让学生折一折，验证自己的想法。通过对折发现折痕两边的部分完全重合，从而说明圆是轴对称图形。在此基础上引导学生思考两个问题：一是圆的对称轴有什么特点（即对称轴过圆心）；二是圆有多少条对称轴（无数条）。

- 我们学过的图形中哪些是轴对称图形？有几条对称轴？做一做，填一填。

教学时，建议让学生回忆已经学过哪些轴对称图形。想一想，必要时可以画一画、剪一剪、折一折，然后完成教科书中的表格。如：

图形名称	正方形	长方形	等腰三角形	平行四边形	……	圆
有几条对称轴	4条	2条	1条	0条	……	无数条

最后进行比较，发现只有圆的对称轴有无数条。

- 你有办法找出一个圆的圆心吗？

在问题1的基础上，让学生借助折一折找出圆的圆心，然后思考并交流找出圆心的方法和理由。学生可以通过回忆圆的直径（即对称轴）和圆心的关系：直径（即对称轴）过圆心，也就是圆心一定在直径（即对称轴）上，明确两条直径（即对称轴）的交点必定是圆心。教科书中呈现了两种折纸的方式，一种是对折后再对折；另一种是折出任意两条直径（即对称轴），折痕的交点就是圆心。

- 请找出下面各图的对称轴，与同伴交流。

教学时，建议让学生独立完成，然后展示画出的各图的对称轴，交流是怎样找到它们的对称轴的、有什么好方法，从而得出这些稍复杂图形的对称轴，一定是图中圆的对称轴，也是正多边形的对称轴。

可以引导学生思考：这些图形中都有圆，圆有无数条对称轴，这些组合图形也有无数条对称轴，对吗？在什么条件下，组合图形中正多边形的对称轴都是圆的对称轴？这个前提条件是正多边形的中心与圆心重合。

教师根据学生的实际情况，还可以组织学生思考不用对折的方式怎样才能找到这些图形中圆的圆心。解决这个问题的关键仍然是找到两条对称轴，它们的交点便是圆心。教科书呈现了4幅图，学生可以根据正方形和正六边形的对称性画出圆的两条对称轴，从而找出圆心。

## 练一练

练一练一共安排了4道题。第1题鼓励学生经历解决问题的过程：先想象，再操作（画），必要时可以动手折一折。这些图形中都含有圆，由于构成不同，对称轴的条数也就不同。第2题侧重利用圆的特征解决测量问题。第3题选择新的情境，借助平移知识来说明圆的位置变化。第4题是课堂活动的延续，在活动中体会圆的旋转不变性。

## 第1题

本题的目的是让学生根据图形特征画出2条对称轴，进一步体会轴对称图形的特征。第一个图形可以画无数条对称轴，第二个图形可以画3条对称轴，第三个图形可以画2条对称轴，第四个图形可以画3条对称轴。练习时，应鼓励学生探索出图形的所有对称轴，但作为基本要求学生只要能画出2条不同的对称轴就可以。

## 第2题

本题呈现了一种测量直径的方法，让学生通过这道练习题学会测量圆的直径的一种方法。这个1元硬币的直径是25 mm。

1角硬币的直径是19 mm，5角硬币的直径是20.5 mm。

可以采取小组合作的方式进行测量：用两个三角板同时夹住圆并垂直于刻度尺或通过移动尺子来测量出圆内“最长的线段”，也就是直径，并且在全班交流时引导学生认识到测量是有误差的。根据学生的实际，教师还可以引导学生认识到可以通过多测量几次取平均数的方法减少误差，但误差是无法避免的。

## 第3题

本题的主要目的是通过平移知识来说明圆的位置变化。通过方格纸上平移圆心，圆也随之平移，体会圆心的位置决定圆的位置。

答案：(1)从位置A向右平移4个方格到位置B，再向右平移6个方格到位置C。  
 (2)从位置C向下平移3个方格到位置D，再向左平移2个方格到位置E。  
 (3)有多种方式，如先从位置A向下平移2个方格，再向右平移8个方格到位置F；也可以先从位置A向右平移8个方格，再向下平移2个方格到位置F。

