



普通高等教育“九五”国家级重点教材



清华大学教材

大学物理学

第四册

波动与光学

第二版

张三慧 主编



清华大学出版社

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

清华大学教材

张三慧 主编

大学物理学(第四册)

波动与光学

(第二版)

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

本书是清华大学教材《大学物理学》的第四册,讲述振动与波的一般基本规律和波动光学的基本原理,包括光的干涉、衍射和偏振。除了基本内容外,还专题介绍了全息照相、光学信息处理、液晶等今日物理趣闻和著名物理学家托马斯·杨和菲涅耳的传略。基本内容简明扼要,附加内容通俗易懂。

本书可作为高等院校的大学物理教材,也可以作为中学物理教师教学或其他读者自学的参考书。

书 名: 大学物理学(第四册)波动与光学

作 者: 张三慧 主编

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学学研大厦,邮编 100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

印刷者: 清华大学印刷厂

发行者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 850×1168 1/32 **印张:** 8.625 **字数:** 223 千字

版 次: 2000 年 1 月第 2 版 2001 年 4 月第 7 次印刷

书 号: ISBN 7-302-03783-3/O·224

印 数: 88001~108000

定 价: 10.00 元

目 录

波动与光学概述	1
第 1 章 振动	3
1.1 简谐运动的描述	3
1.2 旋转矢量与振动的相	6
1.3 简谐运动的动力学方程	11
1.4 简谐运动实例	14
1.5 简谐运动的能量	19
1.6 阻尼振动	21
1.7 受迫振动 共振	24
1.8 同一直线上同频率的简谐运动的合成	27
1.9 同一直线上不同频率的简谐运动的合成	31
* 1.10 谐振分析	33
* 1.11 相互垂直的简谐运动的合成	36
提要	40
思考题	42
习题	43
第 2 章 波动	51
2.1 行波	51
2.2 简谐波	54
2.3 物体的弹性形变	59
2.4 波动方程与波速	62

2.5	波的能量	67
2.6	惠更斯原理与波的反射和折射	71
2.7	波的叠加 驻波	78
2.8	声波	83
*2.9	地震波	87
*2.10	水波	90
2.11	多普勒效应	92
*2.12	行波的叠加和群速度	98
*2.13	孤子	102
	提要	104
	思考题	106
	习题	108
	物理学与现代技术 I 光纤及其应用	115
第3章	光的干涉	119
3.1	杨氏双缝干涉	119
3.2	相干光	125
*3.3	光的非单色性对干涉条纹的影响	129
*3.4	光源的大小对干涉条纹的影响	133
3.5	光程	138
3.6	薄膜干涉(一)——等厚条纹	140
3.7	薄膜干涉(二)——等倾条纹	146
3.8	迈克耳孙干涉仪	151
	提要	152
	思考题	154
	习题	156
	科学家介绍 托马斯·杨和菲涅耳	162

第4章 光的衍射 165

 4.1 光的衍射和惠更斯-菲涅耳原理 165

 4.2 单缝的夫琅禾费衍射 167

 4.3 光学仪器的分辨本领 174

 4.4 光栅衍射 177

 4.5 光栅光谱 186

 4.6 X射线衍射 190

 提要 193

 思考题 194

 习题 196

今日物理趣闻 A 全息照相

 A.1 全息照片的拍摄 202

 A.2 全息图象的观察 205

 A.3 全息的应用 207

今日物理趣闻 B 光学信息处理

 B.1 空间频率与光学信息 208

 B.2 空间频谱分析 210

 B.3 阿贝成象原理和空间滤波 211

 B.4 θ 调制 214

第5章 光的偏振 215

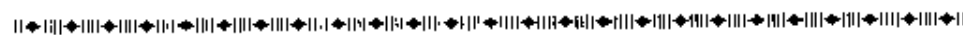
 5.1 光的偏振状态 215

5.2 线偏振光的获得与检验	218
5.3 反射和折射时光的偏振	222
5.4 双折射现象	224
* 5.5 椭圆偏振光和圆偏振光	231
* 5.6 偏振光的干涉	235
* 5.7 人工双折射	237
* 5.8 旋光现象	239
提要	242
思考题	243
习题	245



今日物理趣闻 C 液晶

C.1 液晶的结构	249
C.2 液晶的光学特性	250



数值表	254
习题答案	256
索引	262

波动与光学概述

光(这里主要指可见光)是人类以及各种生物生活不可或缺的最普通的要素,但对它的规律和本性的认识却经历了漫长的过程。最早也是最容易观察到的规律是光的直线传播。在机械观的基础上,人们认为光是一些微粒组成的,光线就是这些“光微粒”的运动路径。牛顿被尊为是光的微粒说的创始人和坚持者,但并没有确凿的证据。实际上牛顿已觉察到许多光现象可能需要用波动来解释,牛顿环就是一例。不过他当时未能作出这种解释。他的同代人惠更斯倒是明确地提出了光是一种波动,但是并没有建立起系统的有说服力的理论。直到进入 19 世纪,才由托马斯·杨和菲涅耳从实验和理论上建立起一套比较完整的光的波动理论,使人们正确地认识到光就是一种波动,而光的沿直线前进只是光的传播过程的特殊情形。托马斯·杨和菲涅耳对光波的理解还持有机械论的观点,即光是在一种介质中传播的波。关于传播光的介质是什么的问题,虽然对光波的传播规律的描述甚至实验观测并无直接的影响,但终究是波动理论的一个“要害”问题。19 世纪中叶光的电磁理论的建立使人们对光波的认识更深入了一步,但关于“介质”的问题还是矛盾重重,有待解决。最终解决这个问题的是 19 世纪末叶迈克耳孙的实验以及随后爱因斯坦建立的相对论理论。他们的结论是电磁波(包括光波)是一种可独立存在的物质,它的传播不需要任何介质。

本书关于光的波动规律的讲解,基本上还是近 200 年前托马斯·杨和菲涅耳的理论,当然有许多应用实例是现代化的。正确的基本理论是不会过时的,而且它们的应用将随时代的前进而不断

扩大和翻新。现代的许多高新技术中的精密测量与控制就应用了光的干涉和衍射的原理。激光的发明(这也是40年前的事情了!)更使“古老的”光学焕发了青春。本书第3~5章就讲解波动光学的基本规律,包括干涉、衍射和偏振。在适当的地方都插入了若干这些规律的现代应用。所述规律大都是“唯象的”,没有用电磁理论麦克斯韦方程说明它们的根源。

人类对自然界的认识是无止境的,在对光的认识上也是这样。就波动光学本身来说,一些特殊领域的规律也还在不断地深入探索,“光孤子”就是一例。光除了具有波动性外,20世纪初叶(也是近100年前的事情了),又确定无疑地从实验上证实了光具有粒子性。这种粒子称做“光量子”,简称“光子”。随后就建立了一套光的量子理论。关于这方面的基本知识,将在本《大学物理学》第五册《量子物理》中介绍。

本书第1,2章在牛顿力学的基础上介绍了机械振动与机械波的规律。这些虽然属于机械运动的范畴,但其中的许多概念和规律,例如关于振动与波的运动学描述和叠加等概念对电磁波(包括光波),甚至物质波,都是具有普遍意义的。读者应注意把这两章学好,以便更容易而深刻地理解后面的波动光学的内容。

第1章 振 动

物体在一定位置附近所作的来回往复的运动叫机械振动,它是物体的一种运动形式。从日常生活到生产技术以及自然界中到处都存在着振动。一切发声体都在振动,机器的运转总伴随着振动,海浪的起伏以及地震也都是振动,就是晶体中的原子也都在不停地振动着。

广义地说,任何一个物理量随时间的周期性变化都可以叫做振动。例如,电路中的电流、电压,电磁场中的电场强度和磁场强度也都可能随时间作周期性变化。这种变化也可以称为振动——电磁振动或电磁振荡。这种振动虽然和机械振动有本质的不同,但它们随时间变化的情况以及许多其它性质在形式上都遵从相同的规律。因此研究机械振动的规律有助于了解其它种振动的规律,本章着重研究机械振动的规律。

振动有简单和复杂之别。最简单的是简谐运动,它也是最基本的振动,因为一切复杂的振动都可以认为是由许多简谐运动合成的。本章先介绍简谐运动及其数学表达式和无阻尼情况下的动力学方程,然后介绍阻尼振动和受迫振动,最后说明振动合成的规律。

1.1 简谐运动的描述

物体运动时,如果离开平衡位置的位移(或角位移)按余弦函数(或正弦函数)的规律随时间变化,这种运动就叫**简谐运动**。

简谐运动可以用一个弹簧振子来演示。一个轻质弹簧的一端

固定，另一端固结一个可以自由运动的物体，就构成一个**弹簧振子**。图 1.1 就画了一个在水平光滑面上安置的一个弹簧振子。在弹簧处于自然长度时，物体处于平衡位置。此位置以 O 表示，并取作坐标原点。如果拉

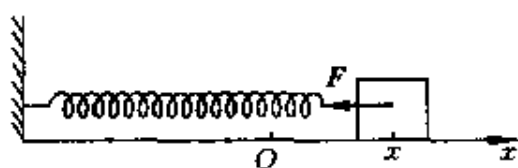


图 1.1 弹簧振子的简谐运动

动物体然后释放，则物体将在 O 点两侧作往复运动。在这种运动中，物体对于平衡位置的位移（以下将简称位移） x 将按余弦的规律随时间 t 变化，因此，物体的这种振动就是**简谐运动**。它的数学表达式是

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.1)$$

将物体视为质点，(1.1)式中的 A 表示质点可能离开原点的最大距离，它给出了质点运动的范围。这个量叫做振动的**振幅**。

(1.1)式中的 ω 叫**角频率**， φ 叫**初相**。它们的意义说明如下。

(1.1)式的余弦函数表明质点的位置变化具有时间上的周期性。以 T 表示**周期**，即振动往复一次所经历的时间，则应有

$$\begin{aligned} x &= A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos[\omega(t + T) + \varphi] \\ &= A \cos[\omega t + \varphi + \omega T] \end{aligned}$$

由于余弦函数的周期是 2π ，所以有

$$\omega T = 2\pi$$

因此 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (1.2)

以 ν 表示振动的**频率**，即单位时间内振动往复的次数，则它显然和周期 T 有倒数的关系，即

$$\nu = \frac{1}{T} \quad (1.3)$$

将(1.2)式的 T 值代入，则有

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.4)$$

由于 ω 和 ν 成正比, 所以把它叫做振动的角频率。 ω, T 或 ν 都表示简谐运动的周期性。

在国际单位制中, T 的单位是 s, ν 的单位是 Hz (或 s^{-1}), ω 的单位是 rad/s (或 s^{-1})。

在 A 和 ω 已知的条件下, (1.1) 式中的 φ (是一个角度) 就给出, 或者说, 决定于质点在时刻 $t=0$ (时间原点) 时的位置。一个简谐运动的物理特征在于其振幅和周期。对于一个振幅和周期已定的简谐运动, 用数学公式表示时, 由于选作原点的时刻不同, φ 值就不同。例如, 选物体到达正向极大位移的时刻为时间原点, 则 (1.1) 式中的 $\varphi=0$; 如果选物体到达负向极大位移的时刻为时间原点, 则 (1.1) 式中的 $\varphi=\pi$ 。由于 φ 是由对时间原点的选择所决定的, 所以把它叫做振动的初相。

对于一个简谐运动, 如果 A, ω 和 φ 都知道了, 就可以写出它的完整的表达式, 也就是全部掌握该简谐运动的特征了。因此, 这三个量叫做描述简谐运动的三个特征量。

由位置函数 (1.1) 式, 可求得任意时刻质点的速度和加速度的表示式分别如下:

$$\begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ &= \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (1.5)$$

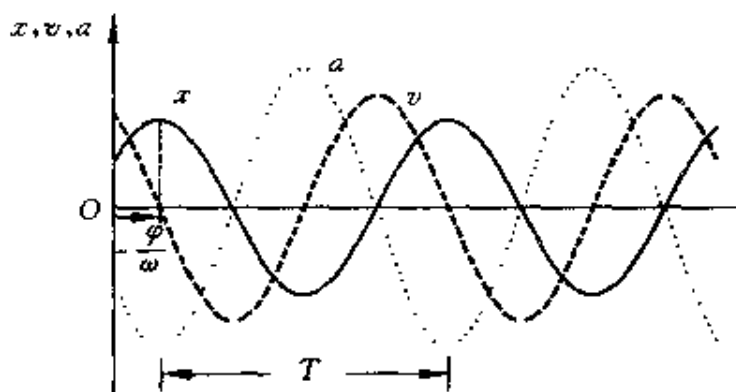
$$\begin{aligned} a &= \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \\ &= \omega^2 A \cos(\omega t + \varphi + \pi) \end{aligned} \quad (1.6)$$

比较 (1.1) 式和 (1.6) 式可得

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad (1.7)$$

这一关系式说明, 简谐运动的加速度和位移成正比而反向。

(1.1), (1.5), (1.6) 式的函数关系可用图 1.2 所示的曲线表示, 其中表示 $x-t$ 关系的一条曲线叫做振动曲线。

图 1.2 简谐运动的 x, v, a 随时间变化的关系曲线

1.2 旋转矢量与振动的相

简谐运动和匀速圆周运动有一个很简单的关系。如图 1.3 所示, 设一质点沿圆心在 O 点而半径为 A 的圆周作匀速运动, 其角速度为 ω 。以圆心 O 为原点。设质点的径矢经过与 x 轴夹角为 φ 的位置时开始计时, 则在任意时刻 t , 此径矢与 x 轴的夹角为 $(\omega t + \varphi)$, 而质点在 x 轴上的投影的坐标为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi).$$

这正与 (1.1) 式所表示的简谐运动定义公式相同。由此可知, 作匀速圆周运动的质点在某一直径 (取作 x 轴) 上的投影的运动就是简谐运动。圆周运动的角速度 (或周期) 就等于振动的角频率 (或周期), 圆周的半径就等于振动的振幅。初始时刻作圆周运动的质点的径矢与 x 轴的夹角就是振动的初相。

不但可以借助于匀速圆周运动来表示简谐运动的位置变化, 也可以从它求出简谐运动的速度和加速度。由于作匀速圆周运动的质点的速率是 $v_m = \omega A$, 在时刻 t 它在 x 轴上的投影是 $v = -v_m \sin(\omega t + \varphi) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$ 。这正是 (1.5) 式给出的简谐运动的速度公式。作匀速圆周运动的质点的向心加速度是 $a_n = \omega^2 A$ 。

在时刻 t 它在 x 轴上的投影是 $a = -a_n \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$, 这正是(1.6)式给出的简谐运动的加速度公式。

正是由于匀速圆周运动与简谐运动的上述关系, 所以常常借助于匀速圆周运动来研究简谐运动, 那个对应的圆周叫**参考圆**。

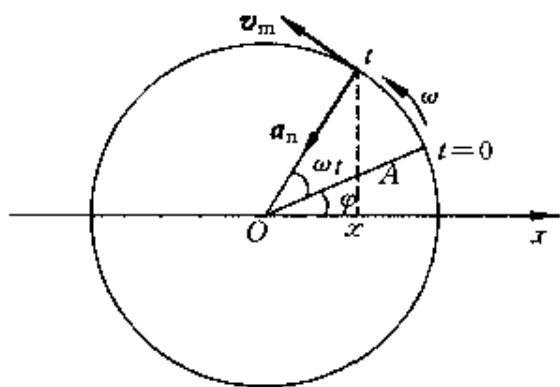


图 1.3 匀速圆周运动与简谐运动

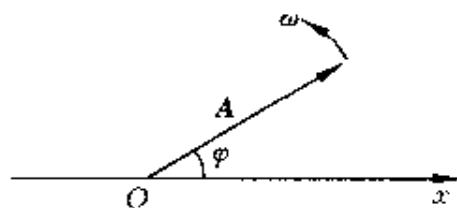


图 1.4 相量图

如果画一个图表示出作匀速圆周运动的质点的初始径矢的位置, 并标以 ω (图 1.4), 则相应的简谐运动的三个特征量都表示出来了, 因此可以用这样一个图表示一个确定的简谐运动。简谐运动的这种表示法叫做**相量图法**, 长度等于振幅的旋转矢量就叫**振幅矢量**。

在简谐运动定义公式(1.1)中的 $(\omega t + \varphi)$ 叫做在时刻 t 振动的**相**(或相位)。在相量图中, 它还有一个直观的几何意义, 即在时刻 t 振幅矢量和 x 轴的夹角。无论从(1.1)式本身, 或者借助于相量图(图 1.4), 都可以知道, 对于一个确定的简谐运动来说, 一定的相就对应于振动质点一定时刻的运动状态, 即一定时刻的位置和速度。因此, 在说明简谐运动时, 常不分别地指出位置和速度, 而直接用相表示质点的某一运动状态。例如, 当用余弦函数表示简谐运动时, $\omega t + \varphi = 0$, 即相为零的状态, 表示质点在正位移极大处而速度为零; $\omega t + \varphi = \pi/2$, 即相为 $\pi/2$ 的状态, 表示质点正越过原点并

以最大速率向 x 轴负向运动; $\omega t + \varphi = (3/2)\pi$ 的状态表示质点也正越过原点但是以最大速率向 x 轴正向运动; 等等。因此, 相是说明简谐运动时常用到的一个概念。

在初始时刻即 $t=0$ 时, 相为 φ , 因此, φ 叫做初相。

相的概念在比较两个同频率的简谐运动的步调时特别有用。设有下列两个简谐运动:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

它们的相差为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (1.8)$$

即它们在任意时刻的相差都等于其初相差而与时间无关。由这个相差的值就可以知道它们的步调是否相同。

如果 $\Delta\varphi = 0$ (或者 2π 的整数倍), 两振动质点将同时到达各自的同方向的极端位置, 并且同时越过原点而且向同方向运动, 它们的步调相同。这种情况我们说二者**同相**。

如果 $\Delta\varphi = \pi$ (或者 π 的奇数倍), 两振动质点将同时到达各自的相反方向的极端位置, 并且同时越过原点但向相反方向运动, 它们的步调相反。这种情况我们说二者**反相**。

当 $\Delta\varphi$ 为其它值时, 我们一般地说二者**不同相**。当 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$ 时, x_2 将先于 x_1 到达各自的同方向极大值, 我们说 x_2 振动超前 x_1 振动 $\Delta\varphi$, 或者说 x_1 振动落后于 x_2 振动 $\Delta\varphi$ 。当 $\Delta\varphi < 0$ 时, 我们说 x_1 振动超前 x_2 振动 $|\Delta\varphi|$ 。在这种说法中, 由于相差的周期是 2π , 所以我们把 $|\Delta\varphi|$ 的值限在 π 以内。例如, 当 $\Delta\varphi = (3/2)\pi$ 时, 我们常不说 x_2 振动超前 x_1 振动 $(3/2)\pi$, 而改写成 $\Delta\varphi = (3/2)\pi - 2\pi = -\pi/2$, 且说 x_2 振动落后于 x_1 振动 $\pi/2$, 或说 x_1 振动超前 x_2 振动 $\pi/2$ 。

相不但用来表示两个相同的作简谐运动的物理量的步调, 而且可以用来表示不同的物理量变化的步调。例如在图 1.2 中加速

度 a 和位移 x 反相, 速度 v 超前位移 $\pi/2$, 而落后于加速度 $\pi/2$ 。

例 1.1 一质点沿 x 轴作简谐运动, 振幅 $A=0.12\text{m}$, 周期 $T=2\text{s}$, 当 $t=0$ 时, 质点对平衡位置的位移 $x_0=0.06\text{m}$, 此时刻质点向 x 正向运动。求:

- (1) 此简谐运动的表达式;
- (2) $t=T/4$ 时, 质点的位置、速度、加速度;
- (3) 从初始时刻开始第一次通过平衡位置的时刻。

解 (1) 取平衡位置为坐标原点。设位移表达式为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

其 $\omega = 2\pi/T = \pi\text{s}^{-1}$, A 也已知, 只需求 φ 。由初始条件 $t=0$ 时, $x_0 = 0.06\text{m}$ 可得

$$\cos\varphi = \frac{x_0}{A} = \frac{0.06}{0.12} = \frac{1}{2}$$

在 $-\pi$ 到 π 之间取值, 得

$$\varphi = \pm \frac{\pi}{3}$$

这两个值中取哪个, 要看初始速度条件。由于

$$v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$$

所以

$$v_0 = -\omega A\sin\varphi$$

由于 $t=0$ 时质点向正 x 方向运动, 所以 $v_0 > 0$, 应取

$$\varphi = -\frac{\pi}{3}$$

于是此简谐运动的表达式为^①

$$x = 0.12\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

利用相量图求解是很直观方便的。根据初始条件就可画出如图 1.5 所示的振幅矢量的初始位置, 从而得出 $\varphi = -\pi/3$ 。

(2) 此简谐运动的速度为

$$\begin{aligned} v &= -\omega A\sin(\omega t + \varphi) \\ &= -0.12\pi\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

① 本书表达式中各量用数值表示时, 除特别指明外, 均用国际单位制单位。

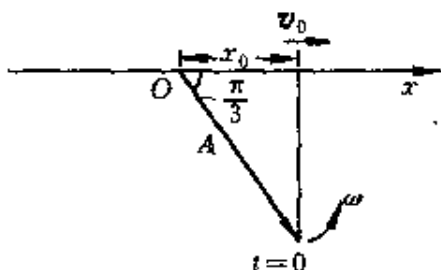


图 1.5 例 1.1(1)用图

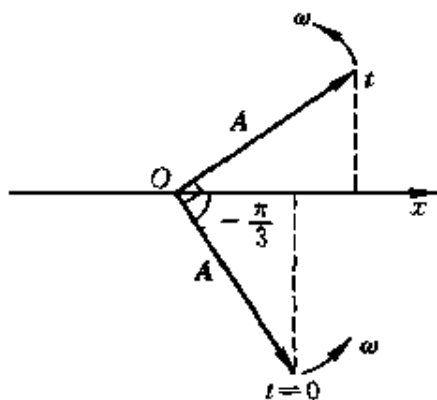


图 1.6 例 1.1(2)用图

加速度为

$$\begin{aligned} a &= -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \\ &= -0.12\pi^2 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

将 $t=T/4=0.5\text{s}$ 代入上面两式以及位移表达式可分别得质点在 $t=0.5\text{s}$ 时的位置为

$$x = 0.104\text{m}$$

速度为

$$v = -0.188\text{m/s}$$

加速度为

$$a = -1.03\text{m/s}^2$$

此时刻振幅矢量的位置如图 1.6 所示,上述各量正负值的意义是一目了然的。

(3) 通过平衡位置时, $x=0$, 由位移表达式可得

$$0 = 0.12 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

由此可得

$$\omega t - \frac{\pi}{3} = (2k-1) \frac{\pi}{2}, \quad k = 1, 2, \dots$$

即

$$t = \frac{k\pi - \frac{\pi}{6}}{\omega}$$

由于是第一次通过, 应取 $k=1$, 又由于 $\omega=\pi\text{s}^{-1}$, 所以

$$t = \frac{5}{6} = 0.83 \text{ (s)}$$

由相量图(图 1.7)可知从起始时刻到第一次质点通过原点, 振幅矢量转过的角度为

$$\varphi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$$

由于转动角速度是 ω , 所以也可以得到

$$t = \frac{5\pi/6}{\omega} = 0.83 \text{ (s)}$$

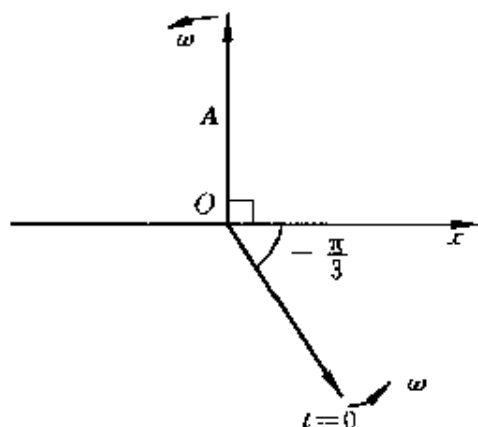


图 1.7 例 1.1(3)用图

1.3 简谐运动的动力学方程

作简谐运动的质点, 它的加速度和对于平衡位置的位移有(1.7)式所示的关系:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x$$

根据牛顿第二定律, 质量为 m 的质点沿 x 方向作简谐运动, 沿此方向所受的合外力就应该是

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} = -m\omega^2x$$

由于对同一个简谐运动, m, ω 都是常量, 所以可以说: 一个作简谐运动的质点所受的沿位移方向的合外力与它对于平衡位置的位移成正比而反向。这样的力称为恢复力。

反过来, 如果一个质点沿 x 方向运动, 它受到的合外力与它对于平衡位置的位移成正比而反向, 即

$$F = -kx \quad (1.9)$$

则由牛顿第二定律, 可得

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad (1.10)$$

$$\text{或} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (1.11)$$

微分方程的理论证明,这一微分方程的解一定取(1.1)式的形式,即

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

因此可以说,在(1.9)式所示的合外力作用下,质点一定作简谐运动。将(1.11)式和(1.7)式加以对比,还可以得出这一简谐运动的角频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.12)$$

这就是说,角频率由振动系统本身的性质(包括力的性质和物体的质量)所决定。这一角频率就叫振动系统的**固有角频率**,其周期就叫**固有周期**,且有

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1.13)$$

既然(1.1)式和(1.11)式有这样直接的关系,所以可以说,质点在与对平衡位置的位移成正比而反向的合外力作用下的运动就是简谐运动。这可以作为简谐运动的**动力学定义**。(1.11)式或(1.7)式就叫做简谐运动的**动力学方程**。

对于图 1.1 所示的水平弹簧振子,以 k 表示它的劲度系数,则由胡克定律,物体将受到弹性力

$$F = -kx$$

的作用。这力正是(1.9)式那样的恢复力,所以物体就作简谐运动,而且角频率由(1.12)式给定,其中 k 在此有具体的物理意义,即弹簧的劲度系数。至于简谐运动表达式(1.1)式中的 A 和 φ ,它们的值决定于**初始条件**,即 $t=0$ 时的位移 x_0 和速度 v_0 的值。由(1.1)式和(1.5)式可知

$$x_0 = A\cos\varphi, \quad v_0 = -\omega A\sin\varphi \quad (1.14)$$

由此可解得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad (1.15)$$

$$\varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \quad (1.16)$$

在用(1.16)式确定 φ 时,一般说来,在 $-\pi$ 到 π 之间有两个值,因此应将此二值代回(1.14)式中以判定取舍。

利用(1.15)式,可以得出振幅的平方为

$$A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = x_0^2 + \frac{mv_0^2}{k} = \frac{2}{k} \left(\frac{k}{2} x_0^2 + \frac{1}{2} mv_0^2 \right)$$

式中括弧内前项为振子的初始弹性势能,后项为振子的初始动能,两者之和为系统的初始机械能 E_0 ,因而可得

$$A = \sqrt{\frac{2E_0}{k}} \quad (1.17)$$

可以证明,简谐运动的机械能是守恒的(见 1.5 节)。因此,(1.17)式就说明,简谐运动的振幅决定于振功的总能量。

弹簧振子的振动具有简谐运动的一般特征,由此可以对简谐运动的三个特征量作如下的说明。振动周期决定于振动系统本身的性质,振幅决定于振动的能量,这两者都是简谐运动的物理特征。至于初相,它决定于用数学公式表达简谐运动时对时间原点的选择。这一选择具有任意性,所以初相与振动系统的物理性质无关。

还可以指出的是,由于从数学上讲,微分方程(1.11)式的解就是(1.1)式,所以,不管 x 是什么物理量,只要它随时间的变化满足(1.11)式这样的微分方程,它的变化就一定是简谐运动的形式,而且其角频率就等于(1.11)式中 x 的系数的平方根。这一结论常常用来判断简谐运动并求出其振动周期。

例 1.2 一个弹簧振子沿 x 轴作简谐运动,已知弹簧的劲度系数为 $k=$

15. 8N/m , 物体质量为 $m=0.1\text{kg}$, 在 $t=0$ 时物体对平衡位置的位移 $x_0=0.05\text{m}$, 速度 $v_0=-0.628\text{m/s}$ 。写出此简谐运动的表达式。

解 要写出此简谐运动的表达式, 需要知道它的三个特征量 A, ω, φ 。角频率决定于系统本身的性质, 由(1.12)式可得

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{15.8}{0.1}} = 12.57 \text{ (s}^{-1}\text{)} = 4\pi \text{ (s}^{-1}\text{)}$$

A 和 φ 由初始条件决定, 由(1.15)式

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{0.05^2 + \frac{(-0.628)^2}{12.57^2}} \\ &= 7.07 \times 10^{-2} \text{ (m)} \end{aligned}$$

又由(1.16)式

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) = \arctan\left(-\frac{-0.628}{12.57 \times 0.05}\right) \\ &= \arctan 1 = \frac{\pi}{4}, -\frac{3}{4}\pi \end{aligned}$$

由于 $x_0 = A \cos \varphi = 0.05\text{m} > 0$, 所以取 $\varphi = \pi/4$ 。

由此, 以平衡位置为原点所求简谐运动的表达式应为

$$x = 7.07 \times 10^{-2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

1.4 简谐运动实例

上节已讲了弹簧振子的振动是简谐运动, 下面再来研究几个简谐运动的例子。

1. 单摆

一根质量可以忽略并且不会伸缩的细线, 上端固定, 下端系一可看作质点的重物就构成一个单摆, 如图 1.8 所示。

把摆球从其平衡位置拉开一段距离放手, 摆球就在竖直平面内来回摆动。当摆线与竖直方向成 θ 角时, 忽略空气阻力, 摆球所受的合力沿圆弧切线方向的分力, 即重力在这一方向的分力, 为

$mg\sin\theta$ 。取逆时针方向为角位移 θ 的正方向, 则此力应写成

$$f_t = -mg\sin\theta$$

在角位移 θ 很小时, $\sin\theta \approx \theta$, 所以

$$f_t = -mg\theta \quad (1.18)$$

由于摆球的切向加速度为 $a_t = l \frac{d^2\theta}{dt^2}$, 所以由牛顿第二定律可得

$$ml \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\theta$$

或
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \quad (1.19)$$

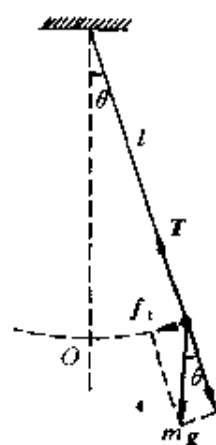


图 1.8 单摆

这一方程和(1.11)式具有相同的形式, 所以我们可以得出结论: 在角位移很小的情况下, 单摆的振动是简谐运动。这一振动的角频率为上式中 θ 项系数的平方根, 即为

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

而单摆振动的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.20)$$

(1.18)式的力也和位移成正比而反向, 和弹性力类似。这种形式上类似弹性力的力叫准弹性力。

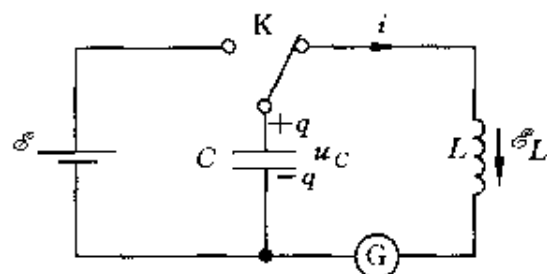


图 1.9 振荡电流的产生

2. LC 振荡

这是一个非力学的简谐运动的例子。

如图 1.9 所示, 用电源 \mathcal{E} 、电容 C 和电感 L 组成电路。先将电键 K 打向电源一侧, 使电源给电容器充电, 然后将电键

K 打向右侧接通 LC 回路。此后即可通过电流计 G 看到回路中有方向和大小都交替变化的电流产生。

分析这一电流的产生可应用基尔霍夫回路电压方程。忽略电流计和导线的电阻,以箭头表示电流 i 和感生电动势 \mathcal{E}_L 的正方向,则有

$$-\mathcal{E}_L - u_C = 0$$

因为

$$u_C = \frac{q}{C}, \quad i = -\frac{dq}{dt}, \quad \mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2}$$

代入上式可得

$$-L \frac{d^2q}{dt^2} - \frac{q}{C} = 0$$

或

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0 \quad (1.21)$$

这也是一个像(1.11)式那样的微分方程,因此可知电容器上的电量也是按简谐运动的形式变化,即随时间按余弦规律变化,可写成

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.22)$$

其中 ω 为(1.21)式中 q 项系数的平方根,即

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

而周期为

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \quad (1.23)$$

电流的表达式为

$$i = -\frac{dq}{dt} = \omega q_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.24)$$

即电流随时间按正弦规律变化,这种电流就叫振荡电流。

3. 在稳定平衡位置附近的微小振动

在弹簧振子和单摆的例子中,物体做简谐运动都是在恢复力作用下进行的。物体离开平衡位置时就要受到恢复力的作用而返

回。这一平衡位置称做**稳定平衡位置**。根据力和势能的关系,在稳定平衡位置处,振动系统的势能必取最小值,而势能曲线在稳定平衡位置处应该达到最低点。1.5节图1.10所示的弹簧振子的势能曲线就说明了这一点。弹簧振子的势能曲线是抛物线,在稳定平衡位置附近的振动是简谐运动。对于任何势能曲线,由于在其最低点附近足够小的范围内都近似地为抛物线,所以质点在稳定平衡位置的微小振动就都是简谐运动。下面再用解析方法来说明这一点。

以 $E_p = E_p(x)$ 表示振动系统的势能函数(这里只讨论一维的情况)。将稳定平衡位置取做原点,在此处振动质点应该受力为零。根据力和势能的关系,应该有

$$F = - \left(\frac{dE_p}{dx} \right)_{x=0} = 0 \quad (1.25)$$

又由于平衡是稳定的,所以还应该

$$\left(\frac{d^2E_p}{dx^2} \right)_{x=0} > 0 \quad (1.26)$$

现在将 $E_p(x)$ 在 $x=0$ 处展开成泰勒级数,即

$$\begin{aligned} E_p(x) = & E_p(x_0) + \left(\frac{dE_p}{dx} \right)_{x=0} x + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2E_p}{dx^2} \right)_{x=0} x^2 \\ & + \frac{1}{3!} \left(\frac{d^3E_p}{dx^3} \right)_{x=0} x^3 + \dots \end{aligned}$$

在位移 x 足够小时,可以忽略 x^3 以及更高次方项,于是有

$$E_p(x) = E_p(x_0) + \left(\frac{dE_p}{dx} \right)_{x=0} x + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2E_p}{dx^2} \right)_{x=0} x^2$$

由(1.25)式可知,此式等号右侧第二项为零,于是质点受的力为

$$F(x) = - \frac{dE_p}{dx} = - \left(\frac{d^2E_p}{dx^2} \right)_{x=0} x \quad (1.27)$$

令

$$\left(\frac{d^2E_p}{dx^2} \right)_{x=0} = k \quad (1.28)$$

由(1.26)式可知, $k > 0$ 。于是(1.27)式变为

$$F(x) = -kx$$

这正是与位移成正比而反向的恢复力的表示式。因此,在稳定平衡位置附近的微小振动就是简谐运动,而且其振动的角频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \left[\frac{1}{m} \left(\frac{d^2 E_p}{dx^2} \right)_{x=x_0} \right]^{1/2} \quad (1.29)$$

例 1.3 已知氢分子内两原子的势能可表示为

$$E_p = E_{p0} [e^{-(x-x_0)/b} - 2e^{-(x-x_0)/2b}]$$

其中 $E_{p0} = 4.7\text{eV}$, $x_0 = 7.4 \times 10^{-11}\text{m}$, x 为两原子之间的距离, b 为一特征长度。

(1) 试证明: 两原子的平衡间距为 x_0 , 而且是稳定平衡间距。

(2) 已测得氢分子中两原子的微小振动频率为 $\nu = 1.3 \times 10^{14}\text{Hz}$, 一个氢原子的质量是 $m = 1.67 \times 10^{-27}\text{kg}$ 。求上面的势能表示式中 b 的值。

解 (1) 一个氢原子受的力应为

$$F = -\frac{dE_p}{dx} = -\frac{E_{p0}}{b} [-e^{-(x-x_0)/b} + e^{-(x-x_0)/2b}]$$

平衡间距对应于 $F=0$, 由上式可得 $x=x_0$ 或 ∞ 。间距无穷大对应于氢分子已解离, 所以氢分子中两原子的平衡间距应为 x_0 。

又因

$$\left(\frac{d^2 E_p}{dx^2} \right)_{x=x_0} = \frac{E_{p0}}{2b^2} > 0$$

所以 $x=x_0$ 为稳定平衡间距。

(2) 由(1.28)式

$$k = \left(\frac{d^2 E_p}{dx^2} \right)_{x=x_0} = \frac{E_{p0}}{2b^2}$$

由于两氢原子都相对于其质心运动, 所以

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}} = \frac{1}{2\pi b} \sqrt{\frac{E_{p0}}{m}}$$

由此得

$$b = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\frac{E_{\text{pe}}}{m}}$$

$$= \frac{1}{2\pi \times 1.3 \times 10^{14}} \sqrt{\frac{4.7 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.67 \times 10^{-27}}} = 2.6 \times 10^{-11} \text{ (m)}$$

1.5 简谐运动的能量

仍以图 1.1 所示的水平弹簧振子为例。当物体的位移为 x ，速度为 $v = dx/dt$ 时，弹簧振子的总机械能为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \quad (1.30)$$

利用(1.1)式，可得任意时刻弹簧振子的弹性势能和动能分别为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi) \quad (1.31)$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2\sin^2(\omega t + \varphi) \quad (1.32)$$

应用(1.12)式的关系，即

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

可得

$$E_k = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi) \quad (1.33)$$

因此，弹簧振子系统的总机械能为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2 \quad (1.34)$$

由此可知，弹簧振子的总能量不随时间改变，即其机械能守恒。这一点是和弹簧振子在振动过程中没有外力对它做功的条件相符合的。

(1.34)式还说明弹簧振子的总能量和振幅的平方成正比，这一点对其它的简谐运动系统也是正确的。振幅不仅给出了简谐运

动的运动范围,而且还反映了振动系统总能量的大小,或者说反映了振动的强度。

弹簧振子做简谐运动时的能量变化情况可以在势能曲线图上查看。如图 1.10 所示,弹簧振子的势能曲线为抛物线。在一次振动中总能量为 E , 保持不变。在位移为 x 时,势能和动能分别由 xa 和 ab 直线段表示。当位移到达 $+A$ 和 $-A$ 时,振子动能为零,开始返回运动。振子不可能越过势能曲线到达势能更大的区域,因为到那里振子的动能应为负值,而这是不可能的^①。

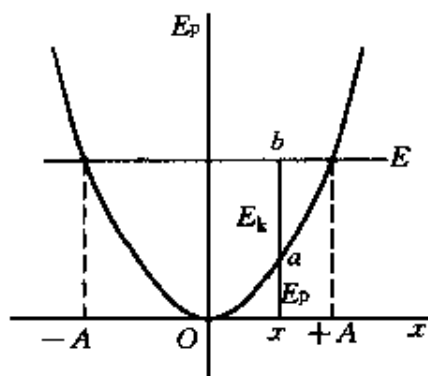


图 1.10 弹簧振子的势能曲线

还可以利用(1.31)和(1.32)式求出弹簧振子的势能和动能对时间的平均值。根据对时间的平均值的定义可得

$$\bar{E}_p = \frac{1}{T} \int_0^T E_p dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{4} k A^2$$

$$\bar{E}_k = \frac{1}{T} \int_0^T E_k dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{4} k A^2$$

即弹簧振子的势能和动能的平均值相等而且等于总机械能的一

^① (1.34)式表示简谐运动的能量和振幅的平方成正比,这个结论只适用于“经典”的谐振子。对于微观的振动系统,如分子内原子的振动,其能量只和振动的频率 ν 有关,而且是“量子化”的。其能量的可能值为

$$E = \left(n + \frac{1}{2} \right) h \nu, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.35)$$

式中 h 为普朗克常量, n 为振动“量子数”,只取正整数,每一个 n 值,对应于一个振动能级。

图 1.10 表示的振子不可能越过势能曲线的现象也只限于经典的简谐运动。微观的振动粒子是可以越过势能曲线所形成的障壁而进入势能更大的区域的,这就是所谓“隧道效应”。

半。这一结论也同样适用于其它的简谐运动。

1.6 阻尼振动

前面几节讨论的简谐运动,都是物体在弹性力或准弹性力作用下产生的,没有其它的力,如阻力的作用。这样的简谐运动又叫做**无阻尼自由振动**。“尼”字据《辞海》也是阻止的意思。)实际上,任何振动系统总还要受到阻力的作用,这时的振动叫做**阻尼振动**。由于在阻尼振动中,振动系统要不断地克服阻力做功,所以它的能量将不断地减少。因而阻尼振动的振幅也不断地减小,故而被称为**减幅振动**。

通常的振动系统都处在空气或液体中,它们受到的阻力就来自它们周围的这些介质。实验指出,当运动物体的速度不太大时,介质对运动物体的阻力与速度成正比。又由于阻力总与速度方向相反,所以阻力 f_r 与速度 v 就有下述的关系:

$$f_r = -\gamma v = -\gamma \frac{dx}{dt} \quad (1.36)$$

式中 γ 为正的比例常数,它的大小由物体的形状、大小、表面状况以及介质的性质决定。

质量为 m 的振动物体,在弹性力(或准弹性力)和上述阻力作用下运动时,运动方程应为

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \gamma \frac{dx}{dt} \quad (1.37)$$

令
$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad 2\beta = \frac{\gamma}{m}$$

这里 ω_0 为振动系统的固有角频率, β 称为**阻尼系数**。以此代入(1.37)式可得

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1.38)$$

这是一个微分方程。在阻尼作用较小(即 $\beta < \omega_0$)时,此方程的解为

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (1.39)$$

其中

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (1.40)$$

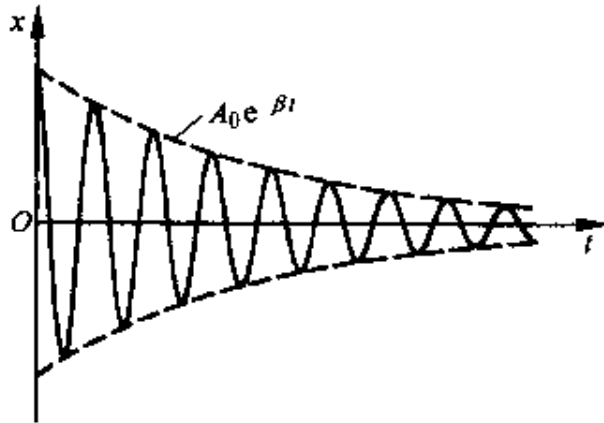


图 1.11 阻尼振动图线

而 A_0 和 φ_0 是由初始条件决定的积分常数。(1.39)式即阻尼振动的表达式,图 1.11 画出了相应的位移时间曲线。

(1.39)式中的 $A_0 e^{-\beta t}$ 可以看作是随时间变化的振幅,它随时间是按指数规律衰减的。这种振幅衰减的情况在图 1.11 中可以清楚地看出来。

阻尼作用愈大,振幅衰减得愈快。显然阻尼振动不是简谐运动;它也不是严格的周期运动,因为位移并不能恢复原值。这时仍然把因子 $\cos(\omega t + \varphi_0)$ 的相变化 2π 所经历的时间,亦即相邻两次沿同方向经过平衡位置相隔的时间,叫周期。这样,阻尼振动的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (1.41)$$

很明显,阻尼振动的周期比振动系统的固有周期要长。这种阻尼作用较小的情况称为欠阻尼。图 1.12 中曲线 a 也表示这种情况。

阻尼作用过大,即 $\beta > \omega_0$ 时,(1.39)式不再是(1.38)式的解。此时物体以非周期运动的方式慢慢回到平衡位

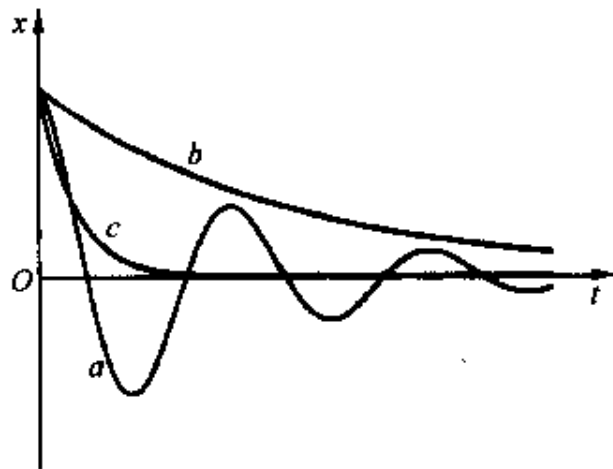


图 1.12 三种阻尼的比较

置,如图 1.12 中的曲线 b 所示。这种情况称为**过阻尼**。

如果阻尼作用使得 $\beta = \omega_0$, 则物体刚刚能做非周期性运动, 最后也回到平衡位置。这种情况称为**临界阻尼**, 如图 1.12 中的曲线 c 所示。和过阻尼相比, 这种非周期性运动回到平衡位置的时间最短。因此当物体偏离平衡位置时, 如果要它在不发生振动的情况下, 最快地恢复到平衡位置, 常用施加临界阻力的方法。

在欠阻尼的情况下, 如(1.39)式所示, 振动的振幅随时间按指数规律减小, 即

$$A = A_0 e^{-\beta t} \quad (1.42)$$

由于振幅不断减小, 振动能量也不断减小。由于振动能量和振幅的平方成正比, 所以有

$$E = E_0 e^{-2\beta t} \quad (1.43)$$

其中 E_0 为起始能量。能量减小到起始能量的 $1/e$ 所经过的时间为

$$\tau = \frac{1}{2\beta} \quad (1.44)$$

这一时间可以作为阻尼振动的特征时间而称为**时间常量**, 或叫**鸣响时间**。阻尼越小, 时间常数越大, 鸣响时间越长。

在通常情况下, 阻尼很难避免, 振动常常是阻尼的。对这种实际振动, 常常用在鸣响时间内可能振动的次数来比较振动的“优劣”, 振动次数越多越“好”。因此, 技术上就用这一次数的 2π 倍定义为阻尼振动的**品质因数**, 并以 Q 表示, 因此又称为振动系统的 Q 值。于是

$$Q = 2\pi \frac{\tau}{T} = \omega\tau \quad (1.45)$$

在阻尼不严重的情况下, 此式中的 T 和 ω 就可以用振动系统的固有周期和固有角频率计算。一般音叉和钢琴弦的 Q 值为几千, 即它们在敲击后到基本听不见之前大约可以振动几千次, 无线电技术中的振荡回路的 Q 值为几百, 激光器的光学谐振腔的 Q 值可

达 10^7 。

1.7 受迫振动 共振

实际的振动系统总免不了由于阻力而消耗能量,这会使振幅不断衰减。但这时也能够得到等幅的,即振幅并不衰减的振动。这是由于对振动系统施加了周期性外力因而不断地补充能量的缘故。这种周期性外力叫**驱动力**。在驱动力作用下的振动就叫**受迫振动**。

受迫振动是常见的。例如,如果电动机的转子的质心不在转轴上,则当电动机工作时它的转子就会对基座加一个周期性外力(频率等于转子的转动频率)而使基座作受迫振动。扬声器中和纸盆相连的线圈,在通有音频电流时,在磁场作用下就对纸盆施加周期性的驱动力而使之发声。人们听到声音也是耳膜在传入耳蜗的声波的周期性压力作用下作受迫振动的结果。

为简单起见,设驱动力是随时间按余弦规律变化的简谐力 $H\cos\omega t$ 。由于同时受到弹性力和阻力的作用,物体受迫振动的运动方程为

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \gamma \frac{dx}{dt} + H\cos\omega t \quad (1.46)$$

令
$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad 2\beta = \frac{\gamma}{m}, \quad h = \frac{H}{m}$$

则上一式可改写成

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = h\cos\omega t \quad (1.47)$$

这个微分方程的解为

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi_0\right) + A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.48)$$

此式表明,受迫振动可以看成是两个振动合成的。一个振动由此式

的第一项表示,它是一个减幅的振动。经过一段时间后,这一分振动就减弱到可以忽略不计了。余下的就只有上式中后一项表示的振幅不变的振动,这就是受迫振动达到稳定状态时的等幅振动。因此,受迫振动的稳定状态就由下式表示:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.49)$$

可以证明(将(1.49)式代入(1.47)式即可),此等幅振动的角频率 ω 就是驱动力的角频率,而振幅为

$$A = \frac{h}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2]^{1/2}} \quad (1.50)$$

稳态受迫振动与驱动力的相差为

$$\varphi = \arctan \frac{-2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (1.51)$$

这些都与初始条件无关。

由(1.50)式可得,受迫振动的振幅与驱动力的频率有关。当驱动力频率为某一值时,振幅达到极大值。用求极值的方法可得使振幅达到极大值的角频率为

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (1.52)$$

相应的最大振幅为

$$A_r = \frac{h}{2\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (1.53)$$

在弱阻尼即 $\beta \ll \omega_0$ 的情况下,由(1.52)式可看出,当 $\omega_r = \omega_0$,即驱动力频率等于振动系统的固有频率时,振幅达到最大值。我们把这种振幅达到最大值的现象叫做**共振**^①。

受迫振动的振幅随驱动力的角频率变化的情况如图 1.13

① 一般来讲,可以证明,当驱动力频率正好等于系统固有频率时,受迫振动的速度幅达到极大值。这叫做**速度共振**。上面讲的振幅达到极大值的现象叫做**位移共振**。在弱阻尼的情况下,二者可不加区分。

所示。

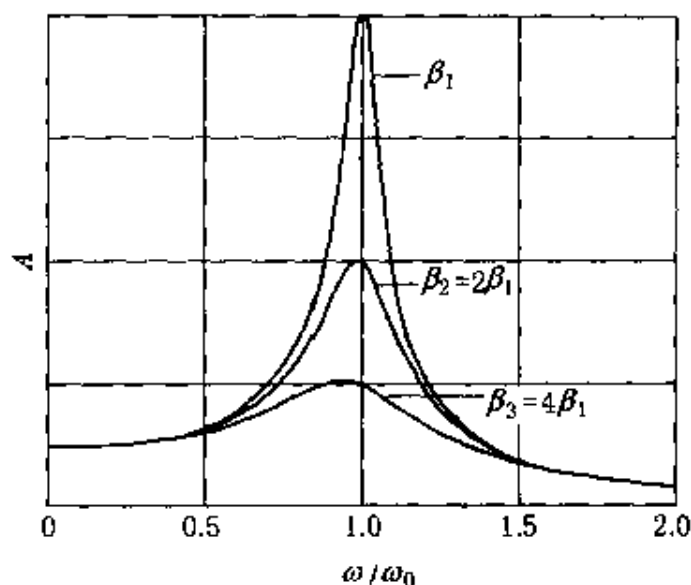


图 1.13 受迫振动的振幅曲线

在共振情况下,由(1.51)式可得 $\varphi = -\pi/2$ 。这时,由(1.49)式可得振动速度为

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = \omega A \cos \omega t$$

这说明共振时,振动速度和驱动力同相,因而,驱动力总是对系统做正功,系统能最大限度地从外界得到能量。这就是共振时振幅最大的原因。

共振现象是极为普遍的,在声、光、无线电、原子内部及工程技术中都常遇到。共振现象有有利的一面,例如,许多仪器就是利用共振原理设计的:收音机利用电磁共振(电谐振)进行选台,一些乐器利用共振来提高音响效果,核内的核磁共振被利用来进行物质结构的研究以及医疗诊断等等。共振也有不利的一面,例如共振时因为系统振幅过大会造成机器设备的损坏等。1940年著名的美国塔科马海峡大桥断塌的部分原因就是阵阵大风引起的桥的共振。图 1.14(a)是该桥要断前某一时刻的振动形态,(b)是桥断后的

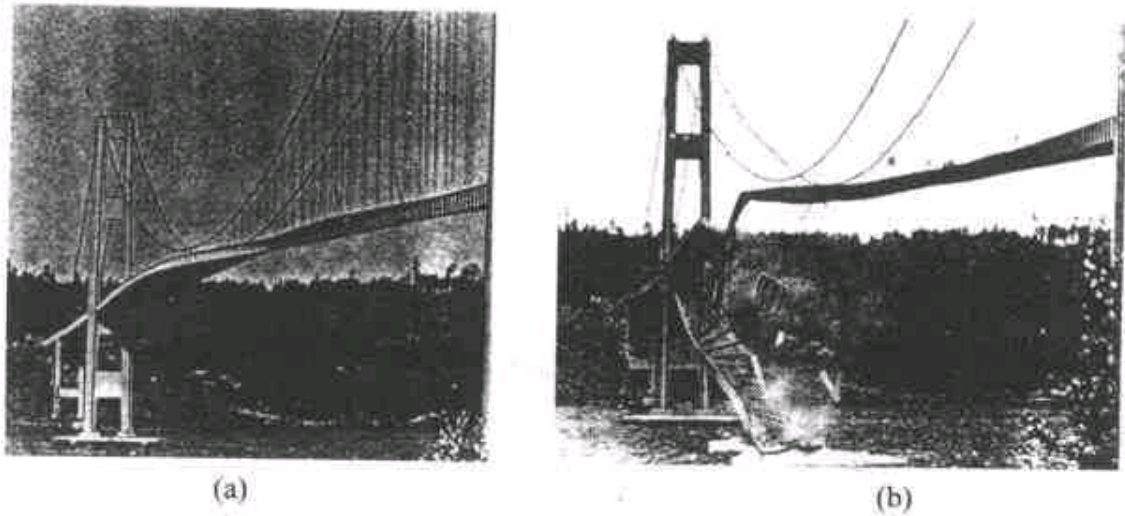


图 1.14 塔科马海峡大桥的共振断塌

惨状。

1.8 同一直线上同频率的简谐运动的合成

在实际的问题中,常常会遇到几个简谐运动的合成(或叠加)。例如,当两列声波同时传到空间某一点时,该点空气质点的运动就是两个振动的合成。一般的振动合成问题比较复杂,下面先讨论在同一直线上的频率相同的两个简谐运动的合成。

设两个在同一直线上的同频率的简谐运动的表达式分别为

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

式中 A_1, A_2 和 φ_1, φ_2 分别为两个简谐运动的振幅和初相, x_1, x_2 表示在同一直线上,相对同一平衡位置的位移。在任意时刻合振动的位移为

$$x = x_1 + x_2$$

对这种简单情况虽然利用三角公式不难求得合成结果,但是利用相量图可以更简捷直观地得出有关结论。

如图 1.15 所示, A_1, A_2 分别表示简谐运动 x_1 和 x_2 的振幅矢

量, A_1, A_2 的合矢量为 A , 而 A 在 x 轴上的投影 $x = x_1 + x_2$ 。

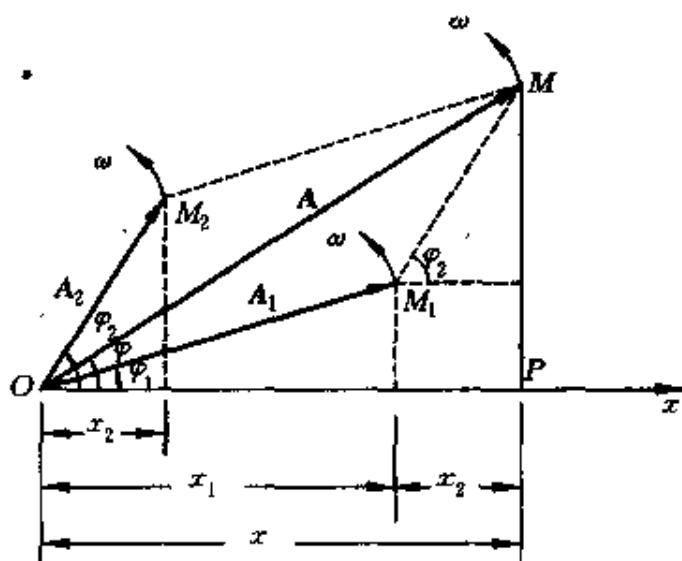


图 1.15 在 x 轴上的两个同频率的简谐运动合成的相量图

因为 A_1, A_2 以相同的角速度 ω 匀速旋转, 所以在旋转过程中平行四边形的形状保持不变, 因而合矢量 A 的长度保持不变, 并以同一角速度 ω 匀速旋转。因此, 合矢量 A 就是相应的合振动的振幅矢量, 而合振动的表达式为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

参照图 1.15 利用余弦定理可求得合振幅为

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (1.54)$$

由直角 $\triangle OMP$ 可以求得合振动的初相 φ 满足

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} \quad (1.55)$$

(1.54) 式表明合振幅不仅与两个分振动的振幅有关, 还与它们的初相差 $\varphi_2 - \varphi_1$ 有关。下面是两个重要的特例。

(1) 两分振动同相, $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

这时 $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1$, 由 (1.54) 式得

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = A_1 + A_2$$

合振幅最大。

(2) 两分振动反相, $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

这时 $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1$, 由(1.54)式得

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2} = |A_1 - A_2|$$

合振幅最小。当 $A_1 = A_2$ 时, $A = 0$, 说明两个同幅反相的振动合成的结果将使质点处于静止状态。

当相差 $\varphi_2 - \varphi_1$ 为其它值时, 合振幅的值在 $A_1 + A_2$ 与 $|A_1 - A_2|$ 之间。

下面讨论在同一直线上的 n 个同频率的简谐运动的合成。对这种情况采用相量图, 更可以避免繁杂的三角函数运算, 有极大的优越性。设 n 个简谐运动的振幅相等, 它们的初相依次差一个恒量 δ , 它们的表达式分别为

$$x_1 = a \cos \omega t$$

$$x_2 = a \cos(\omega t + \delta)$$

$$x_3 = a \cos(\omega t + 2\delta)$$

.....

$$x_n = a \cos[\omega t + (n-1)\delta]$$

按矢量合成法则, 它们的振幅矢量以及合成振动的振幅矢量应如图 1.16 所示, 合成振动的振幅 A 和初相 φ 可如下求得。

由于各分振幅大小相等而且依次转过相等的角度 δ , 所以各分振幅将构成正多边形的一部分。这正多边形总有一个外接圆, 设其圆心在 C 点而圆半径为 R 。可以很容易地证明, 每个分振幅矢量所对应的圆心角等于初相差 δ , 而所有振幅所对应的圆心角 $\angle MCO$ 就等于 $n\delta$ 。这样合振动的振幅

$$A = 2R \sin \frac{n\delta}{2}$$

在 $\triangle OCP$ 中,

$$a = 2R \sin \frac{\delta}{2}$$

两式相除, 可得

$$A = a \frac{\sin(n\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \quad (1.56)$$

又因为

$$\angle COM = \frac{1}{2}(\pi - n\delta)$$

而

$$\angle COP = \frac{1}{2}(\pi - \delta)$$

所以

$$\varphi = \angle COP - \angle COM = \frac{n-1}{2}\delta \quad (1.57)$$

这样, 合振动的表达式就可以写成

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) = a \frac{\sin(n\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \cos\left(\omega t + \frac{n-1}{2}\delta\right) \quad (1.58)$$

下面讨论两种特殊情况:

(1) 各分振动同相, 即 $\delta = 2k\pi, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

(1.56) 式给出 (同相以 $\delta=0$ 代入)

$$A = \lim_{\delta \rightarrow 0} a \frac{\sin(n\delta/2)}{\sin(\delta/2)} = na$$

为最大值。在相量图中, 这时各分振幅矢量的方向都相同, 因而也得到最大的合振幅。

(2) 各分振动的初相差 $\delta = 2k'\pi/n, k'$ 为不等于 nk 的整数

这时

$$A = a \frac{\sin k'\pi}{\sin(k'\pi/n)} = 0$$

在相量图中, 这时各分振幅矢量依次相接构成了一个闭合的正多

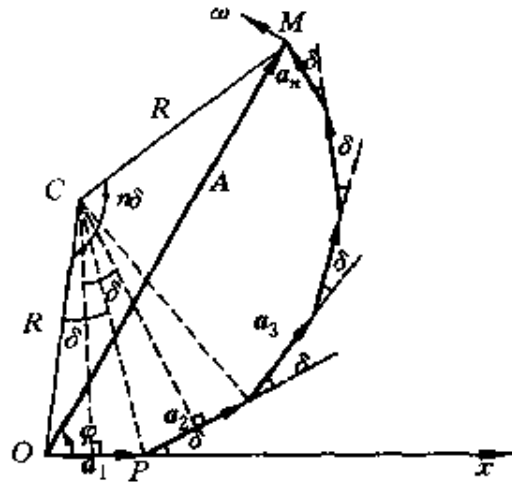


图 1.16 在 x 轴上的 n 个同频率简谐运动合成的相量图

边形,合振幅当然是零。

以上讨论的多个分振动的合成在说明光的干涉和衍射规律时有重要的应用。

1.9 同一直线上不同频率的简谐运动的合成

如果在一条直线上的两个分振动频率不同,合成结果就比较复杂了。从相量图看,由于这时 A_1 和 A_2 的角速度不同,它们之间的夹角就要随时间改变,它们的合矢量也将随时间改变。这合矢量在 x 轴上的投影所表示的合运动将不是简谐运动。下面我们不讨论一般的情形,而只讨论两个振幅相同的振动的合成。