**第4题**

这是一道拓展题，不要求全体学生掌握。目的是让学生在活动中体会圆的旋转对称性（绕着某一点旋转一定的角度后与原图形重合，像这样的图形称为对称图形），以及圆旋转任意一个角度后都与原图形重合。圆有两条重要的性质：圆的轴对称性和旋转对称性。对于轴对称性，我们教科书中的内容是很丰厚的。相比较来说，圆的旋转对称性，内容较少，学生也很难体会到。但缺少了圆的旋转对称性，对圆的认识和理解都是不完整的。

可以让学生剪出圆、正方形和等边三角形，实际动手转一转，从中体会和交流圆的旋转对称性，注意不用对学生讲述“旋转对称”这样的术语，只要学生通过操作体会正方形和等边三角形都是旋转一定的角度后与原图形重合（正方形旋转 $90^\circ$ ，等边三角形旋转 $120^\circ$ ），而圆无论旋转多少角度都与原图形重合，所以圆有很好的旋转对称性。视班级学生实际，也可以进一步让学生在操作中发现正方形旋转一周，与原图形重合4次；等边三角形旋转一周，与原图形重合3次；圆旋转一周，与原图形重合无数次。

## 欣赏与设计

### 学习目标

- 结合欣赏与绘制图案的过程，体会圆在图案设计中的应用，能用圆规设计简单的图案。
- 在设计图案的活动中，进一步体会圆的对称性等特征。
- 感受图案的美，发展想象力和创造力。

### 编写说明

运用所学的图形设计图案不仅能培养学生的想象力和创造力，使学生体会到图形世界的神奇和美丽，同时在分析图案和创造图案中，学生还将进一步巩固对所学图形特征的认识。

首先，教科书呈现了四幅图案，目的是让学生在欣赏中感受图形世界的美妙；然后教科书借助分析图案形成、模仿图案、设计图案三个问题活动展开。

教科书呈现的四幅图案，分别有实物图和根据实物图利用圆创造的图案。一方面图案的选择具有典型性，有学生熟悉的风车、代表中国文化的太极图、有趣的心脏线以及自然界中大量存在的螺旋线；另一方面激发学生主动探索图形世界的魅力与神奇。

#### • 说一说，上面这些图案是怎样形成的？

教科书在学生欣赏的基础上，自然引发学生想画出这些图案的欲望。画出图案前，需要分析图案的构成，所以教科书提出：“说一说，上面这些图案是怎样形成的？”意在引导学生学会分析图案的构成，同时进一步巩固对圆的特征的认识。教科书呈现了笑笑和淘气的分析，目的是引导学生从图案的组成或图案的共同特征中来描述图案的形成。

#### • 看一看，下面的图案是怎样画出来的？试着画一画。

在问题1的基础上，让学生用圆规画出图案，目的是进一步引导学生分析、了解图案设计过程，为问题3自主设计图案提供借鉴。

#### • 你能画出下面的图案吗？再设计一个有趣的图案与同伴交流。

利用圆设计有趣的图案。目的是拓展学生思维，启发学生利用圆的特征进行创造，发展学生的想象力和创造力。

**教学建议**

教科书安排了欣赏与设计的内容，教学时应给予充分重视。教师一定要留给学生时间和空间，让学生在欣赏、交流的基础上，实际进行设计，对于学生的作品要组织展示、交流。

**• 说一说，上面这些图案是怎样形成的？**

根据这些图案，让学生观察并思考：这些图案是由哪些基本图形组成的、怎样组成的（如基本图形经过了哪些变换），图案中各图形之间有什么关系，让学生感受到圆在图案设计中的作用，提高分析图形的能力。教科书中介绍了风车图和太极图的画法。螺旋线的画