设两分振动的角频率分别为 ω_1 与 ω_2 ,振幅都是 A 。由于二者频率不同,总会有机会二者同相(表现在相量图上是两分振幅矢量在某一时刻重合)。我们就从此时刻开始计算时间,因而二者的初相相同。这样,两分振动的表达式可分别写成

$$x_1 = A\cos(\omega_1 t + \varphi)$$

$$x_2 = A\cos(\omega_2 t + \varphi)$$

应用三角学中的和差化积公式可得合振动的表达式为

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = A\cos(\omega_1 t + \varphi) + A\cos(\omega_2 t + \varphi) \\ &= 2A\cos\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t + \varphi\right) \end{aligned} \quad (1.59)$$

在一般情形下,我们察觉不到合振动有明显的周期性。但当两个分振动的频率都较大而其差很小时,就会出现明显的周期性。我们就来说明这种特殊的情形。

(1.59)式中的两因子 $\cos\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t$ 及 $\cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t + \varphi\right)$ 表示两个周期性变化的量。根据所设条件, $\omega_2 - \omega_1 \ll \omega_2 + \omega_1$,第二个量的频率比第一个的大很多,即第一个的周期比第二个的大很多。这就是说,第一个量的变化比第二个量的变化慢得多,以至在某一段较

短时间内第二个量反复变化多次时,第一个量几乎没有变化。因此,对于由这两个因子的乘积决定的运动可近似地看成振幅为 $|2A\cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t|$ (因为振幅总是正,所以取绝对值),角频率为 $\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ 的谐振动。所谓近似谐振动,就是因为振幅是随时间改变的缘故。由于振幅的这种改变也是周期性的,所以就出现振动忽强忽弱的现象,这时的振动合成的图线如图 1.17 所示。频率都较大但相差很小的两个同方向振动合成时所产生的这种合振动忽强忽弱的现象叫做拍。单位时间内振动加强或减弱的次数叫拍频。拍频的值可以由振幅公式 $|2A\cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t|$ 求出。由于这里只考虑绝对值,而余弦函数的绝对值在一个周期内两次达到最大值,所以单位时间内最大振幅出现的次数应为振动 $\left(\cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right)$ 的频率的两倍,即拍频为

$$\nu = 2 \times \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \right) = \frac{\omega_2}{2\pi} - \frac{\omega_1}{2\pi} = \nu_2 - \nu_1 \quad (1.60)$$

这就是说,拍频为两分振动频率之差。

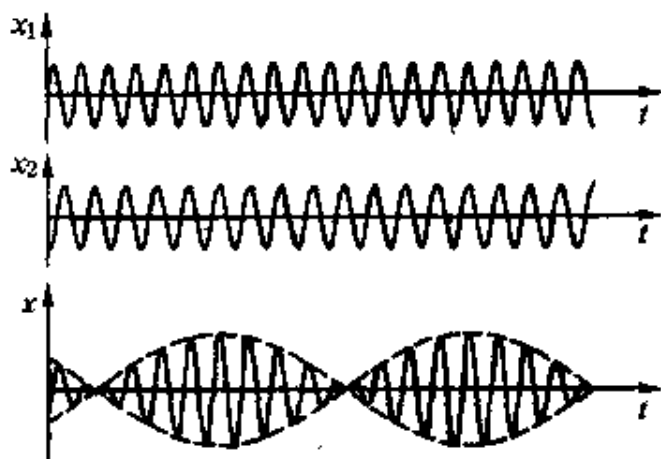


图 1.17 拍的形成

(1.60)式常用来测量频率。如果已知一个高频振动的频率,使

它和另一频率相近但未知的振动叠加,测量合成振动的拍频,就可以求出后者的频率。

* 1.10 谐振分析

从上节关于振动合成的讨论知道,两个在同一直线上而频率不同的简谐运动合成的结果仍是振动,但一般不再是简谐运动。现在再来看一个频率比为 1:2 的两个简谐运动合成的例子。设

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t$$

合振动的 $x-t$ 曲线如图 1.18 所示。可以看出合振动不再是简谐运

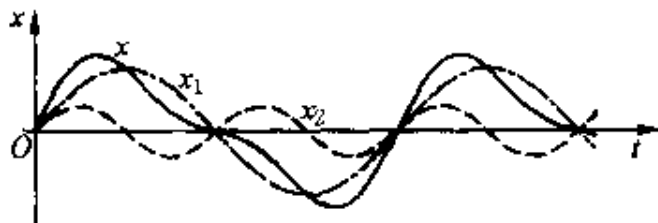


图 1.18 频率比为 1:2 的两个简谐运动的合成

动,但仍是周期性振动。合振动的频率就是那个较低的振动的频率。一般地说,如果分振动不是两个,而是两个以上而且各分振动的频率都是其中一个最低频率的整数倍,则上述结论仍然正确,即合振动仍是周期性的,其频率等于那个最低的频率。合振动的具体变化规律则与分振动的个数、振幅比例关系及相差有关。图 1.19 是说明由若干分简谐运动合成“方波”的图线。图(a)表示方波的合振动图线,其频率为 ν 。图(b),(c),(d)依次为频率是 $\nu, 2\nu, 3\nu$ 的简谐运动的图线。这三个简谐运动的合成图线如图(e)所示。它已和方波振动图线相近了,如果再加上频率为 $4\nu, 5\nu, \dots$ 而振幅适当的若干简谐运动,就可以合成相当准确的方波振动了。

以上讨论的是振动的合成,与之相反,任何一个复杂的周期性振动都可以分解为一系列简谐运动之和。这种把一个复杂的周期

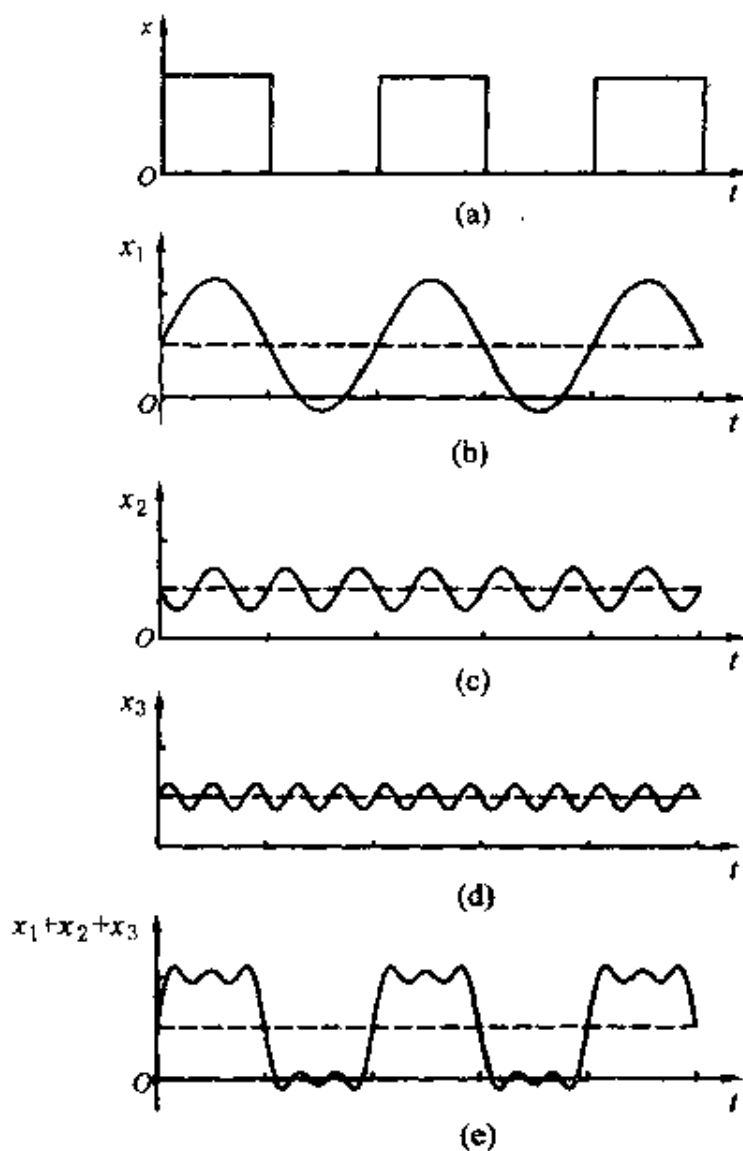


图 1.19 “方波”的合成

性振动分解为许多简谐运动之和的方法称为**谐波分析**。

根据实际振动曲线的形状,或它的位移时间函数关系,求出它所包含的各种简谐运动的频率和振幅的数学方法叫**傅里叶分析**,它指出:一个周期为 T 的周期函数 $F(t)$ 可以表示为

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \cos(k\omega t + \varphi_k)]$$

其中各分振动的振幅 A_k 与初相 φ_k 可以用数学公式根据 $F(t)$ 求

出。这些分振动中频率最低的称为**基频振动**，它的频率就是原周期函数 $F(t)$ 的频率，这一频率也就叫**基频**。其它分振动的频率都是基频的整数倍，依次分别称为二次、三次、四次……**谐频**。

不仅周期性振动可以分解为一系列频率为最低频率整数倍的简谐运动，而且任意一种非周期性振动也可以分解为许多简谐运动。不过对非周期性振动的谐振分析要用傅里叶变换处理，这里不再介绍。

通常用**频谱**表示一个实际振动所包含的各种谐振成分的振幅和它们的频率的关系。周期性振动的频谱是分立的**线状谱**（如图 1.20 中(a)，(b)所示），而非周期性振动的频谱密集成连续谱（如图 1.20 中(c)，(d)所示）。

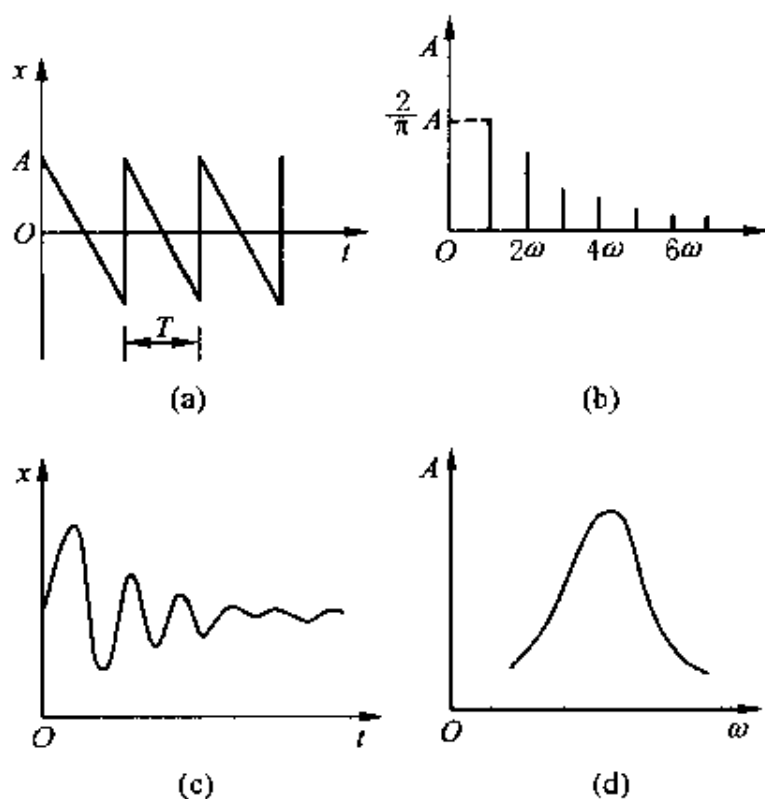


图 1.20 振动的频谱

(a) 锯齿波；(b) 锯齿波的频谱；

(c) 阻尼振动；(d) 阻尼振动的频谱

谐振分析无论对实际应用或理论研究,都是十分重要的方法,因为实际存在的振动大多不是严格的简谐运动,而是比较复杂的振动。在实际现象中,一个复杂振动的特征总跟组成它们的各种不同频率的谐振成分有关。例如,同为C音,音调(即基频)相同,但钢琴和胡琴发出的C音的音色不同,就是因为它们所包含的高次谐频的个数与振幅不同的缘故。

* 1.11 相互垂直的简谐运动的合成

在有些实际问题中,常会遇到一个质点同时参与两个不同方向的振动。这时质点的合位移是两个分振动的位移的矢量和。下面我们介绍相互垂直的两个简谐运动的合成。

设两个简谐运动分别在 x 轴和 y 轴上进行,它们的频率相同。它们的振动表达式分别是

$$x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

在任何时刻 t 质点的位置坐标是 (x, y) 。 t 改变时, x, y 值也随着改变,质点的位置也改变。所以上列两式就是用参量 t 表示的质点运动轨迹的参数方程。消去参量 t ,即可得质点的轨迹方程为

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1.61)$$

一般地说,这个方程式是椭圆方程式,我们先通过几个特例来说明其意义。

(1) $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$, 即两振动同相

这时由(1.61)式可得

$$\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} = 0$$

这说明质点轨迹是一条直线,通过坐标原点而斜率为 A_2/A_1 (图1.21(a))。在任何时刻,质点离开原点的位移是

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \cos(\omega t + \varphi)$$

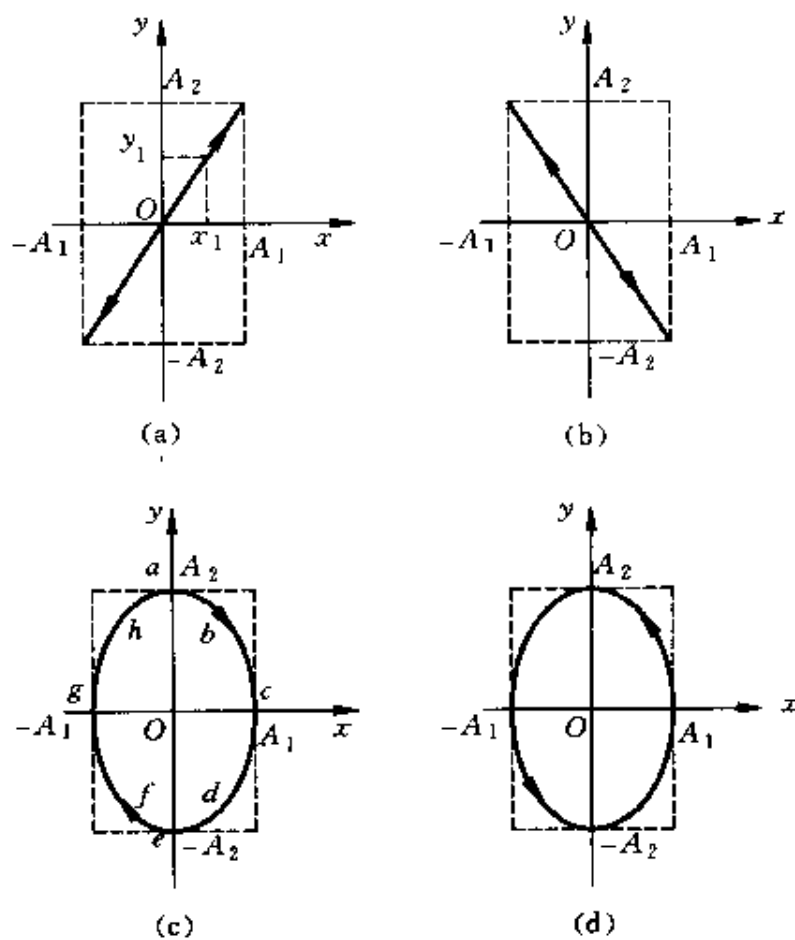


图 1.21 相互垂直的振动的合成

 (a) $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$; (b) $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$;

 (c) $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi/2$; (d) $\varphi_1 - \varphi_2 = -\pi/2$

由此可知,合振动也是简谐运动,频率与分振动相同,而振幅等于 $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ 。

(2) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$, 即两振动反相

这时,由(1.61)式可得

$$\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} = 0$$

质点的轨迹仍是一直线,不过斜率是负值,即 $-A_2/A_1$ (图 1.21(b))。合振动仍然是简谐运动,频率与分振动相同,振幅也是 $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ 。

(3) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$, 即 x 落后于 y 为 $\pi/2$

这时(1.61)式变为

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

这表示质点运动的轨迹是一个以坐标轴为主轴的椭圆,质点就沿着这个椭圆运动(图 1.21(c))。具体地说,由于 y 超前 x ,如从 $x=0$ 开始计时,则此时 y 为极大值,质点位于椭圆上 a 点;当时间增加时, x 值渐增而 y 渐减,当 $t=T/4$ 时, $y=0$ 而 x 达到最大值。在这一段时间内质点从 a 点经 b 点而到达 c 点。此后 y 值在负方向增大,而 x 值减小,质点由 c 经 d 而达到 e ,继而依次经过 f, g, h 再回到 a 。质点就这样按顺时针方向(或右旋)作椭圆运动,这个运动的周期就等于分振动的周期。

(4) $\varphi_2 - \varphi_1 = -\pi/2$, 即 y 落后于 x 为 $\pi/2$

这时(1.61)式仍变为

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

即轨迹与上一种情形相同,同样是椭圆(图 1.21(d))。但因 y 的相位落后于 x 的相位,所以质点的位置坐标总是先经过 x 的极大值而后经过 y 的极大值。这就是说,质点沿椭圆运动的方向是反时针的,或者说是左旋的。

上述(3),(4)两种情形中,如果两分振动的振幅相等,则质点将作圆周运动。

(5) $\varphi_2 - \varphi_1$ 等于其它值

此时合振动轨迹一般是椭圆,其具体形状(长短轴的方向与大小)和运动的方向由分振动的振幅的大小和相差决定。

图 1.22 画出了 8 种不同的情形, 对应于不同的相差。

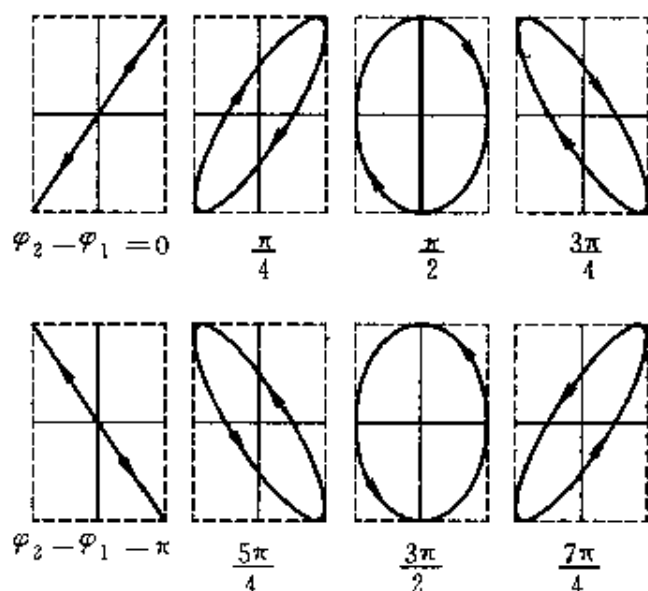


图 1.22 几种相差不同的合运动轨迹

如果两个相互垂直的振动的频率不相同, 它们的合运动比较复杂, 而且轨迹是不稳定的。下面只讨论简单的情形。

如两振动的频率只有很小的差异, 则可以近似地看做同频率的合成, 不过相差在缓慢地变化, 因此合成运动轨迹将要不断地按图 1.22 所示的次序在图示的矩形范围内自直线变成椭圆再变成直线等等。

如果两振动的频率相差较大, 但有简单的整数比, 则合成运动又具有稳定的封闭的运动轨迹。图 1.23 表示周期比分别为 $1/2$, $2/3$ 和 $3/4$ 时振动质点的合成运动的轨迹, 这种图称为李萨如图。如果已知一个振动的周期, 就可以根据李萨如图形求出另一个振动的周期, 这是一种比较方便也是比较常用的测定频率的方法。

最后应该指出, 和合成相反, 一个圆运动或椭圆运动可以分解为相互垂直的两个简谐运动。这种运动的分解方法在研究光的偏振时都常常用到。

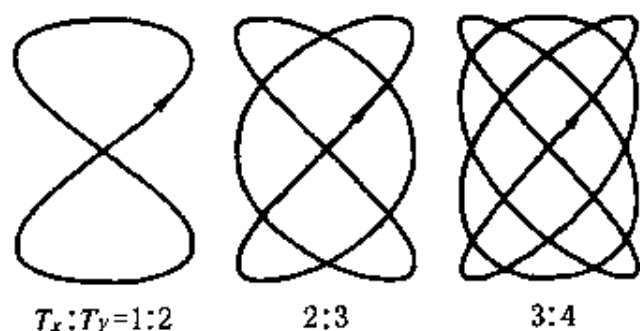


图 1.23 李萨如图

提 要

1. 简谐运动表达式: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

三个特征量: 振幅 A 决定于振动的能量;

角频率 ω 决定于振动系统的性质;

初相 φ 决定于起始时刻的选择。

简谐运动可以用相量图表示。

2. 振动的相: $(\omega t + \varphi)$

两个振动的相差: 同相 $\Delta\varphi = 2k\pi$, 反相 $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$

3. 简谐运动的运动微分方程:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$$

弹性力或准弹性力: $F = -kx$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

初始条件决定振幅和初相:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}, \quad \varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

4. 简谐运动实例:

$$\text{弹簧振子: } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\text{单摆小角度振动: } \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$LC \text{ 振荡: } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0, \quad T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\text{在稳定平衡位置附近的微小振动: } k = \left(\frac{d^2E_p}{dx^2} \right)_{x=0}$$

5. 简谐运动的能量:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\bar{E}_k = \bar{E}_p = \frac{1}{2}E$$

6. 阻尼振动: 欠阻尼情况下

$$A = A_0 e^{-\beta t}$$

$$\text{时间常数: } \tau = \frac{1}{2\beta}$$

$$Q \text{ 值: } Q = 2\pi \frac{\tau}{T} = \omega\tau$$

7. 受迫振动: 是在驱动力作用下的振动。稳态时的振动频率等于驱动力的频率; 当驱动力的频率等于振动系统的固有频率时发生共振现象, 这时系统最大限度地从外界吸收能量。

8. 两个简谐运动的合成:

(1) 同一直线上的两个同频率振动: 合振动的振幅决定于两分振动的振幅和相差。

(2) 同一直线上的两个不同频率的振动: 两分振动频率都很大而频率差很小时, 产生拍的现象。拍频等于二分振动的频率差。

(3) 相互垂直的两个同频率振动: 合运动轨迹一般为椭圆, 其具体形状等决定于二分振动的相差和振幅。

(4) 相互垂直的两个不同频率的振动：二分振动周期为简单整数比时合运动轨迹为李萨如图。

(5) 与振动的合成相联系，有振动的分解的概念。

思考题

1.1 什么是简谐运动？下列运动中哪个是简谐运动？

(1) 拍皮球时球的运动；

(2) 锥摆的运动；

(3) 一小球在半径很大的光滑凹球面底部的小幅度摆动。

1.2 如果把一弹簧振子和一单摆拿到月球上去，振动的周期如何改变？

1.3 当一个弹簧振子的振幅增大到两倍时，试分析它的下列物理量将受到什么影响：振动的周期、最大速度、最大加速度和振动的能量。

1.4 把一单摆从其平衡位置拉开，使悬线与竖直方向成一小角度 φ ，然后放手任其摆动。如果从放手时开始计算时间，此 φ 角是否振动的初相？单摆的角速度是否振动的角频率？

1.5 已知一简谐运动在 $t=0$ 时物体在平衡位置，试结合相量图说明由此条件能否确定物体振动的初相。

1.6 稳态受迫振动的频率由什么决定？这个振动频率与振动系统本身的性质有何关系？

1.7 弹簧振子的无阻尼自由振动是简谐运动，同一弹簧振子在简谐驱动力持续作用下的稳态受迫振动也是简谐运动，这两种简谐运动有什么不同？

1.8 简谐运动的一般表达式为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

此式可以改写成

$$x = B \cos \omega t + C \sin \omega t$$

试用振幅 A 和初相 φ 表示振幅 B 和 C ，并用相量图说明此表示形式的意义。

1.9 一个弹簧，劲度系数为 k ，一质量为 m 的物体挂在它的下面。若将该弹簧分割成两半，物体挂在分割后的一根弹簧上，问分割前后两个弹簧振

子的振动频率是否一样？其关系如何？

1.10 任何一个实际的弹簧都是有质量的，如果考虑弹簧的质量，弹簧振子的振动周期将变大还是变小？

习 题

1.1 一个小球和轻弹簧组成的系统，按

$$x = 0.05 \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

的规律振动。

(1) 求振动的角频率、周期、振幅、初相、最大速度及最大加速度；

(2) 求 $t=1\text{s}, 2\text{s}, 10\text{s}$ 等时刻的相；

(3) 分别画出位移、速度、加速度与时间的关系曲线。

1.2 有一个和轻弹簧相连的小球，沿 x 轴作振幅为 A 的简谐运动。该振动的表达式用余弦函数表示。若 $t=0$ 时，球的运动状态分别为：(1) $x_0 = -A$ ；(2) 过平衡位置向 x 正方向运动；(3) 过 $x=A/2$ 处，且向 x 负方向运动。试用相量图法分别确定相应的初相。

1.3 已知一个谐振子的振动曲线如图 1.24 所示。

(1) 求和 a, b, c, d, e 各状态相应的相；

(2) 写出振动表达式；

(3) 画出相量图。

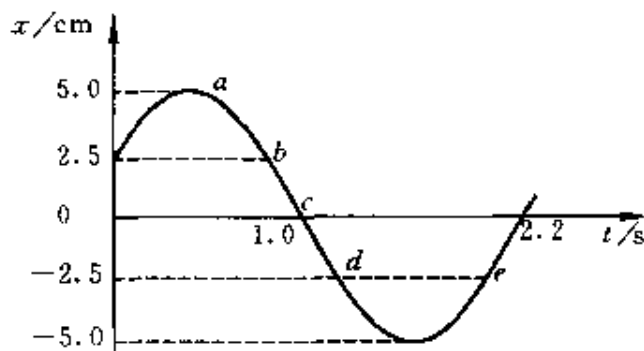


图 1.24 习题 1.3 用图

1.4 作简谐运动的小球,速度最大值为 $v_m = 3\text{cm/s}$,振幅 $A = 2\text{cm}$,若从速度为正的最大值的某时刻开始计算时间,

- (1) 求振动的周期;
- (2) 求加速度的最大值;
- (3) 写出振动表达式。

1.5 一水平弹簧振子,振幅 $A = 2.0 \times 10^{-2}\text{m}$,周期 $T = 0.50\text{s}$ 。当 $t = 0$ 时,

- (1) 物体过 $x = 1.0 \times 10^{-2}\text{m}$ 处,向负方向运动;
- (2) 物体过 $x = -1.0 \times 10^{-2}\text{m}$ 处,向正方向运动。

分别写出以上两种情况下的振动表达式。

1.6 一质量为 10g 的物体作简谐运动,其振幅为 24cm ,周期为 4s ,当 $t = 0$ 时,位移为 $+24\text{cm}$ 。求:

- (1) $t = 0.5\text{s}$ 时,物体所在位置和物体所受的力;
- (2) 由起始位置运动到 $x = 12\text{cm}$ 处所需最少时间。

1.7 两个谐振子作同频率、同振幅的简谐运动。第一个振子的振动表达式为 $x_1 = A\cos(\omega t + \varphi)$,当第一个振子从振动的正方向回到平衡位置时,第二个振子恰在正方向位移的端点。

- (1) 求第二个振子的振动表达式和二者的相差;
- (2) 若 $t = 0$ 时, $x_1 = -A/2$,并向 x 负方向运动,画出二者的 $x-t$ 曲线及相量图。

1.8 两个质点平行于同一直线并排作同频率、同振幅的简谐运动。在振动过程中,每当它们经过振幅一半的地方时相遇,而运动方向相反。求它们的相差,并作相量图表示之。

1.9 一弹簧振子,弹簧劲度系数为 $k = 25\text{N/m}$,当物体以初动能 0.2J 和初势能 0.6J 振动时,试回答:

- (1) 振幅是多大?
- (2) 位移是多大时,势能和动能相等?
- (3) 位移是振幅的一半时,势能多大?

1.10 将一劲度系数为 k 的轻质弹簧上端固定悬挂起来,下端挂一质量为 m 的小球,平衡时弹簧伸长为 b 。试写出以此平衡位置为原点的小球的动力学方程,从而证明小球将作简谐运动并求出其振动周期。若它的振幅为 A ,

它的总能量是否还是 $\frac{1}{2}kA^2$ 。

1.11 有一轻弹簧,下面挂一质量为 10g 的物体时,伸长量为 4.9cm。用此弹簧和一质量为 80g 的小球构成一弹簧振子,将小球由平衡位置向下拉开 1.0cm 后,给予向上的初速度 $v_0 = 5.0\text{cm/s}$ 。试求振动的周期及振动表达式。

1.12 将劲度系数分别为 k_1 和 k_2 的两根轻弹簧串联在一起,竖直悬挂着,下面系一质量为 m 的物体,作成一在竖直方向振动的弹簧振子,试求其振动周期。

1.13 劲度系数分别为 k_1 和 k_2 的两根弹簧和质量为 m 的物体相连,如图 1.25 所示,试写出物体的动力学方程并证明该振动系统的振动周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

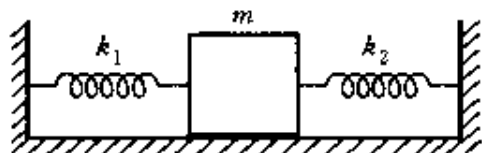


图 1.25 习题 1.13 用图

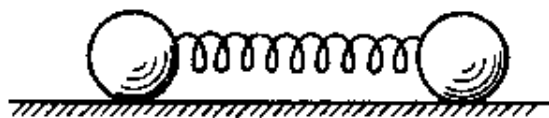


图 1.26 习题 1.14 用图

1.14 在水平光滑桌面上用轻弹簧连接两个质量都是 0.05kg 的小球(图 1.26),弹簧的劲度系数为 $1 \times 10^3\text{N/m}$ 。今沿弹簧轴线向相反方向拉开两球然后释放,求此后两球振动的频率。

1.15 在分析图 1.1 所示弹簧振子的振动时,都忽略了弹簧的质量,现在考虑一下弹簧质量的影响。设弹簧质量为 m' ,沿弹簧长度均匀分布,振子质量为 m 。以 v 表示振子在某时刻的速度,弹簧各点的速度和它们到固定端的长度成正比。

(1) 证明:此时刻弹簧振子的动能为 $\frac{1}{2}\left(m + \frac{m'}{3}\right)v^2$,从而可知此系统的有效质量为 $m + \frac{m'}{3}$ 。

(2) 证明:此系统的角频率应为 $\left[k/\left(m + \frac{m'}{3}\right)\right]^{1/2}$ 。

1.16 写出单摆的周期的相对变化 dT/T 与重力加速度的相对变化 dg/g 之间的关系式。在 $g = 9.800\text{m/s}^2$ 处准时准确的一只钟,移至另一地点后每

每天慢 10s, 试用上述关系式计算该地的重力加速度值。设该钟用单摆计时。

1.17 一单摆摆球质量为 m , 摆长为 l , 做角振幅为 θ_0 的简谐运动。振动表达式为

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

求此单摆在任意时刻的动能、重力势能(以最低点为势能零点)和总的机械能。

1.18 设想穿过地球挖一条直细隧道(图 1.27), 隧道壁光滑。在隧道内放一质量为 m 的球, 它离隧道中点的距离为 x 。设地球为均匀球体, 质量为 M_E , 半径为 R_E 。

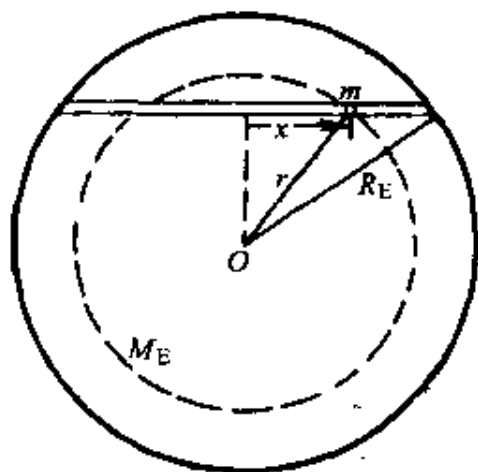


图 1.27 习题 1.18 用图

(1) 求球受的重力。(提示: 球只受其所在处的球面以内的地球质量的引力作用。)

(2) 证明球在隧道内在重力作用下的运动是简谐运动, 并求其周期。

(3) 近地圆轨道人造地球卫星的周期多大?

1.19 行星绕太阳的运行速度可分解为径向分速度 $v_r = \frac{dr}{dt}$ 和角向(垂直于径向)分速度 $v_\theta = r \frac{d\theta}{dt}$ 。因此, 质量为 m 的行星的机械能可写成

$$E = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m r^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 - \frac{GmM_S}{r}$$

式中 M_S 为太阳的质量, r 为太阳到行星的径矢。

(1) 证明: 以 L 表示行星对太阳的恒定角动量, 则有

$$E = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{L^2}{mr^2} - \frac{GmM_S}{r}$$

(2) 对于圆轨道, $r = r_0$; 对于一近似圆轨道, $r = r_0 + x$, $x \ll r_0$ 。证明: 对于此近似圆轨道, 近似地有

$$E = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{3}{2} \frac{L^2}{mr_0^4} x^2 - \frac{GmM_S}{r_0^3} x^2 - \frac{GmM_S}{2r_0}$$

(3) 和简谐运动的能量公式(1.30)式对比, 可知上式除最后一项的附加

常量外,它表示行星沿径向做简谐运动。证明:和此简谐运动相应的“等效劲度系数”为

$$k = \frac{GM_s m}{r_0^3}$$

(4) 证明:上述径向简谐运动的周期等于该行星公转的周期。画出此行星的近似圆运动的轨道图形。

1.20 一物体放在水平木板上,物体与板面间的最大静摩擦系数为 0.50。

(1) 当此板沿水平方向作频率为 2.0Hz 的简谐运动时,要使物体在板上不致滑动,振幅的最大值应是多大?

(2) 若令此板改作竖直方向的简谐运动,振幅为 5.0cm,要使物体一直保持与板面接触,则振动的最大频率是多少?

1.21 如图 1.28 所示,一块均匀的长木板质量为 m ,对称地平放在相距 $l=20\text{cm}$ 的两个滚轴上。滚轴的转动方向如图示,滚轴表面与木板间的摩擦系数

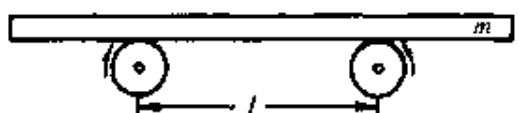


图 1.28 习题 1.21 用图

数为 $\mu=0.5$ 。今使木板沿水平方向移动一段距离后释放。证明此后木板将做简谐运动并求其周期。

1.22 质量为 $m=121\text{g}$ 的水银装在 U 形管中,管截面积 $S=0.30\text{cm}^2$,若使两边水银面相差 $2y_0$,然后使水银面上下振动,求振动周期 T 。水银的密度为 13.6g/cm^3 。

*1.23 一固定的均匀带电细圆环,半径为 R ,带电量为 Q 。在其圆心上有一质量为 m ,带电量为 $-q$ 的粒子。证明此粒子沿圆环轴线方向上的微小振动是简谐运动,并求其频率。

*1.24 将氢原子中的电子云视为均匀分布在半径为 $a_0=0.053\text{nm}$ 的球体内,质子处于球体的中心。试证明:质子稍微偏离中心后引起的微小振动是简谐运动,并求其频率公式。将已知数值代入求出频率的值并和氢光谱的最大频率 $3.8\times 10^{15}\text{Hz}$ 相比较。

*1.25 HCl 分子中两离子的平衡间距为 $1.3\times 10^{-10}\text{m}$,势能可近似地表示为

$$E_p(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{B}{r^9}$$

式中 r 为两离子间的距离。

(1) 试求 HCl 分子的微小振动的频率。(由于 Cl 离子的质量比质子质量大得多, 可以认为 Cl 离子不动。)

(2) 利用(1.35)式, 并设 HCl 分子处于基态振动能级 ($n=1$), 按经典简谐运动计算, 求其中质子振动的振幅。

1.26 一质量为 m 的刚体在重力力矩的作用下绕固定的水平轴 O 作小幅度无阻尼自由摆动, 如图 1.29 所示。设刚体质心 C 到轴线 O 的距离为 b , 刚体对轴线 O 的转动惯量为 I 。试用转动定律写出此刚体绕轴 O 的动力学方程, 并证明 OC 与竖直线的夹角 θ 的变化为简谐运动, 而且振动周期为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgb}}$$



图 1.29 习题 1.26 用图

1.27 一细圆环质量为 m , 半径为 R , 挂在墙上的钉子上。求它的微小摆动的周期。

1.28 如图 1.30 所示, 将开关 K 按下后, 电容器由电池充电, 放手后, 电容器经由线圈 L 放电。若 $L=0.010\text{H}$, $C=1.0\mu\text{F}$, $\mathcal{E}=1.4\text{V}$, 求 L 中最大电流及电流随时间变化的规律。(忽略电阻。)

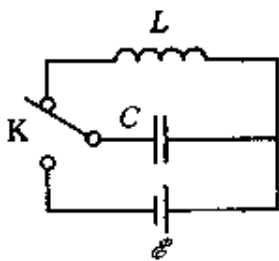


图 1.30 习题 1.28 用图

1.29 一单摆在空气中摆动, 摆长为 1.00m , 初始振幅为 $\theta_0=5^\circ$ 。经过 100s , 振幅减为 $\theta_1=4^\circ$ 。再经过多长时间, 它的振幅减为 $\theta_2=2^\circ$ 。此单摆的阻尼系数多大? Q 值多大?

1.30 证明: 当驱动力的频率等于系统的固有频率时, 受迫振动的速度幅达到最大值。

1.31 楼内空调用的鼓风机如果安装在楼板上, 它工作时就会使整个楼

产生讨厌的震动。为了减小这种震动,就把鼓风机安装在有 4 个弹簧支撑的底座上。鼓风机和底座的总质量为 576kg,鼓风机的轴的转速为 1800r/min (转每分)。经验指出,驱动频率为振动系统固有频率 5 倍时,可减震 90% 以上。若按 5 倍计算,所用的每个弹簧的劲度系数应多大?

1.32 一台大座钟的摆长为 0.994m,摆锤质量为 1.2kg。

(1) 当摆自由摆动时,在 15.0min 内振幅减小一半,求此摆的阻尼系数。

(2) 要维持此摆的振幅为 8° 不变,需要以多大功率向摆输入机械能。

1.33 一质点同时参与两个在同一直线上的简谐运动,其表达式为

$$x_1 = 0.04\cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x_2 = 0.03\cos\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$$

试写出合振动的表达式。

1.34 日光灯电路如图 1.31 所示。灯管相当于一个电阻 R ,镇流器是一个电感 L ,二者串联。若灯管两端电压和镇流器两端电压分别为

$$u_1 = 90\sqrt{2}\cos 100\pi t \text{ V}$$

$$u_2 = 200\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ V}$$

试求总电压 u 的表达式。

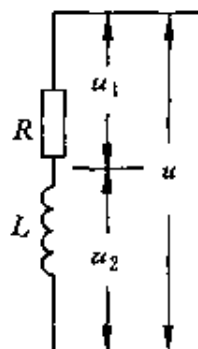


图 1.31 习题 1.34 用图

1.35 三个同方向、同频率的简谐运动为

$$x_1 = 0.08\cos\left(314t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x_2 = 0.08\cos\left(314t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x_3 = 0.08\cos\left(314t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

求:(1) 合振动的角频率、振幅、初相及振动表达式;

(2) 合振动由初始位置运动到 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$ (A 为合振动振幅) 所需最短时间。

*1.36 质量为 0.1kg 的质点同时参与互相垂直的两个振动,其振动表达式分别为

$$x = 0.06\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y = 0.03\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

试写出质点运动的轨迹方程,画出图形,并指明是左旋还是右旋。

1.37 在示波器的水平和垂直输入端分别加上余弦式交变电压,荧光屏上出现如图 1.32 所示的闭合曲线,已知水平方向振动的频率为 $2.70 \times 10^4 \text{ Hz}$,求垂直方向的振动频率。

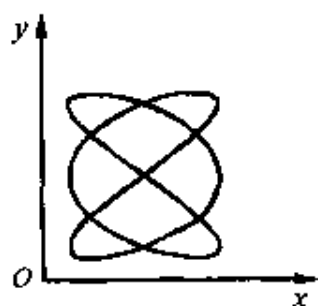


图 1.32 习题 1.37 用图

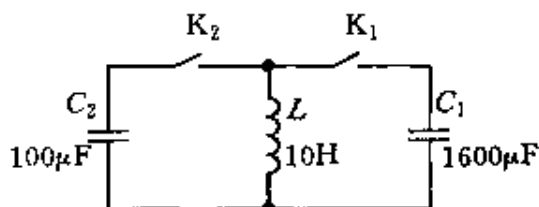


图 1.33 习题 1.38 用图

1.38 图 1.33 中的电容器 C_1 被充电至 100V,而电容器 C_2 未被充电。试具体说明如何应用开关 K_1 及 K_2 将 C_2 充电至 400V。

1.39 一种实用的**超声马达**的基本结构如图 1.34 所示。在不锈钢底座(长宽约几毫米)下面粘附的压电陶瓷片 A 和 B 加上交变电压后,由于电致伸缩,可以产生上下振动(A, B 反相)。多层压电陶瓷柱 C 加上交变电压后可产生水平振动(两端反相)。由于两腿 L_1 和 L_2 的端面与滑块 S 的底面间有摩擦力,所以当同频率的交流电(频率为几十 kHz)同时激励 A, B 和 C 时,滑块就会沿水平向同一方向运动。试分析两腿端点的运动并由之说明滑块能移动的道理。如果所用交流电的频率为 50kHz,所激起的压电片的振动的振幅都是 10^{-5} m ,则滑块移动的最大速度多大? A, B 和 C 的振动的相位之间有何关系时滑块可以一直向右运动?

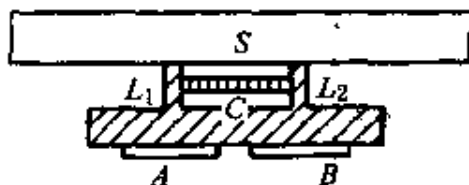


图 1.34 习题 1.39 用图

第2章 波 动

一定的扰动的传播称为波动,简称波。机械扰动在介质中的传播称为机械波,如声波、水波、地震波等。变化电场和变化磁场在空间的传播称为电磁波,如无线电波、光波、X射线等。虽然各类波的本质不同,各有其特殊的性质和规律,但是在形式上它们也具有许多共同的特征和规律,如都具有一定的传播速度,都伴随着能量的传播,都能产生反射、折射、干涉和衍射等现象。本章主要讨论机械波的基本规律,其中有许多对电磁波也是适用的。近代物理研究发现,微观粒子具有明显的二象性——粒子性与波动性。因此研究微观粒子的运动规律时,波动概念也是重要的基础。本章先介绍机械波的一般表达式以及简谐波的表达式及其特征。再说明机械波的产生机制及动力学方程,并在此基础上讲解波传播的能量。接着讲述波的传播规律——惠更斯原理,以及波的叠加现象——驻波。然后对特定的波动形式,包括声波、水波和地震波加以简要的说明。最后讲述复波与群速度以及孤子的概念。

2.1 行 波

把一根橡皮绳的一端固定在墙上,用手沿水平方向将它拉紧(图 2.1)。当手猛然向上抖动一次时,就会看到一个突起状的扰动沿绳向另一端传去。这是因为各段绳之间都有相互作用的弹力

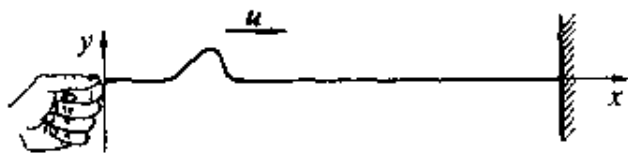


图 2.1 脉冲波的产生

联系着。当用手向上抖动绳的这一端的第一个质点时,它就带动第二个质点向上运动,第二个又带动第三个,依次下去。当手向下拉动第一个质点回到原来位置时,它也要带动第二个质点回来,而后第三个质点、第四个质点等也将被依次带动回到各自原来的位置。结果,由手抖动引起的扰动就不限在绳的这一端而是要向另一端传开了。这种扰动的传播就叫行波,取其“行走”之意。抖动一次的扰动叫脉冲,脉冲的传播叫脉冲波。

像图 2.1 所示那种情况,扰动中质元的运动方向和扰动的传播方向垂直,这种波叫横波。横波在外形上有峰有谷。

如果对图 2.1 中的橡皮绳用手沿水平方向猛然向外拖一下又回去,则绳这一端的一小段就突然伸长了一下。由于各段绳之间的弹力作用,这一伸长的扰动也会沿绳向另一端传播而形成一个脉冲波。在这种情况下,扰动中质元的运动方向和扰动的传播方向在一条直线上,这种波叫纵波。纵波形成时,介质的密度发生改变,有疏有密。

横波和纵波是弹性介质内波的两种基本形式。要特别注意的是,不管是横波还是纵波,都只是扰动(即一定的运动形态)的传播,介质本身并没有发生沿波的传播方向的迁移。

扰动在介质中传播所形成的波可以用数学函数式加以描述。

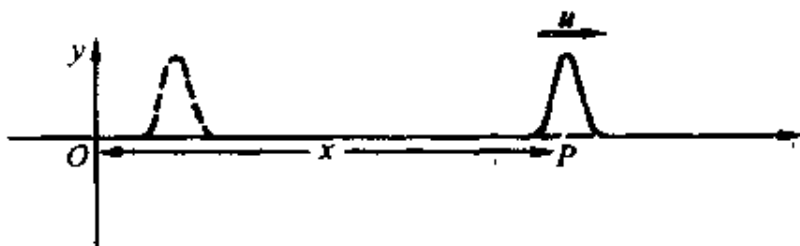


图 2.2 波函数的说明

仍以图 2.1 中绳上脉冲横波为例。取绳长方向为 x 轴,而绳上某点为原点(图 2.2)。设脉冲经过原点时,原点的横向(即与传播方向垂直的方向)位移 y_0 和时间 t 的函数关系为

$$y_0 = f(t) \quad (2.1)$$

在绳上距原点为 x 的 P 点也将发出同样的扰动,但时间要晚一点。以 u 表示扰动传播的速度,则 P 点的扰动比较原点要晚 x/u 这样一段时间。这就是说, P 点在时刻 t 的横向位移和原点在 $(t - x/u)$ 时刻的横向位移 $f\left(t - \frac{x}{u}\right)$ 相同。因此, P 点在时刻 t 的横向位移就应为

$$y = f\left(t - \frac{x}{u}\right) \quad (2.2)$$

这个二元函数表示了绳上任一点在任一时刻的位移。它称做相应的脉冲波的**波函数**^①。

对于某一特定时刻 $t=t_0$, (2.2) 式中的 f 只是 x 的函数,它表示绳上各质点的横向位移和各自在绳上的位置的关系。表示这一关系的曲线叫这一时刻脉冲波的**波形曲线**。图 2.2 的实曲线就是一条这样的曲线。它实际上可想象为这一时刻绳的形状的照相。随着时间的推移,这一曲线将保持原状以速度 u 沿波的传播方向平移。

(2.2) 式表示的是沿 x 轴正向传播的波。如果波沿 x 负向传播,则图 2.2 中 P 点的扰动将比原点的扰动早发生 x/u 这样一段时间,因此波函数应写作^①

$$y = f\left(t + \frac{x}{u}\right) \quad (2.3)$$

(2.2) 式和 (2.3) 式虽然对于横波写出来的,它们显然也能用来表示纵波。这时 x 表示各质点原来的位置(或平衡位置)而

① 由于此处讨论的是波函数的一般形式,所以波函数的自变量 $\left(t - \frac{x}{u}\right)$ 和 $\left(t + \frac{x}{u}\right)$ 可换写为 $(ut - x)$ 和 $(ut + x)$, 或 $(x - ut)$ 和 $(x + ut)$, 而波函数也可写成 $y = f(x - ut)$ 和 $y = f(x + ut)$ 的形式。

y 表示 t 时刻各质点对于自己的平衡位置的纵向位移。

2.2 简谐波

脉冲波貌似简单,实际上是比较复杂的。最简单的波是简谐波,它所传播的扰动形式是简谐运动。仍以绳上横波为例。设原点的运动函数为

$$y_0 = A \cos \omega t$$

则根据(2.2)式,相应的沿 x 正向传播的简谐波的波函数应为

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad (2.4)$$

其中 A 称为简谐波的振幅^①, ω 为简谐波的角频率, u 为波的速度,即扰动传播的速度。

(2.4)式中 $\omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$ 为在 x 处的质点在时刻 t 的相(或相位)。对于某一给定的相 $\varphi = \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$, 它所在的位置 x 和时刻 t 有下述关系:

$$x = ut - \frac{\varphi u}{\omega}$$

即给定的相的位置随时间而改变,它的移动速度为

$$\frac{dx}{dt} = u$$

这说明,简谐波中扰动传播的速度,即波速 u ,也就是振动的相的传播速度。因此,这一速度又叫相速度。

绳上任一质点都在作简谐运动,其周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.5)$$

^① (2.4)式假定振幅不变,这表示波的能量没有衰减,参看2.5节波的能量。

这也就是波的周期。周期的倒数为波的频率,以 ν 表示波的频率,则有

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.6)$$

由于波函数(2.4)中含有空间坐标 x ,所以该余弦函数表明,波还有空间上的周期性。在与坐标为 x 的质点相距 Δx 的另一质点,在时刻 t 的位移为

$$\begin{aligned} y_{x+\Delta x} &= A \cos \omega \left(t - \frac{x + \Delta x}{u} \right) \\ &= A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{u} \right) - \frac{\omega \Delta x}{u} \right] \end{aligned}$$

很明显,如果 $\omega \Delta x / u = 2\pi$ 或 2π 的整数倍,则此质点和位于 x 处的质点在同一时刻的位移就相同,或者说,它们将同相地振动。两个相邻的同相点之间的距离为 $2\pi u / \omega$,以 λ 表示此距离,就有

$$\lambda = \frac{2\pi u}{\omega} = uT \quad (2.7)$$

这个表示简谐波的空间周期性的特征量叫做波长。由(2.7)式可看出,波长就等于一周期内简谐扰动传播的距离,或者,更准确地说,波长等于一周期内任一给定的相所传播的距离。

由(2.6)式和(2.7)式可得

$$u = \lambda \nu \quad (2.8)$$

简谐波的波形曲线是正弦曲线,如图 2.3 所示,图中还标出了 λ 的长度。波的传播就表现为波形曲线的平移。

对简谐波,还常用波数 k 来表示其特征,它的定义是

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.9)$$

如果把横波中相接的一峰一谷算作一个“完整波”,(2.9)式可理解为:波数等于在 2π 的长度内含有的“完整波”的数目。

根据 λ, ν, T, k 等的关系,沿 x 正向传播的简谐波的波函数还

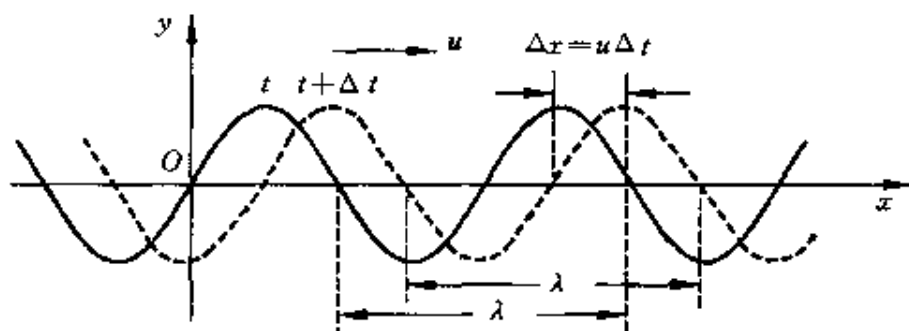


图 2.3 简谐波的波形曲线及其随时间的平移

可以写成下列形式:

$$y = A \cos(\omega t - kx) \quad (2.10)$$

或

$$y = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (2.11)$$

如果简谐波是沿 x 轴负向传播的, 将(2.4)式、(2.10)式和(2.11)式中的负号改为正号就得到相应的波函数了。

这些波函数虽然是参照橡皮绳上的横波写出的, 它们当然也能用来描述简谐纵波。这时式中的 y 表示纵振动中各质点对于各自平衡位置的位移, A 表示纵振动的振幅。

还可以说明的是, 这里写出的波函数是对一根绳上的行波来说的, 但它也可以描述平面简谐波。在一个体积甚大的介质中, 如果有一个平面上的质点都同相地沿同一方向做简谐运动, 这种振动也会在介质中沿垂直于这个平面的方向传播开去形成空间的行波。选波的传播方向为 x 轴的方向, 则 x 坐标相同的平面上的质点的振动都是同相的。这些同相振动的点组成的面叫同相面或波面。像这种同相面是平面的

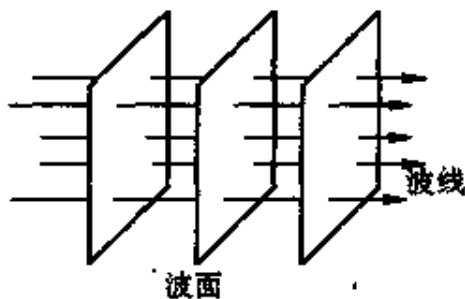


图 2.4 平面波

波就叫**平面简谐波**。代表传播方向的直线称做**波线**(图 2.4)。很明显,(2.4)式、(2.10)式、(2.11)式能够描述这种波传播时介质中各点的振动情况,因此它们又都是平面简谐波的波函数。

例 2.1 一列平面简谐波以波速 u 沿 x 轴正向传播,波长为 λ 。已知在 $x_0 = \lambda/4$ 处的质元的振动表达式为 $y_{x_0} = A \cos \omega t$ 。试写出波函数,并在同一张坐标图中画出 $t = T$ 和 $t = 5T/4$ 时的波形图。

解 设在 x 轴上 P 点处的质点的坐标为 x ,则它的振动要比 x_0 处质点的振动晚 $(x - x_0)/u = \left(x - \frac{\lambda}{4}\right)/u$ 这样一段时间,因此 P 点的振动表达式为

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x - \lambda/4}{u} \right)$$

或

$$y = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\pi}{2} \right)$$

这就是所求的波函数。

$t = 0$ 时的波形由下式给出:

$$y = A \cos \left(-\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\pi}{2} \right) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$$

由于波的时间上的周期性,在 $t = T$ 时的波形图线应和此式给出的相同。在 $t = \frac{5}{4}T$ 时,波形曲线应较上式给出的向 x 正向平移了一段距离 $\Delta x = u \Delta t = u \left(\frac{5}{4}T - T \right) = \frac{1}{4}uT = \frac{1}{4}\lambda$ 。两时刻的波形曲线如图 2.5 所示。

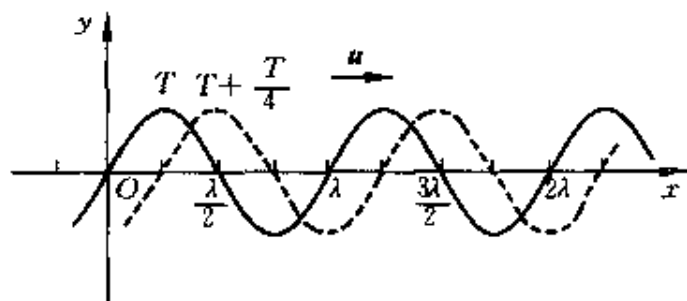


图 2.5 例 2.1 用图

例 2.2 一条长线用水平力张紧,其上产生一列简谐横波向左传播,波速为 20m/s 。在 $t=0$ 时它的波形曲线如图 2.6 所示。

- (1) 求波的振幅、波长和波的周期;
- (2) 按图设 x 轴方向写出波函数;
- (3) 写出质点振动速度表达式。

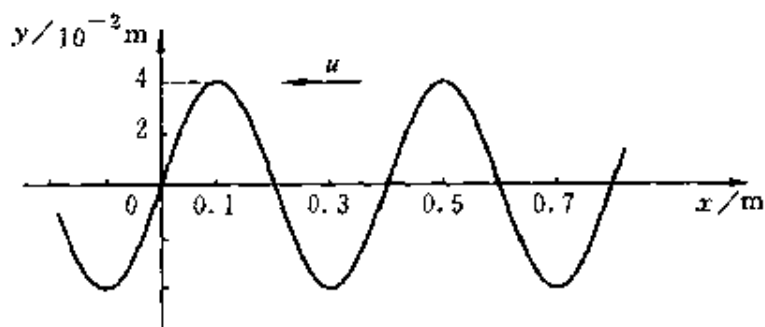


图 2.6 例 2.2 用图

解 (1) 由图可直接看出 $A=4.0 \times 10^{-2}\text{m}$, $\lambda=0.4\text{m}$, 于是得

$$T = \frac{\lambda}{u} = \frac{0.4}{20} = \frac{1}{50} \text{ (s)}$$

(2) 在波传播的过程中,整个波形图向左平移,于是可得原点 O 处质元的振动表达式为

$$y_0 = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2}\right)$$

而波函数为

$$y = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

将上面的 A, T 和 λ 的值代入可得

$$y = 4.0 \times 10^{-2} \cos\left(100\pi t + 5\pi x - \frac{\pi}{2}\right)$$

(3) 位于 x 处的介质质元的振动速度为

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = 12.6 \cos(100\pi t + 5\pi x)$$

将此函数和波函数相比较,可知振动速度也以波的形式向左传播。要注意质元的振动速度(其最大值为 12.6m/s)和波速(为恒定值 20m/s)的区别。

2.3 物体的弹性形变

机械波一般都在弹性介质内传播。为了说明机械波的动力学规律,先介绍一些有关物体的弹性形变的基本知识。

物体,包括固体、液体和气体,在受到外力作用时,形状或体积都会发生或大或小的变化。这种变化统称为**形变**。当外力不太大因而引起的形变也不太大时,去掉外力,形状或体积仍能复原。这个外力的限度叫**弹性限度**。在弹性限度内的形变叫**弹性形变**,它和外力具有简单的关系。

由于外力施加的方式不同,形变可以有以下几种基本形式。

1. 线变

一段固体棒,当在其两端沿轴的方向加以方向相反大小相等的外力时,其长度会发生改变,称为**线变**,如图2.7所示。伸长或压

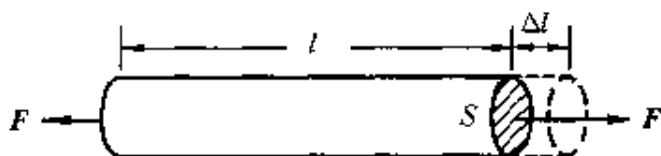


图 2.7 线变

缩视二力的方向而定。以 F 表示力的大小,以 S 表示棒的横截面积,则 F/S 叫做**应力**。以 l 表示棒原来的长度,以 Δl 表示在外力 F 作用下的长度变化,则相对变化 $\Delta l/l$ 叫**线应变**。实验表明,在**弹性限度内**,应力和线应变成正比。这一关系叫做**胡克定律**,写成公式为

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l} \quad (2.12)$$

式中 E 为关于线变的比例系数,它随材料的不同而不同,叫**杨氏模量**。将(2.12)式改写成

$$F = \frac{ES}{l}\Delta l = k\Delta l \quad (2.13)$$

在外力不太大时, Δl 较小, S 基本不变, 因而 ES/l 近似为一常数, 可用 k 表示。(2.13)式即常见的外力和棒的长度变化成正比的公式, k 称为劲度系数, 简称劲度。

材料发生线变时, 它具有弹性势能。类比弹簧的弹性势能公式, 由(2.13)式可得弹性势能为

$$W_p = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}\frac{ES}{l}(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}ESl\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2$$