法是，先画 $\frac{1}{4}$ 个圆（图中的1），再画同样大小的 $\frac{1}{4}$

个圆（图中的2），再以前两个圆的半径的和为半径画 $\frac{1}{4}$ 个圆（图中的3，即以1和2的半径的和为半径），

再以前两个圆的半径的和为半径画 $\frac{1}{4}$ 个圆（图中的4），依此类推，得到图中的5，图中的6……螺旋线可以无限延伸。所有圆的边界形成的曲线通称为“心脏线”。画出心脏线的方法是，先画一个圆作为基底，并在其上标出一点A。在这个圆的圆周上取不同的点作为圆心，调整半径，使画出的圆都通过A点。尽

可能多地画圆，使边界能够更为明显。由于心脏线的画法比较复杂，所以只让学生说一说自己看到的就可以，例如，由很多大小不同的圆组成，它是轴对称图形，其中每两个左右相对的圆是一样大的，所有的圆都过同一个点……

除了教科书中的几幅图案以外，教师也可以再提供几幅包含圆的图案，让学生欣赏、分析，充分感受图形世界的美妙。

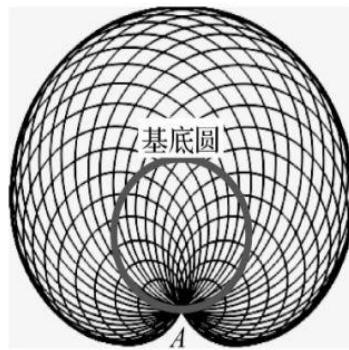
**• 看一看，下面的图案是怎样画出来的？试着画一画。**

教师可以让学生阅读教科书后用圆规画出风车图和太极图，再涂色；然后交流画图的方法。

通过阅读教科书，学生对每个图案进行分解，分析每个图案的设计过程，特别是要分析清楚每次画圆时，以哪个点为圆心、以什么为半径、画整个圆还是半个圆等。教师要注意对有困难学生的个别指导，对于学生的作品要组织展示、交流。教学中教师要注意引导学生从圆的特征来叙述画法，充分体会所画图形间的位置关系。

**• 你能画出下面的图案吗？再设计一个有趣的图案与同伴交流。**

在前面模仿的基础上让学生自主设计图案，经历图案创作的过程。利用圆设计出有趣的图案，也就是说图案中要求包含圆，也可以是圆与其他图形的组合。在学生进行图案设计时，可以先让学生画个草图，说明自己的设计方案，再进行设计。



**练一练**

练一练一共安排了4道题。第1题配合正文的问题串，鼓励学生再次经历解决问题的过程：先观察，再表达，然后操作（画一画）。第2~4题充满了趣味性、操作性，突出圆的特征。

**第1题**

目的是再次体会圆在图案设计中的应用，可以先分析图案的形成，找到各部分要素（圆心、半径），再画。两幅图要求学生在方格中画等大的图案。

**第2题**

教师可以和学生一起做这个实验。首先准备一圆形纸板，在圆心处扎一枚小钉子，离开圆心一定位置画一个黑点。然后快速旋转钉子，纸板随之旋转，观察黑点有什么现象。学生发现快速旋转时黑点形成的轨迹是一个圆，从圆心到黑点的距离就是形成的圆的半径。

**第3题**

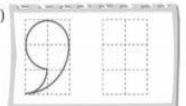
此题充满了趣味性，又需要学生充分展开想象。为此，教师应给学生充分想象的空间，可以先让学生说说生活中哪些地方看到过圆，再鼓励学生展开想象，进行物品或标志的设计。然后组织学生交流自己所设计的图形、物品或标志是什么，怎么想到设计它们的。

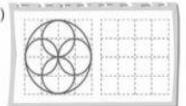
**第4题**

这是一道拓展题，不要求全体学生掌握。设计了两组图案。第一组是利用正方形纸片旋转形成圆，是运用“直线包络画圆”的方法。可以帮助学生理解由正方形逼近圆的思想，理解圆上的点都是到圆心的距离处处相等的点的集合。这个活动也可以为以后探索圆的面积提供“化曲为直”的思路。因此，练习时教师应鼓励学生试一试。第二组是再次让学生体会正多边形的边数越多，越接近圆。

### 练一练

**1.** 先说一说下面的图案是怎样形成的，再画一画。

(1) 

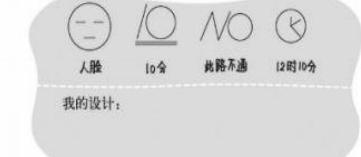
(2) 

**2.** 按照下面的方式做一做，注意观察黑点在旋转时的痕迹。

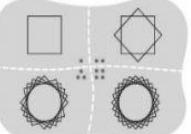




**3.** 用一个圆、三条线段，设计出一个有意义的图形。



**4.** 你能看懂下面两组图的意思吗？你有什么发现？

(1) 

(2) 

**圆的周长**

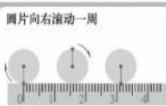
人们很早就发现，轮子越大，滚一圈就越远。



车轮滚一圈的长度就是它的周长。



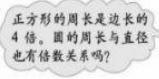
- 如何测量车轮的周长呢？用圆片试试看。



- 圆的周长与什么有关？



圆的周长与直径有关。



正方形的周长是边长的4倍。圆的周长与直径也有倍数关系吗？

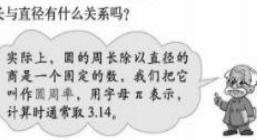
- 找3个大小不同的圆片，分别测量出周长和直径，做一做，填一填。

圆的周长	圆的直径	圆的周长除以直径的商（结果保留两位小数）

测量中会有误差。可以多测量几次求平均数。



圆的周长总是直径的3倍多一些。



实际上，圆的周长除以直径的商是一个固定的数，我们把它叫作圆周率，用字母π表示，计算时通常取3.14。

9

**圆的周长****学习目标**

1. 结合实例认识圆的周长，在探索圆的周长与直径关系的过程中，理解圆周率的意义及圆周长的计算方法。

2. 能正确运用公式计算圆的周长，能运用圆周长的知识解决一些简单的实际问题。

**编写说明**

圆的周长从数学发展的历史和学生的发展上来说都是难点。虽然人们很早就发现轮子越大滚一圈越远，但是一直没有找到计算周长的方法，为此数学家一直在探索，最终发现圆的周长与直径之间的关系——圆的周长与直径的比是一个固定的数（圆周率 $\pi$ ）。教科书浓缩了这个过程，设计了三个探索活动，把重点放在圆的周长与直径的数量关系上，从而解决圆周长的计算问题。

- 如何测量车轮的周长呢？用圆片试试看。

教科书安排了测量车轮（圆）的周长的活动，意在根据周长的意义想办法测量圆的周长，为下面对圆的周长的进一步研究提供感性认识。教科书呈现了比较常用的两种测量方法：一种是在直尺上滚动；一种是用线绕一圈，再量出线的长度。两个操作活动，既为体会圆的周长的意义积累了思维经验，同时也体现了测量曲边图形周长的多样化方法。所以，问题1不仅发展了学生的测量技能，也发展了学生思维的灵活性。

**● 圆的周长与什么有关？**

提出一个猜想：圆的周长与什么有关？结合问题1的操作活动，学生会直观感受到圆的周长可能与圆的直径有关，但不知道具体是一种什么关系。教科书引导学生结合先前的周长知识，通过类比正方形周长与边长的倍数关系猜想圆的周长与直径是否也有类似的倍数关系。

**● 找3个大小不同的圆片，分别测量出周长和直径，做一做，再填一填。**

探索周长与直径的数量关系。教科书通过测量3个大小不同的圆的周长和直径，并计算圆的周长除以直径的商，归纳出圆的周长总是直径的3倍多一些，最后通过智慧老人告知圆的周长除以直径的商是一个固定的数，即圆周率 $\pi$ 。由于圆周率是一个无限不循环小数，教科书指出计算时圆周率的值通常取3.14，即计算时教科书凡没有具体规定的，“ $\pi$ ”都取近