注意到 $Sl=V$ 为材料的总体积, 就可以得知, 当材料发生线变时, 单位体积内的弹性势能为

$$w_p = \frac{1}{2}E\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 \quad (2.14)$$

即等于杨氏模量和线应变的平方的乘积的一半。

在纵波形成时, 介质中各质元都发生线变(图 2.8), 各质元内就有如(2.14)式给出的弹性势能。

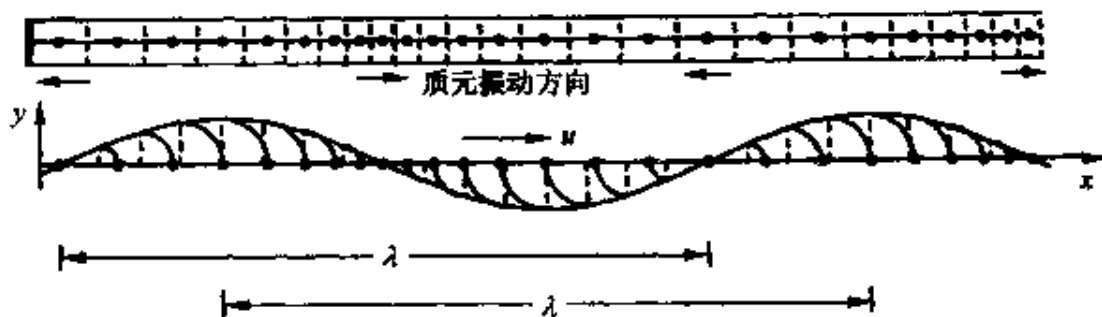


图 2.8 纵波内介质质元的线变

2. 切变

一块矩形材料, 当它的两个侧面受到与侧面平行的大小相等方向相反的力作用时, 形状就要发生改变, 如图 2.9 所示。这种形变称为**剪切形变**, 也简称**切变**。外力 F 和施力面积 S 之比称做**切应力**。施力面积相互错开而引起的材料角度的变化 $\varphi = \Delta d/D$ 叫

做切应变。在弹性限度内,切应力也和切应变成正比,即

$$\frac{F}{S} = G\varphi = G \frac{\Delta d}{D} \quad (2.15)$$

式中 G 称为切变模量,它是由材料性质决定的常量。(2.15)式即用于切变的胡克定律公式。

材料发生切变时,也具有弹性势能。也可以证明:材料发生切变时,单位体积内的弹性势能等于切变模量和切应变的平方的乘积的一半,即

$$w_p = \frac{1}{2}G\varphi^2 = \frac{1}{2}G\left(\frac{\Delta d}{D}\right)^2 \quad (2.16)$$

在横波形成时,介质中各质元都发生切变(图 2.10),各质元内就有如(2.16)式给出的弹性势能。

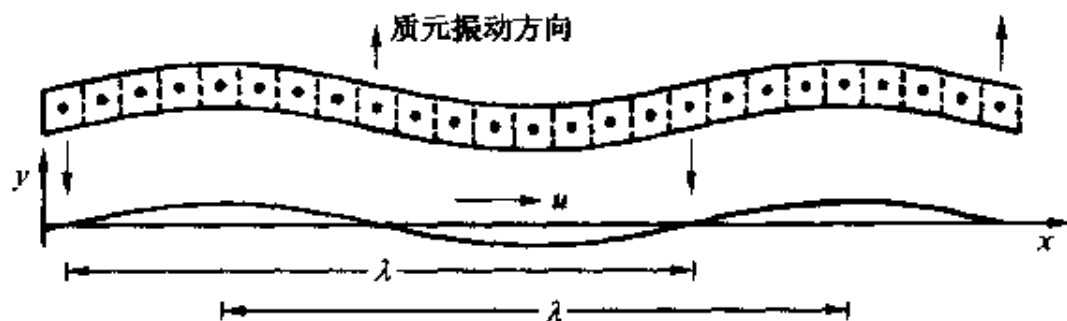


图 2.10 横波内介质质元的切变

3. 体变

一块物质周围受到的压强改变时,其体积也会发生改变,如图 2.11 所示。以 Δp 表示压强的改变,以 $\Delta V/V$ 表示相应的体积的相对变化即体应变,则胡克定律表示式为

$$\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V} \quad (2.17)$$

式中 K 叫**体积模量**,总取正数,它的大小随物质种类的不同而不同。(2.17)式中的负号表示压强的增大总导致体积的缩小。

体积模量的倒数叫**压缩系数**。以 κ 表示压缩系数,则有

$$\kappa = \frac{1}{K} = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p} \quad (2.18)$$

可以证明,在发生体积压缩形变时,单位体积内的弹性势能也等于相应的弹性模量(K)与应变($\Delta V/V$)的平方的乘积的一半。

几种材料的弹性模量如表 2.1 所示。

表 2.1 几种材料的弹性模量

材 料	杨氏模量 $E/$ (10^{11}N/m^2)	切变模量 $G/$ (10^{11}N/m^2)	体积模量 $K/$ (10^{11}N/m^2)
玻璃	0.55	0.23	0.37
铝	0.7	0.30	0.70
铜	1.1	0.42	1.4
铁	1.9	0.70	1.0
钢	2.0	0.84	1.6
水	—	—	0.02
酒精	—	—	0.0091

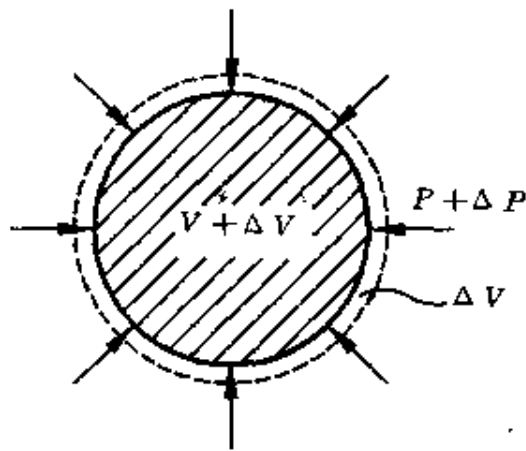


图 2.11 体变

2.4 波动方程与波速

将平面简谐波的波函数(2.4)式

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

对 t 和 x 求偏导数,可得

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

和

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\omega}{u} A \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{u^2} A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

比较两个二阶偏导数可得

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2.19)$$

这个微分方程叫平面波的**波动方程**。在这里它虽然是由平面简谐波的波函数求导凑出来的,但从数学上普遍证明它是各种平面波(即不限于平面简谐波)所必须满足的微分方程式,而且平面波波函数就是它的解^①。它是物理学中最重要的方程之一。它的普遍意义在于:任何物理量 y ,不管是力学量、电学量或其它的量,只要它与时间和坐标的关系满足方程式(2.19)式,则这一物理量就按波的形式传播,而且偏导数 $\partial^2 y / \partial t^2$ 的系数的倒数的平方根就是这种波的传播速度。

下面我们以棒中纵波为例利用牛顿定律导出波动方程,从而得出棒中纵波的传播速度。

用牛顿定律分析波动时,先要求出介质中各质元受的力,这力是介质内应力作用的结果。应力决定于应变,因此应先求出波动中各处的应变。棒内纵波形成时,各处的线应变可如下求得。如图 2.12 所示,设棒中无波时一质元的两端面的坐标分别为 x 和 $x + \Delta x$ (因而质元的自然长度就是 Δx)。在有波传播的某一时刻 t ,此

^① 2.7 节所讲的驻波波函数(2.38)式也是它的解。

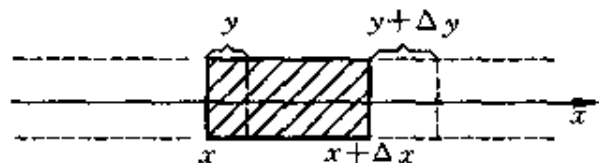


图 2.12 纵波中的应变分析

两端面的位移分别是 y 和 $y + \Delta y$ 。此时刻质元长度的增量就是 Δy ，而质元的线应变就是 $\Delta y / \Delta x$ 。令 $\Delta x \rightarrow 0$ ，即可得平衡位置坐标为 x 的微小质元在时刻 t 的线应变为 $\partial y / \partial x$ 。这一结果虽然是对棒内纵波来说的，但很容易证明，对横波内各处的切应变也可以用 $\partial y / \partial x$ 求得。

下面来求棒中纵波形成时，原长为 Δx 的一小段棒长受的合外力。如图 2.13 所示，在某同一时刻其两端由于形变不同而受到

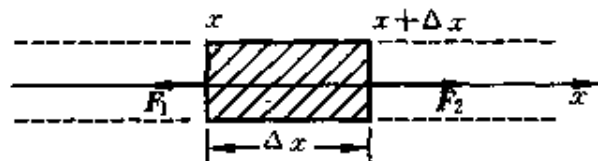


图 2.13 纵波中应力分析

不同的弹性力。以 y 表示各处材料对于平衡位置的位移，则在左端处，线应变为 $(\partial y / \partial x)_x$ ，在右端处，线应变为 $(\partial y / \partial x)_{x + \Delta x}$ 。以 S 表示棒的截面积，根据胡克定律，这一段棒在左端受到其左方材料的拉力应为

$$F_1 = SE \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_x$$

其中 E 为棒材料的杨氏模量。同理，在右端受到其右方材料的拉力为

$$F_2 = SE \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x + \Delta x}$$

这一段棒受到的合力为

$$\begin{aligned}
 F_2 - F_1 &= SE \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x+\Delta x} - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_x \right] \\
 &= SE \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \Delta x = SY \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x
 \end{aligned}$$

以 ρ 表示棒的质量密度, 则这一小段棒的质量为 $\Delta m = \rho S \Delta x$ 。当 Δx 很小时, 这段棒的加速度为 $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ 。这样, 由牛顿第二定律, 应该有

$$SE \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x = \Delta m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \rho S \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

化简可得

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

将这一结果和(2.19)式对比, 可知这是一个波动方程。它实际上就是棒中纵波的波动方程。和(2.19)式的比较还可以给出棒中纵波的传播速度为

$$u_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.20)$$

根据类似的力学分析, 可以证明, 在拉紧的绳索或细线中, 横波的波速 u_t 为

$$u_t = \sqrt{\frac{F}{\rho_l}} \quad (2.21)$$

式中 F 为绳索或细线中的张力, ρ_l 为其质量线密度。

在“无限大”的各向同性均匀固体介质中, 纵波波速比(2.20)式给出的还要大些, 而横波波速则为

$$u_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.22)$$

式中 G 为介质的切变模量, ρ 为介质的密度。同种材料的切变模量 G 总小于其杨氏模量 E (这在表 2.1 中可以看出), 因此在同一种介质中, 横波波速要比纵波波速小些。

在液体和气体中,由于不可能发生切变,所以不可能传播横波。但因为它们具有体变弹性,所以能传播纵波。液体和气体中的纵波波速由下式给出:

$$u_1 = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (2.23)$$

式中 K 为介质的体积模量, ρ 为其密度。

对于理想气体,由(2.23)式可导出其中纵波(即声波)的波速为

$$u_1 = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (2.24)$$

式中 M 是气体的摩尔质量, γ 是气体的比热比, p 是气体的压强, T 是气体的热力学温度, ρ 为气体在相应状态下的密度, R 为摩尔气体常数。(2.25)式给出,对同一种气体,其中纵波波速明显地决定于其温度。实际上,即使对于固体或液体,其中的波速也和温度有关(因为弹性和密度都和温度有关)。

表 2.2 给出了一些波速的数值。

表 2.2 一些介质中波速的数值 单位: m/s

介 质	棒中纵波	无限大介质中纵波	无限大介质中横波
硬玻璃	5170	5640	3280
铝	5000	6420	3040
铜	3750	5010	2270
电解铁	5120	5950	3240
低碳钢	5200	5960	3235
海水(25℃)	—	1531	—
蒸馏水(25℃)	—	1497	—
酒精(25℃)	—	1207	—
二氧化碳(气体 0℃)	—	259	—
空气(干燥 0℃)	—	331	—
氢气(0℃)	—	1284	—

2.5 波的能量

在弹性介质中有波传播时,介质的各质元由于运动而具有动能。同时又由于产生了形变(参看图 2.8 和图 2.10),所以还具有弹性势能。这样,随同扰动的传播就有机械能量的传播,这是波动过程的一个重要特征。本节以棒内简谐纵波为例说明能量传播的定量表示式。为此先求任一质元的动能和弹性势能。

设介质的密度为 ρ ,一质元的体积为 ΔV ,其中心的平衡位置坐标为 x 。当平面简谐波

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

在介质中传播时,此质元在时刻 t 的运动(即振动)速度为

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

它在此时刻的振动动能为

$$\begin{aligned} \Delta W_k &= \frac{1}{2} \rho \Delta V v^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho \Delta V \omega^2 A^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

此质元的形变(为线变)为

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{A\omega}{u} \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

它的弹性势能,根据(2.14)式,为

$$\begin{aligned} \Delta W_p &= \frac{1}{2} E \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \Delta V \\ &= \frac{1}{2} \frac{E}{u^2} \omega^2 A^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \end{aligned}$$

由(2.20)式可知 $u^2 = E/\rho$,因而上式又可写做

$$\Delta W_p = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \Delta V \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad (2.26)$$

和(2.25)式相比较,可知,在平面简谐波中,每一质元的**动能和弹性势能是同相地**随时间变化的(这在图 2.8 和图 2.10 中可以清楚地看出来。质元经过其平衡位置时具有最大的振动速度,同时其形变也最大),而且**在任意时刻都具有相同的数值**。振动动能和弹性势能的这种关系是波动中质元不同于孤立的振动系统的一个重要特点。

将(2.25)式和(2.26)式相加,可得质元的总机械能为

$$\Delta W = \Delta W_k + \Delta W_p = \rho\omega^2 A^2 \Delta V \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad (2.27)$$

这个总能量随时间作周期性变化,时而达到最大值,时而为零。质元的能量的这一变化特点是能量在传播的表现。

波传播时,介质单位体积内的能量叫波的**能量密度**。以 w 表示能量密度,则介质中 x 处在时刻 t 的能量密度是

$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad (2.28)$$

在一周期内能量密度的平均值叫**平均能量密度**,以 \bar{w} 表示。由于正弦的平方在一周期内的平均值为 $1/2$,所以有

$$\bar{w} = \frac{1}{2} \rho\omega^2 A^2 = 2\pi^2 \rho A^2 \nu^2 \quad (2.29)$$

此式表明,平均能量密度和介质的密度、振幅的平方以及频率的平方成正比。这一公式虽然是由平面简谐波导出的,但对于各种弹性波均适用。

能量的传播是用能流来说明的。通过某一面积的能流就是**单位时间内通过该面积的能量**。设在介质中垂直于波速的方向取一面积 ΔS ,则在 dt 时间内通过 ΔS 面的能量就等于该面后方体积为 $\Delta S u dt$ 中的能量(图 2.14),这一能量等于 $w \Delta S u dt$,以 P 表示通过此面积的能流,则有

$$P = \frac{w \Delta S u dt}{dt} = w \Delta S u = \rho u \omega^2 A^2 \Delta S \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad (2.30)$$

显然, P 和 w 一样, 是随时间周期性地变化的。取其时间平均值, 则通过 ΔS 面的平均能流为

$$\bar{P} = \bar{w}\Delta S u$$

波的强弱是用所传播的能量比较的, 为此引入能流密度的概念。能流密度是通过垂直于波的传播方向的单位面积的能流。能流密度的时间平均值叫平均能流密度或波的强度。以 I 表示平均能流密度或波的强度, 则有

$$I = \frac{\bar{P}}{\Delta S} = \bar{w}u \quad (2.31)$$

即波的强度等于波的平均能量密度与波速的乘积。再利用(2.29)式可得

$$I = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 u \quad (2.32)$$

由于波的强度和振幅有关, 所以借助于(2.32)式和能量守恒概念可以研究波传播时振幅的变化。

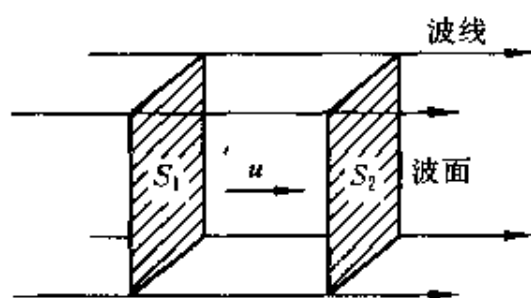


图 2.15 平面波中能量的传播

流密度, 则应该有

$$I_1 S_1 T = I_2 S_2 T$$

利用(2.32)式, 则有

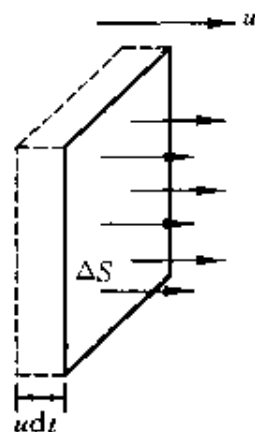


图 2.14 波的能量计算

设有一平面波在均匀介质中沿 x 方向行进。图 2.15 中画出了为同样的波线所限的两个截面积 S_1 和 S_2 。假设介质不吸收波的能量, 根据能量守恒, 在一周期内通过 S_1 和 S_2 面的能量应该相等。以 I_1 表示 S_1 处的能流密度, 以 I_2 表示 S_2 处的能

$$\frac{1}{2} \rho u \omega^2 A_1^2 S_1 T = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A_2^2 S_2 T \quad (2.33)$$

对于平面波, $S_1 = S_2$, 因而有

$$A_1 = A_2$$

这就是说, 在均匀的不吸收能量的介质中传播的平面波的振幅保持不变。这一点我们在 2.2 节中写平面简谐波的波函数时已经用到了。

波面是球面的波叫球面波。如图 2.16 所示, 球面波的波线沿着半径向外。如果球面波在均匀无吸收的介质中传播, 则振幅将随 r 改变。设以点波源 O 为圆心画半径分别为 r_1 和 r_2 的两个球面(图 2.16)。在介质不吸收波的能量条件下, 一个周期内通过这两个球面的能量应该相等。这时(2.33)式仍然正确, 不过 S_1 和 S_2 应分别用球面积 $4\pi r_1^2$ 和 $4\pi r_2^2$ 代替。由此, 对于球面波应有

$$A_1^2 r_1^2 = A_2^2 r_2^2$$

或

$$A_1 r_1 = A_2 r_2 \quad (2.34)$$

即振幅与离点波源的距离成反比。以 A_1 表示离波源的距离为单位长度处的振幅, 则在离波源任意距离 r 处的振幅为 $A = A_1/r$ 。由于振动的相随 r 的增加而落后的关系和平面波类似, 所以球面简谐波的波函数应该是

$$y = \frac{A_1}{r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{u} \right) \quad (2.35)$$

实际上, 波在介质中传播时, 介质总要吸收波的一部分能量, 因此即使在平面波的情况下, 波的振幅, 因而波的强度也要沿波的传播方向逐渐减小, 所吸收的能量通常转换成介质的内能或热。这

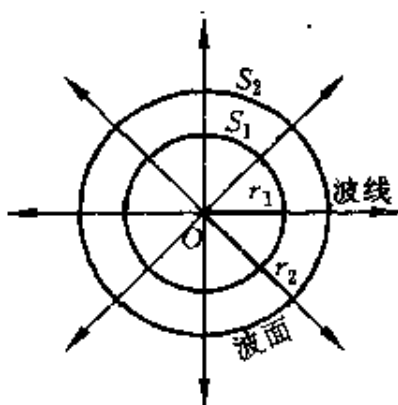


图 2.16 球面波中能量的传播

根据惠更斯原理,只要知道某一时刻的波阵面就可以用几何作图法确定下一时刻的波阵面。因此,这一原理又叫惠更斯作图法,它在相当大程度上解决了波的传播方向问题。

下面举例说明惠更斯原理的应用。如图 2.18(a)所示,设以 O 为中心的球面波以波速 u 在各向同性的均匀介质中传播,在时刻 t 的波阵面是半径为 R_1 的球面 S_1 。根据惠更斯原理, S_1 上的各点都可以看成是发射子波的点波源。以 S_1 上各点为中心,以 $r = u\Delta t$ 为半径,画出许多球形的子波,这些子波在波行进的前方的包迹面 S_2 ,就是 $t + \Delta t$ 时刻新的波阵面。显然, S_2 是以 O 为中心,以 $R_2 = R_1 + u\Delta t$ 为半径的球面。

若已知平面波在某时刻的波阵面 S_1 ,根据惠更斯原理,应用同样的方法,也可以求出以后时刻的新的波阵面 S_2 ,如图 2.18(b)所示。

如图 2.18 所示,只有当波动在各向同性的均匀介质中传播

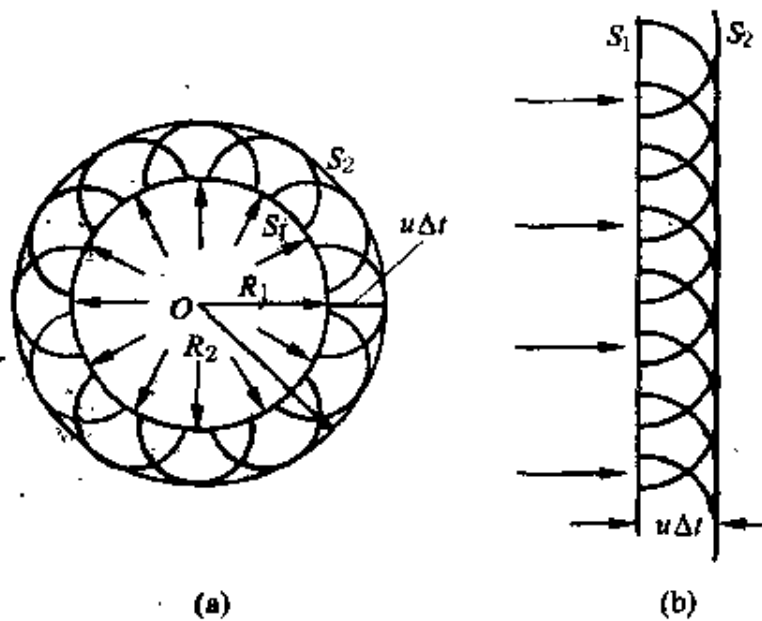


图 2.18 用惠更斯作图法求新波阵面
(a) 球面波; (b) 平面波

时,用惠更斯原理求出的波阵面的几何形状才保持不变。这结果也与实际相符。当波在不均匀介质或各向异性介质中传播时,同样可以应用惠更斯原理求出波阵面,不过波阵面的几何形状和波的传播方向都可能发生变化。这一点将在晶体波动光学中应用到。

用惠更斯作图法很容易解释波的衍射现象。所谓波的衍射是指波在传播过程中遇到障碍物时,其传播方向发生改变,能绕过障碍物的边缘继续前进的现象。如图 2.19 所示,当一平面波通过障碍物上的开口后,波动扩展到了按直线传播应该是阴影的区域。利用惠更斯原理解释这种现象时,就认为开口处各点都可看作是发射子波的波源,作出这些子波的包迹面,就得出新的波阵面。很明显,此时波阵面已不再是平面,在靠

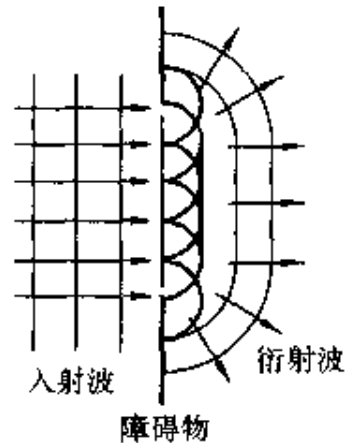


图 2.19 波的衍射

近边缘处,波阵面进入了阴影区域,表示波已绕过障碍物的边缘而传播了。图 2.17 所显示的现象实际上是一种很明显的衍射现象。

应该指出,由于惠更斯原理没有说明子波的强度分布,因而只能解决波的传播方向问题。实际上——比如在衍射现象中——经过衍射的波,各方向的强度是不一样的。惠更斯原理不能解释这强度分布。后来菲涅耳对惠更斯原理作了重要补充,形成了惠更斯-菲涅耳原理。它在波动光学中有重要的应用。

下面用惠更斯作图法说明波入射到两种均匀而且各向同性的介质的分界面上时传播方向改变的规律,也就是波的反射和折射的规律。

设有一平面波以波速 u 入射到两种介质的分界面上。根据惠更斯作图法,入射波传到的分界面上的各点都可看作发射子波的波源。作出某一时刻这些子波的包迹,就能得到新的波阵面,从而确定反射波和折射波的传播方向。

先说明波的反射定律。如图 2.20 所示,设入射波的波阵面和

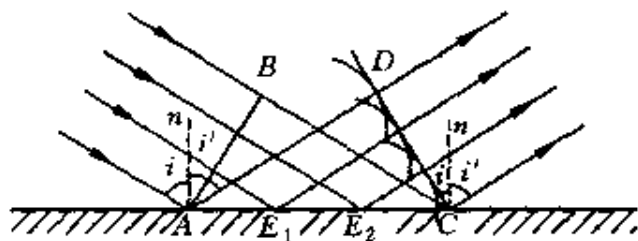


图 2.20 波的反射

两种介质的分界面均垂直于图面。在时刻 t , 此波阵面与图面的交线 AB 到达图示位置, A 点和界面相遇。此后 AB 上各点将依次到达界面。设经过相等的时间此波阵面与图面的交线依次与分界面在 E_1, E_2 和 C 点相遇, 而在时刻 $(t + \Delta t)$, B 点到达 C 点。我们可以作出此时刻界面上各点发出的子波的包迹。为了清楚起见, 图中只画出了 A, E_1, E_2 和 C 点发出的子波。因为波在同一介质中传播, 波速 u 不变, 所以在 $t + \Delta t$ 时刻, 从 A, E_1, E_2 发出的子波半径分别是 $d, 2d/3, d/3$, 这里 $d = u\Delta t$ 。显然, 这些子波的包迹面也是与图面垂直的平面。它与图面的交线为 CD , 而且 $AD = BC$ 。作垂直于此波阵面的直线, 即得反射线。与入射波阵面 AB 垂直的线称为入射线。令 An, Cn 为分界面的法线, 则由图可看出任一条入射线和它的反射线以及入射点的法线在同一平面内。令 i 表示入射角, i' 表示反射角, 则由图中还可以看出, 两个直角三角形 $\triangle BAC, \triangle DCA$ 全等, 因此 $\angle BAC = \angle DCA$, 所以 $i = i'$, 即入射角等于反射角。这就是波的反射定律。

如果波能进入第二种介质, 则由于在两种介质中波速(指相速)不相同, 在分界面上要发生折射现象。如图 2.21 所示, 以 u_1, u_2 分别表示波在第一和第二种介质中的波速。仍如图 2.20, 设时刻 t 入射波波阵面 AB 到达图示位置。其后经过相等的时间此波阵面依次到达 E_1, E_2 和 C 点, 而在 $t + \Delta t$ 时, B 点到达 C 点。画出 $t + \Delta t$

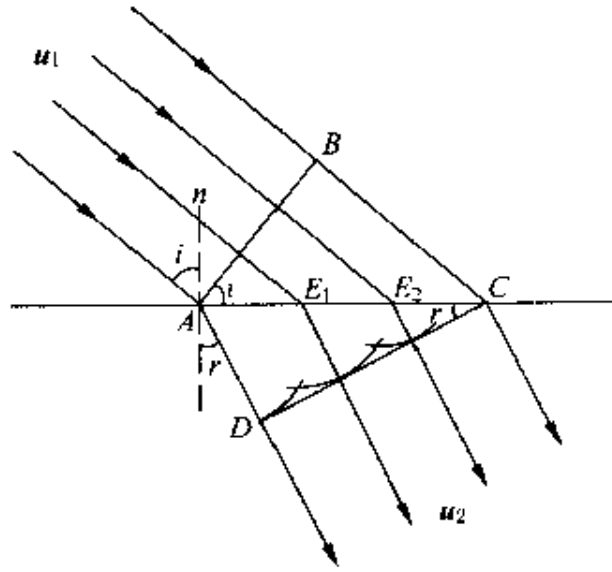


图 2.21 波的折射

时刻,从 A, E_1, E_2 发出的在第二种介质中的子波,子波半径分别为 $d, 2d/3, d/3$,但这里 $d = u_2 \Delta t$ 。这些子波的包迹也是与图面垂直的平面,它与图面的交线为 CD ,而且 $\Delta t = BC/u_1 = AD/u_2$ 。作垂直于此波阵面的直线,即得折射线。以 r 表示折射角,则有 $\angle ACD = r$ 。再以 i 表示入射角,则有 $\angle BAC = i$ 。由图中可明显地看出

$$BC = u_1 \Delta t = AC \sin i$$

$$AD = u_2 \Delta t = AC \sin r$$

两式相除得

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{u_1}{u_2} = n_{21} \quad (2.36)$$

比值 $n_{21} = u_1/u_2$ 称为第二种介质对于第一种介质的**相对折射率**,它对于给定的两种介质来说是常数。对于给定的两种介质,入射角的正弦与折射角的正弦之比等于常数,这就是**波的折射定律**。

反射定律和折射定律也用于说明光的反射和折射。历史上关于光的本性,曾有微粒说和波动说之争。二者对光的反射解释相似,但对折射的解释则有明显的不同:微粒说为解释折射定律,就需要认定折射率 $n_{21} = u_2/u_1$ 。因此,例如,水对空气的折射率大于

1, 所以光在水中的速度就应大于光在空气中的速度。波动说则相反, 按(2.36)式, 光在水中的速度应小于光在空气中的速度。孰是孰非要靠光速的实测结果来判定。1850年傅科首先测出了光在水中的速度, 证实了它比光在空气中的速度小。这就最后否定了原来的光的微粒说。

由(2.36)式可得

$$\sin r = \frac{u_2}{u_1} \sin i$$

如果 $u_2 > u_1$, 则当入射角 i 大于某一值时, 等式右侧的值将大于 1 而使折射角 r 无解。这时将没有折射线产生, 入射波将全部反射回原来的介质。这种现象叫**全反射**。产生全反射的最小入射角称为**临界角**。以 A 表示波从介质 1 射向介质 2 ($u_2 > u_1$) 时的临界角, 则由于相应的折射角为 90° , 所以由(2.36)式可得

$$\sin A = \frac{u_1}{u_2} = n_{21} \quad (2.37)$$

就光的折射现象来说, 两种介质相比, 在其中光速较大的介质叫光疏介质, 光速较小的介质叫光密介质。光由光密介质射向光疏介质时, 就会发生全反射现象。对于光从水中射向空气的情况, 由于空气对水的折射率为 $1/1.33$, 所以全反射临界角为

$$A = \arcsin \frac{1}{1.33} = 48.7^\circ$$

光的反射的一个重要实际应用是制造光纤, 它是现代光通信技术必不可少的材料。光可以沿着被称做光纤的玻璃细丝传播(图 2.22), 这是由于光纤表皮的折射率小于芯的折射率的缘故。(较详细介绍请参看“物理学与现代技术 I 光纤及其应用”。)

近 10 年发展起来的**导管 X 光学**也应用了全反射现象。由于对 X 光来说, 玻璃对真空的折射率小于 1, 所以 X 光从真空(或空气)射向玻璃表面时也会发生全反射现象。如果制成内表面非常光

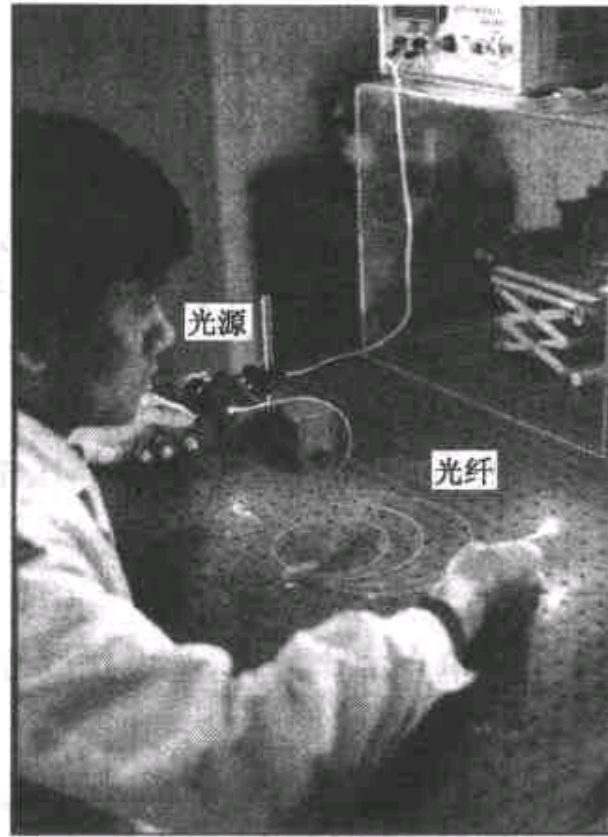


图 2.22 光沿着光纤传播

滑的空心玻璃管,使 X 光以大于临界角的入射角射入管内,则 X 光就可以沿导管传播。利用弯曲的导管就可以改变 X 光的传播方向。这种管子就成了 X 光导管。

X 光导管的一种重要实际应用是用毛细管束来做 X 光透镜。如图 2.23(a)所示的 X 光透镜可以将发散的 X 光束会聚成很小的束斑,以大大提高 X 光束的功率密度。如图

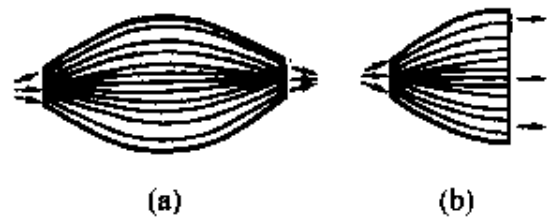


图 2.23 X 光透镜

2.23(b)所示的 X 光半透镜则可以把发散的 X 光束转化为平行光束。目前,X 光透镜已应用于 X 光荧光分析、X 光衍射分析、深亚微米 X 射线光刻、医疗诊断以及 X 光天文望远镜等领域。

2.7 波的叠加 驻波

观察和研究表明:几列波可以保持各自的特点(频率、波长、振幅、振动方向等)同时通过同一介质,好像在各自的传播过程中没有遇到其它波一样。因此,在几列波相遇或叠加的区域内,任一点的位移,为各个波单独在该点产生的位移的合成。这一关于波的传播的规律称为波的传播的**独立性**或**波的叠加原理**。

管弦乐队合奏或几个人同时讲话时,空气中同时传播着许多声波,但我们仍能够辨别出各种乐器的音调或各个人的声音,这就是波的独立性的例子。通常天空中同时有许多无线电波在传播,我们仍能随意接收到某一电台的广播,这是电磁波传播的独立性的例子。

当人们研究的波的强度越来越大时,发现波的叠加原理并不是普遍成立的,只有当波的强度较小时(在数学上,这表示为波动方程是线性的),它才正确。对于强度甚大的波,它就失效了。例如,强烈的爆炸声就有明显的相互影响。

几列波叠加可以产生许多独特的现象,驻波就是一例。在同一介质中两列频率、振动方向相同,而且振幅也相同的简谐波,在同一直线上沿相反方向传播时就叠加形成驻波。

设有两列简谐波,分别沿 x 轴正方向和负方向传播。它们的表达式为

$$y_1 = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

$$y_2 = A \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

其合成波为

$$y = y_1 + y_2 = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) + A \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

利用三角关系可以求出

$$y = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t \quad (2.38)$$

此式就是驻波的表达式。此式中 $\cos \omega t$ 表示简谐运动，而 $\left| 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right|$ 就是这简谐运动的振幅。这一函数不满足 $y(t + \Delta t, x + u\Delta t) = y(t, x)$ ，因此它不表示行波，只表示各点都在做简谐运动。各点的振动频率相同，就是原来的波的频率。但各点的振幅随位置的不同而不同。振幅最大的各点称为**波腹**，对应于使 $\left| \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right| = 1$ ，即 $\frac{2\pi}{\lambda} x = k\pi$ 的各点。因此波腹的位置为

$$x = k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

振幅为零的各点称为**波节**，对应于使 $\left| \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 0$ 即 $\frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ 的各点。因此波节的位置为

$$x = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

由以上二式可算出相邻的两个波节和相邻的两个波腹之间的距离都是 $\lambda/2$ 。这一点为我们提供了一种测定行波波长的方法，只要测出相邻两波节或波腹之间的距离就可以确定原来两列行波的波长 λ 。

(2.38)式中的振动因子为 $\cos \omega t$ ，但不能认为驻波中各点的振动的相都是相同的。因为系数 $2A \cos(2\pi/\lambda)x$ 在 x 的值不同时是有正有负的。把相邻两个波节之间的各点叫做一段，则由余弦函数的取值的规律可以知道， $\cos(2\pi/\lambda)x$ 的值对于同一段内的各点有相同的符号，对于分别在相邻两段内的两点则符号相反。以 $|2A \cos(2\pi/\lambda)x|$ 作为振幅，这种符号的相同或相反就表明，在驻波中，同一段上的各点的振动同相，而相邻两段中的各点的振动反

相。因此,驻波实际上就是分段振动现象。在驻波中,没有振动状态或相位的传播,也没有能量的传播,所以才称之为驻波。

图 2.24 画出了驻波形成的物理过程,其中点线表示向右传播的波,虚线表示向左传播的波,粗实线表示合成振动。图中各行依次表示 $t=0, T/8, T/4, 3T/8, T/2$ 各时刻各质点的分位移和合位移。在图中可看出波腹(a)和波节(n)的位置。

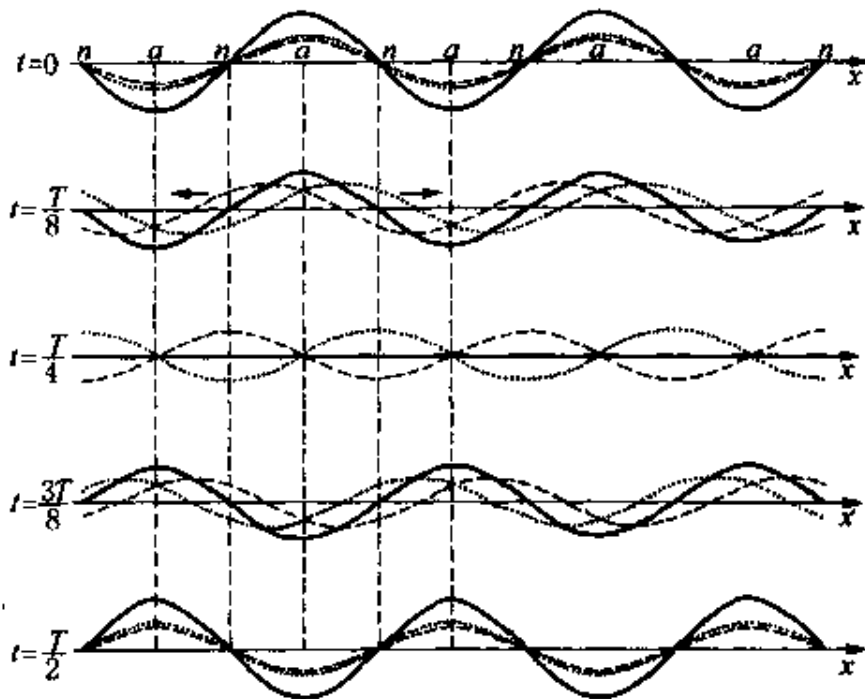


图 2.24 驻波的形成

图 2.25 为用电动音叉在绳上产生驻波的简图,波腹和波节的形象看得很清楚。这一驻波是由音叉在绳中引起的向右传播的波和在 B 点反射后向左传播的波合成的结果。改变拉紧绳的张力,就能改变波在绳上传播的速度。当这一速度和音叉的频率正好使得绳长为半波长的整数倍时,在绳上就能有驻波产生。

值得注意的是,在这一实验中,在反射点 B 处绳是固定不动的,因而此处只能是波节。从振动合成考虑,这意味着反射波与入射波的相在此处正好相反,或者说,入射波在反射时有 π 的相跃

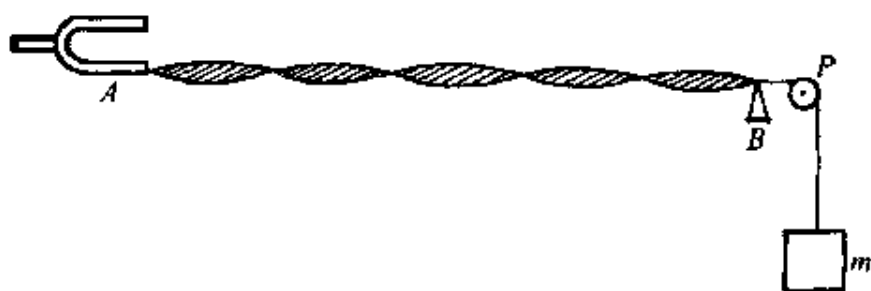


图 2.25 绳上的驻波

变。由于 π 的相跃变相当于波程差半个波长,所以这种入射波在反射时发生反相的现象也常称为**半波损失**。当波在自由端反射时,则没有相跃变,形成的驻波在此端将出现波腹。

一般情况下,入射波在两种介质分界面反射时是否发生半波损失,与波的种类、两种介质的性质以及入射角的大小有关。在垂直入射时,它由介质的密度和波速的乘积 ρu 决定。相对来讲, ρu 较大的介质称为**波密介质**, ρu 较小的称为**波疏介质**。当波从波疏介质垂直入射到波密介质界面上反射时,有半波损失,形成的驻波在界面处出现波节。反之,当波从波密介质垂直入射到波疏介质界面上反射时,无半波损失,界面处出现波腹。

驻波现象有许多实际的应用。例如将一根弦线的两端用一定的张力固定在相距 L 的两点间,当拨动弦线时,弦线中就产生来回的波,它们就合成而形成驻波。但并不是所有波长的波都能形成驻波。由于绳的两个端点固定不动,所以这两点必须是波节,因此驻波的波长必须满足下列条件:

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

以 λ_n 表示与某一 n 值对应的波长,则由上式可得容许的波长为

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (2.39)$$

这就是说能在弦线上形成驻波的波长值是不连续的,或者,用现代

物理的语言说,波长是“量子化”的。由关系式 $\nu = \frac{u}{\lambda}$ 可知,频率也是量子化的,相应的可能频率为

$$\nu_n = n \frac{u}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.40)$$

其中, $u = \sqrt{F/\rho_l}$ 为弦线中的波速。上式中的频率叫弦振动的**本征频率**,每一频率对应于一种可能的振动方式。频率由(2.40)式决定的振动方式,称为弦线振动的**简正模式**,其中最低频率 ν_1 称为**基频**,其它较高频率 ν_2, ν_3, \dots 等都是基频的**整数倍**,它们各以其对基频的倍数而称为二次、三次……**谐频**。图 2.26 中画出了频率为 ν_1, ν_2, ν_3 的三种简正模式。

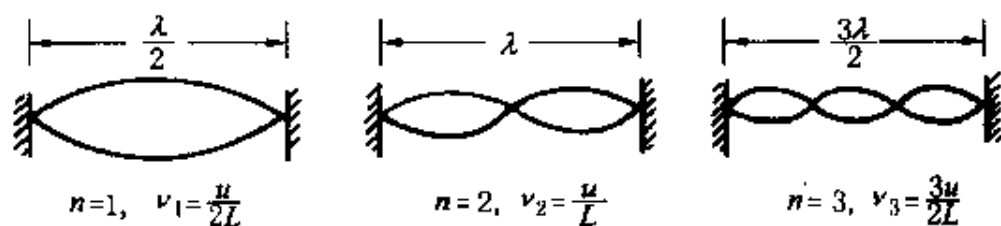


图 2.26 两端固定弦的几种简正模式

简正模式的频率称为系统的**固有频率**。如上所述,一个驻波系统有许多个固有频率。这和弹簧振子只有一个固有频率不同。

当外界驱动源以某一频率激起系统振动时,如果这一频率与系统的某个简正模式的频率相同(或相近),就会激起强驻波。这种现象也称为**共振**。用电动音叉演示驻波时,观察到的就是驻波共振现象。

系统究竟按哪种模式振动,取决于初始条件。一般情况下,一个驻波系统的振动,是它的各种简正模式的叠加。

弦乐器的发声就服从驻波的原理。当拨动弦线使它振动时,它发出的声音中就包含有各种频率。管乐器中的管内的空气柱、锣面、鼓皮等也都是驻波系统,它们振动时也同样各有其相应的简正模式和共振现象,但其简正模式要比弦的复杂得多。

乐器振动发声时,其音调由基频决定,同时发出的谐频的频率和强度决定声音的音色。

例 2.4 一只二胡的“千斤”(弦的上方固定点)和“码子”(弦的下方固定点)之间的距离是 $L=0.3\text{m}$ (图 2.27)。其上一根弦的质量线密度为 $\rho_l=3.8\times 10^{-4}\text{kg/m}$,拉紧它的张力 $F=9.4\text{N}$ 。求此弦所发的声音的基频是多少?此弦的三次谐频振动的节点在何处?

解 此弦中产生的驻波的基频为

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \frac{u}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\rho_l}} \\ &= \frac{1}{2 \times 0.3} \sqrt{\frac{9.4}{3.8 \times 10^{-4}}} = 262 \text{ (Hz)} \end{aligned}$$

这就是它发出的声波的基频,是“C”调。三次谐频振动时,整个弦长为 $\frac{1}{2}\lambda_3$ 的三倍。因此,从“千斤”算起,节点应在 0,10,20,30cm 处。

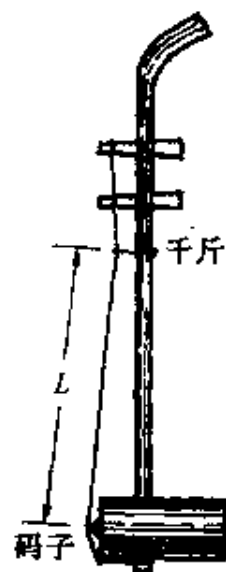


图 2.27 二胡

2.8 声 波

声波是机械纵波。频率在 20Hz 到 20000Hz 之间的声波,能引起人的听觉,称为可闻声波,也简称声波。频率低于 20Hz 的叫做次声波,高于 20000Hz 的叫做超声波。

介质中有声波传播时的压力与无声波时的静压力之间有一差额,这一差额称为声压。声波是疏密波,在稀疏区域,实际压力小于原来静压力,声压为负值;在稠密区域,实际压力大于原来静压力,声压为正值。它的表示式可如下求得。

把表示体积弹性形变的公式即(2.17)式

$$\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$$

应用于介质的一个小质元,则 Δp 就表示声压。对平面简谐声波来

讲,体应变 $\Delta V/V$ 也等于 $\partial y/\partial x$ 。以 p 表示声压,则有

$$p = -\frac{\partial y}{\partial x} = -K \frac{\omega}{u} A \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

由于纵波波速即声速 $u = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ (见(2.23)式),所以上式又可改写为

$$p = -\rho u \omega A \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

而声压的振幅为

$$p_m = \rho u A \omega \quad (2.41)$$

声强就是声波的平均能流密度,根据(2.32)式,声强为

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \rho u A^2 \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho u} \end{aligned} \quad (2.42)$$

由此式可知,声强与频率的平方、振幅的平方成正比。

引起人的听觉的声波,不仅有一定的频率范围,还有一定的声强范围。能够引起人的听觉的声强范围大约为 $10^{-12} \sim 1 \text{ W/m}^2$ 。声强太小,不能引起听觉;声强太大,将引起痛觉。

由于可闻声强的数量级相差悬殊,通常用**声强级**来描述声波的强弱。规定声强 $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ 作为测定声强的标准,某一声强 I 的声强级用 L 表示:

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \quad (2.43)$$

声强级 L 的单位名称为贝[尔],符号为 B。通常用分贝(dB)为单位, $1\text{B} = 10\text{dB}$ 。这样(2.43)式可表示为

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \quad (\text{dB}) \quad (2.44)$$

声音响度是人对声音强度的主观感觉,它与声强级有一定的

关系,声强级越大,人感觉越响。表 2.3 给出了常遇到的一些声音的声强级。

表 2.3 几种声音的声强、声强级和响度

声 源	声强/(W/m ²)	声强级/dB	响 度
聚焦超声波	10 ⁹	210	
炮声	1	120	
痛觉阈	1	120	
铆钉机	10 ⁻²	100	震耳
闹市车声	10 ⁻⁵	70	响
通常谈话	10 ⁻⁶	60	正常
室内轻声收音机	10 ⁻⁸	40	较轻
耳语	10 ⁻¹⁰	20	轻
树叶沙沙声	10 ⁻¹¹	10	极轻
听觉	10 ⁻¹²	0	

例 2.5 《三国演义》中有大将张飞喝断当阳桥的故事。设张飞大喝一声声强级为 140dB,频率为 400Hz。

(1) 张飞喝声的声压幅和振幅各是多少?

(2) 如果一个士兵的喝声声强级为 90dB,张飞一喝相当于多少士兵同时大喝一声?

解 (1) 由(2.44)式,以 I 表示张飞喝声的声强,则

$$140 = 10 \lg \frac{I}{I_0}$$

由此得

$$I = I_0 \times 10^{14} = 10^{-12} \times 10^{14} = 100 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

由(2.42)式,张飞喝声的声压幅为

$$p_m = \sqrt{2\rho u I} = \sqrt{2 \times 1.29 \times 340 \times 100} = 3.0 \times 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

由(2.32)式,空气质元的振幅为

$$A = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2I}{\rho u}} = \frac{1}{2\pi \times 400} \sqrt{\frac{2 \times 100}{1.29 \times 340}} = 2.7 \times 10^{-4} \text{ (m)}$$

(2) 由(2.44)式,以 I_1 表示每一士兵喝声的声强,则

$$I_1 = I_0 \times 10^9 = 10^{-12} \times 10^9 = 10^{-3} \text{ (W/m}^2\text{)}$$

而

$$\frac{I}{I_1} = \frac{100}{10^{-3}} = 10^5$$

即张飞一喝相当于10万士兵同时齐声大喝。

声波是由振动的弦线(如提琴弦线、人的声带等)、振动的空气柱(如风琴管、单簧管等)、振动的板与振动的膜(如鼓、扬声器等)等产生的机械波。近似周期性或者由少数几个近似周期性的波合成的声波,如果强度不太大时会引起愉快悦耳的乐音。波形不是周期性的或者是由个数很多的一些周期波合成的声波,听起来是噪音。

超声波

超声波一般由具有磁致伸缩或压电效应的晶体的振动产生。它的显著特点是频率高,波长短,衍射不严重,因而具有良好的定向传播特性,而且易于聚焦。也由于其频率高,因而超声波的声强比一般声波大得多,用聚焦的方法,可以获得声强高达 10^9 W/m^2 的超声波;超声波穿透本领很大,特别是在液体、固体中传播时,衰减很小。在不透明的固体中,能穿透几十米的厚度。超声波的这些特性,在技术上得到广泛的应用。

利用超声波的定向发射性质,可以探测水中物体,如探测鱼群、潜艇等,也可用来测量海深。由于海水的导电性良好,电磁波在海水中传播时,吸收非常严重,因而电磁雷达无法使用。利用声波雷达——声纳,可以探测出潜艇的方位和距离。

因为超声波碰到杂质或介质分界面时有显著的反射,所以可以用来探测工件内部的缺陷。超声探伤的优点是不伤损工件,而且由于穿透力强,因而可以探测大型工件,如用于探测万吨水压机的主轴和横梁等。此外,在医学上可以用来探测人体内部的病变,如“B超”仪就是利用超声波来显示人体内部结构的图象。

目前超声探伤正向着显象方向发展,如用声电管把声信号转换成电信号,再用显象管显示出目的物的象来。随着激光全息技术的发展,声全息也日

益发展起来。把声全息记录的信息再用光显示出来,可直接看到被测物体的图象。声全息在地质、医学等领域有着重要的意义。

由于超声波能量大而且集中,所以也可以用来切削、焊接、钻孔、清洗机件,还可以用来处理种子和促进化学反应等。

超声波在介质中的传播特性,如波速、衰减、吸收等与介质的某些特性(如弹性模量、浓度、密度、化学成分、粘度等)或状态参量(如温度、压力、流速等)密切有关,利用这些特性可以间接测量其它有关物理量。这种非声量的声测法具有测量精度高、速度快等优点。

由于超声波的频率与一般无线电波的频率相近,因此利用超声元件代替某些电子元件,可以起到电子元件难于起到的作用。超声延迟线就是其中一例。因为超声波在介质中的传播速度比起电磁波小得多,用超声波延迟时间就方便得多。

次声波

次声波又称亚声波,一般指频率在 $10^{-1} \sim 20\text{Hz}$ 之间的机械波,人耳听不到。它与地球、海洋和大气等的大规模运动有密切关系。例如火山爆发、地震、陨石落地、大气湍流、雷暴、磁暴等自然活动中,都有次声波产生,因此已成为研究地球、海洋、大气等大规模运动的有力工具。

次声波频率低,衰减极小,具有远距离传播的突出优点。在大气中传播几千公里后,吸收还不到万分之几分贝。因此对它的研究和应用受到越来越多的重视,已形成现代声学的一个新的分支——次声学。

* 2.9 地震波

地震是一种严重的自然灾害,它起源于地壳内岩层的突然破裂。一年内全球大概发生约百万次地震,但绝大多数不能被人感知而只能由地震仪记录到,只有少数(几十次)造成或大或小的灾难。

发生岩层破裂的震源一般在地表下几千米到几百千米的地方,震源正上方地表的那一点叫震中。从震源和震中发出的地震波在地球内部有两种形式:纵波和横波,它们被地震学家分别称为

P 波(首波)和 S 波(次波)。 P 波的传播速度从地壳内的 5km/s 到地幔深处的 14km/s 。 S 波的速度较小,约 $3\sim 8\text{km/s}$ 。两种波速的区别被用来计算震源的位置。 P 波和 S 波传到地球表面时会发生反射,反射时会产生沿地表传播的**表面波**。表面波也有两种形式。一种是扭曲波,使地表发生扭曲。另一种使地表上下波动,就像大洋面上的水波那样。 P 波、 S 波以及表面波的到达都可以用地震仪在不同时刻记录下来(图 2.28)。

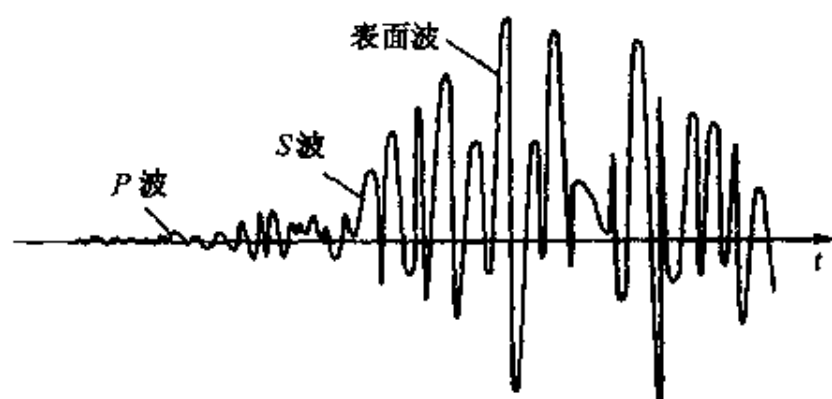


图 2.28 地震波的记录

世界上最早的地震仪是公元 132 年汉代张衡创制的“候风地动仪”(图 2.29)。它是一个形似酒樽的容器,内部正中立有一根上粗下细的“都柱”。樽的外表对称地装有八条龙。龙头朝下,口内各

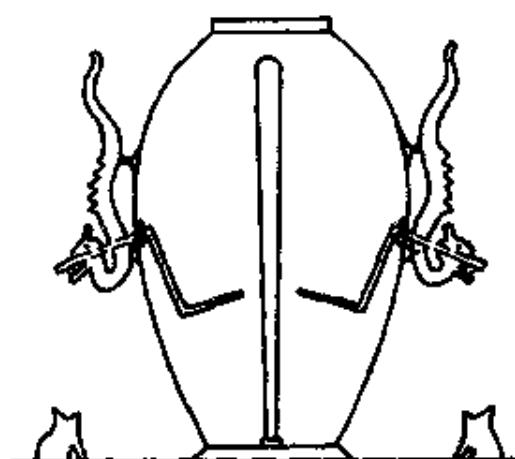


图 2.29 候风地动仪纵切面图

含一颗铜丸。龙口上颌是活动的,通过曲杠杆和樽内都柱接触,平时都柱平衡直立。一旦有地震波从某方传来,都柱就会倒向此方,压下曲杠杆而打开龙口,龙口内铜丸即下落到正下方的蛙口中。唧一声就告诉看守人地震的发生以及震源的方向。这种地震仪在西方迟至 1500 多年才见到。

地震波的振幅可以大到几米(例如 1976 年唐山大地震地表起伏可达 1 米多),因而能造成巨大灾害。一次强地震所释放的能量可以达到 $10^{17} \sim 10^{18} \text{J}$ 。一次地震释放的能量 E 通常用里氏地震级 M 表示,它们之间的关系是

$$M = 0.67 \lg E - 2.9 \quad (2.45)$$

例如,一次里氏 7 级地震释放的能量约为 10^{15}J ,这大约相当于百万吨级氢弹爆炸所放出的能量。

地震波中的 P 波可以在固体和液体中传播,而 S 波则只能在固体中传播(因为液体不可能发生切变),它们又都能在固体和液体界面处反射或折射。因此,对地震波的详细分析可以推知它们传播所经过的介质分布情况。目前对地球内部结构的认识几乎全

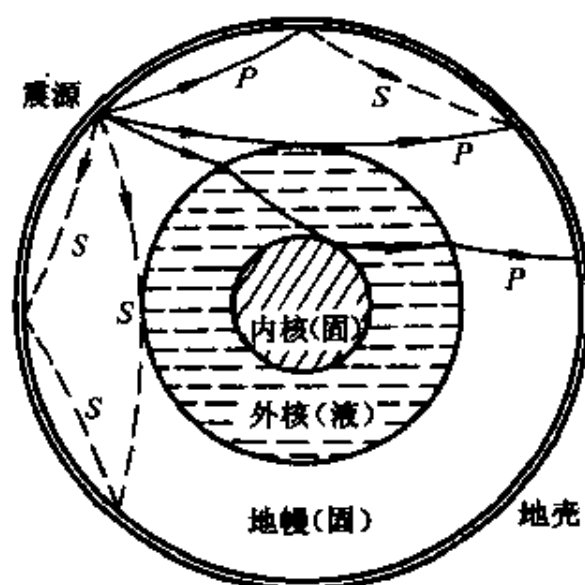


图 2.30 地震波与地球内部结构

部来自对地震波的分析(图 2.30)。人造地震可以帮助了解地壳内地层的分布,它是石油和天然气勘探的一种重要手段。此外,对地震波的分析也是检测地下核试验的一种可靠方法。

* 2.10 水 波

水波是一种常见的波,从“风乍起,吹皱一池春水”的涟漪,到飓风引起的海面上的惊涛骇浪。形成水波的恢复力不是弹性力,而是水的表面张力和重力。微风拂过,水面形成的涟漪细波主要是表面张力作用的结果。这种波叫**表面张力波**,它的波长很短,一般不大于几厘米。海面上飓风劲吹产生的大波或洋底地震引起的海啸,波长为几米、几百米甚至几百千米。这种巨浪振荡的恢复力主要是重力。这种波叫**重力波**。下面只简要介绍有较重要实际意义的重力波。

水有深浅之别。对水波来说,深浅是相对于水波波长来说的。水的深度 h 较波长 λ 为甚小时为浅水。研究指出,浅水面上水波波速 u 和波长无关,只由深度决定,其关系为

$$u = \sqrt{gh} \quad (h \ll \lambda) \quad (2.46)$$

例如,由洋底地震引起的海啸的波长一般为 100~400km。太平洋的平均深度为 4.3km,对海啸来说,太平洋算是浅水,因此海啸在太平洋上的传播速度就是

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{9.8 \times 4.3 \times 10^3} \\ &= 205 \text{ (m/s)} = 740 \text{ (km/h)} \end{aligned}$$

这大约等于现今大型喷气式客机的飞行速度!