似值 3.14，计算结果用“=”连接。

### 试一试

在探索周长与直径关系的基础上，得到圆周长的计算公式。教科书安排了 3 个层层递进的问题。

- 你能根据圆的周长与直径之间的关系，写出圆的周长的计算方法吗？

用文字和字母表示圆周长的计算公式。教科书呈现淘气和笑笑的思考，一方面是引导学生根据周长和直径的关系表示出周长的两种计算方法；另一方面旨在培养学生引入字母表示所发现的数量关系。

- 自行车车轮的直径是 70 cm，滚一圈有多远？

运用圆周长的公式进行计算，解决实际问题。

- 你能计算下面图形的周长吗？

计算组合图形的周长，引导学生体会如何利用圆的周长知识解决问题。首先呈现淘气和笑笑的交流，一方面，引导学生进一步理解周长的含义；另一方面，引导学生体会如何形成解决问题的思路。对于这个问题，解决问题的关键是分析图形之间的关系。

### 教学建议

建议教师首先呈现两辆车的图片，引导学生思考这两辆车的车轮各滚一圈，谁滚得远？明确车轮滚一圈的长度实际上就是车轮（圆）的周长，发现大车轮滚一圈比小车轮滚一圈要远，引导学生思考圆的周长与什么有关系。在此基础上展开下面的教学。

- 如何测量车轮的周长呢？用圆片试试看。

教学的关键是如何准确地量出圆片的周长，测量的关键点有两个：一个是确定起点和终点的位置；另一个是较准确地读出刻度尺上的数据。教学时，教师可以让每个学生用同样大的圆片代替车轮，小组合作共同想办法测量它们的周长。还可以用大小不同的圆片代替车轮测量它们的周长，在得出大小不同的两个圆的周长后，可以让学生比较一下，大圆的周长要大一些，为下面对圆的周长的进一步探究提供活动经验。

- 圆的周长与什么有关？

由于在圆的认识中学生已经认识到圆直径（或半径）决定了圆的大小，学生会自然地想到圆的周长与直径（或半径）有关。所以教学时建议先引导学生进行猜想，例如，有的学生可能是通过经验猜想：圆的半径决定圆的大小，可能和圆的半径、直径有关；有的学生根据学过的知识类比猜想：由正方形的周长是边长的 4 倍，类比猜想圆的周长与直径之间也有一定的倍数关系。猜想的时候，要注意让学生说一说猜想的依据，避免瞎猜。如果学生不能借助正方形的周长与边长的关系猜想圆的周长与直径有倍数关系，教师可以提出这个猜想，让学生去求证。

- 找 3 个大小不同的圆片，分别测量出周长和直径，做一做，再填一填。

教学时，建议教师让学生课前准备几个大小不同的圆，通过滚动、绕线等方法得出圆的周长，再测量出圆的直径，并利用测量得到的数据进行计算，即计算每个圆的周长是直径的几倍，填入表格内。最后，引导学生观察表格并比较，考虑到学生测量的误差，教学中只要学生发现“圆的周长总是直径的 3 倍多一些”即可。在此基础上，教师介绍圆周率，并强调

圆的周长除以直径的商是一个固定的数。

教学时需要注意的是，测量会有一定的误差，教师要利用课堂上生成的资源使学生认识到测量时总会有一些误差，同时让学生认识到测量方法正确、测量过程仔细等可以减少误差，也可以多测量几次求平均数。

### 试一试

- 你能根据圆的周长与直径之间的关系，写出圆的周长的计算方法吗？

建议让学生先回忆前面发现的圆的周长和直径的关系，然后让学生思考怎样求圆的周长。如果用字母  $C$  表示圆的周长，写出圆的周长的计算公式 ( $C=\pi d$ )。然后追问学生：已知什么条件可以计算圆的周长？如果知道圆的半径，能不能求出圆的周长？再写出根据半径求圆的周长的计算公式 ( $C=2 \pi r$ )。

- 自行车车轮的直径是 70 cm，滚一圈有多远？

鼓励学生直接运用周长的计算公式进行计算，解决实际问题。教学时教师可以利用主情境中的自行车呈现车轮的直径是 70 cm，问学生滚一圈有多远。可以让学生先估计滚一圈大约有多远，然后再计算。 $3.14 \times 70 = 219.8$  (cm)。

教师还可以补充提供主情境中儿童滑板车车轮的半径是 4 cm，滚一圈有多远。然后比较两个车轮的周长，这样通过准确计算，再次印证人们很早就发现的“轮子越大，滚一圈就越远”的道理。

教师如果补充这样的习题，一定要注意数据，不要使计算太繁杂。

- 你能计算下面图形的周长吗？

建议先让学生指出图形的边界，然后说一说怎样求这个图形的周长。有的学生可能认为先算大圆周长的一半，再算两个小圆周长的一半；有的学生可能认为先算大圆周长的一半，再算小圆的周长。为了帮助学生更好地分析图形之间的关系，教师可以利用课件的动态演示理解。大圆周长的一半： $2 \times 3.14 \times 3 \div 2 = 9.42$  (cm)；小圆的周长： $3.14 \times 3 = 9.42$  (cm)，这个图形的周长： $9.42 + 9.42 = 18.84$  (cm)。

教师可以根据学生的实际情况，提出问题：大圆周长的一半和小圆周长的一半有什么关系？为什么？引导学生主动发现和提出问题。因为小圆的周长是小圆直径的  $\pi$  倍，也是大圆直径的  $\frac{\pi}{2}$  倍（因为大圆直径是小圆直径的 2 倍），所以所求的图形的周长等于一个大圆的周长。

## 练一练

练一练一共安排了 10 道题，其中第 1~3 题是配合第 1 课时内容的练习；第 4 题是配合第 2 课时试一试内容的练习；第 5~10 题可作为两节课的综合练习。

第 1~3 题配合正文的问题串展开并各有侧重。第 1 题鼓励学生再次经历通过测量得到圆的周长的过程。第 2 题侧重用不同的思维方法，估计圆的周长和直径的关系。第 3 题侧重通过估算，体会圆的周长是直径的 3 倍多一些。

第 4 题是配合着试一试的问题展开，侧重利用圆周长的计算公式。

第 5~8 题是灵活运用圆周长的计算公式解决问题。第 9~10 题则鼓励学生在有趣的情境中，综合自己对题意以及周长的意义、计算方法的理解来解决问题。

## 第 1 题

目的是让学生再次通过测量得到圆的周长。

## 第 2 题

利用圆外切正方形的边长与直径的关系，得到正方形的周长是圆的直径的 4 倍，由于圆的周长小于正方形的周长，所以  $\frac{\text{圆周长}}{\text{直径}}$  一定小于 4。

## 第 3 题

此题的目的是体会圆的周长总是直径的 3 倍多，通过估算解决实际问题。圆形小镜子的半径是 3 cm，直径则是 6 cm，周长是直径的 3 倍多一些，因此周长大于 18 cm，所以不够。

## 第 4 题

已知圆的半径，运用圆的周长计算公式进行计算。

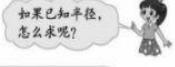
答案： $2 \times 3.14 \times 0.3 = 1.884$  (m)， $1.884 \times 1000 = 1884$  (m)。