值得注意的是,海啸波在开阔的大洋表面的浪高(从谷底到峰尖的高度差)不过 1m 左右,不甚显眼。但随着向海岸传播,由(2.46)式决定的波速越来越小,前面的波越来越慢,后浪赶前浪,浪头就越集越高,可达几十米,形成排山倒海巨浪拍岸的壮观场

面。这对沿岸设施可能造成巨大的损害。

对于深水,即 $h \gg \lambda$ 的情况,研究指出,水面波的波速和波长有关,其关系式^①为

$$u = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad (h \gg \lambda) \quad (2.47)$$

不管浅水波和深水波,表面上水的质元的运动并不是上下的简谐运动而是圆周运动。水面下水的质元的运动是椭圆运动,越深运动范围越小(图2.31)。这样,水波的波形图线并不是正弦曲线,

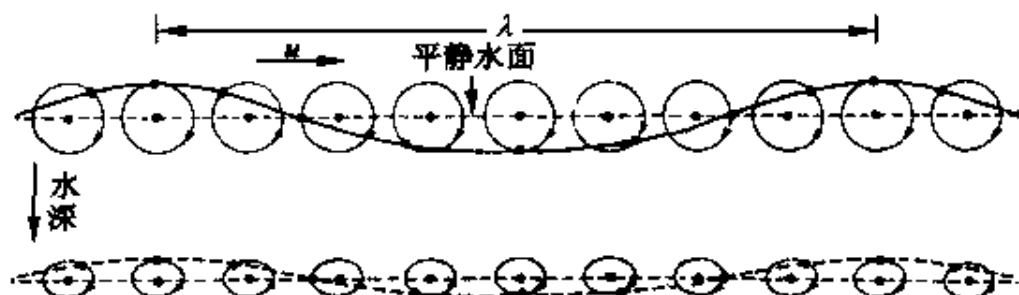


图 2.31 水波中水的质元的运动

① 液体表面波速的一般公式为

$$u = \sqrt{\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}\right) \tanh \frac{2\pi h}{\lambda}} \quad (2.48)$$

式中 σ 为液体表面张力系数, ρ 为液体密度, h 为水深, 当 $h \gg \lambda$ 时, $\tanh \frac{2\pi h}{\lambda} \approx 1$, 上式给出

$$u = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}$$

此式中, 当 λ 足够大时, 忽略根号下第二项, 即得(2.47)式的深水重力波公式。当 λ 足够小时, 即得表面张力波波速公式 $u = \sqrt{2\pi\sigma/\rho\lambda}$ 。

当 $h \ll \lambda$ 时, $\tanh \frac{2\pi h}{\lambda} \approx \frac{2\pi h}{\lambda}$, (2.48) 式给出 $u = \sqrt{gh + \frac{4\pi^2\sigma h}{\rho\lambda^2}}$ 。由于 $\lambda \gg h$, 根号下第二项可以忽略, 于是就得浅水重力波公式(2.46)式。

而是如常看到的谷宽峰尖的形状(图 2.32(a))。浪高太大(经验指出,大于波长的 $1/7$)时,峰尖就要崩碎(图 2.32(b)),形成白浪滔天的景观。



图 2.32 海面波的波形

(a) 浪高较小; (b) 浪高较大

海浪具有很大的能量,可以掀翻船只造成灾难,但也可以加以利用,现在已设计制造了波浪发电机供海上航标用电。

2.11 多普勒效应

在前面的讨论中,波源和接收器相对于介质都是静止的,所以波的频率和波源的频率相同,接收器接收到的频率和波的频率相同,也和波源的频率相同。如果波源或接收器或两者相对于介质运动,则发现接收器接收到的频率和波源的振动频率不同。这种接收器接收到的频率有赖于波源或观察者运动的现象,称为多普勒效应。例如,当高速行驶的火车鸣笛而来时,我们听到的汽笛音调变高,当它鸣笛离去时,我们听到的音调变低,这种现象是声学的多普勒效应。本节讨论这一效应的规律。为简单起见,假定波源和接收器在同一直线上运动。波源相对于介质的运动速度用 v_s 表示,接收器相对于介质的运动速度用 v_r 表示,波速用 u 表示。波源的频率、接收器接收到的频率和波的频率分别用 ν_s , ν_r 和 ν 表示。在此处,三者的意义应区别清楚:波源的频率 ν_s 是波源在单位时间内振动的次数,或在单位时间内发出的“完整波”的个数;接收器接收到的频率 ν_r 是接收器在单位时间内接收到的振动数或完整波

数; 波的频率 ν 是介质质元在单位时间内振动的次数或单位时间内通过介质中某点的完整波的个数, 它等于波速 u 除以波长 λ 。这三个频率可能互不相同。下面分几种情况讨论。

(1) 相对于介质波源不动, 接收器以速度 v_R 运动(图 2.33)

若接收器向着静止的波源运动, 接收器在单位时间内接收到的完整波的数目比它静止时接收的多。因为波源发出的波以速度 u 向着接收器传播, 同时接收器以速度 v_R 向着静止的波源运动, 因而多接收了一些完整波数。在单位时间内接收器接收到的完整波的数目等于分布在 $u + v_R$ 距离内波的数目(见图 2.33), 即

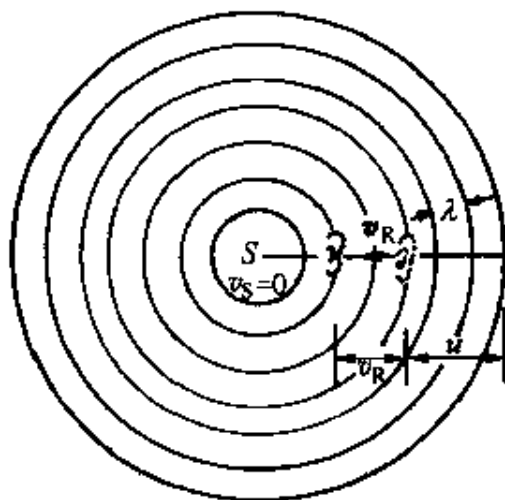


图 2.33 波源静止时的多普勒效应

$$\nu_R = \frac{u + v_R}{\lambda} = \frac{u + v_R}{\frac{u}{\nu}} = \frac{u + v_R}{u} \nu$$

此式中的 ν 是波的频率。由于波源在介质中静止, 所以波的频率就等于波源的频率, 因此有

$$\nu_R = \frac{u + v_R}{u} \nu_s \quad (2.49)$$

这表明, 当接收器向着静止波源运动时, 接收到的频率为波源频率的 $(1 + v_R/u)$ 倍。

当接收器离开波源运动时, 通过类似的分析, 可求得接收器接收到的频率为

$$\nu_R = \frac{u - v_R}{u} \nu_s \quad (2.50)$$

即此时接收到的频率低于波源的频率。

(2) 相对于介质接收器不动,波源以速度 v_s 运动(图 2.34(a))。

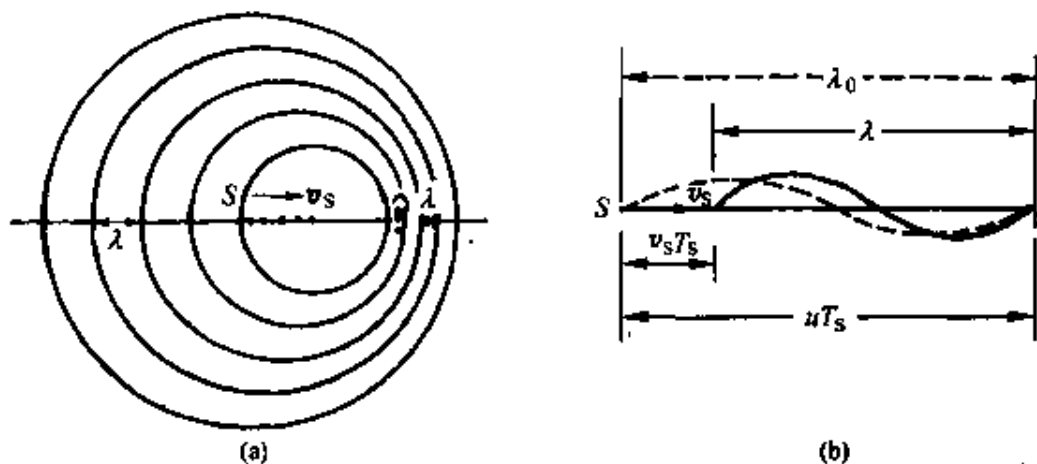


图 2.34 波源运动时的多普勒效应

波源运动时,波的频率不再等于波源的频率。这是由于当波源运动时,它所发出的相邻的两个同相振动状态是在不同地点发出的,这两个地点相隔的距离为 $v_s T_s$, T_s 为波源的周期。如果波源是向着接收器运动的,这后一地点到前方最近的同相点之间的距离是现在介质中的波长。若波源静止时介质中的波长为 λ_0 ($\lambda_0 = u T_s$),则现在介质中的波长为(见图 2.34(b))

$$\lambda = \lambda_0 - v_s T_s = (u - v_s) T_s = \frac{u - v_s}{\nu_s}$$

现时波的频率为

$$\nu = \frac{u}{\lambda} = \frac{u}{u - v_s} \nu_s$$

由于接收器静止,所以它接收到的频率就是波的频率,即

$$\nu_R = \frac{u}{u - v_s} \nu_s \quad (2.51)$$

此时接收器接收到的频率大于波源的频率。

当波源远离接收器运动时,通过类似的分析,可得接收器接收到的频率为

$$\nu_R = \frac{u}{u + v_s} \nu_s \quad (2.52)$$

这时接收器接收到的频率小于波源的频率。

(3) 相对于介质波源和接收器同时运动

综合以上两种分析,可得当波源和接收器相向运动时,接收器接收到的频率为

$$\nu_R = \frac{u + v_R}{u - v_S} \nu_S \quad (2.53)$$

当波源和接收器彼此离开时,接收器接收到的频率为

$$\nu_R = \frac{u - v_R}{u + v_S} \nu_S \quad (2.54)$$

电磁波(如光)也有多普勒现象。和声不同的是,电磁波的传播不需要什么介质,因此只是光源和接收器的相对速度 v 决定接收的频率。可以用相对论证明,当光源和接收器在同一直线上运动时,如果二者相互接近,则

$$\nu_R = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} \nu_S \quad (2.55a)$$

如果二者相互远离,则

$$\nu_R = \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \nu_S \quad (2.55b)$$

由此可知,当光源远离接收器运动时,接收到的频率变小,因而波长变长,这种现象叫做“红移”,即在可见光谱中移向红色一端。

天文学家将来自星球的光谱与地球上相同元素的光谱比较,发现星球光谱几乎都发生红移,这说明星体都正在远离地球向四面飞去。这一观察结果被“大爆炸”的宇宙学理论的倡导者视为其理论的重要证据。

电磁波的多普勒效应还为跟踪人造地球卫星提供了一种简便的方法。在图 2.35 中,卫星从位置 1 运动到位置 2 的过程中,向着跟踪站的速度分量减小,在从位置 2 到位置 3 的过程中,离开跟踪站的速度分量增加。因此如果卫星不断发射恒定频率的无线电信

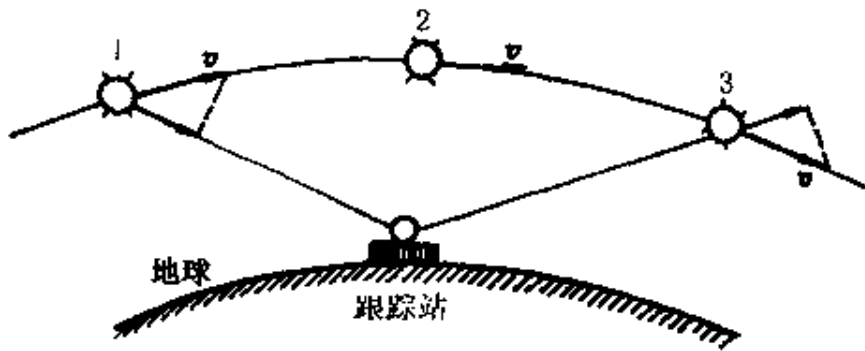


图 2.35 卫星—跟踪站连线方向上分速度的变化

号, 则当卫星经过跟踪站上空时, 地面接收到的信号频率是逐渐减小的。如果把接收到的信号与接收站另外产生的恒定信号合成拍, 则拍频可以产生一个听得见的声音。卫星经过上空时, 这种声音的音调降低。

上面讲过, 当波源向着接收器运动时, 接收器接收到的频率比波源的频率大, 它的值由(2.51)式给出。但这一公式当波源的速度 v_s 超过波速时将失去意义, 因为这时在任一时刻波源本身将超过它此前发出的波的波前, 在波源前方不可能有任何波动产生。这种情况如图 2.36 所示。

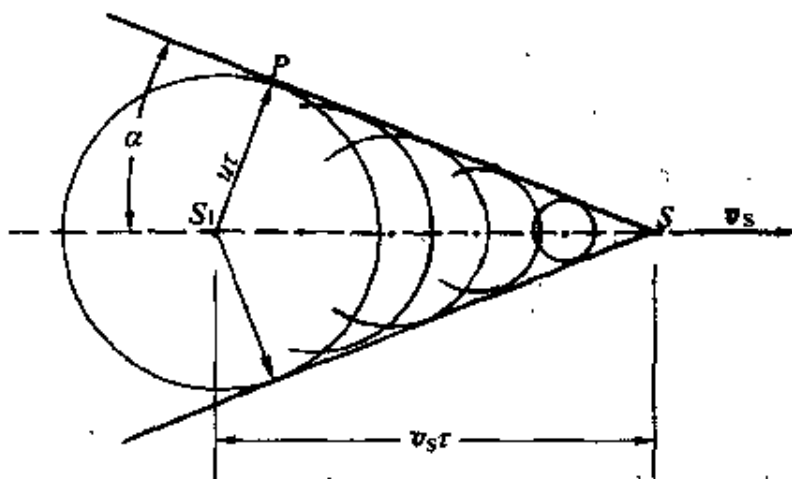


图 2.36 冲击波的产生

当波源经过 S_1 位置时发出的波在其后 τ 时刻的波阵面为半径等于 $u\tau$ 的球面,但此时刻波源已前进了 $v_s\tau$ 的距离到达 S 位置。在整个 τ 时间内,波源发出的波到达的前沿形成了一个圆锥面,这个圆锥面叫**马赫锥**,其半顶角 α 由下式决定:

$$\sin\alpha = \frac{u}{v_s} \quad (2.56)$$

当飞机、炮弹等以超音速飞行时,都会在空气中激起这种圆锥形的波。这种波称为**冲击波**。冲击波面到达的地方,空气压强突然增大。过强的冲击波掠过物体时甚至会造成损害(如使窗玻璃碎裂),这种现象称为**声爆**。

类似的现象在水波中也可以看到。当船速超过水面上的水波波速时,在船后就激起以船为顶端的 V 形波,这种波叫**艏波**(图 2.37)。

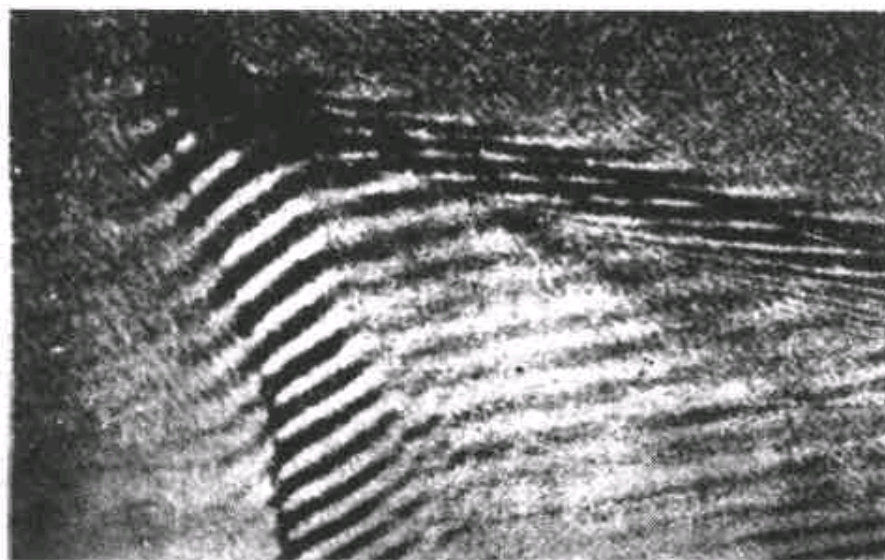


图 2.37 艏波

当带电粒子在介质中运动,其速度超过该介质中的光速(这光速小于真空中的光速 c)时,会辐射锥形的电磁波,这种辐射称为**切连科夫辐射**。高能物理实验中利用这种现象来测定粒子的速度。

例 2.6 一警笛发射频率为 1500Hz 的声波,并以 22m/s 的速度向某方

向运动,一人以 6m/s 的速度跟踪其后,求他听到的警笛发出声音的频率以及在警笛后方空气中声波的波长。设没有风,空气中声速 $u=330\text{m/s}$ 。

解 已知 $\nu_s=1500\text{Hz}$, $v_s=22\text{m/s}$, $v_R=6\text{m/s}$, 则此人听到的警笛发出的声音的频率为

$$\nu_R = \frac{u + v_R}{u + v_s} \nu_s = \frac{330 + 6}{330 + 22} \times 1500 = 1432 \text{ (Hz)}$$

警笛后方空气中声波的频率

$$\nu = \frac{u}{u + v_s} \nu_s = \frac{330}{330 + 22} \times 1500 = 1406 \text{ (Hz)}$$

相应的空气中声波波长为

$$\lambda = \frac{u}{\nu} = \frac{u + v_s}{\nu_s} = \frac{330 + 22}{1500} = 0.23 \text{ (m)}$$

应该注意,警笛后方空气中声波的频率并不等于警笛后方的人接收到的频率,这是因为人向着声源跑去时,又多接收了一些完整波的缘故。

* 2.12 行波的叠加和群速度

和振动的合成类似,几个频率相同,波速相同,振动方向相同的简谐波叠加后,合成波仍然是简谐波。但是,不同频率的简谐波叠加后,合成波就不再是简谐波了,一般比较复杂,故称为复波。介质中有复波产生时,各质元的运动不再是简谐运动,波形图也不再是余弦曲线。图 2.38 画出了两个复波的波形图(实曲线)。它们都是频率比为 3:1 的两列简谐波的合成,只是图(a)中两波的相差和图(b)中两波的相差不同。图 2.39 是振幅相等、频率相近的两列简谐波合成的复波的波形图,它实际上表示了振动合成中的拍现象。

与几列简谐波可以合成为复波相反,一列任意的波,周期性的甚至非周期性的,如一个脉冲波,都可以分解为许多简谐波。这一分解所用的数学方法也是傅里叶分析。

简谐波在介质中的传播速度,即相速度,和介质的种类有关。

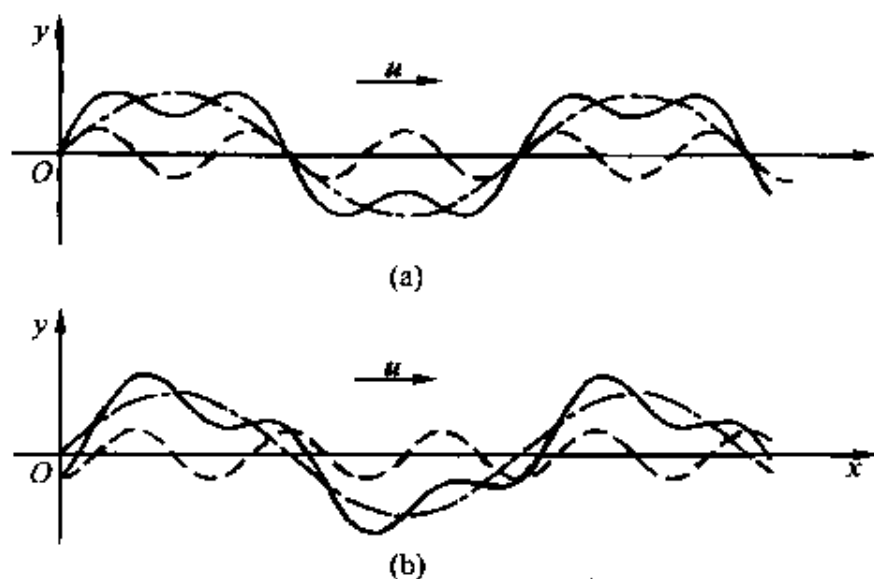


图 2.38 频率比为 3 : 1 的两列简谐波的合成

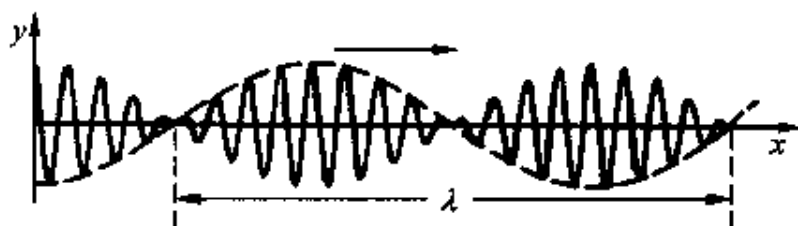


图 2.39 频率相近的两列余弦波的合成波

在有些介质中,不同频率的简谐波的相速度都一样。这种介质叫**无色散介质**。在有些介质中,相速度随频率的不同而改变。这种媒质叫**色散介质**。在无色散介质中,不同频率的简谐波具有相同的传播速度,因而合成的复波也以同样的速度传播,而且在传播过程中波形保持不变。在色散介质中,情况则不同。由于各成分波的相速度不同,因而合成的复波的传播呈现复杂的情况。下面就两列沿同一方向传播的,振幅相同、频率相近而且相速度差别不大的两列简谐波的合成作一说明。

设有两列沿 x 轴正向传播的简谐波,其波函数分别为

$$y_1 = A \cos(\omega_1 t - k_1 x)$$

$$y_2 = A \cos(\omega_2 t - k_2 x)$$

式中 $k_1 = \frac{\omega_1}{u_1}$, $k_2 = \frac{\omega_2}{u_2}$ 分别为两列波的角波数, 而 u_1 和 u_2 是它们的相速度。这两列波的合成波为

$$\begin{aligned}
 y &= y_1 + y_2 \\
 &= 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t - \frac{k_1 - k_2}{2}x\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t - \frac{k_1 + k_2}{2}x\right)
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

令

$$\begin{aligned}
 \bar{\omega} &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, & \bar{k} &= \frac{k_1 + k_2}{2} \\
 \omega_g &= \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}, & k_g &= \frac{k_1 - k_2}{2} \\
 A_g &= 2A \cos(\omega_g t - k_g x)
 \end{aligned}$$

则(2.57)式可写为

$$\begin{aligned}
 y &= 2A \cos(\omega_g t - k_g x) \cos(\bar{\omega} t - \bar{k} x) \\
 &= A_g \cos(\bar{\omega} t - \bar{k} x)
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

由于 ω_1 和 ω_2 很相近, 所以 $\omega_g = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \ll \omega_1$ 或 ω_2 , 而 $\bar{\omega} \approx \omega_1$ 或 ω_2 。

又由于相速度 u_1 和 u_2 差别不大, 所以 $k_g = \frac{k_1 - k_2}{2} \ll k_1$ 或 k_2 , 而 $\bar{k} \approx k_1$ 或 k_2 。这样, 由(2.58)式所表示的合成波就可看成是振幅 A_g 以频率 ω_g 缓慢变化着而各质元以频率 $\bar{\omega}$ 迅速振动着的波。合成波的波形曲线也如图 2.39 所示, 实线表示高频振动传播的波形, 虚线表示振幅变化的波形。质元振动的相为 $(\bar{\omega} t - \bar{k} x)$, 也就是合成波的相。认准某一确定的相, 即令 $(\bar{\omega} t - \bar{k} x) = \text{常量}$, 可求得复波的相速度为

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{\bar{\omega}}{\bar{k}} \tag{2.59}$$

如果忽略两成分波的相速度的差别, 这一相速度也就等于成分波的相速度。

由于振幅的变化, 合成波显现为一团一团振动向前传播。这样

的一团叫一个波群或波包。波群的运动就由(2.58)式中的 A_g 表示。波群的运动速度叫群速度,它可以通过令 $(\omega_g t - k_g x) = \text{常量}$ 求得。以 u_g 表示群速度,则

$$u_g = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega_g}{k_g} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

在色散介质中 ω 随 k 连续变化而频差很小时,可用 $\frac{d\omega}{dk}$ 代替 $\frac{\Delta\omega}{\Delta k}$, 于是

$$u_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (2.60)$$

利用 $u = \omega/k = \nu\lambda$ 和 $k = 2\pi/\lambda$ 的关系,还可以把上式改写为

$$u_g = u - \lambda \frac{du}{d\lambda} \quad (2.61)$$

对于无色散介质,相速度 u 与频率无关,即为常量, ω 与 k 成正比,于是

$$u_g = \frac{d\omega}{dk} = u$$

即群速度等于相速度。对于色散介质,群速度和相速度可能有很大差别。

信号和能量随着复波传播,其传播的速度就是波包移动的速度,即群速度。理想的简谐波在无限长的时间内始终以同一振幅振动,并不传播信号和能量,和它相对应的相速度 u 只表示简谐波中各点相位之间的关系,并不是信号和能量的传播速度。

图 2.39 表示的由波包组成的复波,只是在无色散或色散不大的介质中传播的情形。这种情况下,波包具有稳定的形状。如果介质的色散(即 $dv/d\lambda$)较大,则由于各成分波的相速的显著差异,波包在传播过程中会逐渐摊平,拉开以致最终弥散消失。这种情况下,群速度的概念也就失去意义了。

例 2.7 试利用(2.47)式计算深水水面波的群速度。

解 深水水面波的相速度公式即(2.47)式为

$$u = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

代入(2.61)式可得

$$u_g = u - \lambda \frac{du}{d\lambda} = u - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = \frac{u}{2}$$

即群速度仅为相速度的一半。

2.13 孤 子

上一节讲了在色散介质中波的叠加会形成波包。在那里介质虽然是色散的(即相速度和频率或波长有关),但也是线性的(即相速度与振幅无关)。这种线性关系也是上一节利用叠加原理的根据。上一节也指出了,在线性介质中形成波包,一般并不稳定,会在传播过程中逐渐弥散消失。如果介质是非线性的,则有可能形成一种不弥散的波包——孤立波。

早在1834年,英国的一位造船工程师 S. Russel 正骑马沿运河行进,发现河内一只船突然停止时,它的前方水面上形成了一个光滑而轮廓清晰的大鼓包沿运河向前推进。他一直跟踪观察,发现这一鼓包保持着约30ft(英尺,1ft \approx 0.3m)长和1~1.5ft高的形状一直前进了约1mile(英里,1mile \approx 1609.3m)的距离才在运河的拐弯处消失了。这种形状保持不变的鼓包向前传播的现象现在称做孤立波。

1895年两位德国科学家 Korteweg 和 de Vries 对孤立波的形成作出了合理的解释,认为它是介质的色散效应和非线性效应共同起作用的结果。他们设计了一个数学模型,取介质中的波动方程为

$$\frac{\partial y}{\partial t} - 6y \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0 \quad (2.62)$$

这一方程现在就叫 KdV 方程, 它的一个特解是

$$y = -\frac{u}{2} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{\sqrt{u}}{2} (x - ut) \right] \quad (2.63)$$

这个波的波形就是一个波包(图 2.40), 它以恒定速度 u 向前传播, 其振幅 $u/2$ 为定值(注意这里显示出了速度和振幅有关的非线性效应)。(2.63)式就是一种孤立波的数学表示式。

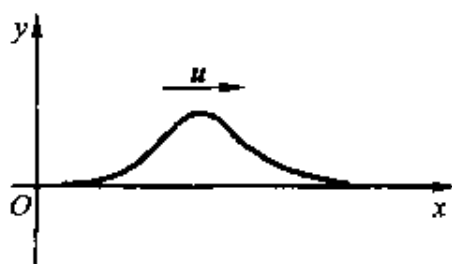


图 2.40 孤立波的波形

就物理原因来说, (2.62)式中的第三项表示介质的色散作用, 因而叫做**色散项**。它使波包弥散。

(2.62)式中第二项叫**非线性项**。它的作用是使波包能量重新分配从而使频率扩展, 空间坐标收缩, 波包被压挤, 如果这两种相反的效应相互抵消, 就会形成形状不变的孤立波。由(2.63)式表示的“单孤子”就是这样形成的。

(2.62)式还有其它特解, 其中的“双孤子解”说明孤立波的一个重要特征, 即碰撞不变性: 两个孤子在传播过程中相遇, 碰撞后各自的波形和速度都不变。如图 2.41 所示, 振幅一大一小的两个

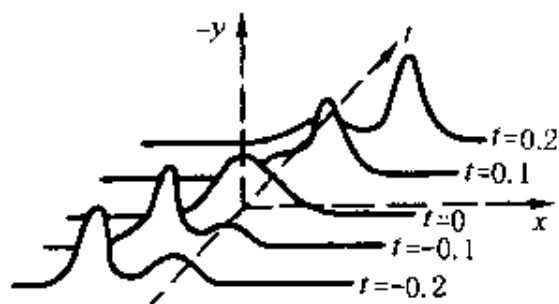


图 2.41 两个孤子的碰撞

孤立波向右传播, 振幅大的速度大, 追赶振幅小的。 $t=0$ 时在 $x \approx 0$ 处追上并发生碰撞, 而后各自仍以原有的振幅和速度传播, 不过振幅小的落在了后边。正是由于这种碰撞不变性表明孤立波的稳定性, 类似于两粒子的

碰撞, 所以孤立波又称做“**孤立子**”或简称“**孤子**”。

自 20 世纪 60 年代人们开始注意研究非线性条件下的孤子以来, 已发现了其它类型的孤子。目前许多领域中都在用孤子理论开

展研究。例如,等离子体中的电磁波和声波,晶体中位错的传播,蛋白质的能量的高效率传播,神经系统中信号的传播,高温超导的孤子理论解释,介子的非线性场论模型,等等。由于光纤中光学孤子可以进行压缩而且传输过程中光学孤子形状不变,利用光纤孤子进行通信就有容量大,误码率低,抗干扰能力强,传输距离长等优点。所以目前各国都在竞相研究光纤孤子通信,有的实验室已实现了距离为 10^6km 的信号传输。

提 要

1. 行波: 波函数的一般形式为

$$y = f\left(t \mp \frac{x}{u}\right) \text{ 或 } y = f(x - ut)$$

其中正负号区别扰动的传播方向。

波形曲线: 某一时刻的 $y-x$ 曲线。波的传播表现为波形曲线以波速 u 平移。

2. 简谐波:

$$\begin{aligned} \text{波函数: } y &= A\cos\omega\left(t \mp \frac{x}{u}\right) = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}\right) \\ &= A\cos(\omega t \mp kx) \end{aligned}$$

$$\text{各量关系: 周期 } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$$

$$\text{波数 } k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \text{相速度 } u = \lambda\nu = \frac{\lambda}{T}$$

波形曲线为正弦曲线。

3. 波动方程和波速:

$$\text{波动方程: } \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\text{棒中纵波波速: } u_1 = \sqrt{E/\rho}$$

$$\text{拉紧的绳中横波波速: } u_2 = \sqrt{F/\rho_1}$$

各向同性介质中横波波速: $u_t = \sqrt{G/\rho}$

液体、气体中纵波波速: $u_l = \sqrt{K/\rho}$

气体中声波波速: $u_l = \sqrt{\gamma RT/M}$

4. 简谐波的能量:

平均能量密度: $\bar{w} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$

平均能流密度, 即波的强度: $I = \bar{w}u = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 u$

5. 惠更斯原理(作图法): 介质中波阵面上各点都可看作子波波源, 其后任一时刻这些子波的包迹就是新的波阵面。

6. 驻波: 两列频率、振动方向和振幅都相同而传播方向相反的简谐波叠加形成驻波, 其表达式为

$$y = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t$$

它实际上是稳定的分段振动, 有波节和波腹。

7. 声波:

声强级: $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ (dB), $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

* 8. 地震波: 里氏地震级 $M = 0.67 \lg E - 2.9$

* 9. 水面波:

浅水重力波波速: $u = \sqrt{gh}$

深水重力波波速: $u = \sqrt{g\lambda/2\pi}$

10. 多普勒效应: 接收器接收到的频率有赖于接收器(R)和波源(S)的运动。

波源静止: $\nu_R = \frac{u + v_R}{u} \nu_S$

接收器静止: $\nu_R = \frac{u}{u - v_S} \nu_S$

光学多普勒效应: 决定于光源和接收器的相对运动。光源和接收器相对速度为 v 时,

$$v_R = \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}} v_S$$

马赫锥半顶角 α : $\sin\alpha = \frac{u}{v_S}$

* 11. 群速度: 色散介质中,

$$u = \frac{d\omega}{dk} = u - \lambda \frac{du}{d\lambda}$$

信号和能量以群速度传播。

* 12. 孤子: 色散介质中的非线性效应可能产生的形状保持不变的波包。具有碰撞不变性。

思考题

2.1 设某时刻横波波形曲线如图 2.42 所示, 试分别用箭头表示出图中 $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ 等质点在该时刻的运动方向, 并画出经过 $1/4$ 周期后的波形曲线。

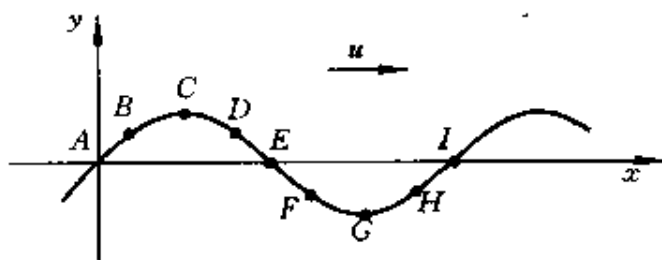


图 2.42 思考题 2.1 用图

2.2 沿简谐波的传播方向相隔 Δx 的两质点在同一时刻的相差是多少? 分别以波长 λ 和波数 k 表示之。

2.3 在相同温度下氢气和氮气中的声速哪个大些?

2.4 为什么在没有看见火车也没有听到火车鸣笛的声音的情况下, 把耳朵贴靠在铁轨上可以判断远处是否有火车驶来? (提示: 从声音的强度和传播速度两方面考虑。)

2.5 机械波可以传送能量。机械波能传送动量吗?

2.6 拉紧的橡皮绳上传播横波时,在同一时刻,何处动能密度最大?何处弹性势能密度最大?何处总能量密度最大?何处这些能量密度最小?

2.7 驻波中各质元的相有什么关系?为什么说相没有传播?

2.8 在图2.24的驻波形成图中,在 $t=T/4$ 时,各质元的能量是什么能?大小分布如何?在 $t=T/2$ 时,各质元的能量是什么能?大小分布又如何?波节和波腹处的质元的能量各是如何变化的?

2.9 两个喇叭并排放置,由同一话筒驱动,以相同的功率向前发送声波。下述两种情况下,在它们前方较远处的 P 点的声强和单独一个喇叭发声时在该点的声强相比如何?

(1) P 点到两个喇叭的距离相等;

(2) P 点到两个喇叭的距离差半个波长。

*2.10 如果地震发生时,你站在地面上。 P 波怎样摇晃你? S 波怎样摇晃你?你先感到哪种摇晃?

2.11 二胡调音时,要旋动上部的旋杆,演奏时手指压触弦线的不同部位,就能发出各种音调不同的声音。这都是什么缘故?

*2.12 曾经说过,波传播时,介质的质元并不随波迁移。但水面上有波形成时,可以看到漂在水面上的树叶沿水波前进的方向移动。这是为什么?

*2.13 一种超声直线行波马达是在水平杆上放置一滑块。当使一列超声频率的波由左沿杆向右传播时,滑块会受杆的摩擦力而在杆上向左移动。试问杆上与滑块底面接触的质元是如何运动的?

*2.14 写出水面重力波的周期公式。你能说出它们和单摆周期公式相似的原因吗?

*2.15 把石子扔到平静的湖面上会激起水波。但这水波不是一个圆形的脉冲波,而是许多快慢不同的同心的圆形波。这是为什么?(提示:考虑深水重力波公式和复波的概念。)

2.16 利用拍现象可以根据标准音叉的频率测出另一待测音叉的频率。但拍频只给出二者的频率差,不能肯定哪个音叉的频率较高。如果给你一块橡皮泥,你能肯定地测出待测音叉的频率吗?

2.17 声源向接收器运动和接收器向声源运动,都会产生声波频率增高的效果。这两种情况有何区别?如果两种情况下的运动速度相同,接收器接收

的频率会有不同吗?

2.18 如果在你做健身操时,头顶有飞机飞过,你会发现你向下弯腰和向上直起时所听到的飞机声音音调不同,为什么?何时听到的音调高些?

2.19 在有北风的情况下,站在南方的人听到在北方的警笛发出的声音和无风的情况下听到的有何不同?你能导出一个相应的公式吗?

*2.20 玻璃对X光的折射率小于1,这意味着X光在玻璃中的速度超过光在真空中的速度。这和狭义相对论矛盾吗?

*2.21 二硫化碳对钠黄光的折射率为1.64,由此算得光在二硫化碳中的速度为 $1.83 \times 10^8 \text{m/s}$,但用光信号的传播直接测出的二硫化碳中钠黄光的速度为 $1.70 \times 10^8 \text{m/s}$ 。你能解释这个差别吗?

习 题

2.1 太平洋上有一次形成的洋波速度为 740km/h ,波长为 300km 。这种洋波的频率是多少?横渡太平洋 8000km 的距离需要多长时间?

2.2 一简谐横波以 0.8m/s 的速度沿一长弦线传播。在 $x=0.1 \text{m}$ 处,弦线质点的位移随时间的变化关系为 $y=0.05 \sin(1.0-4.0t)$ 。试写出波函数。

2.3 一横波沿绳传播,其波函数为

$$y = 2 \times 10^{-2} \sin 2\pi(200t - 2.0x)$$

(1) 求此横波的波长、频率、波速和传播方向;

(2) 求绳上质元振动的最大速度并与波速比较。

2.4 据报道,1976年唐山大地震时,当地某居民曾被猛地向上抛起 2m 高。设地震横波为简谐波,且频率为 1Hz ,波速为 3km/s ,它的波长多大?振幅多大?

2.5 一平面简谐波在 $t=0$ 时的波形曲线如图2.43所示。

(1) 已知 $u=0.08 \text{m/s}$,写出波函数;

(2) 画出 $t=T/8$ 时的波形曲线。

2.6 已知波的波函数为 $y=A \cos \pi(4t+2x)$ 。

(1) 写出 $t=4.2 \text{s}$ 时各波峰位置的坐标表示式,并计算此时离原点最近一个波峰的位置,该波峰何时通过原点?

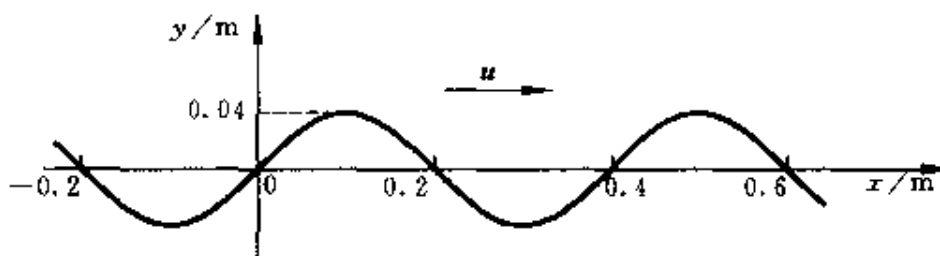


图 2.43 习题 2.5 用图

(1) 写出 $t=4.2\text{s}$ 时各波峰位置的坐标表示式, 并计算此时离原点最近一个波峰的位置, 该波峰何时通过原点?

(2) 画出 $t=4.2\text{s}$ 时的波形曲线。

2.7 频率为 500Hz 的简谐波, 波速为 350m/s 。

(1) 沿波的传播方向, 相差为 60° 的两点间相距多远?

(2) 在某点, 时间间隔为 10^{-3}s 的两个振动状态, 其相差为多大?

2.8 在标准状态下, 声音在氧气中的波速为 $3.172 \times 10^2 \text{m/s}$, 问氧的比热比 γ 是多少?

2.9 在钢棒中声速为 5100m/s , 求钢的杨氏模量(钢的密度 $\rho=7.8 \times 10^3 \text{kg/m}^3$)。

2.10 证明固体或液体受到均匀压强 p 时的弹性势能密度为 $\frac{1}{2}K\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2$ 。注意, 对固体和液体来说, $\Delta V \ll V$ 。

2.11 根据(2.17)式, 气体的体积模量为 $K = -V \frac{dp}{dV}$ 。再由(2.23)式, 空气中声波波速应为

$$u = \sqrt{\frac{V}{\rho} \left| \frac{dp}{dV} \right|}$$

试证明: 对于等温变化,

$$u = \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

对于绝热变化,

$$u = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

10^{-4}m , 频率 $\nu=10^3\text{Hz}$ 。若该介质的密度为 $\rho=800\text{kg/m}^3$, 求:

- (1) 该波的平均能流密度;
- (2) 一分钟内垂直通过一面积 $S=4\times 10^{-4}\text{m}^2$ 的总能量。

2.13 行波中能量的传播是后面介质对前面介质做功的结果。参照图2.13, 先求出棒的一段长度 Δx 的左端面 ΔS 受后方介质的推力表示式, 再写出此端面的振动速度表示式, 然后求出此推力的功率。此结果应与(2.30)式相同。

2.14 一线波源发射柱面波, 设介质为不吸收能量的各向同性均匀介质, 试求波的强度以及振幅和离开波源的距离有何关系?

2.15 P, Q 为两个振动方向和频率都相同的同相波源, 它们相距 $3\lambda/2$, R 为 PQ 连线上 Q 外侧的任意一点, 求自 P, Q 发出的两列波在 R 点处引起的振动的相差。

2.16 位于 A, B 两点的两个波源, 振幅相等, 频率都是 100Hz , 相差为 π , 若 A, B 相距 30m , 波速为 400m/s , 求 AB 连线上二者之间叠加而静止的各点的位置。

2.17 一驻波波函数为

$$y = 0.02\cos 20x \cos 750t$$

求: (1) 形成此驻波的两行波的振幅和波速各为多少?

(2) 相邻两波节间的距离多大?

(3) $t=2.0\times 10^{-3}\text{s}$ 时, $x=5.0\times 10^{-2}\text{m}$ 处质点振动的速度多大?

2.18 一平面简谐波沿 x 正向传播, 如图2.44所示, 振幅为 A , 频率为 ν , 传播速度为 u 。

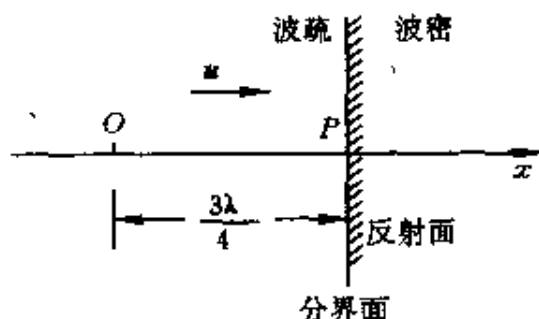


图 2.44 习题2.18用图

(1) $t=0$ 时, 在原点 O 处的质元由平衡位置向 x 轴正方向运动, 试写出此波的波函数;

(2) 若经分界面反射的波的振幅和入射波的振幅相等, 试写出反射波的波函数, 并求在 x 轴上因入射波和反射波叠加而静止的各点的位置。

2.19 将一块石英晶片相对的两面镀银作为电极, 它就成为压电晶片(图2.45)。两极间加上交变电压, 晶片就沿厚度方向以电压频率发生伸缩的

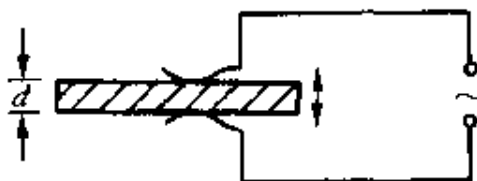


图 2.45 习题2.19用图

驻波振动, 有电极的两面是自由的而成为驻波的波腹。设晶片的厚度 $d=2.0\text{mm}$, 沿此厚度方向的声速 $u=5.74\times 10^3\text{m/s}$ 。要想激起石英片发生基频振动, 外加电压的频率应是多少?

2.20 北京春节播放钟声的是一种气流扬声器, 它发声的总功率为 $2\times 10^4\text{W}$ 。这声音传到 12km 远的地方还可以听到。设空气不吸收声波能量并按球形波计算, 这声音传到 12km 处的声强级是多大? 约相当于表2.3中的哪种声音?

2.21 一日本妇女的喊声创吉尼斯世界记录, 达到 115dB 。这喊声的声强多大?

2.22 有一种沙漠蝎子既没有眼睛, 也没有耳朵。它捕食猎物靠的是一种地震仪式的本领。它有八条腿, 趴伏时大致对称地放置在躯体四周(图2.46)。不远处的小虫一有骚动, 就会在沙面上引起一阵地震波。蝎子从哪只腿先感到地震波就能判断小虫所在的方向, 并从 P 波和 S 波到达的时间差就可以“算出”小虫到它的距离。方位和距离都知道了, 它就能扑上去捕获小虫了。已知 P 波速度为 150m/s , S 波速度为 50m/s 。如果两波到达沙蝎的时间差为 3.5ms , 则小虫离它的距离多大?

2.23 在海岸抛锚的船因海浪传来而上下振荡, 振荡周期为 4.0s , 振幅为 60cm , 传来的波浪每隔 25m 有一波峰。

(1) 求海波的速度。

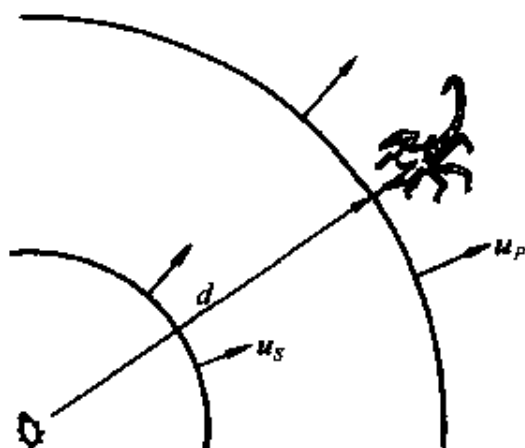


图 2.46 习题2.22用图

(2) 求海面上水的质点作圆周运动的线速度,并和波速比较。由此可知波传播能量的速度可以比介质质元本身运动的速度大得多。

2.24 一·声源的频率为1080Hz,相对地面以30m/s的速率向右运动。在其右方有一反射面相对地面以65m/s的速率向左运动。设空气中声速为331m/s,求:

- (1) 声源在空气中发出的声音的波长;
- (2) 反射回的声音的频率和波长。

2.25 海面上波浪的波长为120m,周期为10s。一只快艇以24m/s的速度迎浪开行。它撞击浪峰的频率是多大?多长时间撞击一次?如果它顺浪开行,它撞击浪峰的频率又是多大?多长时间撞击一次?

2.26 声源和接收器相对静止,但两者以相同的小于声速的速度运动。这时接收器接收到的频率和二者都静止时接收到的频率相比,有何变化?

2.27 一驱逐舰停在海面上,它的水下声纳向一驶近的潜艇发射 1.8×10^4 Hz的超声波。由该潜艇反射回来的超声波的频率和发射的相差220Hz,求该潜艇的速度。已知海水中声速为 1.54×10^3 m/s。

2.28 主动脉内血液的流速一般是0.32m/s。今沿血流方向发射4.0MHz的超声波,被红血球反射回的波与原发射波将形成的拍频是多少?已知声波在人体内的传播速度为 1.54×10^3 m/s。

2.29 公路检查站上警察用雷达测速仪测来往汽车的速度,所用雷达波的频率为 5.0×10^{10} Hz。发出的雷达波被一迎面开来的汽车反射回来,与入射

波形成了频率为 $1.1 \times 10^4 \text{ Hz}$ 的拍频。此汽车是否已超过了限定车速 100 km/h 。

2.30 物体超过声速的速度常用马赫数表示,马赫数定义为物体速度与介质中声速之比。一架超音速飞机以马赫数为 2.3 的速度在 5000 m 高空水平飞行,声速按 330 m/s 计。

(1) 求空气中马赫锥的半顶角的大小。

(2) 飞机从人头顶上飞过后要经过多长时间人才能听到飞机产生的激波声?

* 2.31 有两列平面波,波函数分别为

$$y_1 = A \sin(5x - 10t)$$

$$y_2 = A \sin(4x - 9t)$$

求: (1) 两波叠加后,合成波的波函数;

(2) 合成波的群速度;

(3) 一个波包的长度。

* 2.32 沿固定细棒传播的弯曲波(棒的中心线像弦上横波那样运动,但各小段棒并不发生切变)的“色散关系”为

$$\omega = \alpha k^2$$

式中 α 为正的常量,由棒材的性质和截面尺寸决定。试求这种波的群速度和相速度的关系。

* 2.33 大气上层电离层对于短波无线电波是色散介质,其色散关系为

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$$

其中 c 是光在真空中的速度, ω_p 为一常量。求在电离层中无线电波的相速度 u 和群速度 u_g , 并证明 $uu_g = c^2$ 。

2.34 远方一星系发来的光的波长经测量比地球上同类原子发的光的波长增大到 $3/2$ 倍。求该星系离开地球的退行速度。

* 2.35 证明在图 2.39 中复波的一个波包的长度为

$$\Delta x = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

并进而证明

$$\Delta x \Delta k = 2\pi \quad (2.64)$$

以 Δt 表示波包的延续时间,即它通过某一定点的时间,则 $\Delta t = \Delta x / u_g$,

再证明

$$\Delta x \Delta \nu = 1 \quad (2.65)$$

这一关系式说明波包(或脉冲)延续时间越短,合成此波包的成分波的频率分布越宽。

(2.64)式和(2.65)式是波的通性,也用于微观粒子的波动性。在量子力学中这两式表示微观粒子的“不确定关系”。

2.36 17世纪费马曾提出:光从某一点到达另一点所经过的实际路径是那一条所需时间最短的路径。试根据这一“费马原理”证明光的反射定律($i' = i$)和折射定律(2.36)式。参考图2.47,其中 Q_1 和 Q_2 为光线先后经过的两定点。

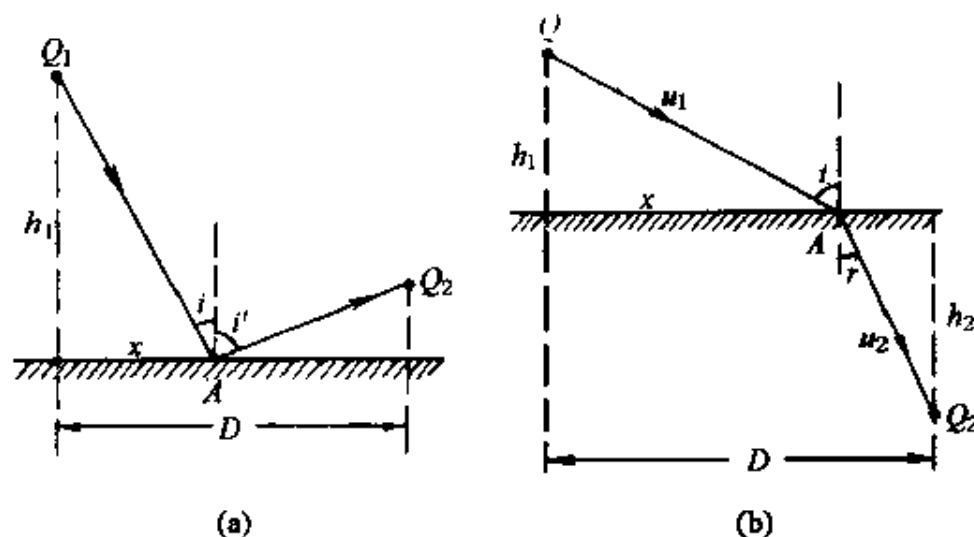


图 2.47 习题2.36用图

(a) 反射; (b) 折射

物理学与现代技术

I 光纤及其应用

光纤是光导纤维的简称。它是用石英、玻璃或特制塑料拉成的柔软细丝，直径在几微米（光波波长的几倍）到120微米左右。像水流过导管一样，光能沿着这种细丝在其内部传播，因而这种细丝叫光导纤维。

光纤所以能导光，是因为折射率沿细丝截面的径向有不同的数值：靠中心的折射率 n_1 大于外皮的折射率 n_2 。有的光纤的折射率沿径向分布是“阶跃型”的，即 n_1 到 n_2 的改变有明显的分界（见图 I.1(a)）；有的光纤的折射率沿径向分布是“渐变型”的，即从中心到外皮折射率逐渐变小（见图 I.1(b)）。由于折射率分布的这种特点，从一端进入光纤的光线，根据几何光学全反射的规律，就能沿着光纤传播（当然，会有一部分光散射出光纤）。在阶跃型光纤

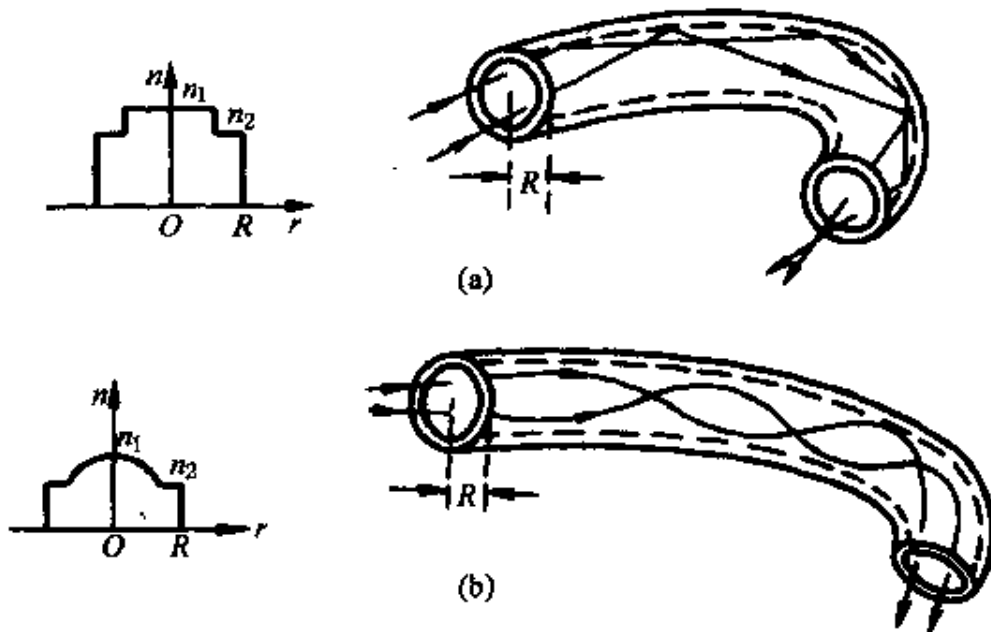


图 1.1 光纤及光线在其中的传播

(a) 阶跃型；(b) 渐变型

内,光线沿折线前进。在渐变型光纤内,光线沿光滑曲线前进。由于光纤可以弯曲成任意形状,因而使得人们能任意改变光的传播方向。这是光纤得到实际应用的基本特点之一。(当光纤的直径小到接近光波波长时,其内部光的传播规律已不能用几何光学说明,而需要用类似微波波导的电磁场理论说明。)

实用上常把成十根或成百根光纤并在一起做成**光缆**。在光缆中,各条光纤只传送进入自己的光线而不互相交叉。这样,如果光缆两端各条光纤的排列次序严格对应,则可以利用它来传象,即照明其一端的图象可以通过弯曲的光缆在另一端显示出来(图1.2)。医生用来照明和窥视人体器官(如胃、膀胱等)内部的内窥镜就利用了光缆的这种性质。

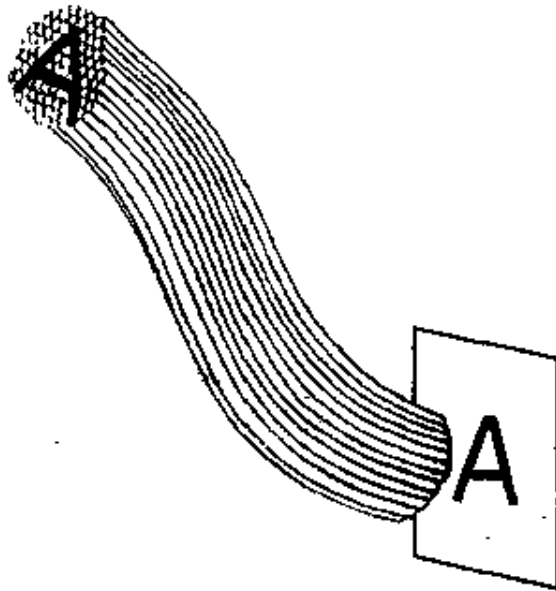


图 1.2 光缆传送图象

光纤的一种现代重要应用领域是通信技术。现已得到普遍应用的电通信技术是用电磁波(无线电波段)作载波,把信息变成电信号加在载波上,使之沿导线、导管(或在大气中)传播。近十余年来逐渐推广的**光纤通信技术**,则是用光波作载波,把信息变成光信号加在载波光线上,使之沿光纤传播。

光纤通信的主要优点是容量大,传输距离远。通信理论指出,传输的信息量与载波的频率有直接关系。增加载波的频率,就可以增大信息量。光的频率很高(10^{14} Hz),比微波频率($10^8 \sim 10^{10}$ Hz)还要高几个数量级。因此,光纤通信容量要比利用无线电波通信容量大得多。譬如电话,如果每个话路需要的频带宽度为10kHz(即声音的频率范围),理论上光纤通信可同时容纳100亿个

互不干扰的话路。再如彩色电视,若每套节目的频带宽度为10MHz,则光纤通信可同时传送1000万套电视节目而互不干扰。这些都是现有通信的万倍以上。实现光纤通信系统后,不但可以扩大现有多种通信的容量,而且可以开辟许多新的通信业务,如电视电话,电视报纸,建立综合性通用数据通信系统等。

光在光纤中传播时,由于介质的吸收、散射和辐射等原因,光强不可避免地要随着传播距离的增加而减小。此外由于色散等原因会引起信号畸变而失真。所以在远距离通信时,需要在途中每隔一定距离设置一中继器来对所传播的信号放大和整形。

研究表明,光纤的损耗与所传光波波长有关,在某些波长附近光纤的损耗最低。这些波段称为光纤的低损耗“窗口”,或“工作窗口”。典型的窗口数值有:0.65~0.73 μm ,0.75~0.85 μm ,1.1~1.6 μm 等。对应于这些窗口波长,可以选用适当的激光光源,这将大大降低光强的损耗。目前已能制造损耗为每千米3~0.2dB的低损耗光纤(相当于每千米光强损耗50%~5%),这为光纤通信的普遍采用提供了重要条件。

除了通信容量大、损耗低因而传输距离远这些优点外,光纤通信还有其它优点。例如抗电磁干扰能力强,保密性好(这都是因为用光作为信息携带者的缘故),光纤抗腐蚀、抗辐射能力强,节省有色金属(这是因为光纤材料是资源丰富的硅酸盐),重量轻,铺设较容易,节省建设费用等。

利用光作为通信手段可以追溯至1880年,当时著名电话发明家贝尔发明了一种利用光波作载波的光电话。它利用在大气中传播的光,传输距离只有213m。1963年曾有人用激光做大气光通信试验,因未取得满意结果而搁置。1966年英籍华人高锟提出用光纤实现光通信的设想,并预见可以生产出一种有实用意义的低损耗光纤。根据他的理论,美国康宁公司于1970年8月研制出了损耗为每千米20dB(约99%)的石英玻璃光纤,把光纤通信推上了实用阶段。80年代,美、日、英等国已建造了几千千米的光纤通信系统,加上和计算机的连用,使现代信息技术有了突飞猛进的发展。

1988年12月美、英、法合建的穿越大西洋的海底光缆铺设成功,并于1989年春投入商业使用。这条光缆长达6000多千米,每隔70km设置一中继器(一般光缆每隔几千米就需要一个中继站),光缆内芯由16条光纤组成。这条光缆可以使8万人在大西洋两岸同时通电话。和它相比,1956年投入使用的美欧海

底电缆只能容纳36对话路,在32年的使用寿命中,总共通话1000万次。如今这条光缆,两天之内就可以通话1000万次。

1972年前后,我国开始进行光纤通信研究。现在已能制出低损耗的光纤,并在各处铺设了光缆线路。全国范围内的“八横八纵”联系各城市的光缆线路也已在1999年初建成。

最后可以指出的是,光纤通信还带动了集成光路及激光等新技术的发展。集成光路和集成电路类似,是把若干微型的光学元件制做在一块衬底上,构成具有比较复杂功能的光路。集成光路体积小,性能稳定可靠,是大规模光电系统和光通信系统所需要的集成器件。目前这方面的研究已形成一个专门的学科,叫**集成光学**。