## 试一试

你能根据圆的周长与直径之间的关系，写出圆的周长的计算方法吗？



可以用直径求圆周率。

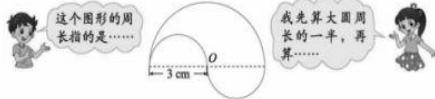


如果已知半径，怎么求呢？

如果用 C 表示圆的周长，那么  $C=\pi d$  或  $C=2\pi r$ 。

自行车车轮的直径是 70 cm，滚一圈有多远？

你能计算下面图形的周长吗？



## 练习

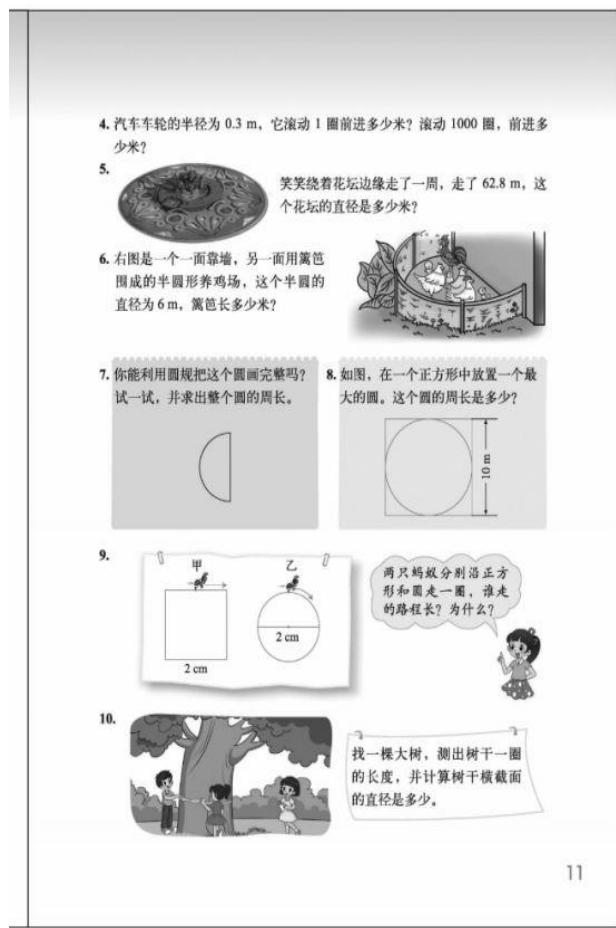
1. 画一个直径为 10 cm 的圆。

- (1) 想一想，怎样得到它的周长？
- (2) 把圆剪下来，量一量。
- (3) 多量几次，算出测量结果的平均数。

2. 看图思考下面的问题，然后填空。



正方形周长是圆的直径的（ ）倍，  
所以圆周长一定小于（ ）。



## 第5题

已知圆的周长，反求直径。

答案： $62.8 \div 3.14 = 20$  (m)。

## 第6题

从图和文字中都能看出鸡舍是一个半圆形，而且一面靠墙，篱笆的长是圆周长的一半。先计算圆周长，再除以2。

答案： $3.14 \times 6 \div 2 = 9.42$  (m)。

## 第7题

要先量出直径的长为2 cm，寻找出圆心后把圆画完整，然后计算圆的周长。学生在前面的学习中获得的经验是通过对折找到圆心；而这个半圆无法对折，进而发现半圆中直的线就是圆的直径，采用测量的方法就可以得到直径的长度。

答案： $3.14 \times 2 = 6.28$  (cm)。

## 第8题

目的是引导学生根据图形的特征分析图形之间的关系，找到圆的直径与题目中的正方形边长的关系，提高学生的识图能力和分析能力。关键是发现正方形的边长与圆的直径相等，是10 m。

答案： $3.14 \times 10 = 31.4$  (m)。

## 第9题

本题是一个有趣的问题，两只小蚂蚁分别沿正方形和圆走一圈，谁走的路程长，实际上是比较边长为2 cm的正方形和直径为2 cm的圆的周长的问题。甲蚂蚁走的路程是正方形的周长，乙蚂蚁走的路程是圆的周长，所以只要分别计算出正方形的周长和圆的周长即可。正方形的周长： $2 \times 4 = 8$  (cm)，圆的周长： $2 \times 3.14 = 6.28$  (cm)， $8 > 6.28$ ，所以甲蚂蚁走的路程长。

学生还可以用推理的方式或第2题的经验，直接得出甲蚂蚁走的路程比乙蚂蚁走的路程长，这样有助于培养学生审题和寻找合理解决问题的途径和方法的能力。

## 第10题

本题是实践活动，目的是引导学生运用圆的周长的有关知识解决问题。教师要根据学校周围实际情况，组织学生进行实际测量计算活动，灵活处理问题。除了教科书上呈现的方法外，学生可以几个人伸出手臂围住大树，然后通过测量每个人的双臂伸开后的距离求出大树的周长。如果部分学校周围没有合适的树木，也可以用其他圆柱形的物体代替。

## 圆周率的历史

### 学习目标

结合圆周率发展历史的阅读，体会人类对数学知识的不断探索过程，感受数学文化的魅力，激发民族自豪感。

### 编写说明

教科书安排数学阅读“圆周率的历史”，目的是挖掘圆周率蕴含的教育价值，让学生了解自古以来人类对圆周率的研究历程，领略与计算圆周率有关的方法（测量—正多边形逼近—近代的一些方法），从而了解数学的悠久历史和人类对数学知识的不断探索过程，感受数学的魅力，激发研究数学的兴趣，为学生打开了一扇窥视数学文化发展史的窗户。同时，结合刘徽、祖冲之等数学家研究圆周率取得的成就的介绍，激发学生的民族自豪感。

教科书不仅仅提供了一些史实资料，更希望通过文字叙述展现人们探索圆周率的过程及方法的演变。

第一个资料，说明由于轮子等的广泛应用，人们自然想到了圆的周长与直径之间的关系，由此使学生感受到许多数学问题都来源于生活。还介绍了最初的方法是测量，通过测量得到了圆的周长与直径之间的一定的关系，同时也指出了测量方法的局限性。

第二、第三个资料，分别介绍了古希腊的阿基米德和我国古代的刘徽想到的计算圆周率的方法。这两个人的方法从本质上都是一致的，都是用正多边形逼近圆，不同的是阿基米德的方法是从两个方向同时逼近圆，而刘徽的方法是从一个方向逼近圆。这种正多边形逼近圆的方法的介绍，也可能为后面学生探索圆的面积提供思路。

第四个资料，介绍了广为人知的祖冲之的贡献。教科书不仅仅介绍了他所取得的成就，还列举了这一成就获得的国际声誉，以激发学生的民族自豪感。

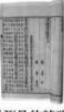
第五个资料，首先说明了用正多边形逼近圆这个方法的局限性，然后介绍了后来的人们一直在不断对计算圆周率展开探索，产生了不少方法。

第六个资料，介绍了电子计算机的出现导致了计算方面的根本革命，以此带来的计算圆周率的突破进展。

### 圆周率的历史



轮子是古代的重要发明。由于轮子的普遍应用，人们很容易想到这样一个问题：一个轮子滚一圈可以滚多远？显然轮子越大，滚得越远，那么滚的距离与轮子的直径之间有没有关系呢？



最早的解决方案是测量。当许多人多次测量之后，人们发现了圆的周长总是其直径的3倍多。在我国，现存有关圆周率的最早记载是2000多年前的《周髀算经》。

用测量的方法计算圆周率，圆周率的精确程度取决于测量的精确程度，而有许多实际困难限制了测量的精度。



公元前3世纪，古希腊数学家阿基米德发现：当正多边形的边数增加时，它的形状就越来越接近圆。这一发现提供了计算圆周率的新途径。阿基米德用圆内接正多边形和圆外切正多边形从两个方向上同时逐步逼近圆，获得了圆周率的值介于 $\frac{223}{71}$ 和 $\frac{22}{7}$ 之间。



在我国，首先是由魏晋时期杰出的数学家刘徽得出了较精确的圆周率的值。他采用“割圆术”一直算到圆内接192边形，得到圆周率的近似值是3.14。刘徽的方法是用圆内接正多边形从一个方向逐步逼近圆。