第3章 光的干涉

光是一种电磁波。通常意义上的光是指可见光,即能引起人的视觉的电磁波。它的频率在 $3.9 \times 10^{14} \text{Hz}$ 到 $8.6 \times 10^{14} \text{Hz}$ 之间,相应地在真空中的波长在 $0.77 \mu\text{m}$ 到 $0.35 \mu\text{m}$ 之间。不同频率的可见光给人以不同颜色的感觉,频率从大到小给出从紫到红的各种颜色。

光波也服从叠加原理。上一章讲过两列频率相同、振动方向相同但传播方向相反的波叠加就产生驻波现象。在驻波中,波的强度在空间有一稳定的分布,有明显的波节和波腹。光波也能产生驻波。但对光波来说,实际上更重要的是一般的情况:满足一定条件的两束光叠加时,在叠加区域光的强度或明暗有一稳定的分布。这种现象称做光的干涉,干涉现象是光波以及一般的波动的特征。

本章讲述光的干涉的规律,包括干涉的条件和明暗条纹分布的规律。这些规律对其它种类的波,例如机械波和物质波都是同样成立的。

3.1 杨氏双缝干涉

托马斯·杨在 1801 年做成功了一个判定光的性质的关键性实验——光的干涉实验。他用图 3.1 所示的图来说明实验原理。 S_1 和 S_2 是两个点光源,它们发出的光波在右方叠加。在叠加区域放一白屏,就能看到在白屏上有等距离的明暗相间的条纹出现。这种现象只能用光是一种波动来解释,杨还由此实验测出了光的波长。

就这样,杨首次通过实验肯定了光的波动性。

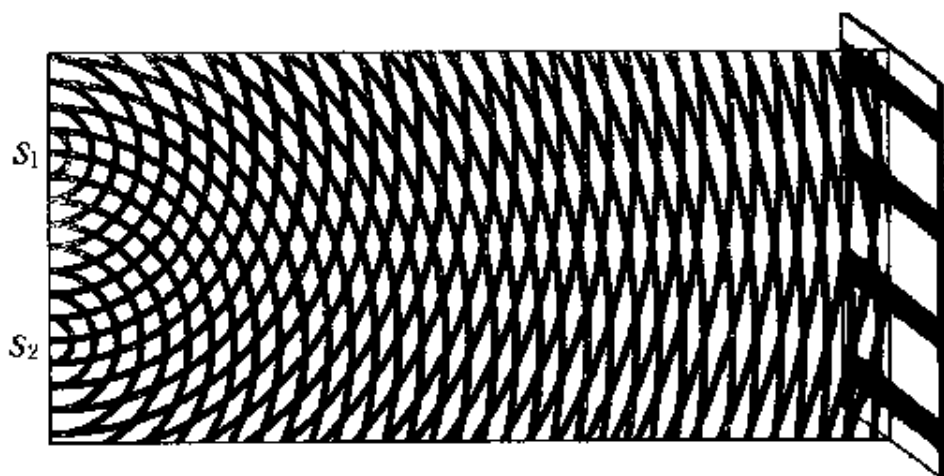


图 3.1 托马斯·杨的光的干涉图

现在的类似实验用双缝代替杨氏的两个点光源,因此叫杨氏双缝干涉实验。这实验如图 3.2 所示。 S 是一线光源,其长度方向与纸面垂直。它发出的光为单色光,波长为 λ 。它通常是用强的单色光照射的一条狭缝。 G 是一个遮光屏,其上开有两条平行的细缝 S_1 和 S_2 。图中画的 S_1 和 S_2 离光源 S 等远, S_1 和 S_2 之间的距离为 d 。 H 是一个与 G 平行的白屏,它与 G 的距离为 D 。通常实验中总是使 $D \gg d$,例如 $D \approx 1\text{m}$,而 $d \approx 10^{-4}\text{m}$ 。

在如图 3.2 的实验中,由光源 S 发出的光的波阵面同时到达 S_1 和 S_2 。通过 S_1 和 S_2 的光将发生衍射现象而叠加在一起。由于 S_1 和 S_2 是由 S 发出的同一波阵面的两部分,所以这种产生光的干涉的方法叫做分波阵面法。

下面利用上一章讲的叠加原理来分析双缝干涉实验中光的强度分布,这一分布是在屏 H 上以各处明暗不同的形式显示出来的。

考虑屏上任一点 P ,从 S_1 和 S_2 到 P 的距离分别为 r_1 和 r_2 。由于在图示装置中,从 S 到 S_1 和 S_2 等远,所以 S_1 和 S_2 是两个同相波源。因此在 P 处波的强度就仅由从 S_1 和 S_2 到 P 点的波程差决

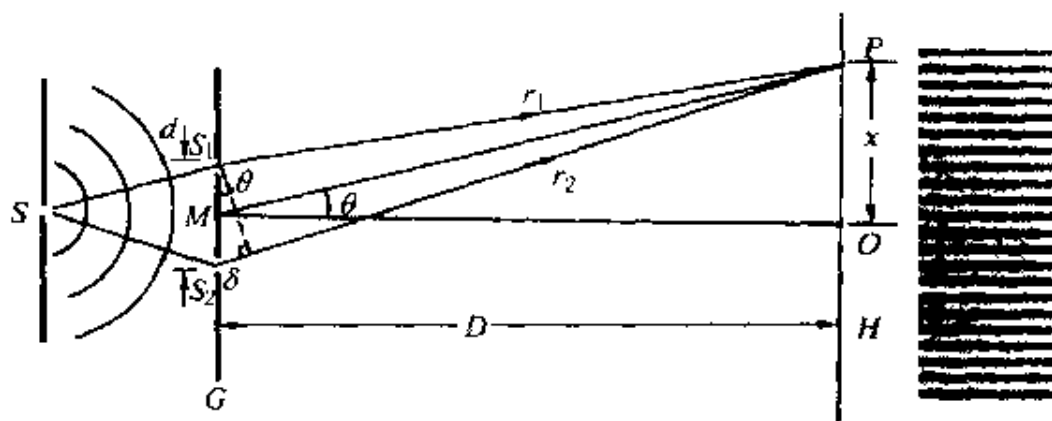


图 3.2 杨氏双缝干涉实验

定。由图可知,这一波程差为

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta \quad (3.1)$$

式中 θ 是 P 点的角位置,即 S_1, S_2 的中垂线 MO 与 MP 之间的夹角。通常这一夹角很小。

根据同方向的振动叠加的规律,当从 S_1 和 S_2 到 P 点的波程差

$$\delta = d \sin \theta = \pm k \lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.2)$$

亦即从 S_1 和 S_2 发出的光到达 P 点的相差为

$$\Delta \varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

时,两束光在 P 点叠加的合振幅最大,因而光强最大,就形成明亮的条纹。这种合成振幅最大的叠加称做**相长干涉**。(3.2)式就给出明条纹中心的角位置 θ ,其中 k 称为明条纹的**级次**。 $k=0$ 的明条纹称为**零级明纹**或**中央明纹**, $k=1, 2, \dots$ 的分别称为**第 1 级**、**第 2 级**……明纹。

当从 S_1 和 S_2 到 P 点的波程差为

$$\delta = d \sin \theta = \pm (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.4)$$

亦即 P 点两束光的相差为

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \pm (2k - 1)\pi, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.5)$$

时, 叠加后的合振幅最小, 强度最小而形成暗纹。这种叠加称为相消干涉。(3.4)式即给出暗纹中心的角位置, 而 k 即暗纹的级次。

波程差为其它值的各点, 光强介于最明和最暗之间。

在实际的实验中, 可以在屏 H 上看到稳定分布的明暗相间的条纹。这与上面给出的结果相符: 中央为零级明纹, 两侧对称地分布着较高级次的明暗相间的条纹。若以 x 表示 P 点在屏 H 上的位置, 则由图 3.2 可得它与角位置的关系为

$$x = D \tan \theta$$

当 θ 很小时, $\tan \theta \approx \sin \theta$ 。再利用(3.2)式可得明纹中心的位置为

$$x = \pm k \frac{D}{d} \lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.6)$$

利用(3.4)式可得暗纹中心的位置为

$$x = \pm (2k - 1) \frac{D}{2d} \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.7)$$

相邻两明纹或暗纹间的距离都是

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda \quad (3.8)$$

此式表明 Δx 与级次 k 无关, 因而条纹是等间隔地排列的。实验上常根据测得的 Δx 值和 D, d 的值求出光的波长。

若要更仔细地考虑屏 H 上的光强分布, 则需利用振动合成的规律。以 A 表示光振动在 P 点的合振幅, 以 A_1 和 A_2 分别表示单独由 S_1 和 S_2 在 P 点引起的光振动的振幅, 由于两振动方向相同, 所以有

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta\varphi$$

其中 $\Delta\varphi$ 为两分振动的相差。由于光的强度正比于振幅的平方, 所以在 P 点的光强应为

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi \quad (3.9)$$

这里 I_1, I_2 分别为两相干光单独在 P 点处的光强。根据此式得出的双缝干涉的强度分布如图 3.3 所示。

为了表示条纹的明显程度,引入衬比度概念。以 V 表示衬比度,则定义

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.10)$$

当 $I_1 = I_2$ 时,明纹最亮处的光强为 $I_{\max} = 4I_1$,暗纹最暗处的光强为 $I_{\min} = 0$ 。这种情况下, $V = 1$,条纹明暗对比鲜明(图 3.3 (a))。 $I_1 \neq I_2$ 时, $I_{\min} \neq 0$, $V < 1$,条纹明暗对比差(图 3.3 (b))。因此,为了获得明暗对比鲜明的干涉条纹,以利于观测,应力求使两

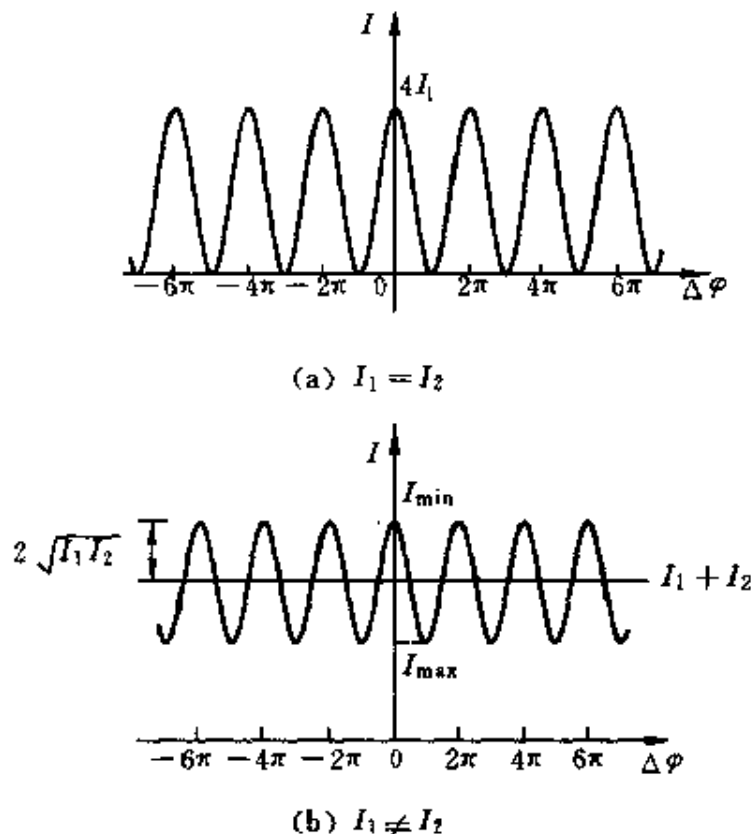


图 3.3 双缝干涉的光强分布曲线

相干光在各处的光强相等。在通常的双缝干涉实验中,缝 S_1 和 S_2 的宽度相等,而且都比较窄,又只是在 θ 较小的范围观测干涉条纹,这一条件一般是能满足的。

以上讨论的是单色光的双缝干涉。(3.8)式表明相邻明纹(或暗纹)的间距和波长成正比。因此,如果用白光做实验,则除了 $k=0$ 的中央明纹的中部因各单色光重合而显示为白色外,其它各级明纹将因不同色光的波长不同,它们的极大所出现的位置错开而变成彩色的,并且各种颜色级次稍高的条纹将发生重叠以致模糊一片分不清条纹了。白光干涉条纹的这一特点在干涉测量中可用来判断是否出现了零级条纹。

例 3.1 用白光作光源观察双缝干涉。设缝间距为 d ,试求能观察到的清晰可见光谱的级次。

解 白光波长在 $390\sim 750\text{nm}$ 范围。明纹条件为

$$d\sin\theta = \pm k\lambda$$

在 $\theta=0$ 处,各种波长的光波程差均为零,所以各种波长的零级条纹在屏上 $x=0$ 处重叠,形成中央白色明纹。

在中央明纹两侧,各种波长的同一级次的明纹,由于波长不同而角位置不同,因而彼此错开,并产生不同级次的条纹的重叠。在重叠的区域内,靠近中央明纹的两侧,观察到的是由各种色光形成的彩色条纹,再远处则各色光重叠的结果形成一片白色,看不到条纹。

最先发生重叠的是某一级次的红光(波长为 λ_r)和高一级次的紫光(波长为 λ_v)。因此,能观察到的从紫到红清晰的可见光谱的级次可由下式求得:

$$k\lambda_r = (k+1)\lambda_v$$

因而

$$k = \frac{\lambda_v}{\lambda_r - \lambda_v} = \frac{390}{750 - 390} = 1.08$$

由于 k 只能取整数,所以这一计算结果表明,从紫到红排列清晰的可见光谱只有正负各一级,如图 3.4 所示。

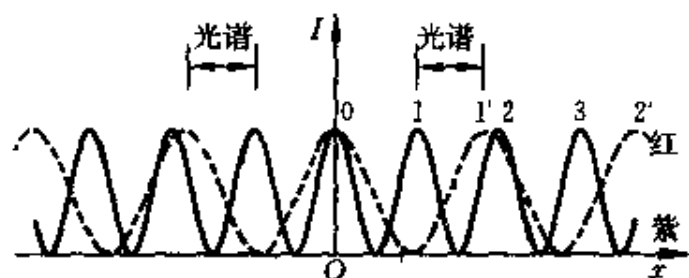


图 3.4 例 3.1 的白光干涉条纹强度分布

3.2 相干光

两列光波叠加时,既然能产生干涉现象,为什么室内用两个灯泡照明时,墙上不出现明暗条纹的稳定分布呢?不但如此,在实验室内,使两个单色光源,例如两只钠光灯(发黄光)发的光相叠加,甚至使同一只钠光灯上两个发光点发的光叠加,也还是观察不到明暗条纹稳定分布的干涉现象。这是为什么呢?

仔细分析一下双缝干涉现象,就可以发现并不是任何两列波相叠加都能发生干涉现象。要发生合振动强弱在空间稳定分布的干涉现象,这两列波必须**振动方向相同,频率相同,相位差恒定**。这些要求叫做波的**相干条件**。满足这些相干条件的波叫**相干波**。振动方向相同和频率相同保证叠加时的振幅由(3.3)式和(3.5)式决定,从而合振动有强弱之分。相位差恒定则是保证强弱分布稳定所不可或缺的条件。这些条件对机械波来说,比较容易满足。图 3.5 就是水波叠加产生的干涉图象,其中两水波波源是由同一簧片上的两个触点振动时不断撞击水面形成的,这样形成的两列水波自然是相干波。用普通光源要获得相干光波就复杂了,这和普通光源的发光机理有关。下面我们来说明这一点。

光源的发光是其中大量的分子或原子进行的一种微观过程。现代物理学理论已完全肯定分子或原子的能量只能具有离散的

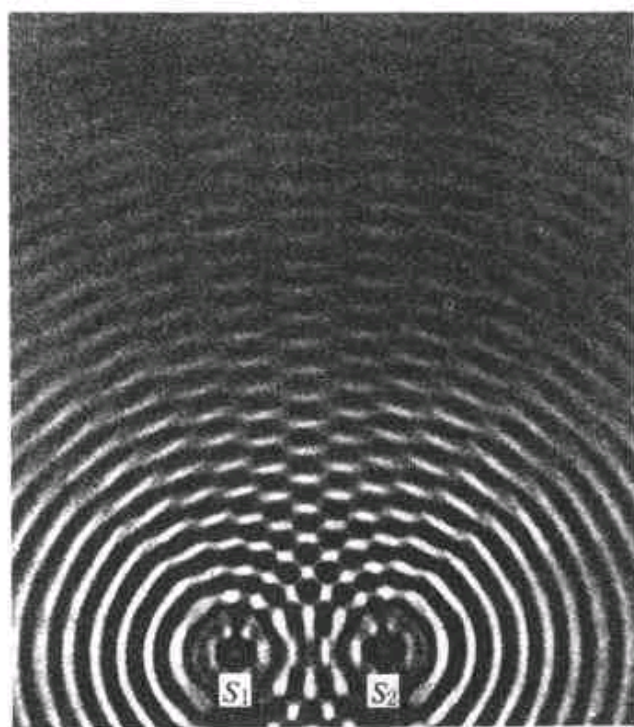


图 3.5 水波干涉实验

值,这些值分别称做**能级**。例如氢原子的能级如图 3.6 所示。能量最低的状态叫**基态**,其它能量较高的状态都叫**激发态**。由于外界条件的激励,如通过碰撞,原子就可以处在激发态中。处于激发态的原子是不稳定的,它会自发地回到低激发态或基态。这一过程叫从高能级到低能级的**跃迁**。通过这种跃迁,原子的能量减小,也正是在这种跃迁过程中,原子向外发射电磁波,这电磁波就携带着原子所减少的能量。这一跃迁过程所经历的时间是很短的,约为 10^{-8}s ,这也就是一个原子一次发光所持续的时间。把光看成电磁波,一个原子每一次发光就只能发出一段**长度有限、频率一定**(实际上频率是在一个很小范围内)和**振动方向一定**(记住,电磁波是横波)的光波(图 3.7)。这一段光波叫做一个**波列**。

当然,一个原子经过一次发光跃迁后,还可以再次被激发到较高的能级,因而又可以再次发光。因此,原子的发光都是**断续的**。

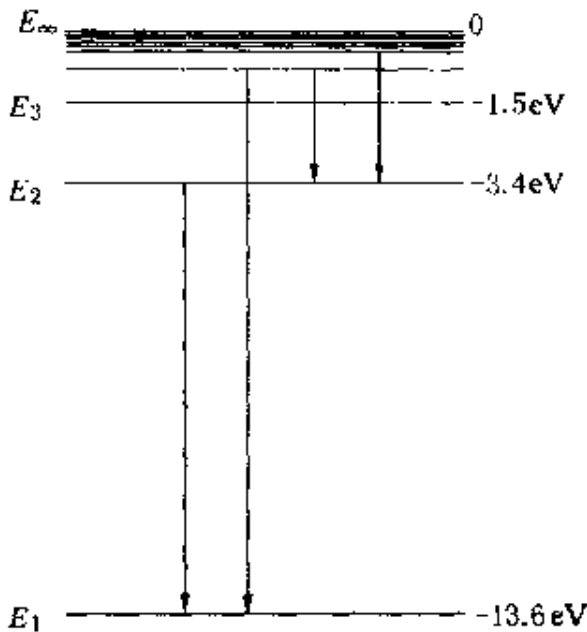


图 3.6 氢原子的能级及发光跃迁

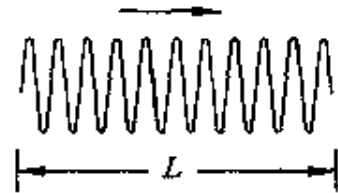


图 3.7 一个波列示意图

在普通的光源内,有非常多的原子在发光,这些原子的发光远不是同步的。这是因为在这些光源内原子处于激发态时,它向低能级的跃迁完全是自发的,是按照一定的概率发生的。各原子的各次发光完全是相互独立、互不相关的。各次发出的波列的频率和振动方向可能不同,而且它们每次何时发光是完全不确定的。在实验中我们所观察到的光是由光源中的许多原子所发出的、许许多多相互独立的波列组成的。尽管在有些条件下(如在单色光源内)可以使这些波列的频率基本相同,但是两个相同的光源或同一光源上的两部分发的光叠加时,在任一点,这些波列的振动方向不可能都相同,特别是相差不可能保持恒定,因而合振幅不可能稳定,也就不可能产生光的强弱在空间稳定分布的干涉现象了。

实际上,利用普通光源获得相干光的方法的基本原理是,把由光源上同一点发的光设法分成两部分,然后再使这两部分叠加起来。由于这两部分光的相应部分实际上都来自同一发光原子的同一次发光,所以它们将满足相干条件而成为相干光。

把同一光源发的光分成两部分的方法有两种。一种就是上面杨氏双缝实验中利用的分波阵面法,另一种是分振幅法,下面要讲的薄膜干涉实验用的就是这后一种方法。

利用分波阵面法产生相干光的实验还有菲涅耳双镜实验、劳埃德镜实验等。

菲涅耳双镜实验装置如 3.8 所示。它是由两个交角很小的平面镜 M_1 和 M_2 构成的。 S 为线光源,其长度方向与两镜面的交线平行。

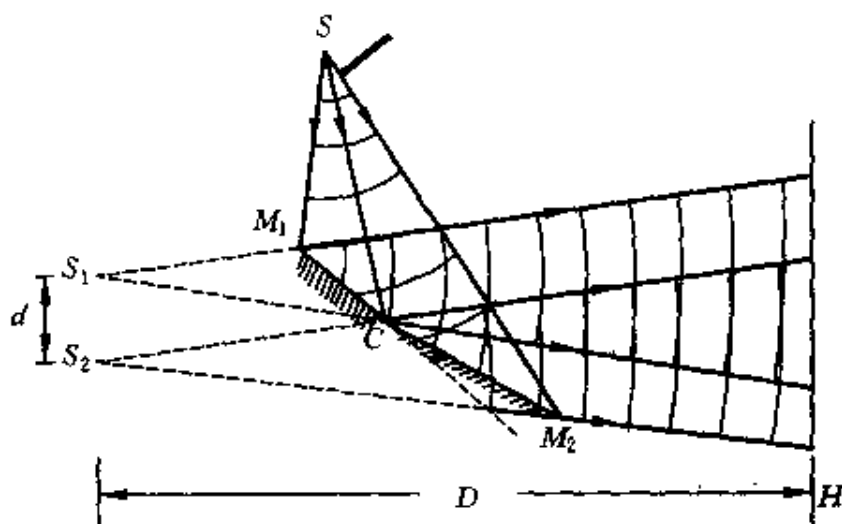


图 3.8 菲涅耳双镜干涉实验

由 S 发的光的波阵面到达镜面上时也分成两部分,它们分别由两个平面镜反射。两束反射光也是相干光,它们也有部分重叠,在屏 H 上的重叠区域也有明暗条纹出现。如果把两束相干光分别看作是由两个虚光源 S_1 和 S_2 发出的,则关于杨氏双缝实验的分析也完全适用于这种双镜实验。

劳埃德镜实验就用一个平面镜 M ,如图 3.9 所示,图中 S 为线光源。

S 发出的光的波阵面的一部分直接照到屏 H 上,另一部分经过平面镜反射后再射到屏 H 上。这两部分光也是相干光,在屏 H

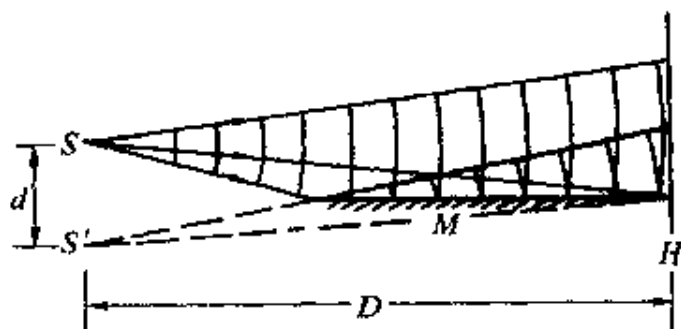


图 3.9 劳埃德镜干涉实验

上的重叠区域也能产生干涉条纹。如果把反射光看作是由虚光源 S' 发出的,则关于双缝实验的分析也同样适用于这劳埃德镜干涉实验。不过这时必须认为 S 和 S' 两个光源是反相相干光源。这是因为玻璃与空气相比,玻璃是光密介质,而光线由光疏介质射向光密介质在界面上发生反射时有半波损失(或 π 的位相突变)的缘故。如果把屏 H 放到靠在平面镜的边上,则在接触处屏上出现的是暗条纹。一方面由于此处是未经反射的光和刚刚反射的光相叠加,它们的完全相消就说明光在平面镜上反射时有半波损失;另一方面,由于这一位置相当于双缝实验的中央条纹,它是暗纹就说明 S 和 S' 是反相的。

以上说明的是利用“普通”光源产生相干光进行干涉实验的方法,现代的干涉实验已多用激光光源来做了。激光光源的发光面(即激光管的输出端面)上各点发出的光都是频率相同,振动方向相同而且同相的相干光波(基横模输出情况)。因此使一个激光光源的发光面的两部分发的光直接叠加起来,甚至使两个同频率的激光光源发的光叠加,也可以产生明显的干涉现象。现代精密技术中就有很多地方利用激光产生的干涉现象。

* 3.3 光的非单色性对干涉条纹的影响

3.2 节已讲过原子发光是断续的,每次发光只延续很短一段

时间 τ (约 10^{-8} s), 因而每次发出的光波都只是长度有限的波列。一个长度有限的波列, 实际是由许多不同频率的谐波组成的。因此, 即使是所谓的“单色光源”, 发的光也不是严格地只包含单一频率(或波长)的光, 而是包含有一定频率范围, 或波长范围的光, 这种光称为**准单色光**。波长为 λ 的准单色光的组成一般用如图 3.10 所画的 $I-\lambda$ 曲线表示。在 λ 左右的其它波长成分的强度迅速减小。这就构成了一条**谱线**。强度等于最大强度的一半的波长范围 $\Delta\lambda$ 叫做**谱线宽度**。 $\Delta\lambda$ 愈小, 光的单色性愈好。普通单色光源, 谱线宽度的数量级为千分之几纳米到几纳米。激光的谱线宽度大约只有 10^{-9} nm, 甚至更小。

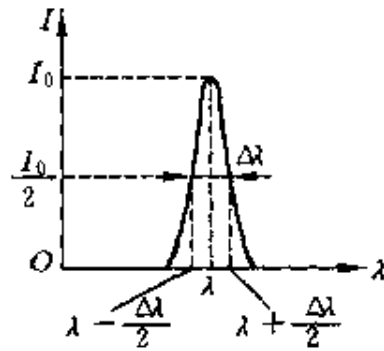


图 3.10 谱线及其宽度

有一定谱线宽度的单色光射入干涉装置后每一种波长成分都将产生自己的干涉条纹, 如图 3.11 下部曲线所示。图中带撇的和不带撇的数字分别表示最大波长和最小波长的光形成的干涉条纹

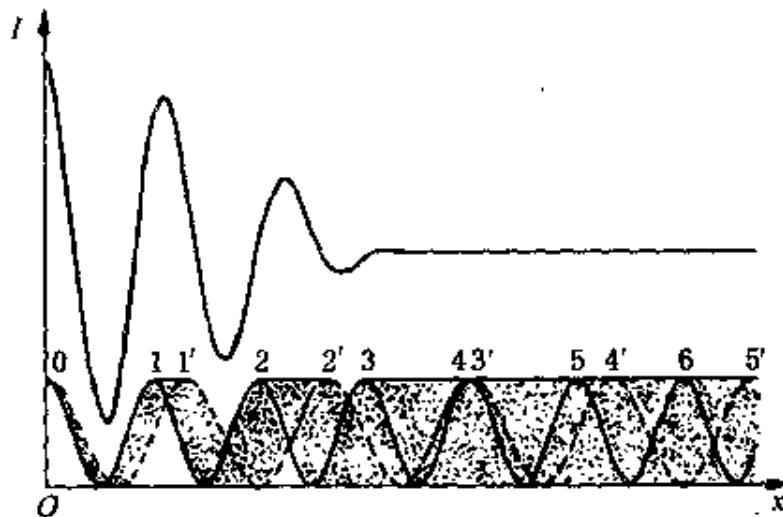


图 3.11 准单色光中各波长成分干涉条纹的重叠

的明纹的级次。由于波长不同,所以除了零级条纹外,其它同级次的条纹将彼此错开,并发生不同级条纹的重叠。在重叠处总的光强为各种波长的条纹的光强的非相干相加。图中上面的曲线为干涉条纹的总光强。由图可见,随着 x 的增大,干涉条纹的明暗对比减小,当 x 增大到某一值以后,干涉条纹就消失了。对于谱线宽度为 $\Delta\lambda$ 的准单色光,干涉条纹消失的位置应是波长为 $\lambda + \Delta\lambda/2$ 的成分的 k 级明纹与波长为 $\lambda - \Delta\lambda/2$ 的成分的 $k+1$ 级明纹重合的位置。由于两成分在此位置上有同一光程差,根据光程差与明纹级次的关系可知,条纹消失时,最大光程差应满足

$$\delta_{\max} = \left(\lambda + \frac{\Delta\lambda}{2} \right) k = \left(\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2} \right) (k + 1)$$

由此式解得

$$k\Delta\lambda = \lambda - \frac{\Delta\lambda}{2}$$

由于 $\Delta\lambda \ll \lambda$, 和 λ 项相比,可忽略 $\Delta\lambda$ 项。于是可得

$$k = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (3.11)$$

而

$$\delta_{\max} = \lambda k = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (3.12)$$

这两个公式给出了光的非单色性对干涉条纹的影响。 $\Delta\lambda$ 愈大,即光的单色性愈差,能够观察到干涉条纹的级次 k 和最大允许的光程差 δ_{\max} 就愈小。只有在光程差小于 δ_{\max} 的条件下才能观察到干涉条纹。因此, δ_{\max} 称为相干长度。

例 3.2 在一双缝干涉实验中,光源用低压汞灯并使用它发的绿光作实验,此绿光波长 $\lambda = 546.1\text{nm}$,谱线宽度 $\Delta\lambda = 0.044\text{nm}$,试求能观察到干涉条纹的级次和最大允许的光程差。

解 利用(3.11)和(3.12)式可求得

$$k = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{546.1}{0.044} = 1.241 \times 10^4$$

$$\begin{aligned}\delta_{\max} &= \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{546.1^2}{0.044} \\ &= 6.8 \times 10^{-3}(\text{m}) = 6.8 (\text{mm})\end{aligned}$$

这一结果表明,由于 k 很大,所以用普通的单色光源时,就光的非单色性影响来说,实验中总是能观察到相当多的干涉条纹。此例中的绿光的相干长度为6.8mm,其它的普通的单色光源的光也大致如此。激光的相干长度要大得多,可以达几百千米。

如上所述,光的非单色性对干涉条纹的影响是由于原子发光的断续性引起的。相干长度的计算借助了干涉条纹的重叠。其实,根据波列的存在和叠加的概念,可以更直接地理解相干长度的意义。如图3.12所示, S 为一单色光源,它发的光通过 S_1, S_2 两狭缝后发生叠加。从 S 发出的各波列都分成两部分然后又在观察点相遇。以 a_1 和 a_2, b_1 和 b_2, c_1 和 c_2 分别表示同一波列分成的两部分,它们当然都分别是相干的。因此,只要光程差不大,使得在相遇处是 a_1 和 a_2, b_1 和 b_2, \dots 相遇(图3.12(a)),则由于它们都是相干的,自然可以观察到干涉现象。但是,如果光程差太大,以致使 a_1

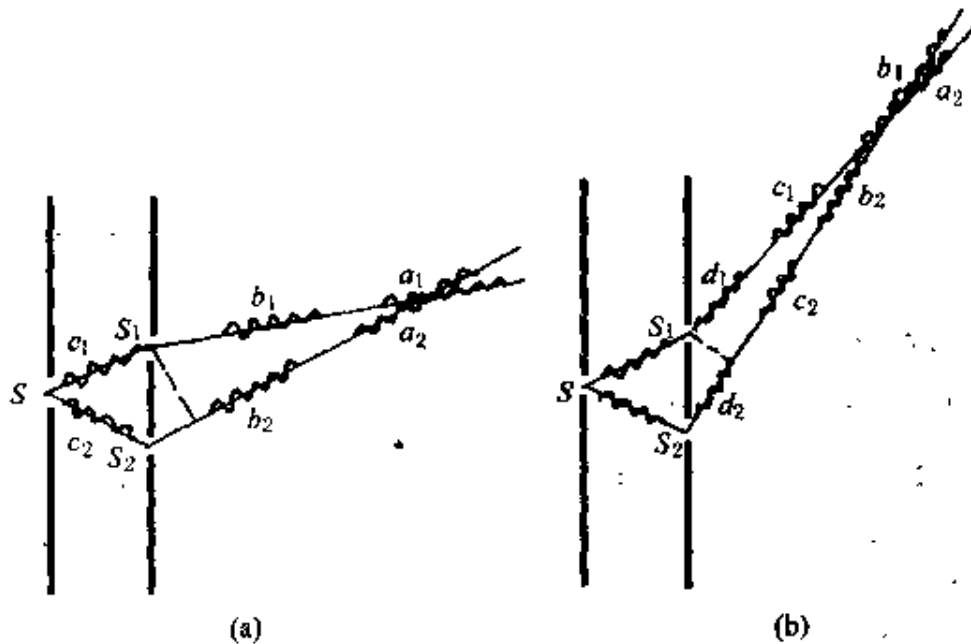


图 3.12 说明相干长度用图

和 a_2, b_1 和 $b_2 \dots$ 在相遇处彼此错开了(图 3.12(b)), 相叠加的将都是互相独立、不相干的波列, 那当然将导致干涉条纹的消失。由此不难得出, 当从光源到观察点的光程差大于波列长度 L 时, 干涉条纹将消失。由此得出的对光程差的限制应该就是上面的分析中得出的能观察到干涉条纹时对光程差的限制。因此

$$\delta_{\max} = L \quad (3.13)$$

这就是说, 相干长度就等于波列的长度。

光源在同一时刻发的光分为两束后又先后到达某一观察点, 只有当这先后到达的时差小于某一值时才能在观察点产生干涉。这一时差决定了光的时间相干性。时间相干性的好坏, 就用一个波列延续的时间 τ 或波列长度 L 来衡量。 τ 又叫相干时间, L 就是相干长度。

* 3.4 光源的大小对干涉条纹的影响

由于从普通光源的不同部位发出的光是不相干的, 因而在分波阵面的干涉装置中, 需要用点光源或线光源。实际的线光源(或被照亮的缝)总有一定宽度。实验表明, 当光源的宽度逐渐增大时, 干涉条纹的明暗对比将下降, 而达到一定宽度时, 干涉条纹将消失。下面就来讨论光源宽度对干涉条纹的影响。

如图 3.13 所示, 设光源是宽度为 b 的普通带状光源, 相对于双缝 S_1, S_2 (间距为 d) 对称放置, S_1, S_2 离光源的距离为 R 。整个带状光源可以看成是由许多并排的线光源组成的, 由于这些线光源是彼此独立地发光的, 因而它们是不相干的。

显然, 每个线光源在屏上都要产生一套自己的干涉条纹。由波程差的分析可知, 位于带光源中心 M 处的线光源产生的干涉条纹, 其零级明纹在屏的中心 O 处。在 M 上方的线光源, 其零级明纹

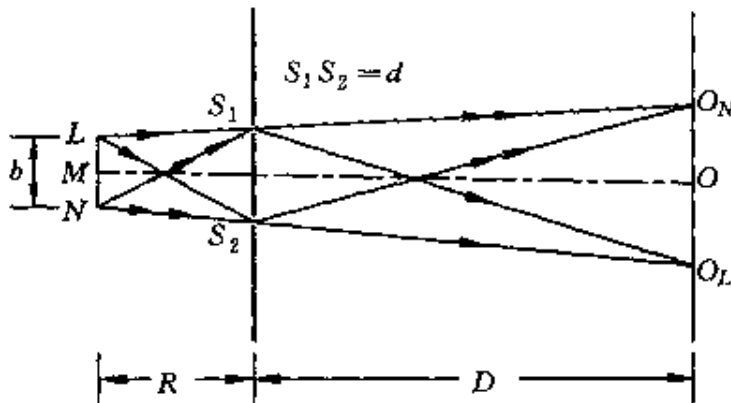


图 3.13 带状光源的双缝干涉

在 O 的下方。而在 M 下方的线光源，它的零级明纹在 O 的上方。这些线光源产生的相邻明纹的间距都相等。因此，这些不相干的线光源产生的干涉条纹是彼此错开的。在这些干涉条纹的重叠处，总的光强应为各个条纹光强的非相干相加。图 3.14(a), (b) 分别画出了两个宽度不同的光源所产生的干涉强度分布，下面是各成分

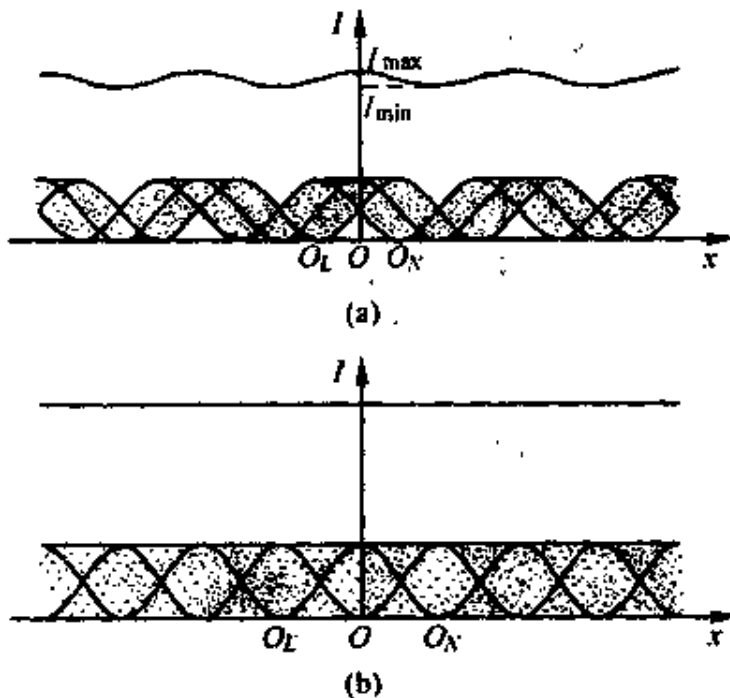


图 3.14 带光源双缝干涉的强度分布曲线

线光源产生的干涉强度分布曲线,上面是它们相加而形成的总的干涉强度分布曲线。 O_L, O_N 分别表示光源两边缘处的线光源产生的零级明纹中心所在处,其它线光源产生的零级明纹中心位置就分布在 O_L 和 O_N 之间。(这些线光源的干涉强度分布曲线紧密相邻形成图中阴影区域。)图 3.14(a)中 O_L, O_N 彼此错开半个条纹间距,总的干涉条纹的明暗对比下降。图 3.14(b)中 O_L, O_N 错开了一个条纹间距,总的光强均匀分布,干涉条纹消失。这后一种情况中两边缘线光源的间距就是带光源允许的宽度,小于这一宽度才能观察到干涉条纹。由这一要求可如下求出光源宽度应该满足的条件。

如图 3.15 所示,设光源上边缘处线光源 L 产生的中央亮纹 O_L 与下边缘处线光源 N 产生的第一级亮纹 1_N 重合。由于 O_L 是中央亮纹中心,所以有

$$(LS_1 + r_1) - (LS_2 + r_2) = 0$$

由于 1_N 是第一级亮纹中心,所以有

$$(NS_1 + r_1) - (NS_2 + r_2) = \lambda$$

两式相减,可得

$$NS_1 - LS_1 + LS_2 - NS_2 = \lambda$$

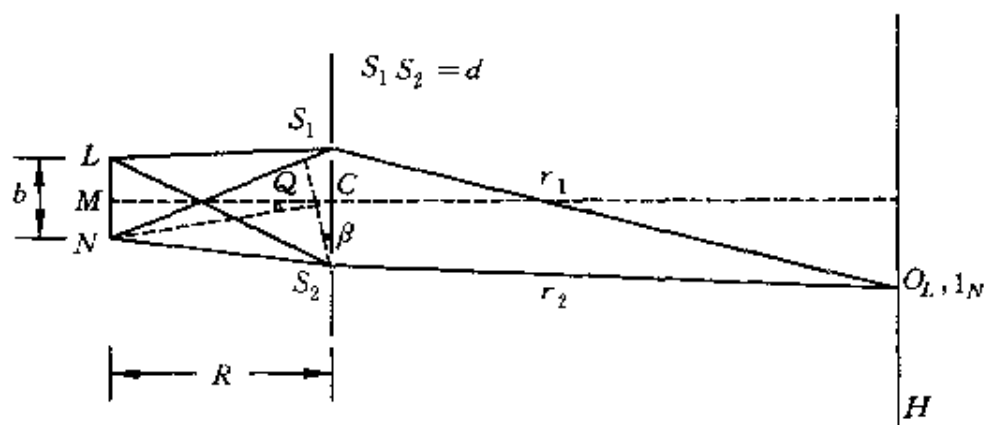


图 3.15 双缝干涉与光源宽度的关系分析

由于 $LS_1 = NS_2, LS_2 = NS_1$, 所以又可得

$$2(NS_1 - NS_2) = \lambda$$

在 NS_1 上截取线段 $NQ = NS_2$, 则可得

$$2QS_1 = \lambda$$

由图可知, 由于 $R \gg b$, $\angle S_1S_2Q = \angle NCM = \angle \beta$, 因而有

$$QS_1 = d\beta = d \frac{b/2}{R} = \frac{db}{2R}$$

将此式代入上一式可得

$$bd = R\lambda \quad (3.14)$$

当 d 和 R 一定时, 此式就给出在双缝情况下能产生干涉现象的普通光源的极限宽度。由于这一条件和双缝到屏的距离无关, 所以当光源达到极限宽度时, 在双缝后面任何距离处都不会出现干涉条纹。

(3.14) 式也表明, 在光源到缝的距离 R 一定的情况下, 减小两缝间的距离 d 就可以用更宽的光源来获得干涉条纹。

由(3.14)式还可以看出, 对于有一定宽度 b 的普通光源, 要想在离它 R 处通过双缝产生干涉现象, 则两缝之间的距离 d 必须小于某一值。一般地说, 在有一定面积的光源的照明区域内, 认定两点作为次波源, 则只有这两个次波源之间的距离小于某一值时, 它们才是相干的。这一间距的限制决定了光场的**空间相干性**。在光源的照明区域内各处可能相干的两个次波源的间距范围可用由它们形成的干涉条纹刚好消失时, 它们之间的距离 d_0 来衡量。 d_0 称为**(横向)相干间隔**^①。据(3.14)式, 有

$$d_0 = \frac{R}{b}\lambda \quad (3.15)$$

^① 由于激光光源各处发出的光都是相干的, 所以激光光源的光场不受相干间隔的限制。

此式说明,相干间隔和光源线度以及所涉及的地点到光源的距离有关。相干间隔也常用相干孔径 θ_0 代替,它的定义是相干间隔对光源中心所张的角度,即

$$\theta_0 = \frac{d_0}{R} = \frac{\lambda}{b} \quad (3.16)$$

空间相干性原理被用来测量星体的直径,所用的仪器称为测星干涉仪。和图 3.15 对照,发光星体就是光源,其直径就相当于光源的宽度 b ,而星体到地球的距离就是 R 。从地面观察到的星体的角直径为 $\varphi = b/R$,由(3.15)式可得

$$\varphi = \frac{\lambda}{d_0} \quad (3.17)$$

由于实际上远处星体的角直径很小,所以要求干涉条纹消失时两缝间的距离 d_0 相当大,例如几米。迈克耳孙巧妙地用了四块平面反射镜来增大两“缝”之间的距离,他的测星干涉仪结构如图 3.16 所示。平面镜 M_1 和 M_3 , M_2 和 M_4 分别平行,并都和望远镜的光轴成 45° 角。远处的星光只有射到 M_1 和 M_2 上时才能进入 S_1 和 S_2 ,这两面镜子实际上相当于不透明屏上的双孔(或双缝)。 M_1, M_2 可

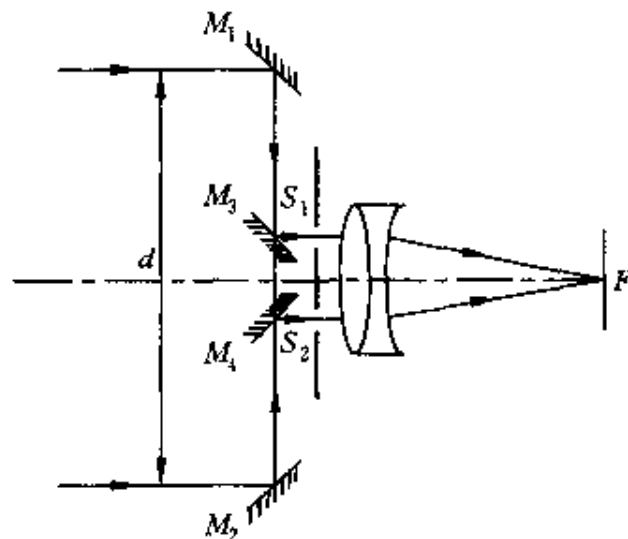


图 3.16 迈克耳孙测星干涉仪

以对称地向两侧移动,从而改变它们之间的距离。通常在望远镜物镜的焦平面上可观察到星光的干涉条纹,当 M_1, M_2 之间的距离 d 满足(3.17)式的条件时,干涉条纹消失,从而测得恒星角直径。

参宿四(橙色的猎户座 α 星)是利用这个装置测量角直径的第一颗星,测量是在1920年12月的一个寒冷的夜晚进行的。当 M_1, M_2 之间的距离调节到3.07m时,干涉条纹消失了。根据以上数据,取 $\lambda=570\text{nm}$ 代入(3.17)式,则得参宿四的角直径为

$$\varphi = \frac{\lambda}{d_0} = \frac{570 \times 10^{-9}}{3.07} \approx 2 \times 10^{-7} \text{ (rad)} \approx 0.04 \text{ (")}$$

3.5 光 程

相差的计算在分析光的叠加现象时十分重要。为了方便地比较、计算光经过不同介质时引起的相差,引入了光程的概念。

光在介质中传播时,光振动的相位沿传播方向逐点落后。以 λ' 表示光在介质中的波长,则通过路程 r 时,光振动相位落后的值为

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda'} r$$

同一束光在不同介质中传播时,频率不变而波长不同。以 λ 表示光在真空中的波长,以 n 表示介质的折射率,则有

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} \quad (3.18)$$

将此关系代入上一式中,可得

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} nr$$

此式的右侧表示光在真空中传播路程 nr 时所引起的相位落后。由此可知,同一频率的光在折射率为 n 的介质中通过 r 的距离时引起的相位落后和在真空中通过 nr 的距离时引起的相位落后相同。

这时 nr 就叫做与路程 r 相应的光程。它实际上是把光在介质中通过的路程按相位变化相同折合到真空中的路程。这样折合的好处是可以统一地用光在真空中的波长 λ 来计算光的相位变化。相差和光程差的关系是

$$\text{相差} = \frac{2\pi}{\lambda} \text{光程差} \quad (3.19)$$

例如,在图 3.17 中有两种介质,折射率分别为 n 和 n' 。由两光源发出的光到达 P 点所经过的光程分别是 $n'r_1$ 和 $n'(r_2-d) + nd$, 它们的光程差为 $n'(r_2-d) + nd - n'r_1$ 。由此光程差引起的相差就是

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} [n'(r_2 - d) + nd - n'r_1]$$

式中 λ 是光在真空中的波长。

在干涉和衍射装置中,经常要用到透镜。下面简单说明通过透镜的各光线的等光程性。

平行光通过透镜后,各光线要会聚在焦点,形成一亮点(图 3.18(a),(b))。这一事实说明,在焦点处各光线是同相的。由于平行光的同相面与光线垂直,所以从入射平行光内任一与光线垂直的平面算起,直到会聚点,各光线的光程都是相等的。例如在图 3.18(a)(或(b))中,从 a, b, c 到 F (或 F') 或者从 A, B, C 到 F (或 F') 的三条光线都是等光程的。

这一等光程性可作如下解释。如图 3.18(a)(或(b))所示, A, B, C 为垂直于入射光束的同一平面上的三点,光线 AaF, CcF 在空气中传播的路径长,在透镜中传播的路径短;而光线 BbF 在空气中传播的路径短,在透镜中传播的路径长。由于透镜的折射率大于空气的折射率,所以折算成光程,各光线光程将相等。这就是说,

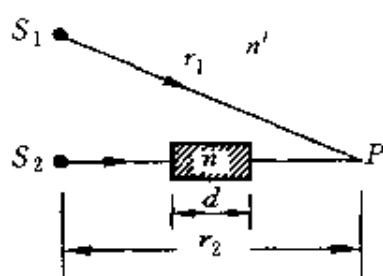


图 3.17 光程的计算

透镜可以改变光线的传播方向,但不附加光程差。在图 3.18(c)中,物点 S 发的光经透镜成象为 S' ,说明物点和象点之间各光线也是等光程的。

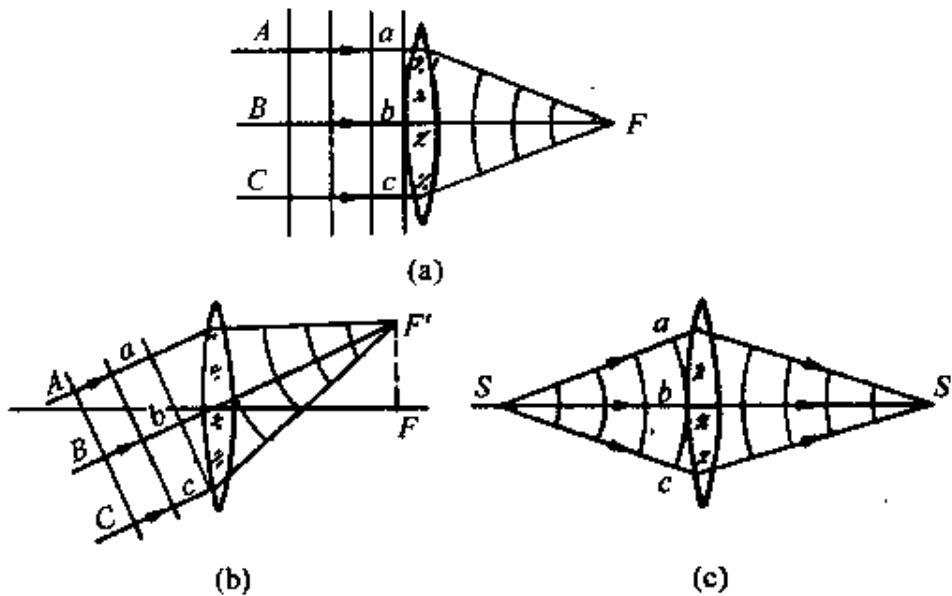


图 3.18 通过透镜的各光线的光程相等

3.6 薄膜干涉(一)——等厚条纹

本节开始讨论用分振幅法获得相干光产生干涉的实验,最典型的是薄膜干涉。平常看到的油膜或肥皂液膜在白光照射下产生的彩色花纹就是薄膜干涉的结果。

一种观察薄膜干涉的装置如图 3.19 所示。

产生干涉的部件是一个放在空气中的劈尖形状的介质薄片或膜,简称劈尖。它的两个表面是平面,其间有一个很小的夹角 θ 。实验时使平行单色光近于垂直地入射到劈面上。为了说明干涉的形成,我们分析在介质上表面 A 点入射的光线。此光线到达 A 点时,一部分就在 A 点反射,成为反射线 1,另一部分则折射入介质内部,成为光线 2,它到达介质下表面时又被反射,然后再通过上表面透射出来(实际上,由于 θ 角很小,入射线、透射线和反射线都几

乎重合)。因为这两条光线是从同一条入射光线,或者说入射光的波阵面上的同一部分分出来的,所以它们一定是相干光。它们的能量也是从那同一条入射光线分出来的。由于波的能量和振幅有关,所以这种产生相干光的方法叫分振幅法。

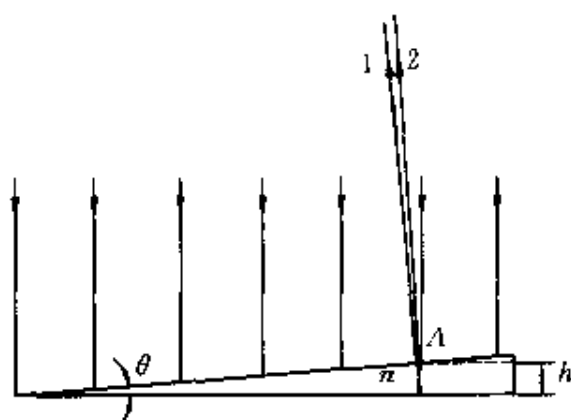


图 3.19 劈尖薄膜干涉

从介质膜上、下表面反射的光就在膜的上表面附近相遇,而发生干涉。因此当观察介质表面时就会看到干涉条纹。以 e 表示在入射点 A 处膜的厚度,则两束相干的反射光在相遇时的光程差为

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} \quad (3.20)$$

式中前一项是由于光线 2 在介质膜中经过了 $2e$ 的几何路程引起的,后一项 $\lambda/2$ 则来自反射本身。如图 3.19 所示,由于介质膜相对于周围空气为光密介质,这样在上表面反射时有半波损失,在下表面反射时没有。这个反射时的差别就引起了附加的光程差 $\lambda/2$ 。

由于各处的膜的厚度 e 不同,所以光程差也不同,因而会产生相长干涉或相消干涉。相长干涉产生明纹的条件是

$$2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.21)$$

相消干涉产生暗纹的条件是

$$2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.22)$$

这里 k 是干涉条纹的级次。以上两式表明,每级明或暗条纹都与一定的膜厚 e 相对应。因此在介质膜上表面的同一条等厚线上,就形成同一级次的一条干涉条纹。这样形成的干涉条纹因而称为等厚

条纹。

由于劈尖的等厚线是一些平行于棱边的直线,所以等厚条纹是一些与棱边平行的明暗相间的直条纹,如图 3.20 所示。

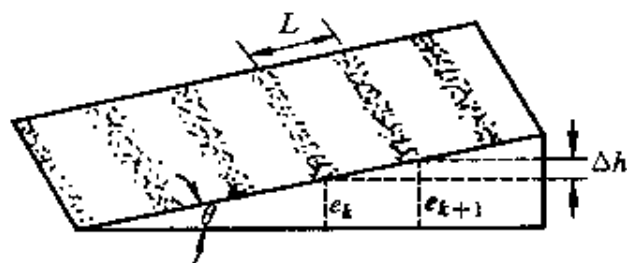


图 3.20 等厚干涉条纹

在棱边处 $e=0$,只是由于有半波损失,两相干光相差为 π ,因而形成暗纹。

以 L 表示相邻两条明纹或暗纹在表面上的距离,则由图 3.20 可求得

$$L = \frac{\Delta e}{\sin\theta} \quad (3.23)$$

式中 θ 为劈尖顶角, Δe 为与相邻两条明纹或暗纹对应的厚度差。对相邻的两条明纹,由(3.21)式有

$$2ne_{k+1} + \frac{\lambda}{2} = (k+1)\lambda$$

与

$$2ne_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

两式相减得

$$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n}$$

代入(3.23)式就可得

$$L = \frac{\lambda}{2n\sin\theta} \quad (3.24)$$

通常 θ 很小,所以 $\sin\theta \approx \theta$,上式又可改写为

$$L = \frac{\lambda}{2n\theta} \quad (3.25)$$

(3.24)式和(3.25)式表明,劈尖干涉形成的干涉条纹是等间距的,条纹间距与劈尖角 θ 有关。 θ 越大,条纹间距越小,条纹越密。当 θ 大到一定程度后,条纹就密不可分了。所以干涉条纹只能在劈尖角度很小时才能观察到。

已知折射率 n 和波长 λ ,又测出条纹间距 L ,则利用(3.25)式可求得劈尖角 θ 。在工程上,常利用这一原理测定细丝直径、薄片厚度等(见例3.5),还可利用等厚条纹特点检验工件的平整度,这种检验方法能检查出不超过 $\lambda/4$ 的凹凸缺陷(见例3.4)。

例 3.3 牛顿环干涉装置如图 3.21(a)所示,在一块平玻璃 B 上放一曲率半径 R 很大的平凸透镜 A ,在 A, B 之间形成一薄的劈形空气层,当单色平行光垂直入射于平凸透镜时,可以观察到(为了使光源 S 发出的光能垂直射向空气层并观察反射光,在装置中加进了一个 45° 放置的半反射半透射的平面镜 M)。在透镜下表面出现一组干涉条纹,这些条纹是以接触点 O 为中心的同心圆环,称为牛顿环(图3.21(b))。试分析干涉的起因并求出环半径 r 与 R 的关系。

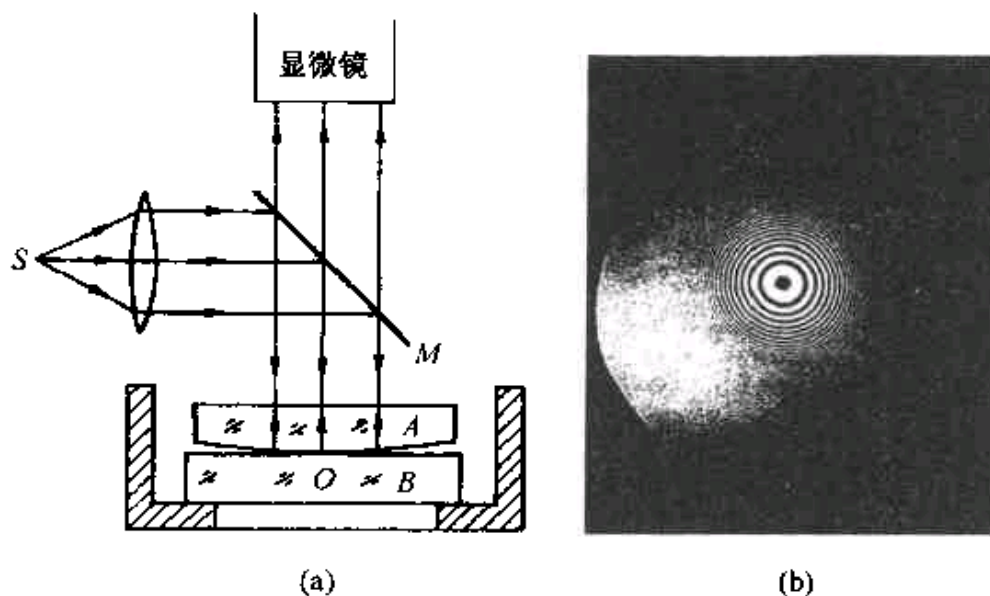


图 3.21 牛顿环实验

(a) 装置简图; (b) 牛顿环照相

解 当垂直入射的单色平行光透过平凸透镜后,在空气层的上、下表面发生反射形成两束向上的相干光。这两束相干光在平凸透镜下表面处相遇而发生干涉,这两束相干光的光程差为

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2}$$

其中 e 是空气薄层的厚度, $\lambda/2$ 是光在空气层的下表面即和平玻璃的分界面上反射时产生的半波损失。由于这一光程差由空气薄层的厚度决定,所以由干涉产生的牛顿环也是一种等厚条纹。又由于空气层的等厚线是以 O 为中心的同心圆,所以干涉条纹成为明暗相间的环。形成明环的条件为

$$2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.26)$$

形成暗环的条件为

$$2e + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.27)$$

在中心处, $e=0$, 由于有半波损失, 两相干光光程差为 $\lambda/2$, 所以形成一暗斑。

为了求环半径 r 与 R 的关系, 参照图 3.22。

在 r 和 R 为两边的直角三角形中,

$$r^2 = R^2 - (R - e)^2 = 2Re - e^2$$

因为 $R \gg e$, 此式中可略去 e^2 , 于是得

$$r^2 = 2Re$$

由(3.26)式和(3.27)式求得 e , 代入上式, 可得明环半径为

$$r = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

(3.28)

暗环半径为

$$r = \sqrt{kR\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.29)$$

由于半径 r 与环的级次的平方根成正比, 所以正如图 3.21(b)所显示的那样, 越向外环越密。

此外, 也可以观察到透射光的干涉条纹, 它们和反射光干涉条纹明暗互

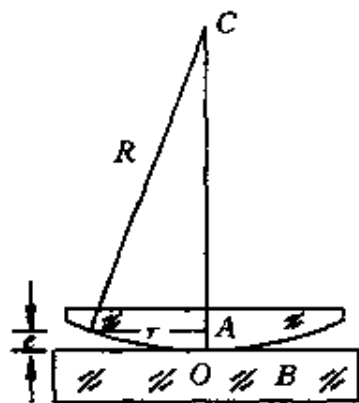


图 3.22 计算牛顿环半径用图

补,即反射光为明环处,透射光为暗环。

例 3.4 利用等厚条纹可以检验精密加工工件表面的质量。在工件上放一平玻璃,使其间形成一空气劈尖(图 3.23(a))。今观察到干涉条纹如图 3.23(b)所示。试根据纹路弯曲方向,判断工件表面上纹路是凹还是凸? 并求纹路深度 h 。

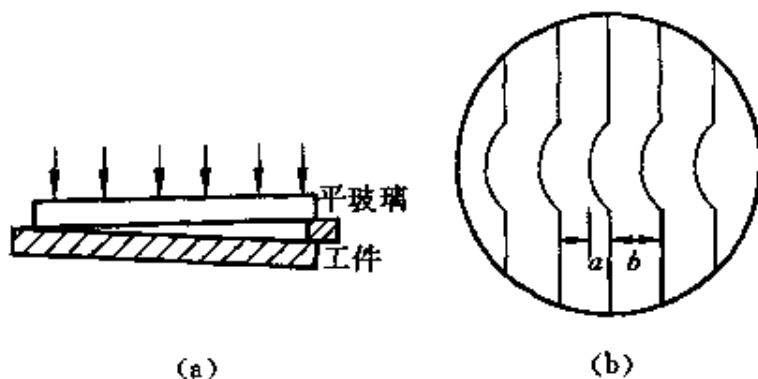


图 3.23 平玻璃表面检验示意图

解 由于平玻璃下表面是“完全”平的,所以若工件表面也是平的,空气劈尖的等厚条纹应为平行于棱边的直条纹。现在条纹有局部弯向棱边,说明在工件表面的相应位置处有一条垂直于棱边的不平的纹路。我们知道同一条等厚条纹应对应相同的膜厚度,所以在同一条纹上,弯向棱边的部分和直的部分所对应的膜厚度应该相等。本来越靠近棱边膜的厚度应越小,而现在在同一条纹上近棱边处和远棱边处厚度相等,这说明工件表面的纹路是凹下去的。

为了计算纹路深度,参考图 3.24,图中 b 是条纹间隔, a 是条纹弯曲深度, e_k 和 e_{k+1} 分别是和 k 级及 $k+1$ 级条纹对应的正常空气膜厚度,以 Δe 表示相邻两条纹对应的空气膜的厚度差, h 为纹路深度,则由相似三角形关系可得

$$\frac{h}{\Delta e} = \frac{a}{b}$$

由于对空气膜来说, $\Delta e = \lambda/2$,代入上式即可得

$$h = \frac{\lambda a}{2b}$$

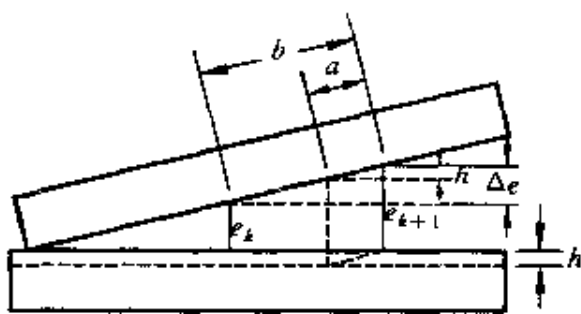


图 3.24 计算纹路深度用图

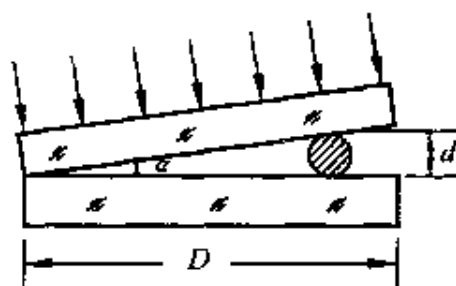


图 3.25 金属丝直径测定

例 3.5 把金属细丝夹在两块平玻璃之间,形成空气劈尖,如图 3.25 所示。金属丝和棱边间距离为 $D=28.880\text{mm}$ 。用波长 $\lambda=589.3\text{nm}$ 的钠黄光垂直照射,测得 30 条明条纹之间的总距离为 4.295mm ,求金属丝的直径 d 。

解 由图示的几何关系可得

$$d = D \tan \alpha$$

式中 α 为劈尖角。相邻两明条纹间距和劈尖角的关系为 $L = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$, 因为 α 很

小, $\tan \alpha \approx \sin \alpha = \frac{\lambda}{2L}$, 于是有

$$\begin{aligned} d &= D \frac{\lambda}{2L} = 28.880 \times \frac{589.3 \times 10^{-9}}{2 \times \frac{4.295}{29}} \\ &= 5.746 \times 10^{-5} \text{ (m)} = 5.746 \times 10^{-2} \text{ (mm)} \end{aligned}$$

3.7 薄膜干涉(二)——等倾条纹

如果使一条光线斜入射到厚度 e 均匀和平膜上(图 3.26),它在入射点 A 处也分成反射和折射的两部分,折射的部分在下表面反射后又能从上表面射出。由于这样形成的两条相干光线 1 和 2 是平行的,所以它们只能在无穷远处相交面发生干涉。在实验室中为了在有限远处观察干涉条纹,就使这两束光线射到一个透镜 L 上,经过透镜的会聚,它们将相交于焦平面 FF' 上一点 P 而在此

处发生干涉。现在让我们来计算到达 P 点时,1,2 两条光线的光程差。

从折射线 AB 反射后的射出点 C 作光线 1 的垂线 CD 。由于从 C 和 D 到 P 点光线 1 和 2 的光程相等(透镜不附加光程差),所以它们的光程差就是 ABC 和 AD 两条光程的差。由图 3.26 可求得这一光程差为

$$\delta = n(AB + BC) - AD + \frac{\lambda}{2}$$

式中 $\lambda/2$ 是由于半波损失而附加的

光程差。由于 $AB = BC = \frac{e}{\cos r}$, AD

$= AC \sin i = 2e \tan r \sin i$, 再利用折射定律 $\sin i = n \sin r$, 可得

$$\begin{aligned} \delta &= 2nAB - AD + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2n \frac{e}{\cos r} - 2e \tan r \sin i + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2ne \cos r + \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad (3.30)$$

或

$$\delta = 2e \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \quad (3.31)$$

此式表明,光程差决定于倾角(指入射角 i),凡以相同倾角 i 入射到厚度均匀的平膜上的光线,经膜上、下表面反射后产生的相干光束有相等的光程差,因而它们干涉相长或相消的情况一样。因此,这样形成的干涉条纹称为等倾条纹。

实际上观察等倾条纹的实验装置如图 3.27(a)所示。 S 为一面光源, M 为半反半透平面镜, L 为透镜, H 为置于透镜焦平面上

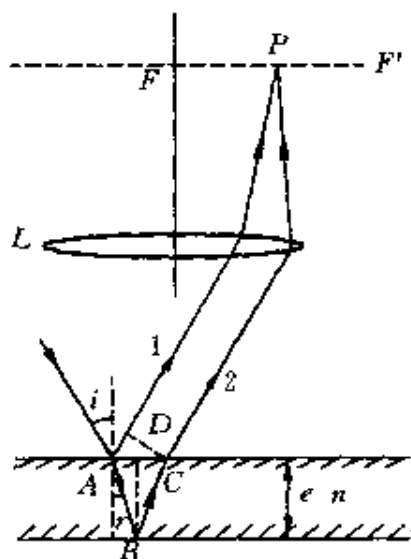


图 3.26 斜入射光路

的屏。先考虑发光面上一点发出的光线。这些光线中以相同倾角入射到膜表面上的应该在同一圆锥面上,它们的反射线经透镜会聚后应分别相交于焦平面上的同一个圆周上。因此,形成的等倾条纹是一组明暗相间的同心圆环。由(3.31)式可得,这些圆环中明环的条件是

$$\delta = 2e \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.32)$$

暗环的条件是

$$\delta = 2e \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.33)$$

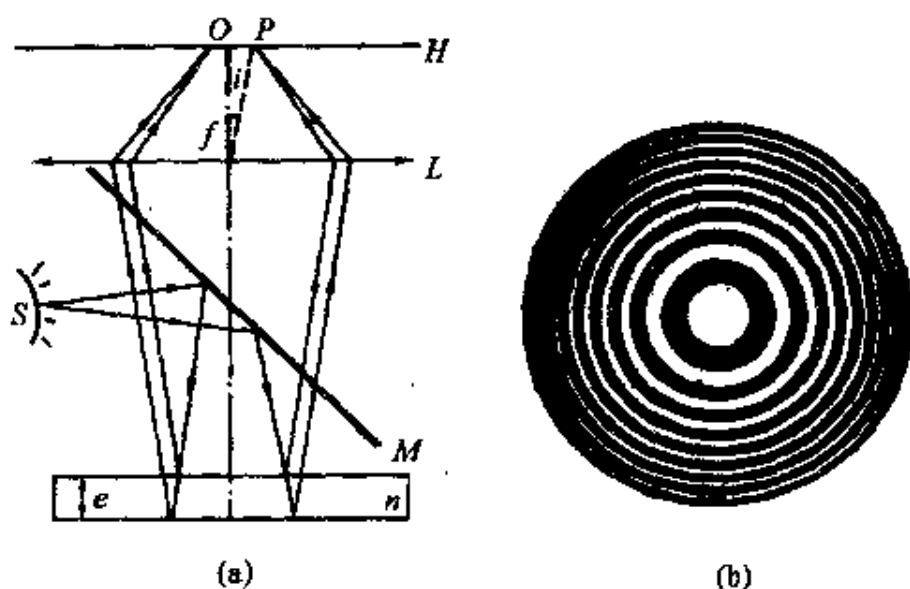


图 3.27 观察等倾条纹

(a) 装置和光路; (b) 等倾条纹照相

光源上每一点发出的光束都产生一组相应的干涉环。由于方向相同的平行光线将被透镜会聚到焦平面上同一点,而与光线从何处来无关,所以由光源上不同点发出的光线,凡有相同倾角的,它们形成的干涉环都将重叠在一起,总光强为各个干涉环光强的非相干相加,因而明暗对比更为鲜明,这也就是观察等倾条纹时使

用面光源的道理。

等倾干涉环是一组内疏外密的圆环,如图 3.27(b)的照片所示。如果观察从薄膜透过的光线,也可以看到干涉环,它和图 3.27(b)所显示的反射干涉环是互补的,即反射光为明环处,透射光为暗环。

例 3.6 用波长为 λ 的单色光观察等倾条纹,看到视场中心为一亮斑,外面围以若干圆环,如图 3.27(b)所示。今若慢慢增大薄膜的厚度,则看到的干涉圆环会有什么变化?

解 用薄膜的折射率 n 和折射角 r 表示的等倾条纹明环的条件是(参考(3.30)式)

$$2nec\cos r + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

当薄膜厚度 e 一定时,愈靠近中心,入射角 i 愈小,折射角 r 也越小, $\cos r$ 越大,上式给出的 k 越大。这说明,越靠近中心,环纹的级次越高。在中心处, $r=0$,级次最高,且满足

$$2ne + \frac{\lambda}{2} = k_c\lambda \quad (3.34)$$

这里 k_c 是中心亮斑的级次。这时中心亮斑外面亮环的级次依次为 k_c-1, k_c-2, \dots 。

当慢慢增大薄膜的厚度 e 时,起初看到中心变暗,但逐渐又一次看到中心为亮斑,由(3.34)式可知,这一中心亮斑级次比原来的应该加 1,变为 k_c+1 ,其外面亮环的级次依次应为 k_c, k_c-1, k_c-2, \dots 。这意味着将看到在中心处又冒出了一个新的亮斑(级次为 k_c+1),而原来的中心亮斑(k_c)扩大成了第一圈亮纹,原来的第一圈(k_c-1)变成了第二圈……如果再增大薄膜厚度,中心还会变暗,继而又冒出一个亮斑,级次为(k_c+2),而周围的圆环又向外扩大一环。这就是说,当薄膜厚度慢慢增大时,将会看到中心的光强发生周期性的变化,不断冒出新的亮斑,而周围的亮环也不断地向外扩大。

由于在中心处,

$$2n\Delta e = \Delta k_c\lambda$$

所以每冒出一个亮斑($\Delta k_c=1$),就意味着薄膜厚度增加了

$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n} \quad (3.35)$$

与此相反,如果慢慢减小薄膜厚度,则会看到亮环一个一个向中心缩进,而在中心处亮斑一个一个地消失。薄膜厚度每缩小 $\lambda/2n$, 中心就有一个亮斑消失。

由(3.30)式还可以求出相邻两环的间距。对(3.30)式两边求微分,可得

$$-2nesinr\Delta r = \Delta k\lambda$$

令 $\Delta k=1$, 就可得相邻两环的角间距为

$$-\Delta r = r_k - r_{k+1} = \frac{\lambda}{2nesinr}$$

此式表明,当 e 增大时,等倾条纹的角间距变小,因而条纹越来越密,同一视场中看到的环数将越来越多。

例 3.7 在一折射率为 n 的玻璃基片上均匀镀一层折射率为 n_c 的透明介质膜。今使波长为 λ 的单色光由空气(折射率为 n_0)垂直射入到介质膜表面上(图 3.28)。如果要想使在介质膜上、下表面反射的光干涉相消,介质膜至少应多厚? 设 $n_0 < n_c < n$ 。

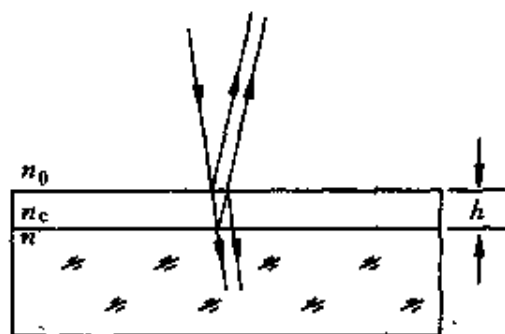


图 3.28 增透膜

解 以 h 表示介质膜厚度,要使两反射光干涉相消的条件是:

$$2n_c h = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

因而介质膜的最小厚度应为(使 $k=1$)

$$h = \frac{\lambda}{4n_c}$$

由于反射光相消,所以透射光加强。这样的膜就叫增透膜。为了减小反射光的损失,在光学仪器中常常应用增透膜。根据上式,一定的膜厚只对应于一种波长的光。在照相机和助视光学仪器中,往往使膜厚对应于人眼最敏感的波长 550nm 的黄绿光。

上面的计算只考虑了反射光的相差对干涉的影响。实际上能否完全相消,还要看两反射光的振幅。如果再考虑到振幅,可以证明,当反射光完全消

除时,介质的折射率应满足

$$n_i = \sqrt{nm_0} \quad (3.36)$$

以 $n_0=1, n=1.5$ 计, n_i 应为 1.22。目前还未找到折射率这样低的镀膜材料。常用的最好的近似材料是 $n_i=1.38$ 的氟化镁(MgF_2)。

可以想到,也可以利用适当厚度的介质膜来加强反射光,由于反射光一般较弱,所以实际上是利用多层介质膜来制成高反射膜。适应各种要求的干涉滤光片(只使某一种色光通过)也是根据类似的原理制成的。

3.8 迈克耳孙干涉仪

迈克耳孙干涉仪是 100 年前迈克耳孙设计制成的用分振幅法产生双光束干涉的仪器。迈克耳孙所用干涉仪简图和光路图如图 3.29 所示。图中 M_1 和 M_2 是两面精密磨光的平面反射镜,分别安装在相互垂直的两臂上。其中 M_2 固定, M_1 通过精密丝杠的带动,可以沿臂轴方向移动。在两臂相交处放一与两臂成 45° 角的平行平面玻璃板 G_1 。在 G_1 的后表面镀有一层半透明半反射的薄银膜,这银膜的作用是将入射光束分成振幅近于相等的透射光束 2 和反射光束 1。因此 G_1 称为分光板。

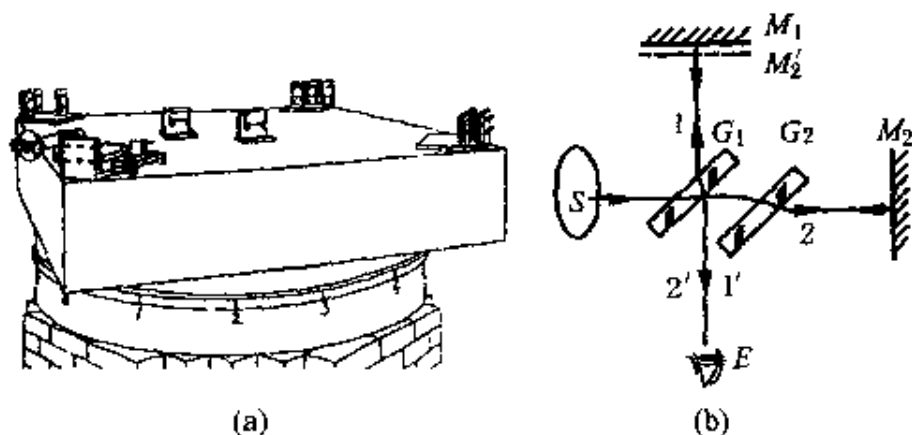


图 3.29 迈克耳孙干涉仪
(a) 结构简图; (b) 光路图

由面光源 S 发出的光, 射向分光板 G_1 , 经分光后形成两部分, 透射光束 2 通过另一块与 G_1 完全相同而且平行 G_1 放置的玻璃板 G_2 (无银膜) 射向 M_2 , 经 M_2 反射后又经过 G_2 到达 G_1 , 再经半反射膜反射到 E 处; 反射光束 1 射向 M_1 , 经 M_1 反射后透过 G_1 也射向 E 处。两相干光束 11' 和 22' 干涉产生的干涉图样, 在 E 处观察。

由光路图可看出, 由于玻璃板 G_2 的插入, 光束 1 和光束 2 一样都是三次通过玻璃板, 这样光束 1 和光束 2 的光程差就和在玻璃板中的光程无关了。因此, 玻璃板 G_2 称为补偿板。

分光板 G_1 后表面的半反射膜, 在 E 处看来, 使 M_2 在 M_1 附近形成一虚象 M_2' , 光束 22' 如同从 M_2' 反射的一样。因而干涉所产生的图样就如同由 M_2' 和 M_1 之间的空气膜产生的一样。

当 M_1, M_2 相互严格垂直时, M_1, M_2' 之间形成平行平面空气膜, 这时可以观察到等倾条纹; 当 M_1, M_2 不严格垂直时, M_1, M_2' 之间形成空气劈尖, 这时可观察到等厚条纹。当 M_1 移动时, 空气层厚度改变, 可以方便地观察条纹的变化(参考上节例 3.6)。

迈克耳孙干涉仪的主要特点是两相干光束在空间上是完全分开的, 并且可用移动反射镜或在光路中加入另外介质的方法改变两光束的光程差, 这就使干涉仪具有广泛的用途, 如用于测长度, 测折射率和检查光学元件的质量等。1881 年迈克耳孙曾用他的干涉仪做了著名的迈克耳孙-莫雷实验, 它的否定结果是相对论的实验基础之一。

提 要

1. 相干光:

相干条件: 振动方向相同, 频率相同, 相位差恒定。

利用普通光源获得相干光的方法: 分波阵面法和分振幅法。

2. 杨氏双缝干涉实验:

用分波阵面法产生两个相干光源。干涉条纹是等间距的直条纹。

条纹间距:
$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$$

3. 光的相干性:

根源于原子发光的断续机制与独立性。

时间相干性: 相干长度(波列长度) $\delta_{\max} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ ($\Delta\lambda$ 为谱线宽度)

空间相干性: 相干间隔 $d_0 = \frac{R}{b} \lambda$

相干孔径 $\theta_0 = \frac{d_0}{R} = \frac{\lambda}{b}$ (b 为光源宽度)

4. 光程:

和折射率为 n 的媒质中的几何路程 x 相应的光程为 nx 。

相差 = $2\pi \frac{\text{光程差}}{\lambda}$ (λ 为真空中波长)

光由光疏媒质射向光密媒质面在界面上反射时,发生半波损失,这损失相当于 $\frac{\lambda}{2}$ 的光程。

透镜不引起附加光程差。

5. 薄膜干涉:

入射光在薄膜上表面由于反射和折射而“分振幅”,在上、下表面反射的光为相干光。

(1) 等厚条纹: 光线垂直入射,薄膜等厚处干涉情况一样。

劈尖在空气中时,干涉条纹是等间距直条纹。

对明纹:
$$2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

对暗纹:
$$2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

(2) 等倾条纹: 薄膜厚度均匀。以相同倾角 i 入射的光的干涉

情况一样。干涉条纹是同心圆环。薄膜在空气中时，

$$\text{对明环: } 2e \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\text{对暗环: } 2e \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

6. 迈克耳孙干涉仪:

利用分振幅法使两个相互垂直的平面镜形成一等效的空气薄膜。

思考题

3.1 用白色线光源做双缝干涉实验时,若在缝 S_1 后面放一红色滤光片, S_2 后面放一绿色滤光片,问能否观察到干涉条纹?为什么?

3.2 用图 3.30 所示装置做双缝干涉实验,是否都能观察到干涉条纹?为什么?

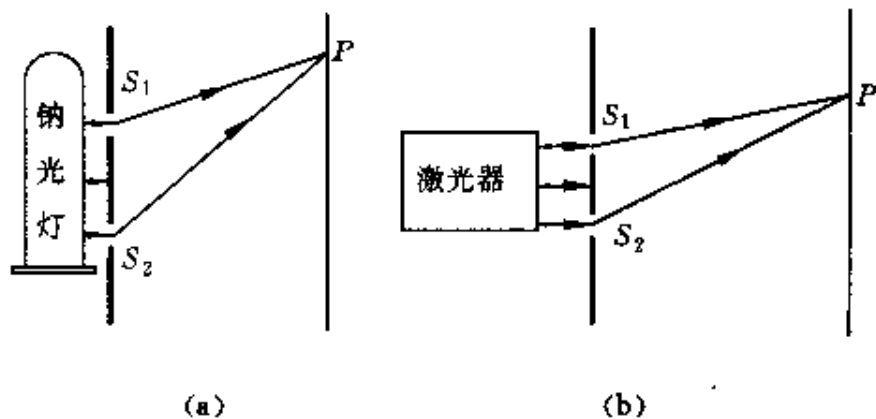


图 3.30 思考题 3.2 用图

3.3 在杨氏双缝实验中,如果 S_1 和 S_2 为两个普通的独立的单色线光源,用照相机能否拍出干涉条纹照片?如果曝光时间比 10^{-6} s 短得多,是否有可能拍得干涉条纹照片?

3.4 在水波干涉图样(图 3.5)中,平静水面形成的曲线是双曲线。为什么?

3.5 把一对顶角很小的玻璃棱镜底边粘贴在一起(图 3.31)做成“双棱

镜”，就可以用来代替双缝做干涉实验(菲涅耳双棱镜实验)。试在图中画出两相干光源的位置和它们发出的波的叠加干涉区域。

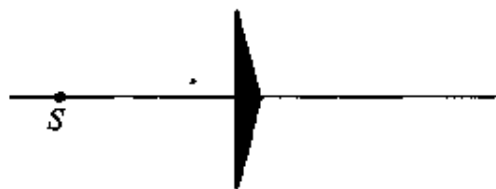


图 3.31 思考题 3.5 用图

3.6 如果两束光是相干的,在两束光重叠处总光强如何计算?如果两束光是不相干的,又怎样计算?(分别以 I_1 和 I_2 表示两束光的光强。)

3.7 在双缝干涉实验中

(1) 当缝间距 d 不断增大时,干涉条纹如何变化?为什么?

(2) 当缝光源 S 在垂直于轴线向下或向上移动时,干涉条纹如何变化?

(3) 把光源缝 S 逐渐加宽时,干涉条纹如何变化?

3.8 用光通过一段路程的时间和周期也可以算出相差来。试比较光通过介质中一段路程的时间和通过相应的光程的时间来说明光程的物理意义。

3.9 观察肥皂液膜的干涉时,先看到彩色图样,然后图样随膜厚度的变化而改变。当彩色图样消失呈现黑色时,肥皂膜破裂,为什么?

3.10 用两块平玻璃构成的劈尖(图 3.32)观察等厚条纹时,若把劈尖上表面向上缓慢地平移(图(a)),干涉条纹有什么变化?若把劈尖角逐渐增大(图(b)),干涉条纹又有什么变化?



图 3.32 思考题 3.10 用图

3.11 用普通单色光源照射一块两面不平行的玻璃板作劈尖干涉实验,板两表面的夹角很小,但板比较厚。这时观察不到干涉现象,为什么?

3.12 隐形飞机所以很难为敌方雷达发现,是由于飞机表面覆盖了一层

电介质(如塑料或橡胶)从而使入射的雷达波反射极微。试说明这层电介质是怎样减弱反射波的。

3.13 用白光做光源,可以做到迈克耳孙两臂长度精确地相等。为什么?

3.14 利用两台相距很远(可达几千千米)而联合动作的无线电天文望远镜可以精确地测定大陆板块的漂移速度和地球的自转速度。试说明如何利用这两台望远镜监视一颗固定的无线电源星体时所得的记录来达到这些目的?

习 题

3.1 钠黄光波长为 589.3nm 。试以一次发光延续时间 10^{-8}s 计,计算一个波列中的波数。

3.2 汞弧灯发出的光通过一滤光片后照射双缝干涉装置。已知缝间距 $d=0.60\text{mm}$,观察屏与双缝相距 $D=2.5\text{m}$,并测得相邻明纹间距离 $\Delta x=2.27\text{mm}$ 。试计算入射光的波长,并指出属于什么颜色。

3.3 劳埃德镜干涉装置如图 3.33 所示,光源波长 $\lambda=7.2\times 10^{-7}\text{m}$,试求镜的右边缘到第一条明纹的距离。

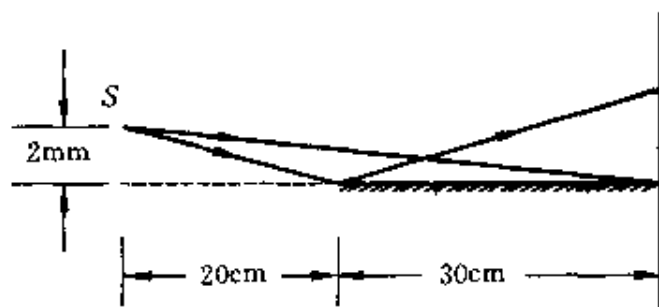


图 3.33 习题 3.3 用图

3.4 一双缝实验中两缝间距为 0.15mm ,在 1.0m 远处测得第 1 级和第 10 级暗纹之间的距离为 36mm 。求所用单色光的波长。

3.5 沿南北方向相隔 3.0km 有两座无线发射台,它们同时发出频率为 $2.0\times 10^5\text{Hz}$ 的无线电波。南台比北台的无线电波的相位落后 $\pi/2$ 。求在远处无线电波发生相长干涉的方位角(相对于东西方向)。

3.6 使一束水平的氦氖激光器发出的激光($\lambda=632.8\text{nm}$)垂直照射双缝。在缝后 2.0m 处的墙上观察到中央明纹和第1级明纹的间隔为 14cm 。

- (1) 求两缝的间距;
- (2) 在中央条纹以上还能看到几条明纹?

3.7 在一次水波干涉实验(图 3.5)中,两同相波源的间距是 12cm ,在两波源正前方 50cm 处的水面上相邻的两平静区的中心相距 4.5cm 。如果水波的波速为 25cm/s ,求波源的振动频率。

3.8 一束激光斜入射到间距为 d 的双缝上,入射角为 φ 。

- (1) 证明双缝后出现明纹的角度 θ 由下式给出:

$$d\sin\theta - d\sin\varphi = \pm k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

- (2) 证明在 θ 很小的区域,相邻明纹的角距离 $\Delta\theta$ 与 φ 无关。

3.9 移动通信发射台发出的无线电波可能直接传到手机,也可能经地面反射后传到手机,这样在有些地方可能引起相消干涉而使信号减弱。设一手机和发射机分别位于高度都是 60m 的高楼上,而工作频率为 98MHz 。若要求不引起相消干涉,两楼间水平地面的最大有限宽度是多少?(注意无线电波在地面反射时有半波损失。)

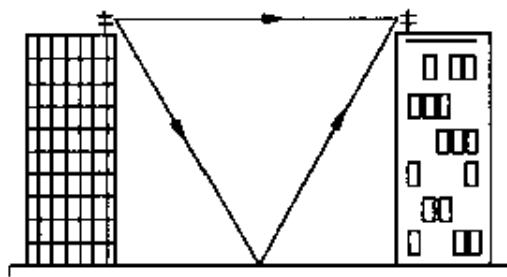


图 3.34 习题 3.9 用图

3.10 澳大利亚天文学家通过观察太阳发出的无线电波,第一次把干涉现象用于天文观测。这无线电波一部分直接射向他们的天线,另一部分经海面反射到他们的天线(图 3.35)。设无线电的频率为 $6.0 \times 10^7 \text{Hz}$,而无线电接收器高出海面 25m 。求观察到相消干涉时太阳光线的掠射角 θ 的最小值。

* 3.11 证明双缝干涉图样中明纹的半角宽度为

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{2d}$$

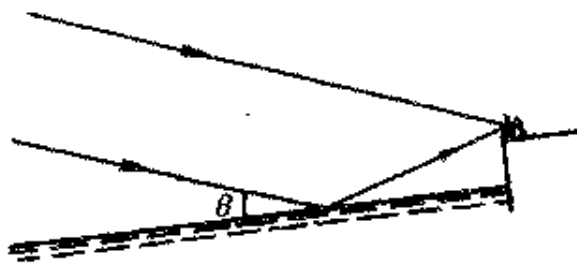


图 3.35 习题 3.10 用图

半角宽度指一条明纹中强度等于中心强度的一半的两点在双缝处所张的角度。

3.12 两同相白光光源相距 $1.80\mu\text{m}$, 沿视线方向放置。在可见光范围内, 眼睛看到的哪些频率的光最强?

3.13 如图 3.36 所示为利用激光做干涉实验。 M_1 为一半镀银平面镜, M_2 为一反射平面镜。入射激光束一部分透过 M_1 , 直接垂直射到屏 G 上, 另一部分经过 M_1 和 M_2 反射与前一束光叠加。在叠加区域两束光的夹角为 45° , 振幅之比为 $A_1 : A_2 = 2 : 1$ 。所用激光波长为 632.8nm 。求在屏上干涉条纹的间距和衬比度。

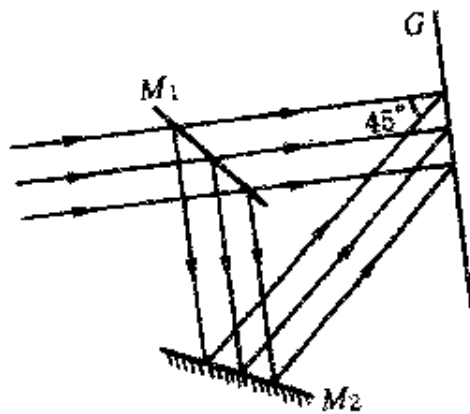


图 3.36 习题 3.13 用图

3.14 某氦氖激光器所发红光波长为 $\lambda = 632.8\text{nm}$, 其谱线宽度为(以频率计) $\Delta\nu = 1.3 \times 10^8\text{Hz}$ 。它的相干长度或波列长度是多少? 相干时间是多长?

3.15 太阳在地面上的视角为 10^{-2}rad , 太阳光的波长按 550nm 计。在地面上利用太阳光作双缝干涉实验时, 双缝的间距应不超过多大? 这就是地面上太阳光的空间相干间隔。

3.16 用很薄的玻璃片盖在双缝干涉装置的一条缝上,这时屏上零级条纹移到原来第7级明纹的位置上。如果入射光的波长 $\lambda=550\text{nm}$,玻璃片的折射率 $n=1.58$,试求此玻璃片的厚度。

3.17 一玻璃劈尖,折射率 $n=1.52$ 。波长 $\lambda=589.3\text{nm}$ 的钠光垂直入射,测得相邻条纹间距 $L=5.0\text{mm}$,求劈尖夹角。

3.18 制造半导体元件时,常常要精确测定硅片上二氧化硅薄膜的厚度,这时可把二氧化硅薄膜的一部分腐蚀掉,使其形成劈尖,利用等厚条纹测出其厚度。已知 Si 的折射率为 3.42, SiO_2 的折射率为 1.5,入射光波长为 589.3nm ,观察到 7 条暗纹(如图 3.37 所示)。问 SiO_2 薄膜的厚度 e 是多少?

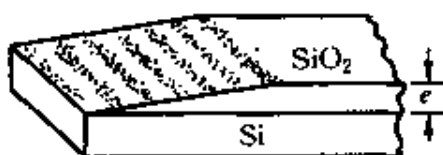


图 3.37 习题 3.18 用图

3.19 块规是一种长度标准器。它是一块钢质长方体,两端面磨平抛光,很精确地相互平行,两端面间距离即长度标准。块规的校准装置如图 3.38 所示,其中 G_1 是一合格块规, G_2 是与 G_1 同规格待校准的块规。二者置于平台上,上面盖以平玻璃。平玻璃与块规端面间形成空气劈尖。用波长为 589.3nm 的光垂直照射时,观察到两端面上方各有一组干涉条纹。

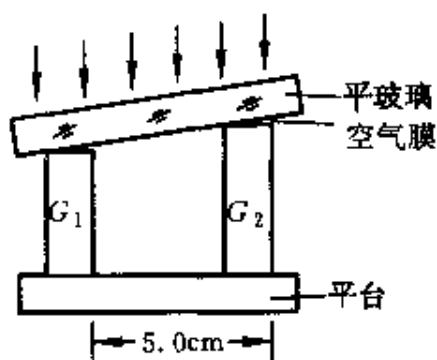


图 3.38 习题 3.19 用图

(1) 两组条纹的间距都是 $L=0.50\text{mm}$,试求 G_1, G_2 的长度差;

(2) 如何判断 G_2 比 G_1 长还是短?

(3) 如两组条纹间距分别为 $L_1=0.50\text{mm}$, $L_2=0.30\text{mm}$,这表示 G_2 加工有什么不合格? 如果 G_2 加工完全合格,应观察到什么现象?

3.20 一薄玻璃片,厚度为 $0.4\mu\text{m}$,折射率为 1.50,用白光垂直照射,问在可见光范围内,哪些波长的光在反射中加强?哪些波长的光在透射中加强?

3.21 在制作珠宝时,为了使人造水晶($n=1.5$)具有强反射本领,就在

其表面上镀一层二氧化硅($n=2.0$)。要使波长为 560nm 的光强烈反射,这镀层至少应多厚?

3.22 一片玻璃($n=1.5$)表面附有一层油膜($n=1.32$),今用一波长连续可调的单色光束垂直照射油面。当波长为 485nm 时,反射光干涉相消。当波长增为 679nm 时,反射光再次干涉相消。求油膜的厚度。

3.23 白光照射到折射率为 1.33 的肥皂膜上,若从 45° 角方向观察薄膜呈现绿色(500nm),试求薄膜最小厚度。若从垂直方向观察,肥皂膜正面呈现什么颜色?

3.24 在折射率 $n_1=1.52$ 的镜头表面涂有一层折射率 $n_2=1.38$ 的 MgF_2 增透膜,如果此膜适用于波长 $\lambda=550\text{nm}$ 的光,膜的厚度应是多少?

3.25 一牛顿环干涉装置各部分折射率如图 3.39 所示。试大致画出反射光的干涉条纹的分布。

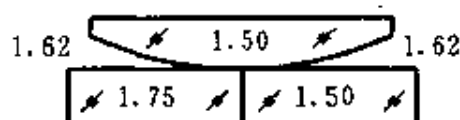


图 3.39 习题 3.25 用图

3.26 使平行光垂直入射图 3.40(a)和(b)所示装置的上表面来观察等厚条纹。试画出反射光的干涉条纹,并标出条纹的级次(只画暗纹)。

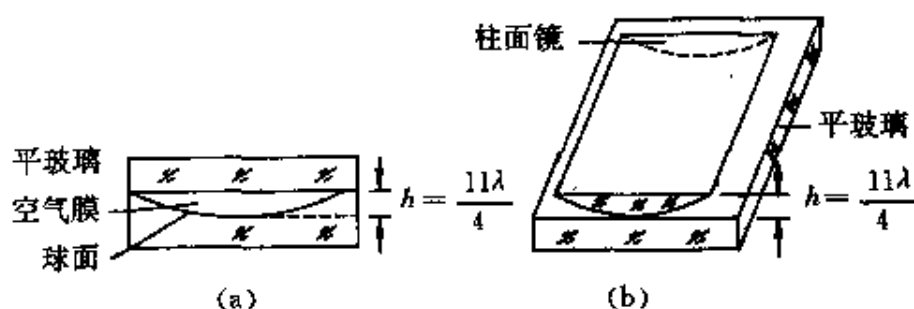


图 3.40 习题 3.26 用图

3.27 用单色光观察牛顿环,测得某一明环的直径为 3.00mm ,它外面第 5 个明环的直径为 4.60mm ,平凸透镜的半径为 1.03m ,求此单色光的波长。

3.28 折射率为 n ,厚度为 d 的薄玻璃片放在迈克耳孙干涉仪的一臂

上,问两光路光程差的改变量是多少?

3.29 用迈克耳孙干涉仪可以测量光的波长,某次测得可动反射镜移动距离 $\Delta L = 0.3220\text{mm}$ 时,等倾条纹在中心处缩进 1204 条条纹,试求所用光的波长。

3.30 调节迈克耳孙干涉仪(图 3.29)使其等臂,并使反射镜 M_1 和 M_2' 在中间交叉形成劈尖,用白光作光源则可观察到等厚条纹的中央为暗纹(G_1 上镀银膜引起的相位改变所致),两侧则是彩色条纹。这时把一玻璃片垂直放在 M_1 所在的光路中,则条纹消失。调节 M_1 使视场中再次出现上述等厚条纹,测得 M_1 移动的距离为 0.2073mm 。若已知玻璃片折射率为 1.5140 ,试求玻璃片厚度。

3.31 雅敏干涉仪可以用来测定气体在各种温度和压力下的折射率,其光路如图 3.41 所示。图中 S 为光源, L 为凸透镜, G_1, G_2 为两块完全相同的玻璃板,彼此平行放置, T_1, T_2 为两个等长度的玻璃管,长度均为 d 。测量时,先将两管抽空,然后将待测气体徐徐充入一管中,在 E 处观察干涉条纹的变化,即可测得该气体的折射率。某次测量时,将待测气体充入 T_2 管中,从开始进气到到达标准状态的过程中,在 E 处看到共移过 98 条干涉条纹。若光源波长 $\lambda = 589.3\text{nm}$, $d = 20\text{cm}$,试求该气体在标准状态下的折射率。

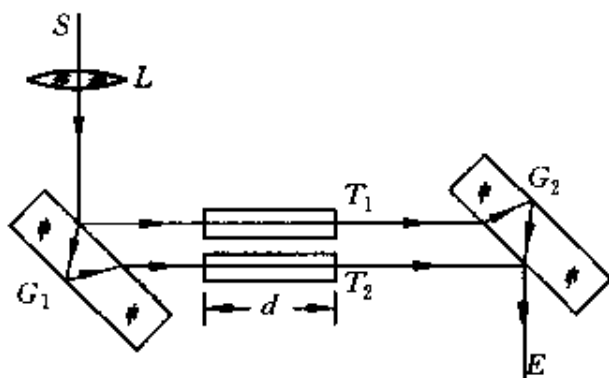


图 3.41 习题 3.31 用图

科学家介绍

托马斯·杨(Thomas Young 1773—1829年)

和菲涅耳(Augustin Fresnel 1788—1827年)



托马斯·杨

Lectures & Acad. Addresses
COURSE OF LECTURES
Regia on Edinburgi
NATURAL PHILOSOPHY
AND THE
MECHANICAL ARTS.

BY THOMAS YOUNG, M.D.

FOR. SEC. R.S. F.L.S. MEMBER OF EMMANUEL COLLEGE, CAMBRIDGE,
AND LATE PROFESSOR OF NATURAL PHILOSOPHY IN THE
ROYAL INSTITUTION OF GREAT BRITAIN

IN TWO VOLUMES.

VOLUME I.

LONDON:

PRINTED FOR JAMES JOHNSON, ST. PAUL'S CHURCH YARD,
BY WILLIAM CLAYTON, BISHOPSGATE.
1807.

《自然哲学与机械学讲义》一书的扉页

光的波动理论的建立,经历了许多科学家的努力,其中特别需要纪念的是托马斯·杨和菲涅耳。

在17世纪下半叶,实验上已经观察到了光的干涉、衍射、偏振等光的波动现象,理论上惠更斯提出的波动理论也取得了很大成功,然而由于惠更斯的波动理论没有建立起波动过程的周期性概念,同时又认为光是纵波,所以

在解释光的干涉、衍射和偏振现象时遇到了困难。

牛顿在光学方面的成就也是很大的,例如关于光的色散的研究、望远镜的制作等。在光的波动性方面,他发现了著名的“牛顿环”,他的精确的观测,本来是波动性的证明,但他当时没有能用波动说加以正确的解释。世人都说他主张微粒说,其实他并没有明确坚持光是微粒或光是波动的观点,而且有时还似乎用周期性来解释某些光的现象。不过,或许由于他这位权威未能明确倡导波动说,更可能是由于他的质点力学理论获得了极大的成功,在整个18世纪,光的波动说处于停滞状态,光的微粒说占据统治地位。

托马斯·杨的工作,使光的波动说重新兴起,并且第一次测量了光的波长,提出了波动光学的基本原理。

托马斯·杨是一位英国医生,曾获医学博士学位。他天资聪颖,有神童之称。他兴趣广泛,勤奋好学,是一位多才多艺的人。

他在英国著名的医学院学习生理光学专业,1793年发表了《对视觉过程的观察》。在哥廷根大学学习期间,受德国自然哲学学派的影响,开始怀疑微粒说,并钻研惠更斯的论著。学习结束后,他一边行医,一边从事光学研究,逐渐形成了他对光的本质的看法。

1801年他巧妙地进行了一次光的干涉实验,即著名的杨氏双孔干涉实验。在他发表的论文中,以干涉原理为基础,建立了新的波动理论,并成功地解释了牛顿环,精确地测定了波长。

1803年,杨把干涉原理用于解释衍射现象。1807年发表了《自然哲学与机械学讲义》(A Course of Lecturse on Natural Philosophy and the Mechanical Arts),书中综合论述了他在光的实验和理论方面的研究,描述了他的著名的双缝干涉实验。但是,他认为光是在以太媒质中传播的纵波。纵波概念和光的偏振现象相矛盾,然而,杨并未放弃光的波动说。

杨的理论,当时受到了一些人的攻击,而未能被科学界理解和承认。在将近20年后,当菲涅耳用他的干涉原理发展了惠更斯原理,并取得了重大成功后,杨的理论才获得应有的地位。

菲涅耳是法国物理学家和道路工程师,他从小身体虚弱多病,但读书非常用功,学习成绩一直很好,数学尤为突出。

菲涅耳从1814年开始研究光学,对光的衍射现象从实验和理论上进行了研究,并于1815年向科学院提交了关于光的衍射的第一篇研究报告。

1818年,巴黎科学院举行了一次以解释衍射现象为内容的科学竞赛。年轻的菲涅耳出乎意料地取得了优胜,他以光的干涉原理补充了惠更斯原理,提出了惠更斯-菲涅耳原理,完善了光的衍射理论。

竞赛委员会的成员泊松(S. D. Poisson)是微粒说的拥护者,他运用菲涅耳的理论导出了一个奇怪的结论:光经过不透明的小圆盘衍射后,在圆盘后面的轴线上一定距离处,会出现一亮点。泊松认为这是十分荒谬的,并宣称他驳倒了波动理论。菲涅耳接受了这一挑战,立即用实验证实了这个理论预言。后来人们称这一亮点为泊松亮点。



菲涅耳

但是波动说在解释光的偏振现象时还存在着很大困难。一直在为这一困难寻求解决办法的杨在1817年觉察到,如果光是横波或许问题能得到解决,他把这一想法写信告诉了阿拉果(D. F. Arago, 1786—1853年),阿拉果立即转告给了菲涅耳。菲涅耳当时已经独立地领悟到了这一思想,对杨的想法赞赏备至,并立即用这一假设解释了偏振光的干涉,证明了光的横波特性,使光的波动说进入了一个新时期。

利用光的横波特性,菲涅耳还得到了一系列重要结论。他发现了光的圆偏振和椭圆偏振现象,提出了光的偏振面旋转的唯象理论;他确立了反射和折射的定量关系,导出了著名的菲涅耳反射、折射公式,由此解释了反射时的偏振;他还建立了双折射理论,奠定了晶体光学的基础,等等。

菲涅耳具有高超的实验技巧和才干,他长年不懈地勤奋工作,获得了许多内容深刻和数量上正确的结果,菲涅耳双镜实验和双棱镜实验就是例子。

从1819到1827年,经过8年的艰苦努力,他设计出了一种特殊结构的透镜系统,大大改进了灯塔照明,为海运事业的发展做出了贡献。正当他在科学事业上硕果累累的时候,不幸因肺病医治无效而逝世,终年仅39岁。

由于他在科学事业上的重大成就,巴黎科学院授予他院士称号,英国皇家学会选他为会员,并授予他伦福德奖章,人们称他为“物理光学的缔造者”。

菲涅耳等人建立的波动理论是在弹性以太中传播的横波。直到1865年,麦克斯韦建立了光的电磁理论,才完成了光的波动理论的最后形式。

第4章 光的衍射

在第2章中已介绍过,波的衍射是指波在其传播路径上如果遇到障碍物,它能绕过障碍物的边缘而进入几何阴影内传播的现象。作为电磁波,光也能产生衍射现象。本章讨论光的衍射现象的规律。所讲内容不只是说明光能绕过遮光屏边缘传播,而且根据叠加原理说明了在光的衍射现象中光的强度分布。为简单起见,本章只讨论远场衍射,即夫琅禾费衍射,包括单缝衍射和光栅衍射。最后介绍有很多实际应用的X射线衍射。

4.1 光的衍射和惠更斯-菲涅耳原理

在实验室内可以很容易地看到光的衍射现象。例如,在图4.1所示的实验中, S 为一单色点光源, G 为一遮光屏,上面开了一个直径为十分之几毫米的小圆孔, H 为一白色观察屏。实验中可以发现,在观察屏上形成的光斑比圆孔大了许多,而且明显地由几个明暗相间的环组成。如果将遮光屏 G 拿去,换上一个与圆孔大小差不多的不透明的小圆板,则在屏上可看到在圆板阴影的中心是一个亮斑,周围也有一些圆环。如果用针或细丝替换小圆板,则在屏上可看到有明暗条纹出现。

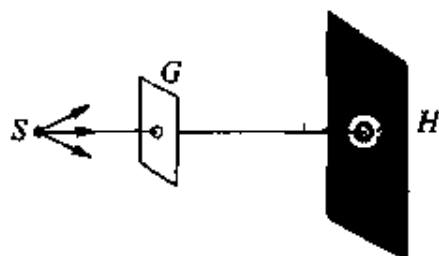


图 4.1 圆孔衍射

在图4.2所示的实验中,遮光屏 G 上开了一条宽度为十分之几毫米的狭缝,并在缝的前后放两个透镜,单色线光源 S 和观察

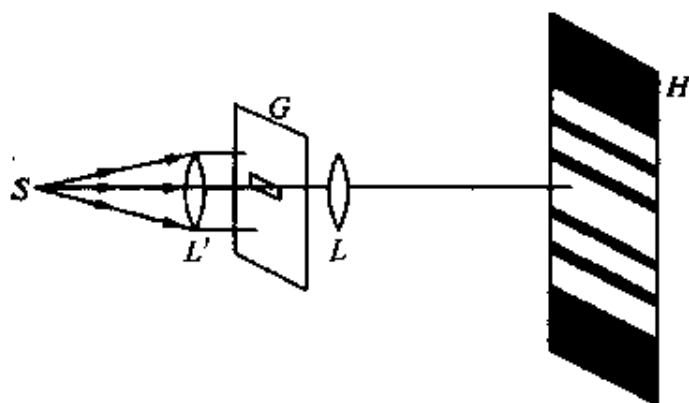


图 4.2 单缝衍射

屏 H 分别置于这两个透镜的焦平面上。这样入射到狭缝的光就是平行光束,光透过它后又被透镜会聚到观察屏 H 上。实验中发现,屏 H 上的亮区也比狭缝宽了许多,而且是由明暗相间的许多平直条纹组成的。

以上实验都说明了光能产生衍射现象,即光也能绕过障碍物的边缘传播,而且衍射后能形成具有明暗相间的衍射图样。

用肉眼也可以发现光的衍射现象。如果你眯缝着眼,使光通过一条缝进入眼内,当你看远处发光的灯泡时,就会看到它向上向下发出长的光芒。这就是光在视网膜上的衍射图象产生的感觉。五指并拢,使指缝与日光灯平行,透过指缝看发光的日光灯,也会看到如图 4.2 所示的带有淡彩色的明暗条纹。

根据观察方式的不同,通常把衍射现象分为两类。一类如图 4.1 所示那样,光源和观察屏(或二者之一)离开衍射孔(或缝)的距离有限,这种衍射称为菲涅耳衍射,或近场衍射。另一种是光源和观察屏都在离衍射孔(或缝)无限远处,这种衍射称为夫琅禾费衍射,或远场衍射。夫琅禾费衍射实际上是非涅耳衍射的极限情形。图 4.2 所示的衍射实验就是夫琅禾费衍射,因为两个透镜的应用,对衍射缝来讲,就相当于把光源和观察屏都推到无穷远去了。

对于衍射的理论分析,在第 2 章中曾提到过惠更斯原理。它的

基本内容是把波阵面上各点都看成是子波波源,已经指出它只能定性地解决衍射现象中光的传播方向问题。为了说明光波衍射图样中的强度分布,菲涅耳又补充指出:衍射时波场中各点的强度由各子波在该点的相干叠加决定。利用相干叠加概念发展了的惠更斯原理叫惠更斯-菲涅耳原理。

具体地利用惠更斯-菲涅耳原理计算衍射图样中的光强分布时,需要考虑每个子波波源发出的子波的振幅和相跟传播距离及传播方向的关系。这种计算对于菲涅耳衍射相当复杂,而对于夫琅禾费衍射则比较简单。为了比较简单地阐述衍射的规律,同时考虑到夫琅禾费衍射也有许多重要的实际应用,我们在本章主要讲述夫琅禾费衍射。

4.2 单缝的夫琅禾费衍射

图 4.2 所示就是单缝的夫琅禾费衍射实验,图 4.3 中又画出了这一实验的光路图,为了便于解说,在此图中大大扩大了缝的宽度 a (缝的长度是垂直于纸面的)。

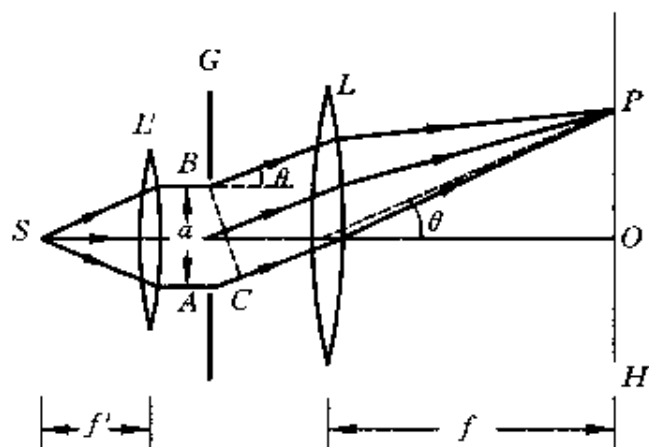


图 4.3 夫琅禾费衍射实验光路图

根据惠更斯-菲涅耳原理,单缝后面空间任一点 P 的光振动

是单缝处波阵面上所有子波波源发出的子波传到 P 点的振动的相干叠加。为了考虑在 P 点的振动的合成, 我们想象在衍射角 θ 为某些特定值时能将单缝处宽度为 a 的波阵面 AB 分成许多等宽度的纵长条带, 并使相邻两带上的对应点, 例如每条带的最下点、中点或最上点, 发出的光在 P 点的光程差为半个波长。这样的条带称为半波带, 如图 4.4 所示。利用这样的半波带来分析衍射图样的方法叫半波带法。

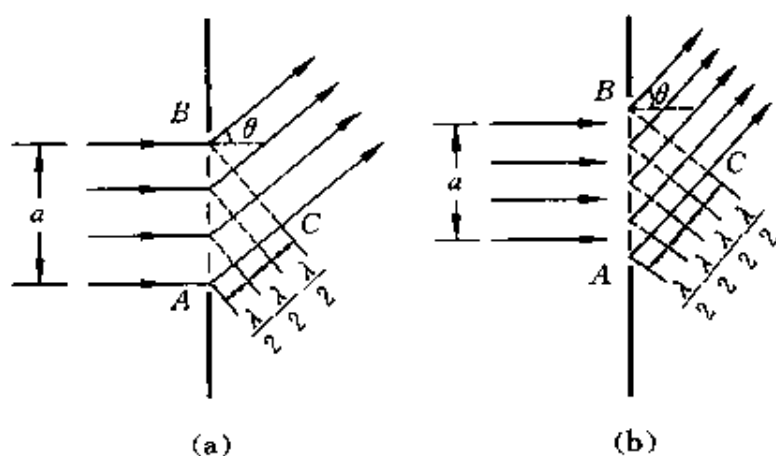


图 4.4 半波带

衍射角 θ 是衍射光线与单缝平面法线间的夹角。衍射角不同, 则单缝处波阵面分出的半波带个数也不同。半波带的个数取决于单缝两边缘处衍射光线之间的光程差 AC (BC 和衍射光线垂直)。由图可见

$$AC = a \sin \theta$$

当 AC 等于半波长的奇数倍时, 单缝处波阵面可分为奇数个半波带(图 4.4(a))。当 AC 是半波长的偶数倍时, 单缝处波阵面可分为偶数个半波带(图 4.4(b))。

这样分出的各个半波带, 由于它们到 P 点的距离近似相等, 因而各个带发出的子波在 P 点的振幅近似相等, 而相邻两带的对应点上发出的子波在 P 点的相差为 π 。因此相邻两波带发出的振

动在 P 点合成时将互相抵消。这样,如果单缝处波阵面被分成偶数个半波带,则由于一对对相邻的半波带发的光都分别在 P 点相互抵消,所以合振幅为零, P 点应是暗条纹的中心。如果单缝处波阵面被分为奇数个半波带,则一对对相邻的半波带发的光分别在 P 点相互抵消后,还剩一个半波带发的光到达 P 点合成。这时, P 点应近似为明条纹的中心,而且 θ 角越大,半波带面积越小,明纹光强越小。当 $\theta=0$ 时,各衍射光光程差为零,通过透镜后会聚在透镜焦平面上,这就是中央明纹(或零级明纹)中心的位置,该处光强最大。对于任意其它的衍射角 θ , AB 一般不能恰巧分成整数个半波带。此时,衍射光束形成介于最明和最暗之间的中间区域。

综上所述可知,当平行光垂直于单缝平面入射时,单缝衍射形成的明暗条纹的位置用衍射角 θ 表示,由以下公式决定:

暗条纹中心

$$a \sin \theta = \pm k \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4.1)$$

明条纹中心(近似)

$$a \sin \theta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4.2)$$

中央条纹中心

$$\theta = 0$$

单缝衍射光强分布如图 4.5 所示。此图表明,单缝衍射图样中各极大处的光强是不相同的。中央明纹光强最大,其它明纹光强迅速下降。(光强分布公式及其推导见本节末的[注].)

两个第 1 级暗条纹中心间的距离即为中央明条纹的宽度,中央明条纹的宽度最宽,约为其它明条纹宽度的两倍。考虑到一般 θ 角较小,中央明条纹的半角宽度为

$$\theta \approx \sin \theta = \frac{\lambda}{a} \quad (4.3)$$

以 f 表示透镜 L 的焦距,则得观察屏上中央明条纹的线宽度为

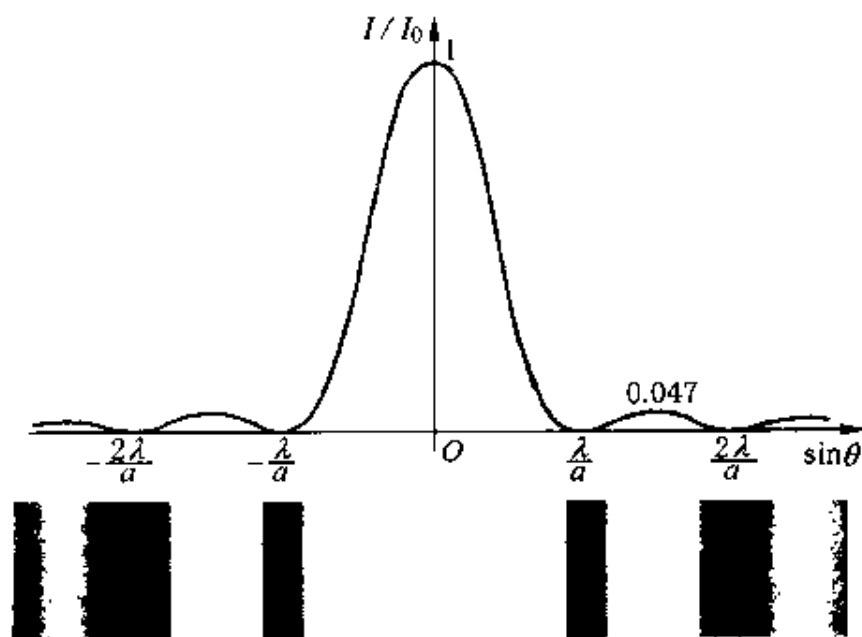


图 4.5 单缝的衍射图样和光强分布

$$\Delta x = 2f \tan \theta \approx 2f \sin \theta = 2f \frac{\lambda}{a} \quad (4.4)$$

上式表明,中央明条纹的宽度正比于波长 λ ,反比于缝宽 a 。这一关系又称为**衍射反比律**。缝越窄,衍射越显著;缝越宽,衍射越不明显。当缝宽 $a \gg \lambda$ 时,各级衍射条纹向中央靠拢,密集得以至无法分辨,只显出单一的明条纹。实际上这明条纹就是线光源 S 通过透镜所成的几何光学的象,这个象相应于从单缝射出的光是直线传播的平行光束。由此可见,光的直线传播现象,是光的波长较透光孔或缝(或障碍物)的线度小很多时,衍射现象不显著的情形。由于几何光学是以光的直线传播为基础的理论,所以几何光学是波动光学在 $\lambda/a \rightarrow 0$ 时的极限情形。对于透镜成象讲,仅当衍射不显著时,才能形成物的几何象,如果衍射不能忽略,则透镜所成的象将不是物的几何象,而是一个衍射图样。

这里我们再说明一下衍射的概念。上一章讲双缝的干涉时,曾利用了波的叠加的规律。这一节我们分析单缝的衍射时,也用了波的叠加的规律。可见它们都是光波相干叠加的表现。那么,干涉和

衍射有什么区别呢?从本质上讲,确实并无区别。习惯上说,干涉总是指那些有限多的(分立的)光束的相干叠加,而衍射总是指波阵面上(连续的)无穷多子波发出的光波的相干叠加。这样区别之后,二者常常出现于同一现象中。例如双缝干涉的图样实际上是两个缝发出的光束的干涉和每个缝自身发出的光的衍射的综合效果(参看4.3节例4.2)。下一节讲的光栅衍射实际上是多光束干涉和单缝衍射的综合效果。

例 4.1 在一单缝夫琅禾费衍射实验中,缝宽 $a=5\lambda$,缝后透镜焦距 $f=40\text{cm}$,试求中央条纹和第1级亮纹的宽度。

解 由公式(4.1)可得对第一和第二级暗纹中心有

$$a\sin\theta_1 = \lambda, \quad a\sin\theta_2 = 2\lambda$$

因此第1级和第2级暗纹中心在屏上的位置分别为

$$x_1 = f\tan\theta_1 \approx f\sin\theta_1 = f \frac{\lambda}{a}$$

$$= 40 \times \frac{\lambda}{5\lambda} = 8 \text{ (cm)}$$

$$x_2 = f\tan\theta_2 \approx f\sin\theta_2 = f \frac{2\lambda}{a}$$

$$= 40 \times \frac{2\lambda}{5\lambda} = 16 \text{ (cm)}$$

由此得中央亮纹宽度为

$$\Delta x_0 = 2x_1 = 2 \times 8 = 16 \text{ (cm)}$$

第1级亮纹的宽度为

$$\Delta x_1 = x_2 - x_1 = 16 - 8 = 8 \text{ (cm)}$$

这只是中央亮纹宽度的一半。

[注] 夫琅禾费单缝衍射的光强分布公式的推导

菲涅耳半波带法只能大致说明衍射图样的情况,要定量给出衍射图样的强度分布,需要对子波进行相干叠加。下面用相量图法导出夫琅禾费单缝衍射的强度公式。

为了用惠更斯-菲涅耳原理计算屏上各点光强,想象将单缝处的波阵面 AB 分成 N 条 (N 很大) 等宽度的波带,每条波带的宽度为 $ds = a/N$

(图 4.6)。由于各波带发出的子波到 P 点的传播方向一样, 距离也近似相等, 所以在 P 点各子波的振幅也近似相等, 今以 ΔA 表示此振幅。相邻两波带发出的子波传到 P 点时的光程差都是

$$\Delta L = \frac{AC}{N} = \frac{a \sin \theta}{N} \quad (4.5)$$

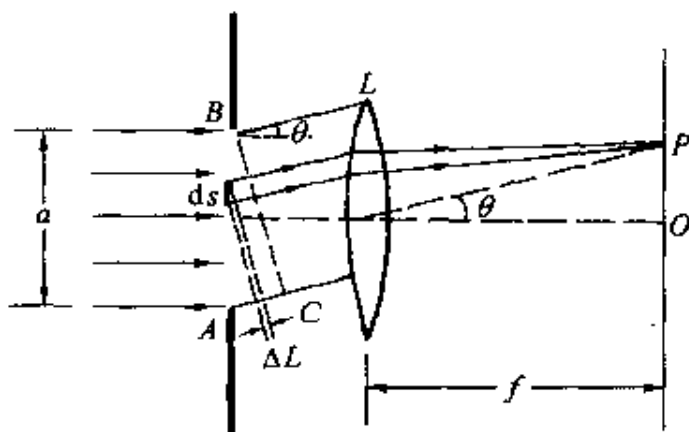


图 4.6 推导单缝衍射强度用图

相应的相差都是

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a \sin \theta}{N} \quad (4.6)$$

根据菲涅耳的叠加思想, P 点光振动的合振幅, 就应等于这 N 个波带发出的子波在 P 点的振幅的矢量合成, 也就等于 N 个同频率、等振幅 (ΔA)、相差依次都是 δ 的振动的合成。根据第 1 章 1.8 节讲过的这种情况的合成规律, 由 (1.56) 式可得衍射角为 θ 的 P 处的合振幅应为

$$A_{\theta} = \Delta A \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

由于 N 非常大, 所以 δ 非常小, $\sin \frac{\delta}{2} \approx \frac{\delta}{2}$, 因而又可得

$$A_{\theta} = \Delta A \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}} = N\Delta A \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\frac{N\delta}{2}}$$

令

$$\beta = \frac{N\delta}{2} = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \quad (4.7)$$

则

$$A_{\theta} = N\Delta A \frac{\sin \beta}{\beta}$$

此式中,当 $\theta=0$ 时, $\beta=0$, 而 $\frac{\sin\beta}{\beta}=1$, $A_\theta=N\Delta A$ 。由此可知, $N\Delta A$ 为中央条纹中点 O 处的合振幅。以 A_0 表示此振幅, 则 P 点的合振幅为

$$A_\theta = A_0 \frac{\sin\beta}{\beta} \quad (4.8)$$

两边平方可得 P 点的光强为

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\beta}{\beta} \right)^2 \quad (4.9)$$

式中 I_0 为中央明纹中心处的光强。此式即单缝夫琅禾费衍射的光强公式。用相对光强表示, 则有

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{\sin\beta}{\beta} \right)^2 \quad (4.10)$$

图 4.5 中的相对光强分布曲线就是根据这一公式画出的。由 (4.9) 式或 (4.10) 式可求出光强极大和极小的条件及相应的角位置。

(1) 主极大

在 $\theta=0$ 处, $\alpha=0$, $\sin\beta/\beta=1$, $I=I_0$, 光强最大, 称为主极大。此即中央明纹中心的光强。

(2) 极小

$\beta=k\pi$, $k=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 时, $\sin\beta=0$, $I=0$, 光强最小。因为 $\beta = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$, 于是得

$$a \sin\theta = k\lambda, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

此即暗纹中心的条件。这一结论与半波带法所得结果 (4.1) 式一致。

(3) 次极大

令 $\frac{d}{d\beta} \left(\frac{\sin\beta}{\beta} \right)^2 = 0$, 可求得次极大的条件为

$$\tan\beta = \beta$$

用图解法可求得和各次极大相应的 β 值为

$$\beta = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \dots$$

相应地有

$$a \sin\theta = \pm 1.43\lambda, \pm 2.46\lambda, \pm 3.47\lambda, \dots$$

以上结果表明, 次极大差不多在相邻两暗纹的中点, 但朝主极大方向稍偏一点。将此结果和用半波带法所得出的明纹近似条件 (4.2) 式 $a \sin\theta =$

$\pm \left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda$ 相比,可知(4.2)式是一个相当好的近似结果。

把上述 β 值代入光强公式(4.10),可求得各次极大的强度。计算结果表明,次极大的强度随着级次 k 值的增大迅速减小。第1级次极大的光强还不到主极大光强的5%。

4.3 光学仪器的分辨本领

借助光学仪器观察细小物体时,不仅要有一定的放大倍数,还要有足够的分辨本领,才能把微小物体放大到清晰可见的程度。

从波动光学角度来看,即使没有任何象差的理想成象系统,它的分辨本领也要受到衍射的限制。光通过光学系统中的光阑、透镜等限制光波传播的光学元件时要发生衍射,因而点物并不成点象,而是在点象处呈现一衍射图样。例如眼睛的瞳孔、望远镜、显微镜、照相机等的物镜,在成象过程中都是一些衍射孔。两个点物或同一物体上的两点发的光通过这些衍射孔成象时,由于衍射会形成两个衍射斑,它们的象就是这两个衍射斑的非相干叠加。如果两个衍射斑之间的距离过近,斑点过大,则两个点物或同一物体上的两点的象就不能分辨,象也就不清晰了。

怎样才算能分辨? 瑞利提出了一个标准,称做**瑞利判据**。它说的是,对于两个强度相等的不相干的点光源(物点),一个点光源的衍射图样的主极大刚好和另一点光源衍射图样的第1个极小相重合时(见图4.7(b)),两个衍射图样的合成光强的谷、峰比约为0.8。这时,两个点光源(或物点)恰为这一光学仪器所分辨。

以透镜为例,恰能分辨时,两物点在透镜处的张角称为**最小分辨角**,用 $\delta\theta$ 表示,如图4.8所示。最小分辨角也叫**角分辨率**,它的倒数称为**分辨本领**(或**分辨率**)。

对直径为 D 的圆孔的夫琅禾费衍射来讲,中央衍射斑的角半

时,两个相应的物点恰能分辨,所以角分辨率应为

$$\delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (4.11)$$

相应的分辨率为

$$R \equiv \frac{1}{\delta\theta} = \frac{D}{1.22\lambda} \quad (4.12)$$

上式表明,分辨率的大小与仪器的孔径 D 和光波波长有关。因此,大口径的物镜对提高望远镜的分辨率有利。1990年发射的哈勃太空望远镜的凹面物镜的直径为 2.4m,角分辨率约为 0.1"([角]秒),在大气层外 615km 高空绕地球运行(图 4.9)。它采用计算机处理图象技术,把图象资料传回地球。它可观察 130 亿光年远的太空深处,发现了 500 亿个星系。这也并不满足科学家的期望。目前正在设计制造凹面物镜的直径为 8m 的巨大太空望远镜,用以取代哈勃望远镜,期望能观察到“大爆炸”开端的宇宙实体。

对于显微镜,则采用极短波长的光对提高其分辨率有利。对光

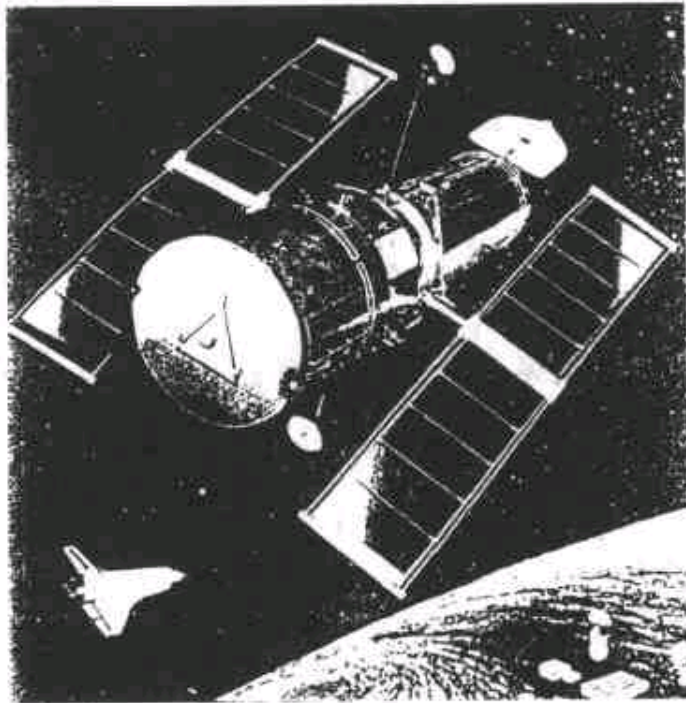


图 4.9 哈勃太空望远镜

学显微镜,使用 $\lambda=400\text{nm}$ 的紫光照射物体而进行显微观察,最小分辨距离约为 200nm ,最大放大倍数约为 2000。这已是光学显微镜的极限。电子具有波动性(参看本书第五册《量子物理》)。当加速电压为几十万伏时,电子的波长只有约 10^{-3}nm ,所以电子显微镜可获得很高的分辨率。这就为研究分子、原子的结构提供了有力工具。

例 4.2 在通常亮度下,人眼瞳孔直径约为 3mm ,问人眼的最小分辨角是多大? 远处两根细丝之间的距离为 2.0mm ,问细丝离开多远时人眼恰能分辨?

解 视觉最敏感的黄绿光波长 $\lambda=550\text{nm}$,因此,由(4.11)式可得人眼的最小分辨角为

$$\begin{aligned}\delta\theta &= 1.22 \frac{\lambda}{D} \\ &= 1.22 \times \frac{550 \times 10^{-9}}{3 \times 10^{-3}} \\ &= 2.24 \times 10^{-4} \text{ (rad)} \approx 1'\end{aligned}$$

设细丝间距离为 Δs ,人与细丝相距 L ,则两丝对人眼的张角 θ 为

$$\theta = \frac{\Delta s}{L}$$

恰能分辨时应有

$$\theta = \delta\theta$$

于是有

$$L = \frac{\Delta s}{\delta\theta} = \frac{2.0 \times 10^{-3}}{2.24 \times 10^{-4}} = 8.9 \text{ (m)}$$

超过上述距离,则人眼不能分辨。

4.4 光栅衍射

许多等宽的狭缝等距离地排列起来形成的光学元件叫**光栅**。在一块很平的玻璃上用金刚石刀尖或电子束刻出一系列等宽等距的平行刻痕,刻痕处因漫反射而不大透光,相当于不透光部分;未

刻过的部分相当于透光的狭缝；这样就做成了透射光栅(图 4.10 (a))。在光洁度很高的金属表面刻出一系列等间距的平行细槽，就做成了反射光栅(图 4.10(b))。简易的光栅可用照相的方法制造，印有一系列平行而且等间距的黑色条纹的照相底片就是透射光栅。

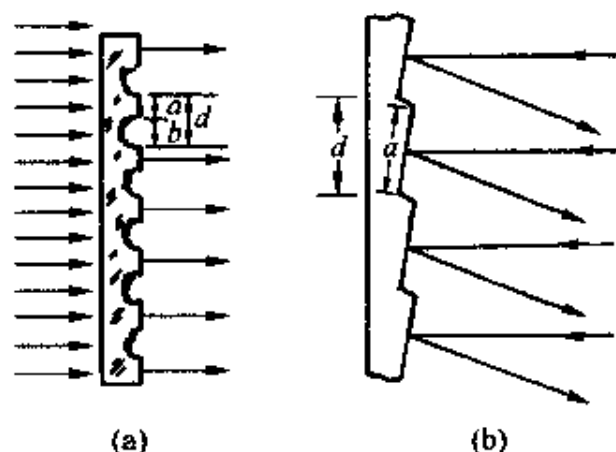


图 4.10 光栅(断面)
(a) 透射光栅; (b) 反射光栅

实用光栅,每毫米内有几十条,上千条甚至几万条刻痕。一块 $100\text{mm} \times 100\text{mm}$ 的光栅上可能刻有 10^4 条到 10^6 条刻痕。这样的原刻光栅是非常贵重的。

实验中用光透过光栅的衍射现象产生明亮尖锐的亮纹,或在入射光是复色光的情况下,产生光谱以进行光谱分析。它是近代物理实验中用到的一种重要光学元件。本节讨论光栅衍射的基本规律。

如何分析光通过光栅后的强度分布呢?在上一章我们讲过双缝干涉的规律。光栅有许多缝,可以想到各个缝发出的光将发生干涉。在上节我们讲了单缝衍射的规律,可以想到每个缝发出的光本身会产生衍射。正是这各缝之间的干涉和每缝自身的衍射决定了光通过光栅后的光强分布。下面就根据这一思想进行分析。

设图 4.11 中光栅的每一条透光部分宽度为 a , 不透光部分宽度为 b (参看图 4.10(a))。 $a+b=d$ 叫做**光栅常量**, 是光栅的空间周期性的表示。以 N 表示光栅的总缝数, 并设平面单色光波垂直入射到光栅表面上。先考虑多缝干涉的影响, 这时可以认为各缝共形成 N 个间距都是 d 的同相的子波波源, 它们沿每一方向都发出频率相同、振幅相同的光波。这些光波的叠加就成了**多光束的干涉**。在衍射角为 θ 时, 光栅上从上到下, 相邻两缝发出的光到达 P 点时的光程差都是相等的。由图 4.11 可知, 这一光程差等于 $d\sin\theta$ 。由振动的叠加规律可知, 当 θ 满足

$$d\sin\theta = \pm k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.13)$$

时, 所有的缝发的光到达 P 点时都将是同相的。它们将发生相长干涉从而在 θ 方向形成明条纹。值得注意的是, 这时在 P 点的合振幅应是来自一条缝的光的振幅的 N 倍, 而合光强将是来自一条缝的光强的 N^2 倍。这就是说, 光栅的多光束干涉形成的明纹的亮度要比一条缝发的光的亮度大多了。和这些明条纹相应的光强的极大值叫**主极大**, 决定主极大位置的 (4.13) 式叫做**光栅方程**。

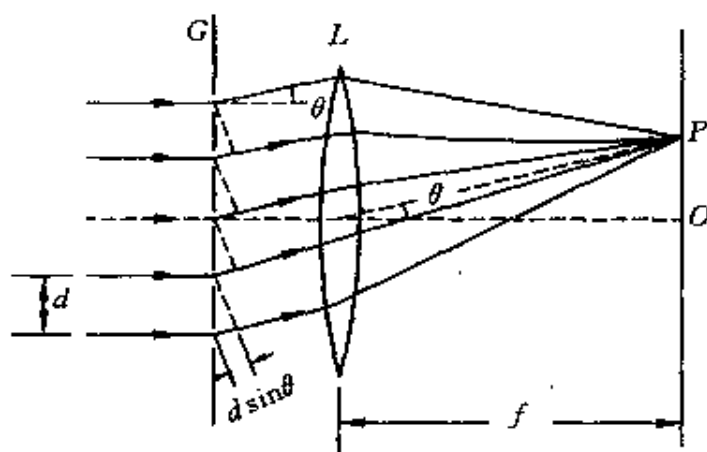


图 4.11 光栅的多光束干涉

光栅的缝很多还有一个明显的效果：使主极大明条纹变得很窄。以中央明条纹为例，它出现在 $\theta=0$ 处。在稍稍偏过一点的 θ' 方向，如果光栅的最上一条缝和最下一条缝发的光的光程差等于波长 λ ，即

$$Nd\sin\theta' = \lambda$$

时，则光栅上下两半宽度内相应的缝发的光到达屏上将都是反相的（想想分析单缝衍射的半波带法），它们都将相消干涉以致总光强为零。由于 θ' 很小，所以由上式可得 $\theta' = \lambda/Nd$ 。由它所限的中央明条纹的角宽度将是 $2\theta' = 2\lambda/Nd$ 。由光栅方程(4.13)式求得的中央明条纹到第1级明条纹的角距离为 $\theta_1 > \sin\theta_1 = \lambda/d$ 。 θ_1 要比 $2\theta'$ 的 $N/2$ 倍还大。由于 N 很大，所以中央明条纹宽度要比它和第1级明条纹的间距小得多。对其它明条纹的分析结果也一样：明条纹的宽度比它们的间距小得多。在两个主极大之间也还有总光强为零的位置（如使最上面的缝和最下面的缝发的光的光程差为 2λ ， 3λ ， \dots ， $(N-1)\lambda$ 的方向）。在这些位置之间光强不为零。但由于在这些区域从各缝发来的光叠加时总有许多缝的光干涉相消，所以其总光强比主极大要小得多。这样，多光束干涉的结果就是：**在几乎黑暗的背景上出现了一系列又细又亮的明条纹。**这一结果的光强分布曲线如图4.12(a)所示。

图4.12(a)中的光强分布曲线是假设各缝在各方向的衍射光的强度都一样而得出的。实际上，每条缝发的光，由于衍射，在不同的 θ 的方向的强度是不同的，其强度分布如图4.12(b)所示（它就是图4.5中的分布曲线）。不同 θ 方向的衍射光相干叠加形成的主极大也就要受衍射光强的影响，或者说，**各主极大要受单缝衍射的调制**：衍射光强大的方向的主极大的光强也大，衍射光强小的方向的主极大光强也小。多光束干涉和单缝衍射共同决定的光栅衍射的总光强分布如图4.12(c)所示。图4.13是两张光栅衍射图样的

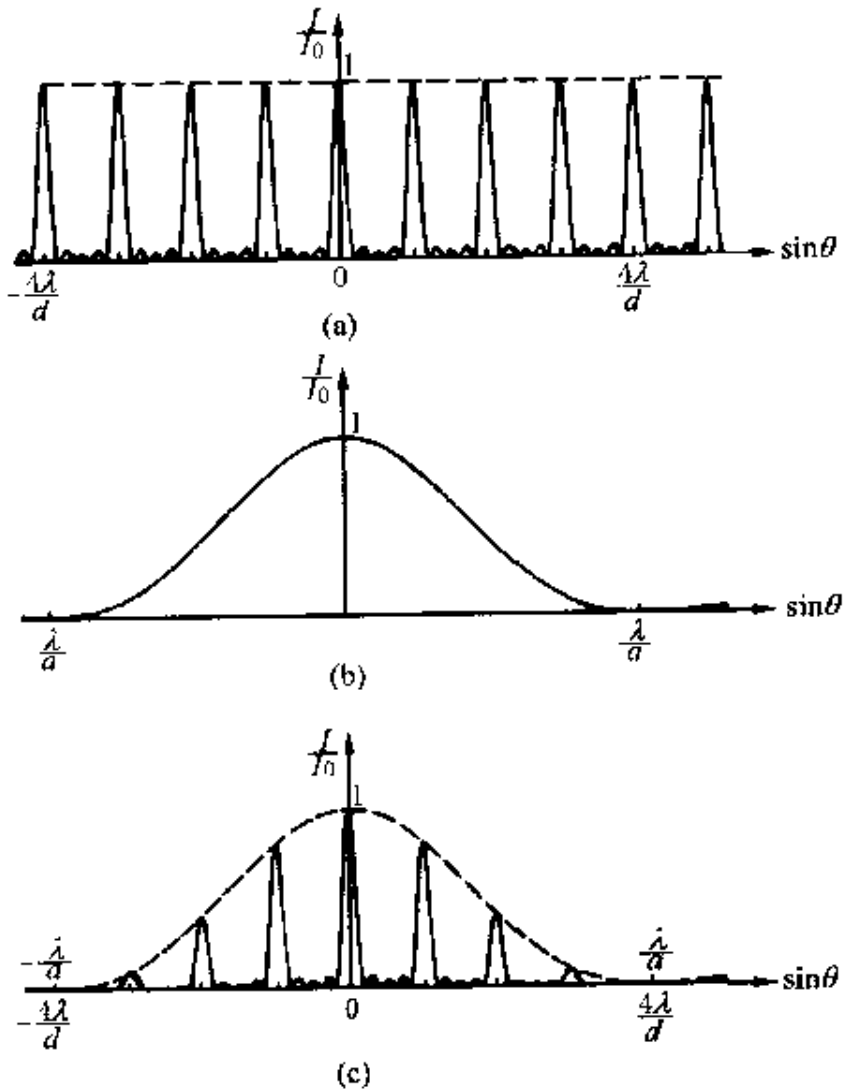


图 4.12 光栅衍射的光强分布

(a) 多光束干涉的光强分布；(b) 单缝衍射的光强分布；
 (c) 光栅衍射的总光强分布

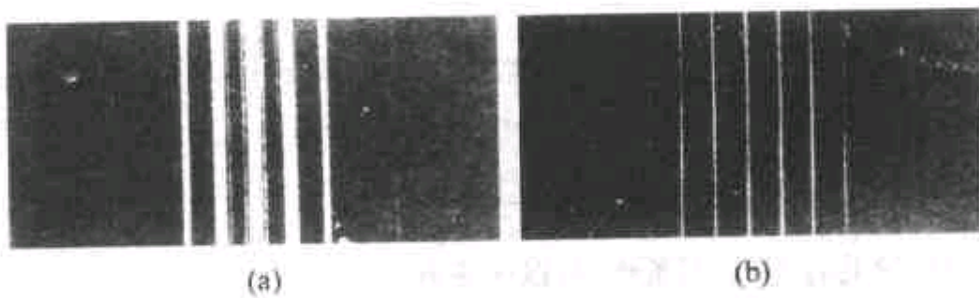


图 4.13 光栅衍射图样照片

(a) $N=5$; (b) $N=20$

照片。虽然所用光栅的缝数还相当少,但其明条纹的特征已显示得相当明显了。(定量分析见本节末的[注].)

还应指出的是,由于单缝衍射的光强分布在某些 θ 值时可能为零,所以,如果对应于这些 θ 值按多光束干涉出现某些级的主极大时,这些主极大将消失。这种衍射调制的特殊结果叫缺级现象,所缺的级次由光栅常数 d 与缝宽 a 的比值决定。因为主极大满足(4.13)式

$$d\sin\theta = \pm k\lambda$$

而衍射极小(为零)满足(4.1)式

$$a\sin\theta = \pm k'\lambda$$

如果某一 θ 角同时满足这两个方程,则 k 级主极大缺级。两式相除,可得

$$k = \pm \frac{d}{a}k', \quad k' = 1, 2, 3, \dots$$

例如,当 $d/a=4$ 时,则缺 $k=\pm 4, \pm 8, \dots$ 诸级主极大。图4.12(c)画的就是这种情形。

例 4.3 使单色平行光垂直入射到一个双缝上(可以把它看成是只有两条缝的光栅),其夫琅禾费衍射包线的中央极大宽度内恰好有13条干涉明条纹,试问两缝中心的间隔 d 与缝宽 a 应有何关系?

解 双缝衍射包线的中央极大应是单缝衍射的中央极大,此中央极大的宽度按(4.4)式求得为

$$\Delta X = 2f\tan\theta_1 \approx 2f\sin\theta_1 = \frac{2f\lambda}{a}$$

式中 f 为双缝后面所用透镜的焦距。此极大内的明条纹是两个缝发的光相互干涉的结果。据(3.8)式,相邻两明条纹中心的间距为

$$\Delta x = \frac{f\lambda}{d}$$

由于在 ΔX 内共有13条明条纹,所以应该有

$$\frac{\Delta X}{\Delta x} = 13 + 1 = 14$$

将上面 ΔX 与 Δr 的值代入可得

$$d = 7a$$

本题也可由明纹第 7 级缺级的条件求得。

例 4.4 有一四缝光栅,如图 4.14 所示。缝宽为 a ,光栅常量 $d=2a$ 。其中 1 缝总是开的,而 2,3,4 缝可以开也可以关闭。波长为 λ 的单色平行光垂直入射光栅。试画出下列条件下,夫琅禾费衍射的相对光强分布曲线 $\frac{I}{I_0}-\sin\theta$ 。

- (1) 关闭 3,4 缝;
- (2) 关闭 2,4 缝;
- (3) 4 条缝全开。

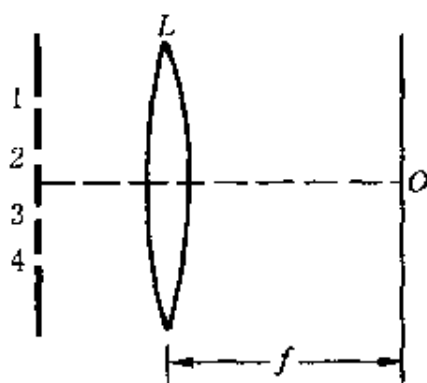


图 4.14 四缝光栅

解

(1) 关闭 3,4 缝时,四缝光栅变为双缝,且 $d/a=2$,所以在中央极大包线内共有 3 条谱线。

(2) 关闭 2,4 缝时,仍为双缝,但光栅常量 d 变为 $d'=4a$,即 $d'/a=4$,因而在中央极大包线内共有 7 条谱线。

(3) 4 条缝全开时, $d/a=2$,中央极大包线内共有 3 条谱线,与(1)不同的是主极大明纹的宽度和相邻两主极大之间的光强分布不同。

上述三种情况下光栅衍射的相对光强分布曲线分别如图 4.15 中(a),(b),(c)所示,注意三种情况下都有缺级现象。

[注] 光栅衍射的光强分布公式的推导

参考图 4.11。以 d 表示光栅常量,以 a 表示每条透光缝的宽度,以 N 表

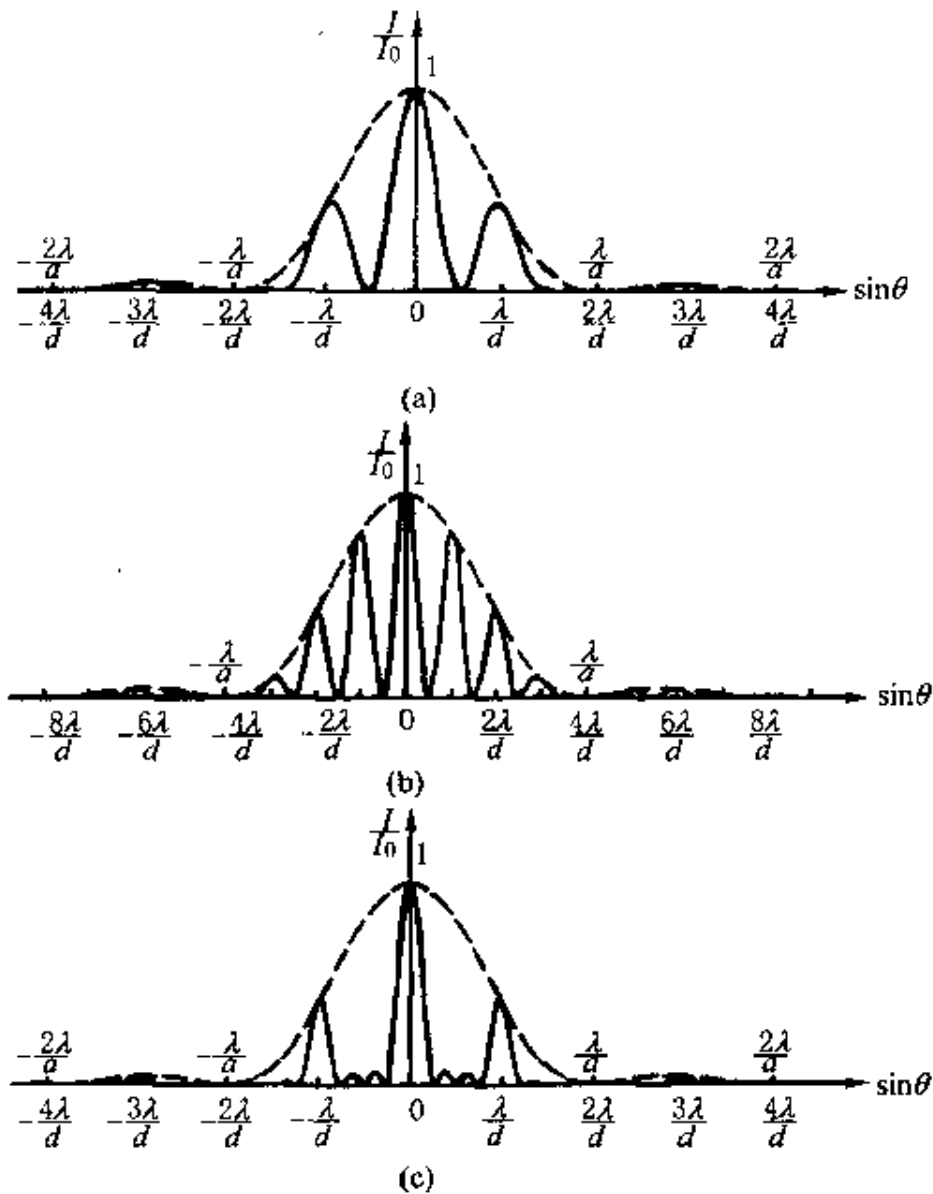


图 4.15 例 4.4 相对光强分布曲线

示总的缝数。仍设单色光(波长为 λ)垂直光栅面入射。每一条缝发出的光在衍射角为 θ 的方向的光振动的振幅,根据(4.8)式,为

$$A_{i\theta} = A_{i0} \frac{\sin\beta}{\beta} \quad (4.14)$$

其中

$$\beta = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

而 A_{i0} 为每一条缝衍射的中央明纹的极大振幅。

所有 N 条缝发出的光在衍射角 θ 方向的总振幅应是(4.14)式的相干叠

加。再次应用等振幅、等相差的多个振动的叠加公式(1.56)式,可得这一总振幅为

$$A_{\theta} = A_{1\theta} \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \quad (4.15)$$

其中 $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$

为从相邻两缝到 P 点的光程差。令

$$\gamma = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$$

则(4.15)式可写成

$$A_{\theta} = A_{1\theta} \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma}$$

将(4.14)式的 $A_{1\theta}$ 代入此式,可得在衍射角为 θ 的方向的总振幅为

$$A_{\theta} = A_{10} \frac{\sin \beta}{\beta} \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} \quad (4.16)$$

将(4.16)式平方即得光栅衍射的强度分布公式

$$I_{\theta} = I_{10} \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} \right)^2 \quad (4.17)$$

其中 I_{10} 是每一条缝衍射的中央明纹的极大强度。

(4.17)式中的 $(\sin N\gamma / \sin \gamma)^2$ 称为**多光束干涉因子**,它的极大值出现在

$$\gamma = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} = k\pi$$

亦即 $d \sin \theta = k\lambda$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (4.18)

这时,虽然 $\sin N\gamma = 0$ 而且 $\sin \gamma = 0$,但二者的比值为 N ,而总光强就是单独一个缝产生的光强的 N^2 倍。这就是出现主极大的情况,而(4.18)式也就是光栅方程(4.13)式。

由 $\sin N\gamma = 0$ 而 $\sin \gamma \neq 0$ 时,总光强为零可知,在两个主极大之间还有暗纹。在中央主极大($k=0$)和正第 1 级主极大($k=1$)之间, $\sin N\gamma = 0$ 给出

$$N\gamma = k'\pi$$

或 $\gamma = \frac{k'}{N}\pi$ (4.19)

和(4.18)式对比,可知(4.19)式中 k' 值不能取 0 和 N ,而只能取 $1, 2, 3, \dots$,

$N-1$ 。这说明在 $k=0$ 和 1 的两主极大之间会有 $N-1$ 个强度极小(零值)。在其它的相邻主极大之间也是这样。在两个极小之间也会有次极大出现,但次极大的光强比主极大的光强要小很多,所以两主极大之间实际上就形成了一段黑暗的背景。这干涉因子的影响正如图 4.12(a)所示。

(4.17)式中 $(\sin\beta/\beta)^2$ 称为**单缝衍射因子**,它对光栅衍射的影响就如图 4.12(b)所示。

多光束干涉因子和单缝衍射因子共同起作用,光栅衍射强度分布公式(4.17)式就给出了图 4.12(c)那样的强度分布曲线和图 4.13 那样的明纹分布图象。

4.5 光栅光谱

上一节讲了单色光垂直入射到光栅上时形成谱线的规律。根据光栅方程(4.13)式

$$d\sin\theta = \pm k\lambda$$

可知,如果是复色光入射,则由于各成分色光的 λ 不同,除中央零级条纹外,各成分色光的其它同级明条纹将在不同的衍射角出现。同级的不同颜色的明条纹将按波长顺序排列成**光栅光谱**,这就是光栅的分光作用。如果入射复色光中只包含若干个波长成分,则光栅光谱由若干条不同颜色的细亮谱线组成。

物质的光谱可用于研究物质结构,原子、分子的光谱则是了解原子、分子结构及其运动规律的重要依据。光谱分析是现代物理学研究的重要手段,在工程技术中,也广泛地应用于分析、鉴定等方面。

光栅能把不同波长的光分开,那么波长很接近的两条谱线是否一定能在光栅光谱中分辨出来呢?不一定,因为这还和谱线的宽度有关。根据**瑞利判据**,一条谱线的中心恰与另一条谱线的距谱线中心最近一个极小重合时,两条谱线刚能分辨。如图 4.16 所示, $\delta\theta$ 表示波长相近的两条谱线的角间隔(即两个主极大之间的角距

离), $\Delta\theta$ 表示谱线本身的半角宽(即某一主极大的中心到相邻的一级极小的角距离), 当 $\delta\theta = \Delta\theta$ 时, 两条谱线刚能分辨。下面具体计算光栅的分辨本领和什么因素有关。

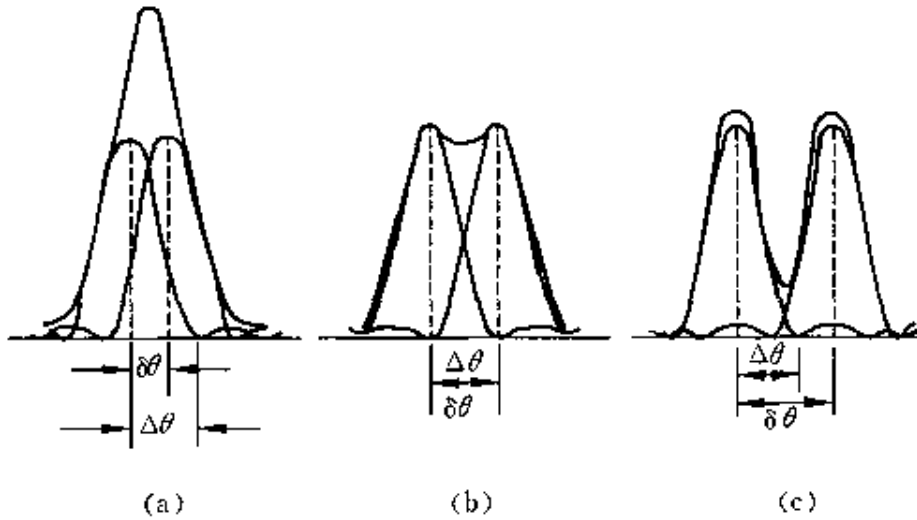


图 4.16 光栅分辨本领用图

(a) $\delta\theta < \Delta\theta$, 不能分辨; (b) $\delta\theta = \Delta\theta$, 恰能分辨; (c) $\delta\theta > \Delta\theta$, 能分辨

角间隔 $\delta\theta$ 取决于光栅把不同波长的光分开的本领。对光栅方程两边微分, 得

$$d \cos\theta \delta\theta = k \delta\lambda$$

于是得波长差为 $\delta\lambda$ 的两条 k 级谱线的角间距为

$$\delta\theta = \frac{k \delta\lambda}{d \cos\theta} \quad (4.20)$$

半角宽 $\Delta\theta$ 可如下求得。对第 k 级谱线, 光栅方程给出

$$d \sin\theta = k\lambda \quad (4.13)$$

和这一谱线紧相邻的一级极小的方向 $(\theta + \Delta\theta)$ 应使得从光栅上下两边缘的两条缝发的光的光程差比 $Nk\lambda$ 还多一个 λ , 即

$$Nd \sin(\theta + \Delta\theta) = Nk\lambda + \lambda$$

或

$$d\sin(\theta + \Delta\theta) = k\lambda + \frac{\lambda}{N}$$

和(4.13)式相减,可得

$$d[\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin\theta] = \frac{\lambda}{N}$$

或写为

$$\Delta(\sin\theta) = \cos\theta \Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd}$$

由此可得谱线半角宽为

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta} \quad (4.21)$$

刚能分辨时, $\delta\theta = \Delta\theta$, 于是有

$$\frac{k \delta\lambda}{d\cos\theta} = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$$

由此得

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN \quad (4.22)$$

光栅的分辨本领 R 定义为

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (4.23)$$

这一定义说明, 一个光栅能分开的两个波长的波长差 $\delta\lambda$ 越小, 该光栅的分辨本领越大。利用(4.22)式可得

$$R = kN \quad (4.24)$$

此式表明, 光栅的分辨本领与级次成正比, 特别是, 与光栅的总缝数成正比。当要求在某一级次的谱线上提高光栅的分辨本领时, 必须增大光栅的总缝数。这就是光栅所以要刻上上万条甚至几十万条刻痕的原因。

例 4.5 用每毫米内有 500 条缝的光栅, 观察钠光谱线。

(1) 光线以 $i = 30^\circ$ 角斜入射光栅时, 谱线的最高级次是多少? 并与垂直入射时比较。

(2) 若在第 3 级谱线处恰能分辨出钠双线, 光栅必须有多少条缝? (钠黄光的波长一般取 589.3nm, 它实际上由 589.0nm 和 589.6nm 两个波长的光组成, 称为钠双线。)

解

(1) 斜入射时, 相邻两缝的入射光束在入射前有光程差 AB , 衍射后有光程差 DC , 如图 4.17 所示。总光程差为 $DC - AB = d(\sin\theta - \sin i)$, 因此斜入射的光栅方程为

$$d(\sin\theta - \sin i) = \pm k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

谱线级次为

$$k = \pm \frac{d(\sin\theta - \sin i)}{\lambda}$$

此式表明, 斜入射时, 零级谱线不在屏中心, 而移到 $\theta = i$ 的角位置处。可能的最高级次相应于 $\theta = -\frac{\pi}{2}$ 。由于 $d = \frac{1}{500} \text{mm} = 2 \times 10^{-6} \text{m}$, 代入上式得

$$k_{\max} = - \frac{2 \times 10^{-6} \left[\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin 30^\circ \right]}{589.3 \times 10^{-9}} = 5.1$$

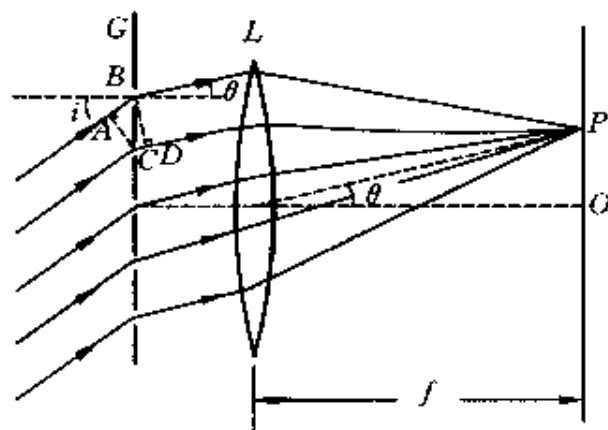


图 4.17 斜入射时光程差计算用图

级次取较小的整数, 得最高级次为 5。

垂直入射时, $i = 0$, 最高级次相应于 $\theta = \pi/2$, 于是有

$$k_{\max} = \frac{2 \times 10^{-6} \sin \frac{\pi}{2}}{589.3 \times 10^{-9}} = 3.4$$

最高级次应为 3。可见斜入射比垂直入射可以观察到更高级次的谱线。

(2) 利用(4.22)式

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN$$

可得

$$N = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \frac{1}{k} = \frac{\lambda}{\lambda_2 - \lambda_1} \frac{1}{k}$$

将 $\lambda_1 = 589.0\text{nm}$, $\lambda_2 = 589.6\text{nm}$ 和 $k = 3$ 代入, 可得

$$N = \frac{589.3}{589.6 - 589.0} \times \frac{1}{3} = 327$$

这个要求并不高。

4.6 X 射线衍射

X 射线是伦琴于 1895 年发现的, 故又称伦琴射线。图 4.18 所示为 X 射线管的结构示意图。图中 G 是一抽成真空的玻璃泡, 其中密封有电极 K 和 A 。 K 是发射电子的**热阴极**, A 是阳极, 又称**对阴极**。两极间加数万伏高电压, 阴极发射的电子, 在强电场作用下加速, 高速电子撞击阳极(靶)时, 就从阳极发出 X 射线。

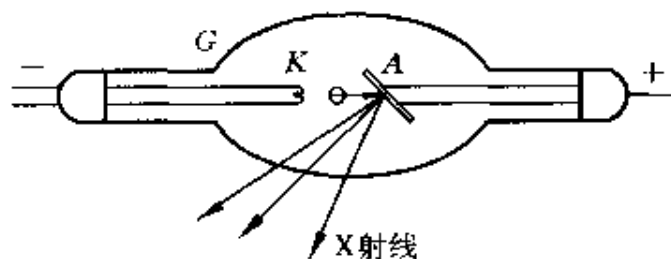


图 4.18 X 射线管

这种射线人眼看不见, 具有很强的穿透能力, 在当时是前所未知的一种射线, 故称为 X 射线。

后来认识到, X 射线是一种波长很短的电磁波, 波长在 0.01nm 到 10nm 之间。既然 X 射线是一种电磁波, 也应该有干涉和衍射现象。但是由于 X 射线波长太短, 用普通光栅观察不到

X 射线的衍射现象,而且也无法用机械方法制造出适用于 X 射线的光栅。

1912 年德国物理学家劳厄想到,晶体由于其中粒子的规则排列应是一种适合于 X 射线的三维空间光栅。他进行了实验,第一次圆满地获得了 X 射线的衍射图样,从而证实了 X 射线的波动性。劳厄实验装置简图如图 4.19 所示。图 4.19(a)中 PP' 为铅板,上有一小孔,X 射线由小孔通过; C 为晶体, E 为照相底片。图 4.17(b)是 X 射线衍射的照相底片。

射线的 X 射线衍射的的斤而的法国的 X 射线的的栅屏



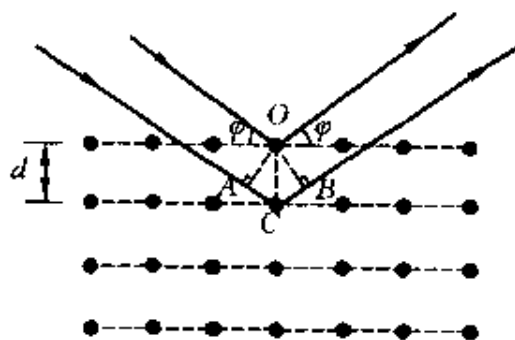


图 4.20 布拉格公式导出图示

晶面上时,在符合反射定律的方向上可以得到强度最大的射线。但由于各个晶面上衍射中心发出的子波的干涉,这一强度也随掠射角的改变而改变。由图 4.20 可知,相邻两个晶面反射的两条光线干涉加强的条件为

$$2d\sin\varphi = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4.25)$$

此式称为**布拉格公式**。

应该指出,同一块晶体的空间点阵,从不同方向看去,可以看到粒子形成取向不相同,间距也各不相同的许多晶面族。当 X 射线入射到晶体表面上时,对于不同的晶面族,掠射角 φ 不同,晶面间距 d 也不同。凡是满足(4.25)式的,都能在相应的反射方向得到加强。

布拉格公式是 X 射线衍射的基本规律,它的应用是多方面的。若由别的方法测出了晶面间距 d ,就可以根据 X 射线衍射实验由掠射角 φ 算出入射 X 射线的波长,从而研究 X 射线谱,进而研究原子结构。反之,若用已知波长的 X 射线投射到某种晶体的晶面上,由出现最大强度的掠射角 φ 可以算出相应的晶面间距 d 从而研究晶体结构,进而研究材料性能。这些研究在科学和工程技术上都是很重要的。例如对大生物分子 DNA 晶体的成千张的 X 射线衍射照片(图 4.21(a))的分析,显示出 DNA 分子的双螺旋结构(图 4.21(b))。

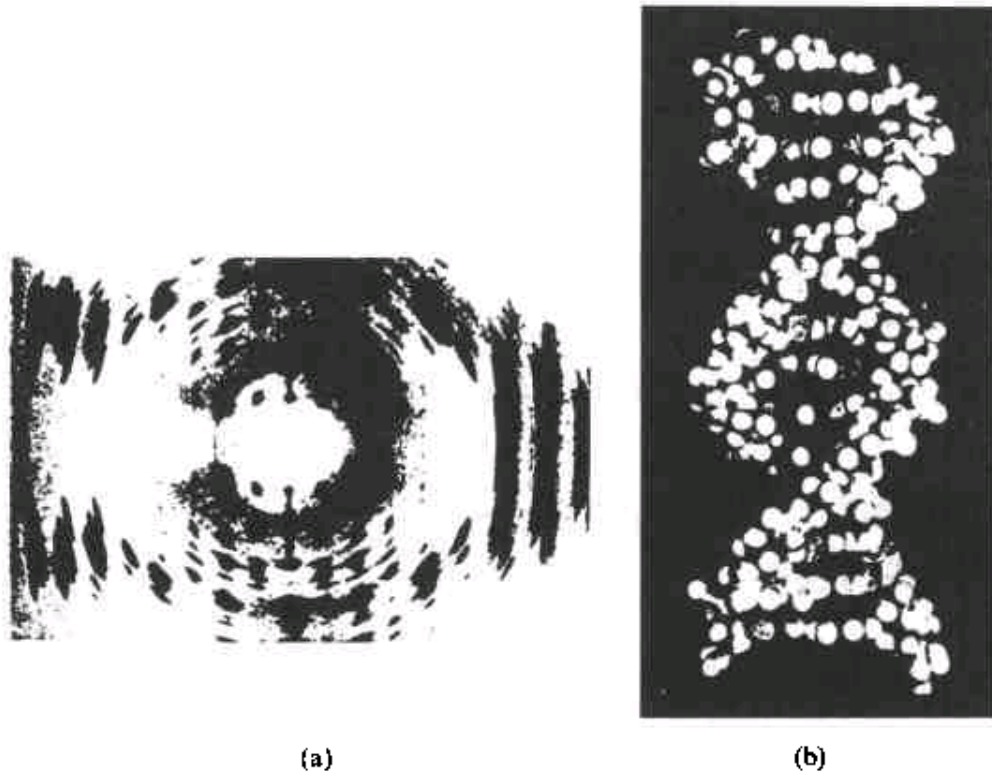


图 4.21 DNA 晶体的 X 射线衍射照片(a)和 DNA 分子的双螺旋结构(b)

提 要

1. **惠更斯-菲涅耳原理的基本概念**: 波阵面上各点都可以当成子波波源, 其后波场中各点波的强度由各子波在各该点的相干叠加决定。

2. **夫琅禾费衍射**:

单缝衍射: 可用半波带法分析。单色光垂直入射时, 衍射暗条纹中心位置满足

$$a \sin \theta = \pm k \lambda \quad (a \text{ 为缝宽})$$

圆孔衍射: 单色光垂直入射时, 中央亮斑的角半径为 θ , 且

$$D \sin \theta = 1.22 \lambda \quad (D \text{ 为圆孔直径})$$

3. **光学仪器的分辨本领**: 根据圆孔衍射规律和瑞利判据

可得

$$\text{最小分辨角(角分辨率)} \quad \delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\text{分辨率} \quad R = \frac{1}{\delta\theta} = \frac{D}{1.22\lambda}$$

4. 光栅衍射: 在黑暗的背景上显现窄细明亮的谱线。缝数越多, 谱线越细越亮。

单色光垂直入射时, 谱线(主极大)的位置满足

$$d\sin\theta = k\lambda \quad (d \text{ 为光栅常量})$$

谱线强度受单缝衍射调制, 有时有缺级现象。

光栅的分辨本领

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN \quad (N \text{ 为光栅总缝数})$$

5. X 射线衍射的布拉格公式:

$$2d\sin\varphi = k\lambda$$

思考题

4.1 在日常经验中, 为什么声波的衍射比光波的衍射更加显著?

4.2 衍射的本质是什么? 干涉和衍射有什么区别和联系?

4.3 在观察夫琅禾费衍射的装置中, 透镜的作用是什么?

4.4 一人在他眼睛瞳孔的前方握着一个沿竖直方向的单狭缝, 通过狭缝注视一遥远的光源, 光源的形状为一根竖直方向的长灯丝, 这人看见的衍射是非涅耳衍射还是夫琅禾费衍射?

试描述他看到的衍射图样。

4.5 在单缝的夫琅禾费衍射中, 若单缝处波阵面恰好分成 4 个半波带, 如图 4.22 所示。此时光线 1 与 3 是同位相的, 光线 2 与 4 也是同位相的, 为什么 P 点光强不是极大而

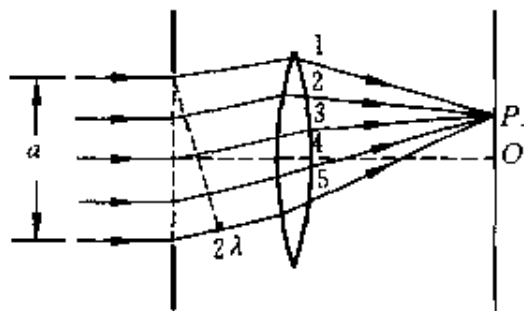


图 4.22 思考题 4.5 用图

是极小?

4.6 在观察单缝夫琅禾费衍射时,

(1) 如果单缝垂直于它后面的透镜的光轴向上或向下移动,屏上衍射图样是否改变?为什么?

(2) 若将线光源 S 垂直于光轴向下或向上移动,屏上衍射图样是否改变?为什么?

4.7 在单缝的夫琅禾费衍射中,如果将单缝宽度逐渐加宽,衍射图样发生什么变化?如果将光源 S 的缝逐渐加宽,衍射图样又如何变化?

4.8 假如可见光波段不是在 $400\text{nm} \sim 700\text{nm}$,而是在毫米波段,而人眼睛瞳孔仍保持在 3mm 左右,设想人们看到的外部世界将是什么景象?

4.9 多缝干涉时,主极大的条件是 $d\sin\theta = k\lambda$,极小的条件是 $Nd\sin\theta = k\lambda$,试问:

(1) 当主极大条件满足时,任意两缝沿 θ 角射出的光是否干涉加强?

(2) 当极小条件满足时,任意两缝沿 θ 角射出的光是否相互减弱?

4.10 如何说明不论多缝的缝数有多少,各主极大的角位置总是和有相同缝宽和缝间距的双缝干涉极大的角位置相同?

4.11 在杨氏双缝实验中,每一条缝自身(即把另一缝遮住)的衍射条纹光强分布各如何?双缝同时打开时条纹光强分布又如何?前两个光强分布图的简单相加能得到后一个光强分布图吗?大略地在同一张图中画出这三个光强分布曲线来。

4.12 在地面进行的天文观测中,光学望远镜所成星体的象会受到大气密度涨落的影响(所以要发射太空望远镜以排除这种影响),而无线电天文望远镜则不会受这种影响。为什么?

4.13 一个“杂乱”光栅,每条缝的宽度是一样的,但缝间距离有大有小随机分布。单色光垂直入射这种光栅时,其衍射图样会是什么样子的?

4.14 巴比涅原理。如图 4.23 所示,一束平行光垂直通过遮光板上的孔射到屏上。考虑屏上阴影区内一点 P 。

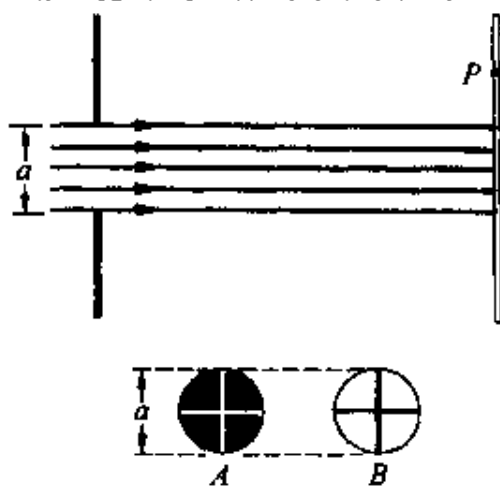


图 4.23 思考题 4.14 用图

先用一个十字缝(A)放入孔中,然后换用一个十字丝(B,十字缝的“负片”或“补偿器”)放入。试用叠加原理证明:这两次在P点的光强是一样的。由此可以说明一个单缝和一条等宽的细丝(或一个圆孔和一个等半径的不透光圆盘)所产生的衍射条纹分布是一样的。

习 题

4.1 有一单缝,缝宽 $a=0.10\text{mm}$,在缝后放一焦距为 50cm 的会聚透镜,用波长 $\lambda=546.1\text{nm}$ 的平行光垂直照射单缝,试求位于透镜焦平面处屏上中央明纹的宽度。

4.2 用波长 $\lambda=632.8\text{nm}$ 的激光垂直照射单缝时,其夫琅禾费衍射图样的第1极小与单缝法线的夹角为 5° ,试求该缝的缝宽。

4.3 一单色平行光垂直入射一单缝,其衍射第3级明纹位置恰与波长为 600nm 的单色光垂直入射该缝时衍射的第2级明纹位置重合,试求该单色光波长。

4.4 波长为 20m 的海面波垂直进入宽 50m 的港口。在港内海面上衍射波的中央波束的角宽度是多少?

4.5 抽制细丝时有用激光监控其粗细,如图4.24所示,激光束越过细丝时所产生的衍射条纹和它通过遮光板上一条同样宽度的单缝时所产生的衍射条纹一样。设所用激光器为 He-Ne 激光器,所发激光波长为 632.8nm ,衍射图样

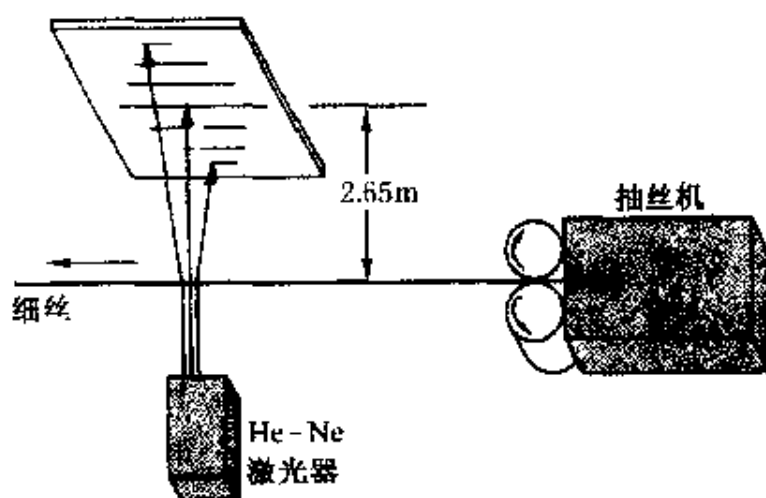


图 4.24 习题 4.5 用图

承接在 2.65m 远的屏上。如果细丝直径要求 1.37mm, 屏上两侧的两个第 10 级极小之间的距离应是多大?

4.6 用肉眼观察星体时, 星光通过瞳孔的衍射在视网膜上形成一个小亮斑。

(1) 瞳孔最大直径为 7.0mm, 入射光波长为 550nm。星体在视网膜上的象的角宽度多大?

(2) 瞳孔到视网膜的距离为 23mm。视网膜上星体的象的直径多大?

(3) 视网膜中央小凹(直径 0.25mm)中的柱状感光细胞每平方毫米约 1.5×10^5 个。星体的象照亮了几个这样的细胞?

4.7 有一种利用太阳能的设想是在 3.5×10^4 km 的高空放置一块大的太阳能电池板, 把它收集到的太阳能用微波形式传回地球。设所用微波波长为 10cm, 而发射微波的抛物天线的直径为 1.5km。此天线发射的微波的中央波束的角宽度是多少? 在地球表面它所覆盖的面积直径多大?

4.8 可以证明(见思考题 4.14), 一个不透光颗粒和一个同样半径的圆孔产生的衍射条纹一样, 而且许多这种不透光颗粒杂乱分布(例如大气中微小水滴的分布)时, 干涉效应将消失而衍射图样就和一个颗粒的衍射图样一样。

(1) 解释为什么在有雾的夜晚可以看到月亮周围有一个光圈, 而且这光圈常发红色。

(2) 月亮的视角约 0.5° 。如果其周围的光圈的角直径是月球角直径的 5 倍, 求大气中水珠的直径约多大? 紫光波长按 450nm 计。

4.9 在迎面驶来的汽车上, 两盏前灯相距 120cm。试问汽车离人多远的地方, 眼睛恰能分辨这两盏前灯? 设夜间人眼瞳孔直径为 5.0mm, 入射光波长为 550nm, 而且仅考虑人眼瞳孔的衍射效应。

4.10 据说间谍卫星上的照相机能清楚识别地面上汽车的牌照号码。

(1) 如果需要识别的牌照上的字划间的距离为 5cm, 在 160km 高空的卫星上的照相机的角分辨率应多大?

(2) 此照相机的孔径需要多大? 光的波长按 500nm 计。

4.11 美国波多黎各阿里西坡谷地的无线电天文望远镜(图 4.25)的“物镜”镜面孔径为 300m, 曲率半径也是 300m。它工作的最短波长是 4cm。对于此波长, 这台望远镜的角分辨率是多少?

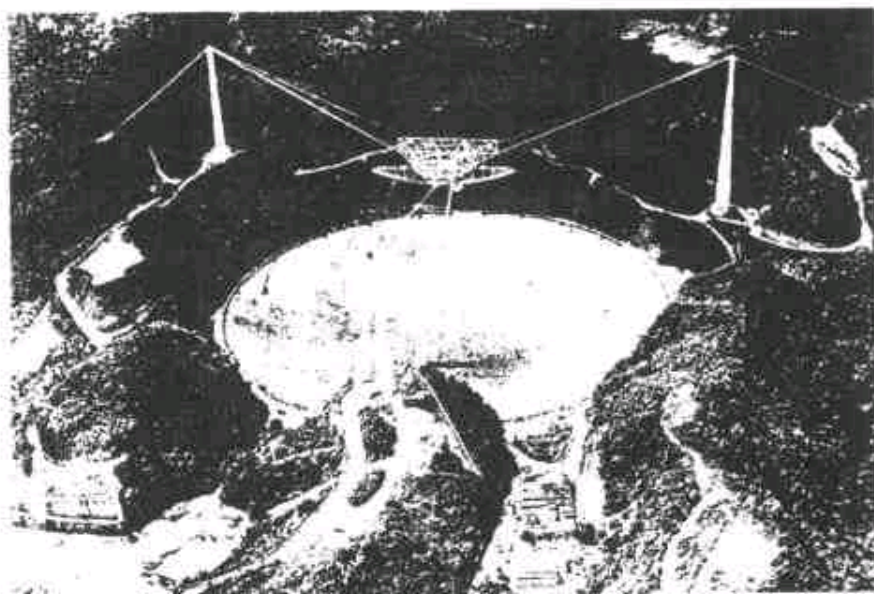


图 4.25 习题 4.11 用图

4.12 为了提高无线电天文望远镜的分辨率,使用相距很远(可达 10^4km)的两台望远镜。这两台望远镜同时各自把无线电信号记录在磁带上,然后拿到一起用电子技术进行叠加分析。(这需要特别精确的原子钟来标记记录信号的时刻。)设这样两台望远镜相距 10^4km ,而所用无线电波波长在厘米波段,这种“特长基线干涉法”所能达到的角分辨率多大?

4.13 7×50 双筒望远镜的放大倍数为 7,物镜直径为 50mm。

(1) 根据瑞利判据,这种望远镜的角分辨率多大? 设入射光波长为 550nm。

(2) 眼睛瞳孔的最大直径为 7.0mm。求出眼睛对上述入射光的角分辨率,除以 7,和望远镜的角分辨率对比,然后判断用这种望远镜观察时实际起分辨作用的是眼睛还是望远镜。

4.14 已知天空中两颗星相对于一望远镜的角距离为 $4.84\times 10^{-6}\text{rad}$,它们发出的光波波长为 550nm。问望远镜物镜的口径至少要多大,才能分辨出这两颗星?

4.15 设想用单缝实验来观察直射太阳光的衍射条纹。已知太阳的角直径为 0.5° 。

(1) 如果单缝缝宽为 0.1mm,并用透过波长为 550nm 的光的滤光片挡住单缝,能否观察到条纹?

(2) 如果缝宽为 0.01mm , 仍用上述滤光片, 能否观察到条纹?

(3) 如果缝宽为 0.1mm 而不用滤光片, 能否观察到条纹?

4.16 一双缝, 缝间距 $d=0.10\text{mm}$, 缝宽 $a=0.02\text{mm}$, 用波长 $\lambda=480\text{nm}$ 的平行单色光垂直入射该双缝, 双缝后放一焦距为 50cm 的透镜, 试求:

(1) 透镜焦平面处屏上干涉条纹的间距;

(2) 单缝衍射中央亮纹的宽度;

(3) 单缝衍射的中央包线内有多少条干涉的主极大。

4.17 图 4.26 各图是多缝衍射的强度分布曲线, 试根据图线回答:

(1) 图线是几缝衍射? 理由是什么?

(2) 哪条图线相应的缝宽 a 最大? (设入射光的波长相同。)

(3) 各图相应的 d/a 等于多少? 有无缺级?

(4) 标出各图横坐标以 λ/d 和 λ/a 标度的分度值。

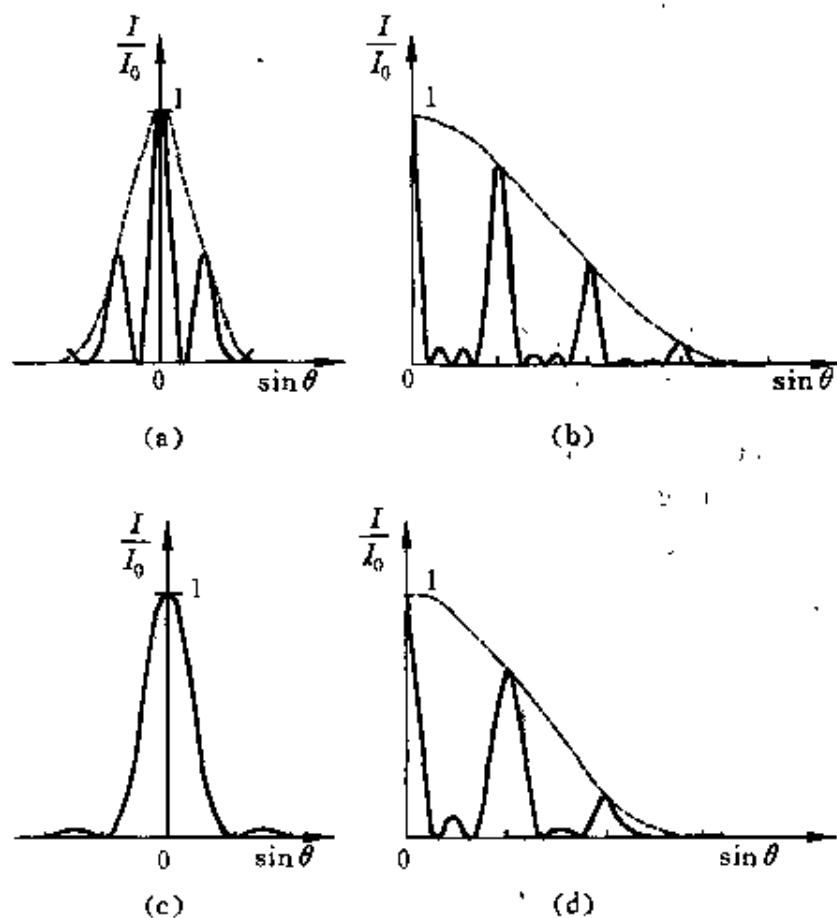


图 4.26 习题 4.17 用图

4.18 一光栅,宽 2.0cm,共有 6000 条缝。今用钠黄光垂直入射,问在哪些角位置出现主极大?

4.19 某单色光垂直入射到每厘米有 6000 条刻痕的光栅上,其第 1 级谱线的角位置为 20° ,试求该单色光波长。它的第 2 级谱线在何处?

4.20 白光垂直入射于每厘米有 4000 条缝的光栅,问利用这个光栅可以产生多少级完整的光谱?

4.21 一光栅每厘米有 3000 条缝,用波长为 555nm 的单色光以 30° 角斜入射,问在屏的中心位置是光栅光谱的几级谱。

4.22 波长为 600nm 的单色光垂直入射在一光栅上,第 2,3 级明条纹分别出现在 $\sin\theta=0.20$ 与 $\sin\theta=0.30$ 处,第 4 级缺级。试求:

- (1) 光栅常量;
- (2) 光栅上狭缝宽度;
- (3) 屏上实际呈现的全部级数。

4.23 一光源发射的红双线在波长 $\lambda=656.3\text{nm}$ 处,两条谱线的波长差 $\Delta\lambda=0.18\text{nm}$ 。今有一光栅可以在第 1 级中把这两条谱线分辨出来,试求该光栅所需的最小刻线总数。

4.24 一光栅宽为 6.0cm,每厘米有 6000 条刻线,问在第 3 级谱中,对 $\lambda=500\text{nm}$ 处,可分辨的最小波长间隔是多少?

4.25 北京天文台的米波综合孔径射电望远镜由设置在东西方向上的一列共 28 个抛物面组成(图 4.27,并见封面彩图)。这些天线用等长的电缆连到同一个接收器上(这样各电缆对各天线接收的电磁波信号不会产生附加的相差),接收由空间射电源发射的 232Hz 的电磁波。工作时各天线的作用等效于间距为 6m,总数为 192 个天线的一维天线阵列。接收器接收到的从正天顶上的一颗射电源发来的电磁波将产生极大强度还是极小强度?在正天顶东方多大角度的射电源发来的电磁波将产生第一级极小强度?又在正天顶东方多大角度的射电源发来的电磁波将产生下一级极大强度?

4.26 在图 4.20 中,若 $\varphi=45^\circ$,入射的 X 射线包含有从 0.095nm 到 0.130nm 这一波带中的各种波长。已知晶格常数 $d=0.275\text{nm}$,问是否会有干涉加强的衍射 X 射线产生?如果有,这种 X 射线的波长如何?

4.27 1927 年戴维孙和革末用电子束射到镍晶体上的衍射(散射)实验证实了电子的波动性。实验中电子束垂直入射到晶面上。他们在 $\varphi=50^\circ$ 的方

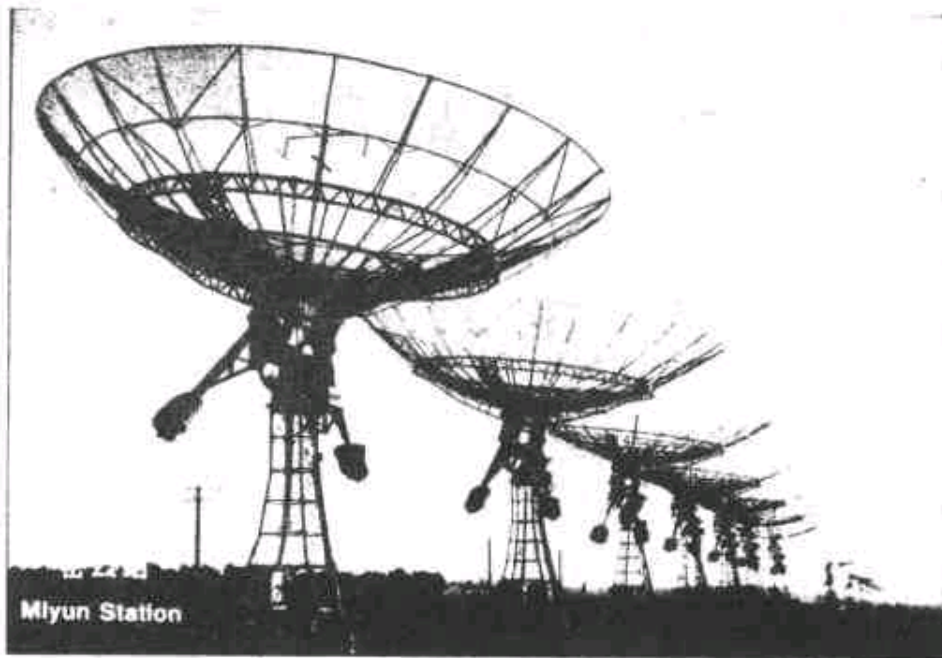


图 4.27 习题 4.25 用图

向测得了衍射电子流的极大强度(图 4.28)。已知晶面上原子间距为 $d = 0.215\text{nm}$ 、求与入射电子束相应的电子波波长。

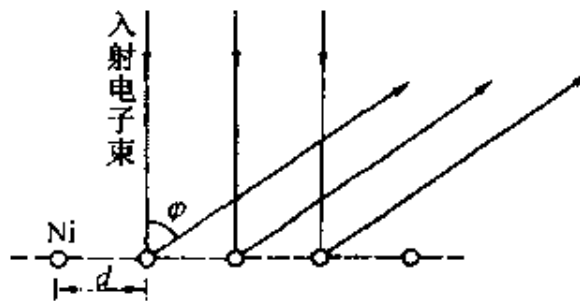


图 4.28 习题 4.27 用图

今日物理趣闻

A 全息照相

全息照相(简称全息)原理是1948年伽伯(Dennis Gabor)为了提高电子显微镜的分辨本领而提出的。他曾用汞灯作光源拍摄了第一张全息照片。其后,这方面的工作进展相当缓慢。直到1960年激光出现以后,全息技术才获得了迅速发展,现在它已是一门应用广泛的重要新技术。

全息照相的“全息”是指物体发出的光波的全部信息:既包括振幅或强度,也包括相位。和普通照相比较,全息照相的基本原理、拍摄过程和观察方法都不相同。

A.1 全息照片的拍摄

照相技术是利用了光能引起感光乳胶发生化学变化这一原理。这化学变化的深度随入射光强度的增大而增大,因而冲洗过的底片上各处会有明暗之分。普通照相使用透镜成象原理,底片上各处乳剂化学反应的深度直接由物体各处的明暗决定,因而底片就记录了明暗,或者说,记录了入射光波的强度或振幅。全息照相不但记录了入射光波的强度,而且还能记录下入射光波的相位。之所以能如此,是因为全息照相利用了光的干涉现象。

全息照相没有利用透镜成象原理,拍摄全息照片的基本光路大致如图A.1所示。来自同一激光光源(波长为 λ)的光分成两部分:一部分直接照到照相底片上,叫**参考光**;另一部分用来照明被拍摄物体,物体表面上各处散射的光也射到照相底片上,这部分光叫**物光**。参考光和物光在底片上各处相遇时将发生干涉。所产生的干涉条纹既记录了来自物体各处的光波的强度,也记录了这些光波的相位。

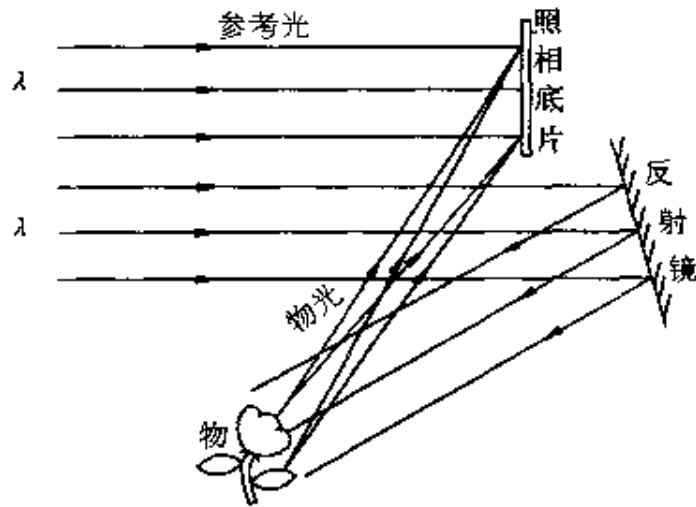


图 A.1 全息照片的拍摄

干涉条纹记录光波的强度的原理是容易理解的。因为射到底片上的参考光的强度是各处一样的，但物光的强度则各处不同，其分布由物体上各处发来的光决定，这样参考光和物光叠加干涉时形成的干涉条纹在底片上各处的浓淡也不同。这浓淡就反映物体上各处发光的强度，这一点是与普通照相类似的。

干涉条纹怎样记录相位的呢？请看图 A.2，设 O 为物体上某一发光点。

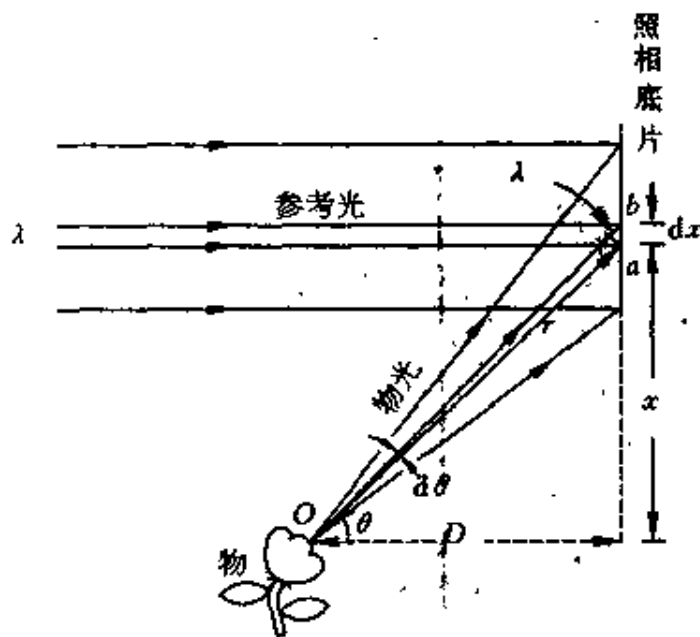


图 A.2 相位记录说明

它发的光和参考光在底片上形成干涉条纹。设 a, b 为某相邻两条暗纹(底片冲洗后变为透光缝)所在处, 距 O 点的距离为 r 。要形成暗纹, 在 a, b 两处的物光和参考光必须都反相。由于参考光在 a, b 两处是相同的(如图设参考光平行垂直入射, 但实际上也可以斜入射), 所以到达 a, b 两处的物光的光程差必相差 λ 。由图示几何关系可知

$$\lambda = \sin\theta dx$$

由此得

$$dx = \frac{\lambda}{\sin\theta} = \frac{\lambda r}{x} \quad (\text{A. 1})$$

这一公式说明, 在底片上同一处, 来自物体上不同发光点的光, 由于它们的 θ 或 r 不同, 与参考光形成的干涉条纹的间距就不同, 因此底片上各处干涉条纹的间距(以及条纹的方向)就反映了物光光波相位的不同, 这不同实际上反映了物体上各发光点的位置(前后、上下、左右)的不同。整个底片上形成的干涉条纹实际上是物体上各发光点发出的物光与参考光所形成的干涉条纹的叠加。这种把相位不同转化为干涉条纹间距(或方向)不同从而被感光底片记录下来方法是普通照相方法中不曾有的。

由上述可知, 用全息照相方法获得的底片并不直接显示物体的形象, 而是一幅复杂的条纹图象, 而这些条纹正记录了物体的光学全息。图 A. 3 是一

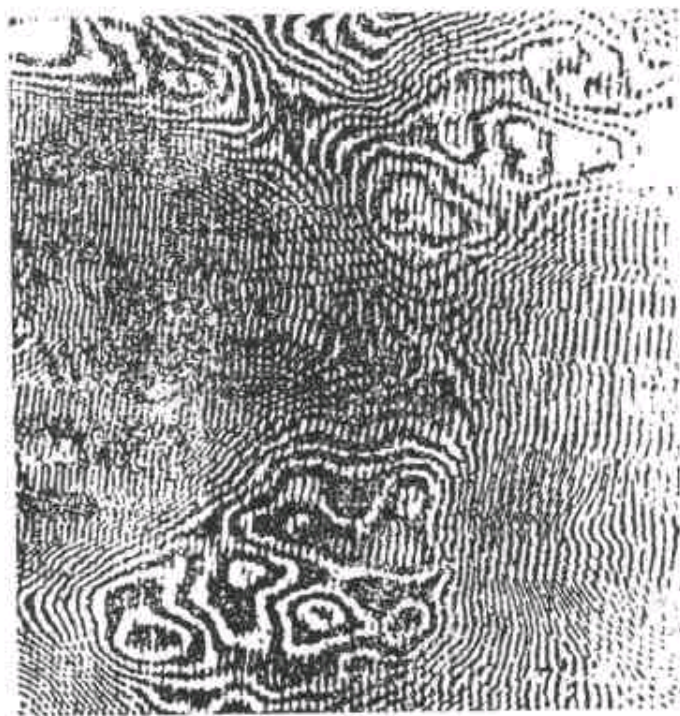


图 A. 3 全息照片外观

张全息照片的部分放大图。

由于全息照片的拍摄利用光的干涉现象,它要求参考光和物光是彼此相干的。实际上所用仪器设备以及被拍摄物体的尺寸都比较大,这就要求光源有很强的时间相干性和空间相干性。激光,作为一种相干性很强的强光源正好满足了这些要求,而用普通光源则很难做到。这正是激光出现后全息技术才得到长足发展的原因。

A.2 全息图象的观察

观察一张全息照片所记录的物体的形象时,只需用拍摄该照片时所用的同一波长的照明光沿原参考光的方向照射照片即可,如图 A.4 所示。这时在照片的背面向照片看,就可看到在原位置处原物体的完整的立体形象,而照片就像一个窗口一样。所以能有这样的效果,是因为光的衍射的缘故。仍考虑两相邻的条纹 a 和 b ,这时它们是两条透光缝,照明光透过它们将发生衍射。沿原方向前进的光波不产生成像效果,只是其强度受到照片的调制而不再均匀。沿原来从物体上 O 点发来的物光的方向的那两束衍射光,其光程差一定也就是波长 λ 。这两束光被人眼会聚将叠加形成 $+1$ 级极大,这一极大正对应于发光点 O 。由发光点 O 原来在底片上各处造成的透光条纹透过的光的衍射的总效果就会使人眼感到在原来 O 所在处有一发光点 O' 。发光体上所有发

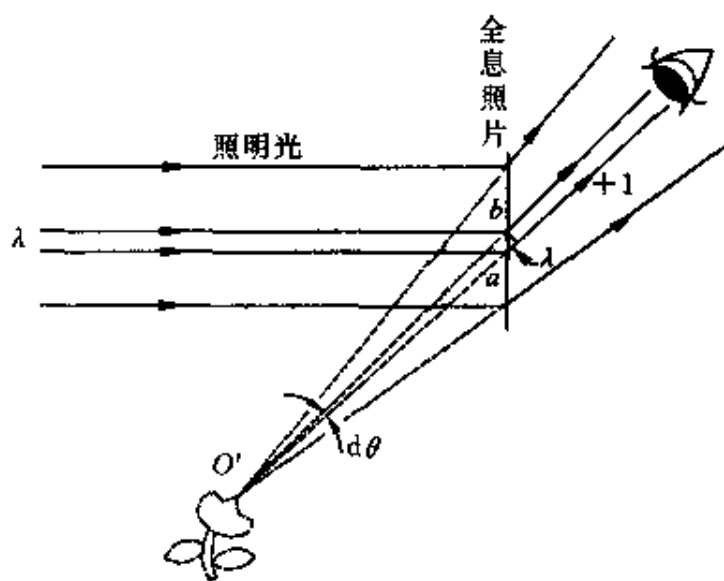


图 A.4 全息照片虚象的形成

光点在照片上产生的透光条纹对入射照明光的衍射,就会使人眼看到一个在原来位置处的一个原物的完整的**立体虚象**。注意,这个立体虚象**真正是立体的**,其突出特征是:当人眼换一个位置时,可以看到物体的侧面象,原来被挡住的地方这时也显露出来了。普通的照片不可能做到这一点。人们看普通照片时也会有立体的感觉,那是因为人脑对视角的习惯感受,如远小近大等。在普通照片上无论如何也不能看到物体上原来被挡住的那一部分。

全息照片还有一个重要特征是通过其一部分,例如一块残片,也可以看到整个物体的立体象。这是因为拍摄照片时,物体上任一发光点发出的物光在整个底片上各处都和参考光发生干涉,因而在底片上各处都有该发光点的记录。取照片的一部分用照明光照射时,这一部分上的记录就会显示出该发光点的象。对物体上所有发光点都是这样,所不同的只是观察的“窗口”小了一点。这种点-面对应记录的优点是用透镜拍摄普通照片时所不具有的。普通照片与物是点-点对应的,撕去一部分,这一部分就看不到了。

还可以指出的是,用照明光照射全息照片时,还可以得到一个原物的实象,如图 A.5 所示。从 a 和 b 两条透光缝衍射的,沿着和原来物光对称的方向的那两束光,其光程差也正好相差 λ 。它们将在和 O' 点对于全息照片对称的位置上相交干涉加强形成 -1 级极大。从照片上各处由 O 点发出的光形成的透光条纹所衍射的相应方向的光将会聚于 O'' 点而成为 O 点的实象。整个照

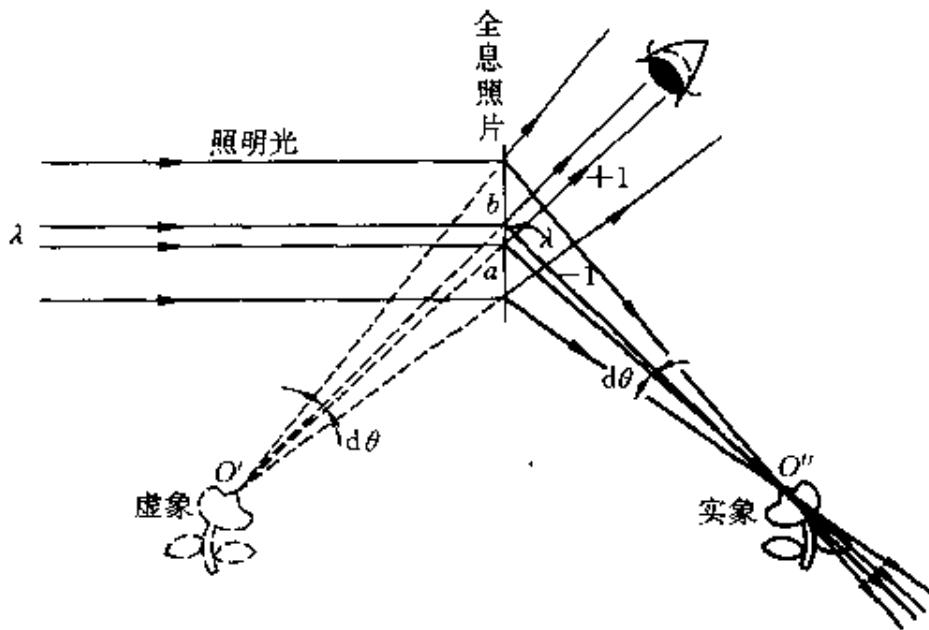


图 A.5 全息照片的实象

片上的所有条纹对照明光的衍射的-1级极大将形成原物的实象。但在此实象中,由于原物的“前边”变成了“后边”,“外边”翻到了“里边”,和对原物的观察不相符合而成为一种“幻视觉”,所以很少有实际用处。

以上所述是平面全息的原理,在这里照相底片上乳胶层厚度比干涉条纹间距小得多,因而干涉条纹是两维的。如果乳胶层厚度比干涉条纹间距大,则物光和参考光有可能在乳胶层深处发生干涉而形成三维干涉图样。这种光信息记录是所谓体全息。

A.3 全息的应用

全息照相技术发展到现在阶段,已发现它有大量的应用。如全息显微术、全息X射线显微镜、全息电影、全息电视、全息干涉计量术、全息存储、特征字符识别等。

除光学全息外,还发展了红外、微波、超声全息术,这些全息技术在军事侦察或监视上具有重要意义。如对可见光不透明的物体,往往对超声波“透明”,因而超声全息可用于水下侦察和监视,也可用于医疗透视以及工业无损探伤等。

应该指出的是,由于全息照相具有一系列优点,当然引起人们很大的兴趣与注意,应用前途是很广泛的。但直到目前为止,上述应用还多处于实验阶段,到成熟的应用还有大量的工作要做。

今日物理趣闻

B 光学信息处理

光学信息处理技术是将一个图象所包含的信息加以处理从而获得人们所需要的图象或其它信息的技术。它是现代光学的重要应用之一。它涉及的物理原理有空间频率、夫琅禾费衍射和阿贝成象理论等。下面简述其概要。

B.1 空间频率与光学信息

大家已很熟悉“频率”这个概念了。例如,在简谐运动表达式

$$x = A\cos(2\pi\nu t + \varphi_0) \quad (\text{B.1})$$

中, ν 就表示频率。它的意义是单位时间内振动的次数。与之相应的周期 $T=1/\nu$ 是振动位移相邻两次达到极大值所隔的时间。这里频率和周期都是周期性运动的时间特征的描述,应该明确称它们为**时间频率**或**时间周期**。我们还知道如(B.1)式的简谐运动是最简单的周期性运动,几个简谐运动可以合成一个比较复杂的周期性运动。反过来,一个周期性运动可以分解为若干个不同频率的简谐运动。已知一个周期性运动,求组成它的各个简谐运动频率及相应振幅的方法叫**傅里叶分析**,所得的频率和相应振幅的集合叫该周期性运动的(时间)频谱,周期性运动的频谱取一系列分立值。非周期性运动也可用傅里叶分析求其频谱,不过其频谱分布是连续的。

光学信息处理的对象是图象。一幅图象必然是各处明暗色彩不同,这是一种光的强度和颜色按空间的分布。这种空间分布的特征可以用**空间频率**来表明。例如,一张绘有等距离平行等宽窄条的图片(图 B.1),其明暗分布就具有**空间周期性**。相邻两条之间的空间距离 d 可以叫做**空间周期**,其倒数 $f=1/d$ 为单位长度内的条数,就叫**空间频率**。在图 B.1 中由于窄条垂直于 x 轴,只要用一个空间频率 f_x 就可以表示图象特征。如果直条是斜的,其特征

(还包括其倾斜度)就需要用两个空间周期 d_x 和 d_y (图 B.2), 或相应的两个空间频率 $f_x=1/d_x$ 和 $f_y=1/d_y$ 来表示了。

对比简谐运动, 可以想象最简单的图片的明暗分布是简谐分布, 其“明亮度” D 可以写成

$$D = D_0 + D_0 \cos(2\pi f x + \varphi_0) \quad (\text{B.2})$$

其中第二项和(B.1)式完全一样, 只是把时间变量 t 换成了空间坐标变量 x , 而取代时间频率 ν 的是空间频率 f 。很明显, (B.2) 式的空间周期是 $d=1/f$, 因为 $D(x)=D(x+d)$ 。

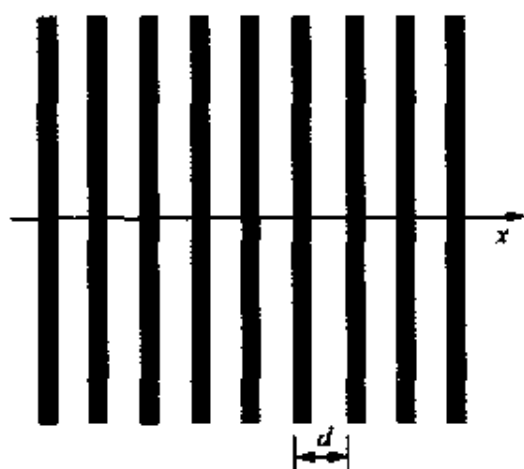


图 B.1 空间周期

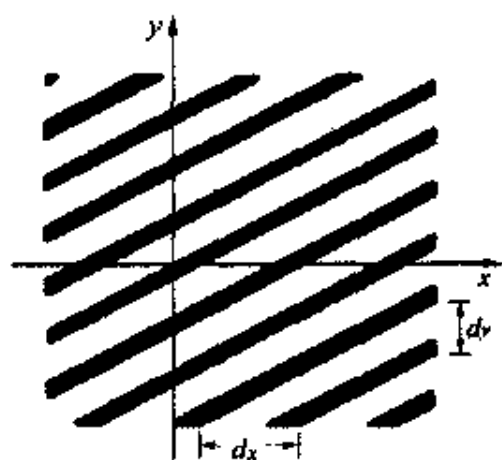


图 B.2 两个空间周期

对比简谐运动的合成, 可以了解明暗分布有周期性的图象, 如图 B.1 和图 B.2 那样的窄条, 可以认为是由许多像(B.2)式所表示的那种简谐明暗分布组合成的。因此, 一般地说, 也可以用傅里叶分析的方法来求出一幅图象的明暗所组成的各个空间频率及相应的“振幅”, 也就是“空间频谱”。明暗具有空间周期性的图象的频谱中各空间频率(包括 f_x 和 f_y)具有分立的值, 而非周期性图象的频谱中的频率值是连续的。频谱中相应于较大空间周期的成分是“低频”成分, 相应于较小空间周期的成分是“高频”成分。图象的粗略结构具有较低的空间频率, 细微结构具有较高的空间频率。一幅图象的特征就这样可以用它的频谱来表示, 这频谱中所有的频率成分和相应的振幅就是这幅图象所包含的光学信息。(加上彩色, 信息量还要增加很多。)

一只光栅用平行光照射时, 各处光透过的强度(或透过率)就具有像图 B.1 那样的空间周期性, 其空间频率就是 $f=1/d$, 而 d 是光栅常量。这样的

光栅就是通常的**黑白光栅**。如果光栅的透过率具有(B.2)式所表示的形式,这种光栅叫**正弦光栅**。应用傅里叶分析的概念,一幅图象(透明片或反射片)可以认为是由许多光栅常量和缝的取向不相同的正弦光栅叠加而成。这就是从波动光学的观点对一幅图象的结构的认识。图象是一个复杂的“衍射屏”。

B.2 空间频谱分析

在实验室内,可以用适当的方法找出一幅图片所包含的光学信息,即其频谱。这个方法就是夫琅禾费衍射。

我们知道,用如图B.3所示装置,当栅缝水平的光栅AB被由单色点光源S通过透镜 L_1 形成的平行光照射时,其衍射第1级亮纹出现在 $\pm\theta$ 的方向上,而

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d} = f\lambda \quad (\text{B.3})$$

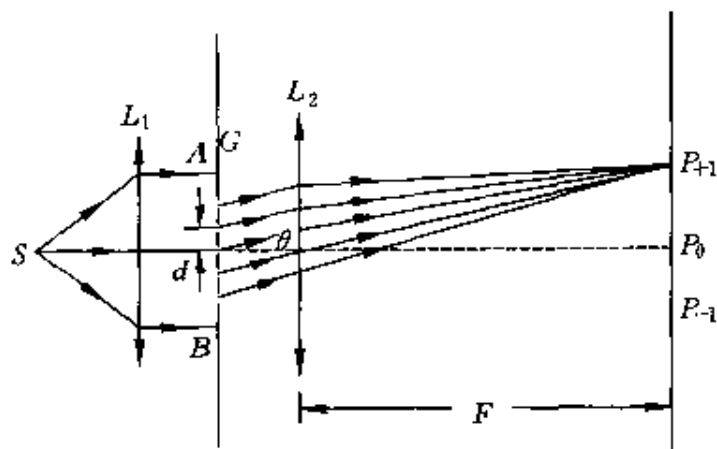


图 B.3 光栅衍射

在象屏上显示的这一亮纹就是空间频率 f 的记录。栅缝的方位不同,象屏上亮纹的方位也不同。换一只光栅常量不同的光栅,亮纹出现的位置也不同:和较大光栅常量(低频)对应的亮纹靠近中央;光栅常量越小(高频),所对应的亮纹越靠边。一张透明照片相当于许多正弦光栅的叠加,各分光栅都在屏上相应的位置形成各自的亮纹。这样,就在屏上记录下来了一幅图象的空间频率。因此,可以说,一套夫琅禾费衍射装置就是一套图象傅里叶(空间)频谱分

析器, 而一个图象的夫琅禾费衍射图就是它的傅里叶(空间)频谱图。

图 B.4 给出了一个傅里叶频谱分析实例。衍射屏(即“物”)是交叉的黑白光栅(即正交网格), 其水平和垂直周期分别是 d_x 和 d_y 。频谱图则是整齐排列的一系列光斑: 垂直方向间距大, 水平方向间距小。

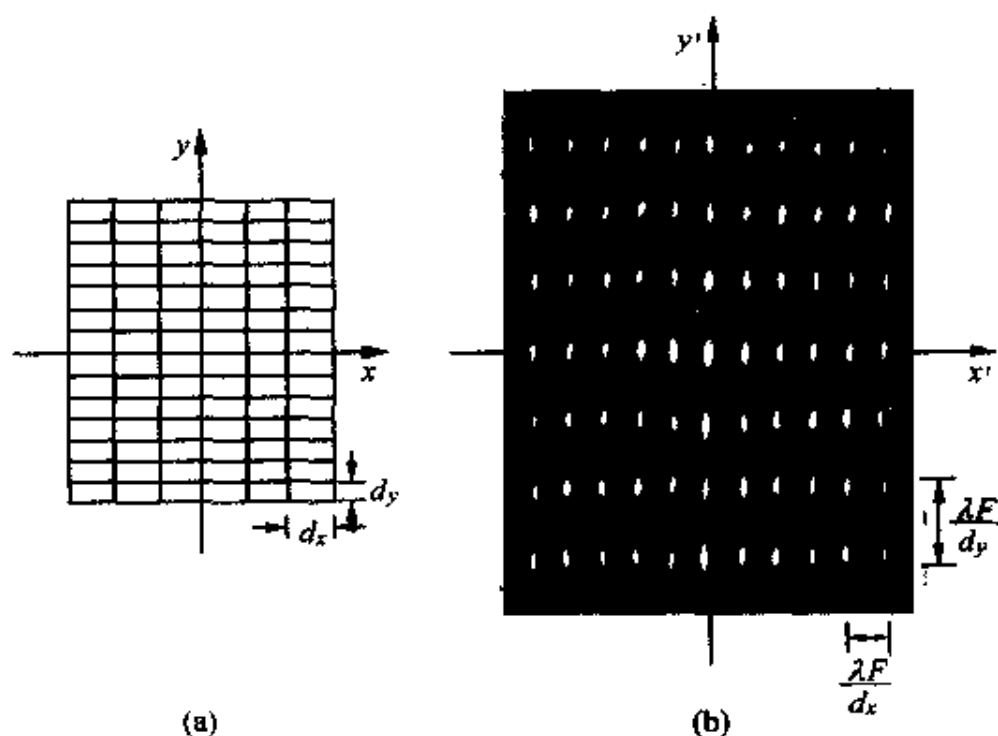


图 B.4 衍射屏(a)和频谱图(b)

B.3 阿贝成象原理和空间滤波

一个发光的物体或画片通过透镜产生实象, 其原理是大家熟知的。如图 B.5 所示, 物上各点(如 A, B, C)发出的光经凸透镜会聚, 对应地形成各点的象(如 A', B', C'), 这些点的集合就组成了整个物体的象。这是几何光学的“点-点对应”的观点。

1874年德国人阿贝从波动光学的观点提出了另一种成象理论。他把物体或画片看作包含一系列空间频率的衍射屏, 物体通过透镜成象的过程分两步。第一步是通过衍射屏的光发生夫琅禾费衍射, 在透镜的后焦面 S 上形成其傅里叶频谱图, 这后焦面就叫傅氏面或变换面。第二步是这频谱图上各发光点发出的球面次波在象平面上相干叠加而形成象。可以说, 第一步是信

息分解,第二步是信息合成。这种理论叫阿贝(二步)成象原理,这一成象原理是光学信息处理的理论基础。

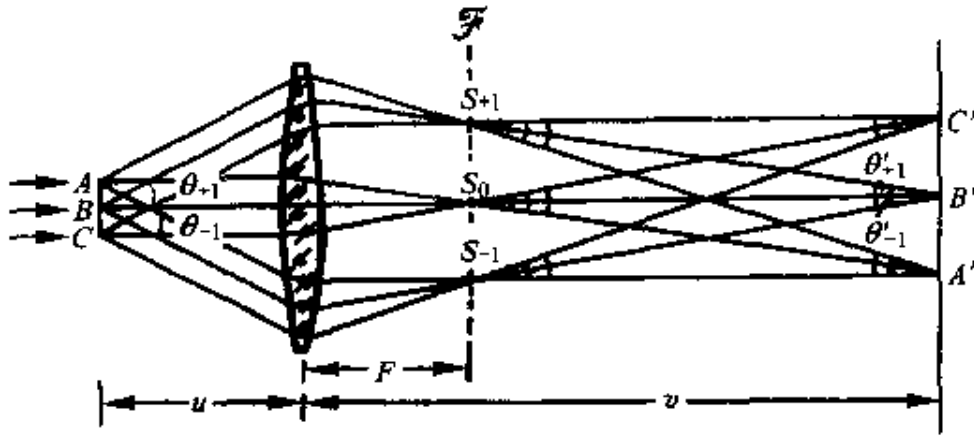


图 B.5 物象图中的变换面

利用阿贝成象原理设计的图象处理系统如图 B.6 所示。两个透镜 L_1 和 L_2 成共焦组合。 L_1 的前焦面 O 为物平面,由点光源 S 通过透镜形成的平行光照射此平面上的照片(衍射屏)。 L_1 的后焦面 T 为变换面,在此平面上形成照片的频谱。通过此频谱面的光通过透镜 L_2 后在其后焦面 I 上相干叠加生成象,因此 I 面即象平面。在此装置中,如果在变换面 T 处不加任何遮光屏,则展现在此面上的频谱将通过透镜 L_2 在象平面上叠加成和原物一样的象。(习惯于几何光学的读者可以用光路可逆来理解变换面两侧的光路和通过 T 面的光在 I 面上的成象。)

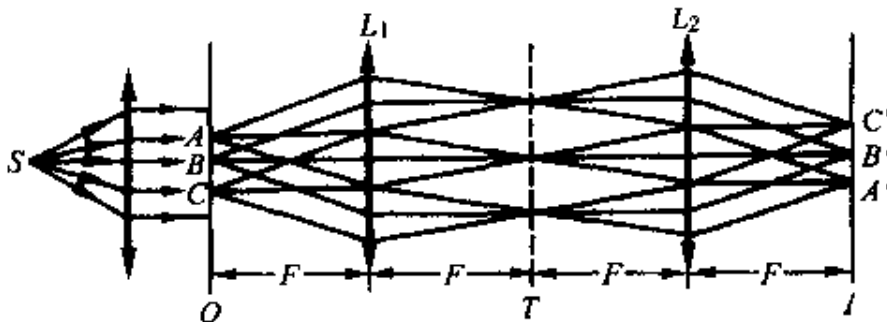


图 B.6 阿贝成象原理

重要的是在上述装置中可以在变换面上放置一个遮光屏,它只允许某些空间频率的光信号通过。这样所得到的象中就只含有和透过的空间频率相应的光信息,这就改变了象的质量从而可以取得原图象信息中那些人们特别感

兴趣的光学信息。放在变换面上的遮光屏实际上起了选频的作用,因而叫做空间滤波器。例如,如果遮光屏只在中央有个圆洞,则它能允许低频信息通过。这种滤波器叫低通滤波器。如果遮光屏只是一个较小的不透光圆屏,则较高空间频率的光信号可从其周围通过,因而它叫高通滤波器。这种空间滤波是光学信息处理的一种基本方式。

具体的空间滤波作用可以用正交网格作为衍射屏来演示。用如图 B.4(a)所示的网格,它形成图 B.4(b)所示的频谱。这频谱点阵包含了水平和竖直两套光栅的空间频率 f_x 和 f_y 。如果滤波器是只在中央留有一条缝的遮光屏,则只有中间一竖直列的光斑发的光可以通过,因而只保留了竖直方向空间频率。这样在象平面 I 上只出现原来水平光栅的象(图 B.7(a))。如果滤波器是中央开有一条水平缝的遮光屏,则保留的水平方向频率的光信号在象平面 I 上将形成原来竖直光栅的象(图 B.7(b))。有斜缝的滤波器则形成斜缝光栅的象(图 B.7(c))。如果图 B.4(a)的正交网格上有一些污点,为了明显地显示出污点,可以按图 B.4(b)的那种图样制成“负片”,即频谱图上亮点均抹黑而其它处透明。把这样的滤波器放到变换面 T 上时,网格的所有信息将被阻挡而不能成象,而污点的频谱虽也遮挡一些,但绝大部分会保留下来而在象平面 I 上形成较清楚的污点的象(图 B.7(d))。与此相反,这时如果就用图 B.4(b)所示的图片作滤波器而置于 T 面上,则会得到不出现污点的比较干净的网格的象。

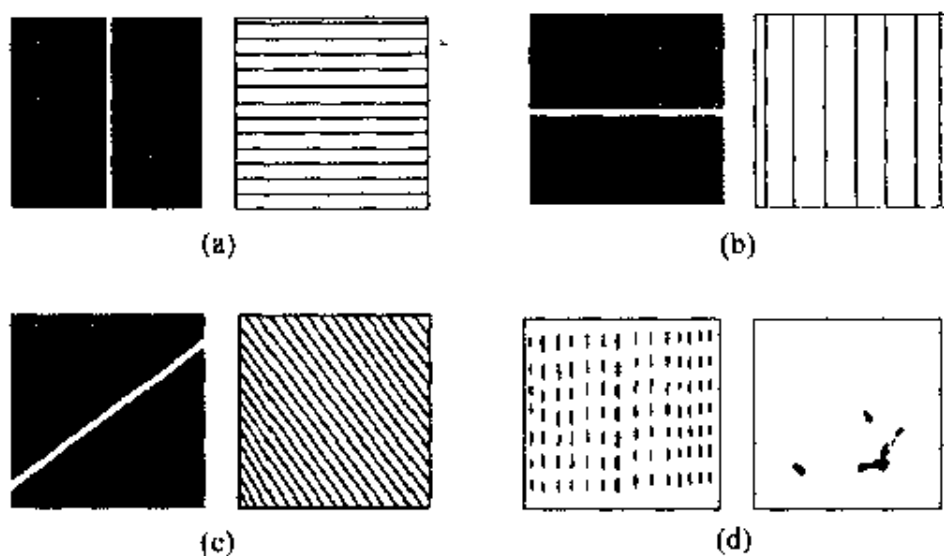


图 B.7 空间滤波示意图

B.4 θ 调制

θ 调制又称分光滤波,是一种有趣的信息处理方法,用它可以得到彩色的图象。为此要制备特别的衍射屏。把要着色的图片(如一盆花)分成几部分(如蓝盆、红花、绿叶),每一部分都用光栅剪成相应的图形,然后拼成原图。但各部分光栅的栅纹方向要互成一定角度(图 B.8(a)中三部分光栅互成 120°)。用白光照射此衍射屏时,在傅氏面上会出现不同方向的彩色光谱带(图 B.8(b)中水平带相应于盆,右上斜带相应于叶,右下斜带相应于花)。这时在傅氏面上放一遮光屏,把相应的光谱带中的相应颜色部分(如盆光谱的蓝色、叶光谱的绿色、花光谱的红色)捅破,形成窗口(图 B.8(c))。这样只有这些颜色的空间频率通过此滤波器,它们在象平面上相干叠加就形成原图象的彩色象(图 B.8(d))。由于这种彩色图象是对不同角度 θ 的光栅产生的光学信息选择的结果,所以这种方法叫 θ 调制。

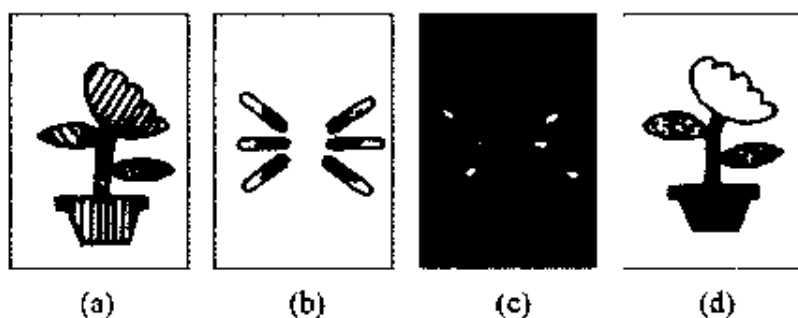


图 B.8 θ 调制

第5章 光的偏振

光波是特定频率范围内的电磁波,在这种电磁波中起光作用(如引起视网膜受刺激的光化学作用)的主要是电场矢量。因此,电场矢量又叫**光矢量**。由于电磁波是横波,所以光波中**光矢量的振动方向总和光的传播方向垂直**。光波的这一基本特征就叫光的**偏振**。在垂直于光的传播方向的平面内,光矢量可能有不同的振动状态,各种振动状态通常称为光的**偏振态**。本章先介绍各种偏振态的区别,然后说明如何获得和检验线偏振光。由于晶体的双折射现象和光的偏振有直接的关系,本章接着介绍了单轴晶体双折射的规律和如何利用双折射现象产生和检测椭圆偏振光和圆偏振光以及偏振光的干涉现象。最后讨论了有广泛实际应用的旋光现象。

5.1 光的偏振状态

就其偏振状态加以区分,光可以分为三类:非偏振光、完全偏振光(简称偏振光)和部分偏振光。下面分别加以简要说明。

1. 非偏振光

非偏振光在垂直于其传播方向的平面内,沿各方向振动的**光矢量**都有,平均来讲,光矢量的分布各向均匀,而且各方向光振动的**振幅**都相同(图 5.1(a))。这种光又称**自然光**。自然光中各光矢量之间没有固定的相位关系,也常根据振动分解的道理用两个相互垂直的振幅相等的光振动来表示自然光(图 5.1(b))。在这种表示方法中,两个方向的振动也没有固定的相位关系。

普通光源发的光都是非偏振光。这是因为,在普通光源中有大

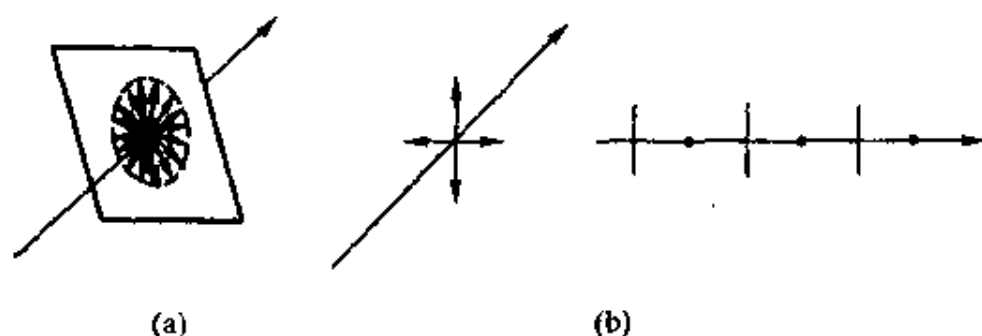


图 5.1 非偏振光示意图

量原子或分子在发光,各个原子或分子各次发出的光的波列不仅初相互不相关,而且光振动的方向也彼此互不相关而随机分布(参考 3.2 节)。这样,整个光源发出的光平均来讲就形成图 5.1 所示的非偏振光了。

2. 完全偏振光

如果在垂直于其传播方向的平面内,光矢量 E 只沿一个固定的方向振动,这种光就是一种完全偏振光,叫线偏振光。线偏振光的光矢量方向和光的传播方向构成的平面叫振动面(图 5.2(a))。图 5.2(b)是线偏振光的图示方法,其中短线表示光矢量在纸面内,点子表示光矢量与纸面垂直。

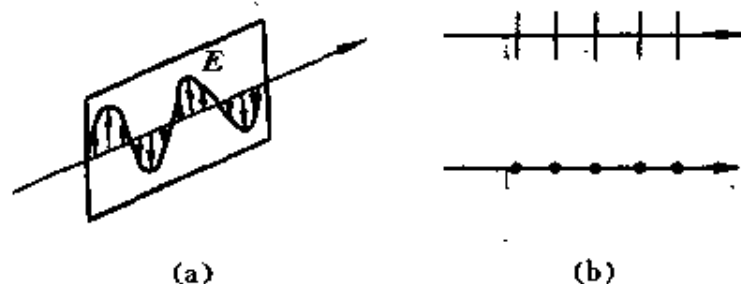


图 5.2 线偏振光及其图示法

还有一种完全偏振光叫椭圆偏振光(包括圆偏振光)。这种光的光矢量 E 在沿着光的传播方向前进的同时,还绕着传播方向均

匀转动。如果光矢量的大小不断改变,使其端点描绘出一个椭圆,这种光就叫**椭圆偏振光**。如果光矢量的大小保持不变,这种光就成了**圆偏振光**。根据光矢量旋转的方向不同,这种偏振光有**左旋光**和**右旋光**的区别。图 5.3 画出了某一时刻的左旋偏振光在半波长的长度内光矢量沿传播方向(由 c 表示)改变的情形^①。

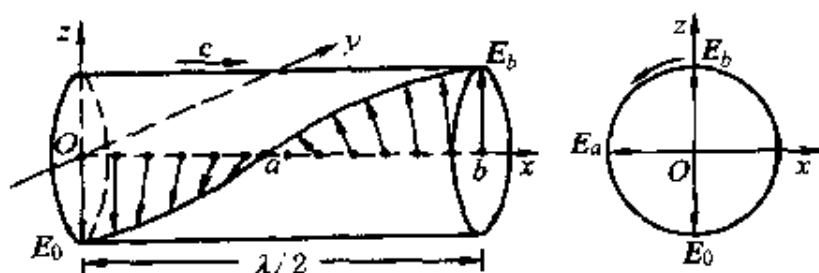


图 5.3 左旋偏振光中光矢量旋转示意图

根据相互垂直的振动合成的规律,椭圆偏振光可以看成是两个相互垂直而有一定相差的线偏振光的合成。例如,图 5.3 中的左旋圆偏振光就可以看成是分别沿 y 和 z 方向的振幅相等而 y 向振动的相位超前 z 向振动 $\pi/2$ 的两个同频率振动的合成。

完全偏振光在实验室内都是用特殊的方法获得的。本章以后各节将着重讲解各种偏振光的获得和检验方法以及它们的应用。

3. 部分偏振光

这是介于偏振光与自然光之间的情形,在这种光中含有自然光和偏振光两种成分。一般地,部分偏振光都可看成是自然光和线偏振光的混合(图 5.4)。

自然界中我们看到的许多光都是部分偏振光,仰头看到的

^① 此处按光学的一般习惯规定,迎着光线看去,光矢量沿顺时针方向转动的称为右旋光,沿逆时针方向转动的称为左旋光。但也有相反地规定的,特别是在其它学科,如电磁学、量子物理等学科中,就规定光矢量绕转方向和光的传播方向符合右手螺旋定则的称做右旋光,反之称左旋光。

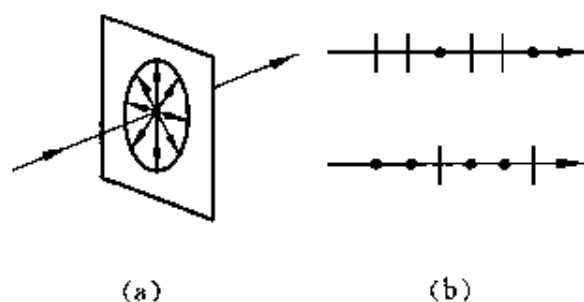


图 5.4 部分偏振光及其表示法

“天光”和俯首看到的“湖光”就都是部分偏振光。

5.2 线偏振光的获得与检验

为了说明线偏振光的获得与检验方法,先介绍一种电磁波的偏振的检验方法。如图 5.5 所示, T 和 R 分别是一套微波装置的发射机和接收机。该微波发射机发出的无线电波波长约 3cm ,电矢量方向沿竖直方向。在发射机 T 和接收机 R 之间放了一个由平行的金属线(或金属条)做成的“线栅”,线的间隔约 1cm 。今转动线栅,当其中导线方向沿竖直方向时,接收机完全接收不到信号,而当线栅转到其中导线沿水平方向时,接收机接收到最强的信号。这

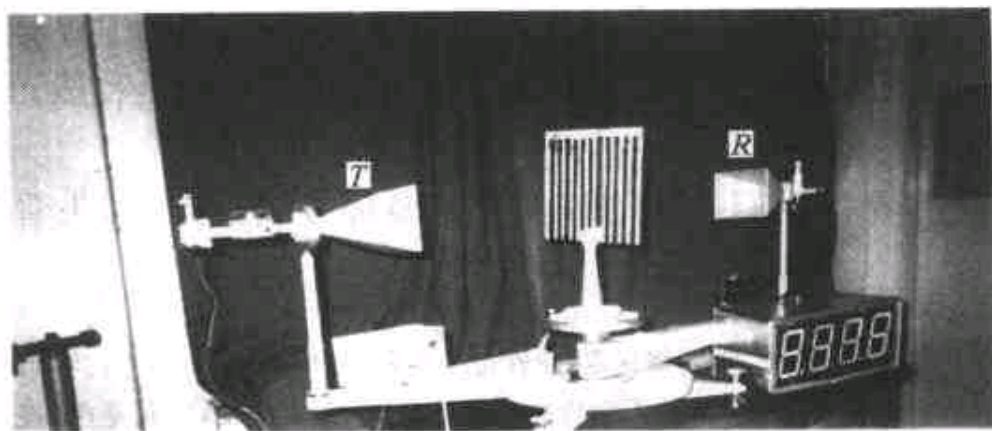


图 5.5 微波偏振检验实验

是为什么呢?这是因为当导线方向为竖直方向时,它就和微波中电矢量的方向平行。这电矢量就在导线中激起电流,它的能量就转变为焦耳热,这时就没有微波通过线栅。当导线方向改为水平方向时,它和微波中的电矢量方向垂直。这时微波不能在导线中激起电流,因而就能无耗损地通过线栅而到达接收机了。

由于线栅的导线间距比光的波长大得多,用这种线栅不能检验光的偏振。实用的光学线栅称为“偏振片”,它是1928年一位19岁的美国大学生兰德(E. H. Land)发明的。起初是把一种针状粉末晶体(硫酸碘奎宁)有序地蒸镀在透明基片上做成的。1938年则改为把聚乙烯醇薄膜加热,并沿一个方向拉长,使其中碳氢化合物分子沿拉伸方向形成链状。然后将此薄膜浸入富含碘的溶液中,使碘原子附着在长分子上形成一条条“碘链”。碘原子中的自由电子就可以沿碘链自由运动。这样的碘链就成了导线,而整个薄膜也就成了偏振片。沿碘链方向的光振动不能通过偏振片,垂直于碘链方向的光振动就能通过偏振片。因此,垂直于碘链的方向就称做偏振片的**通光方向**或**偏振化方向**。这种偏振片制作容易,价格便宜。现在大量使用的就是这种偏振片。

图5.6中画出了两个平行放置的偏振片 P_1 和 P_2 ,它们的偏振化方向分别用它们上面的虚平行线表示。当自然光垂直入射 P_1 时,由于只有平行于偏振化方向的光矢量才能透过,所以透过的光就变成了线偏振光。又由于自然光中光矢量对称均匀,所以将 P_1 绕光的传播方向慢慢转动时,透过 P_1 的光强不随 P_1 的转动而变

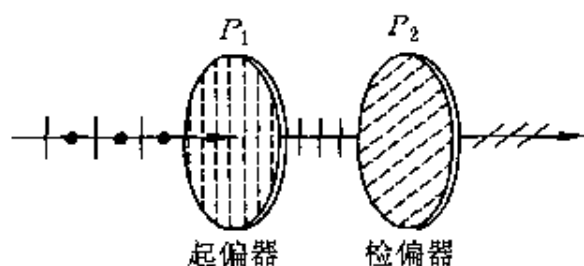


图 5.6 偏振片的应用

化,但它只有入射光强的一半。偏振片这样用来产生偏振光时,它叫**起偏器**。再使透过 P_1 形成的线偏振光入射于偏振片 P_2 ,这时如果将 P_2 绕光的传播方向慢慢转动,则因为只有平行于 P_2 偏振化方向的光振动才允许通过,透过 P_2 的光强将随 P_2 的转动而变化。当 P_2 的偏振化方向平行于入射光的光矢量方向时,光强最强。当 P_2 的偏振化方向垂直于入射光的光矢量方向时,光强为零,称为**消光**。将 P_2 旋转一周时,透射光光强出现两次最强,两次消光。这种情况只有在入射到 P_2 上的光是线偏振光时才会发生,因而这也就成为识别线偏振光的依据。偏振片这样用来检验光的偏振状态时,它叫**检偏器**。

以 A_0 表示线偏振光的光矢量的振幅,当入射的线偏振光的光矢量振动方向与检偏器的偏振化方向成 α 角时(图 5.7),透过检偏器的光矢量振幅 A 只是 A_0 在偏振化方向的投影,即 $A=A_0\cos\alpha$ 。因此,以 I_0 表示入射线偏振光的光强,则透过检偏器后的光强 I 为

$$I = I_0\cos^2\alpha \quad (5.1)$$

这一公式称为**马吕斯定律**。由此式可见,当 $\alpha=0$ 或 180° 时, $I=I_0$,光强最大。当 $\alpha=90^\circ$ 或 270° 时, $I=0$,没有光从检偏器射出,这就是两个消光位置。当 α 为其它值时,光强 I 介于0和 I_0 之间。

偏振片的应用很广。如汽车夜间行车时为了避免对方汽车灯光晃眼以保证安全行车,可以在所有汽车的车窗玻璃和车灯前装上与水平方向成 45° 角,而且向同一方向倾斜的偏振片。这样,相向行驶的汽车可以都不必熄灯,各自前方的道路仍然照亮,同时也不会被对方车灯晃眼了。

偏振片也可用于制成太阳镜和照相机的滤光镜。有的太阳镜,

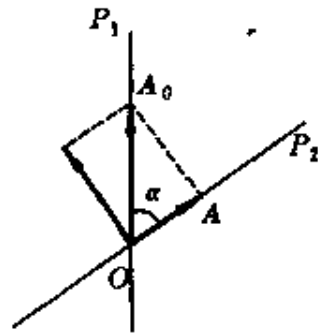


图 5.7 马吕斯定律用图

特别是观看立体电影的眼镜的左右两个镜片就是用偏振片做的，它们的偏振化方向互相垂直(图 5.8)。



图 5.8 交叉的太阳镜片不透光

例 5.1 如图 5.9 所示,在两块正交偏振片(偏振化方向相互垂直) P_1, P_3 之间插入另一块偏振片 P_2 ,光强为 I_0 的自然光垂直入射于偏振片 P_1 ,求转动 P_2 时,透过 P_3 的光强 I 与转角的关系。

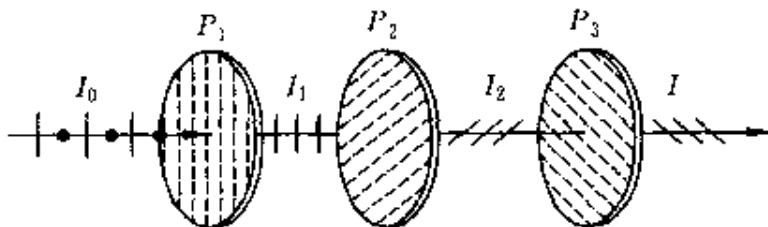


图 5.9 例 5.1 用图

解 透过各偏振片的光振幅矢量如图 5.10 所示,其中 α 为 P_1 和 P_2 的偏振化方向间的夹角。由于各偏振片只允许和自己的偏振化方向相同的偏振光透过,所以透过各偏振片的光振幅的关系为

$$A_2 = A_1 \cos \alpha, A_3 = A_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$\begin{aligned} \text{因而 } A_3 &= A_1 \cos \alpha \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \\ &= A_1 \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} A_1 \sin 2\alpha \end{aligned}$$

于是光强

$$I_3 = \frac{1}{4} I_1 \sin^2 2\alpha$$

又由于 $I_1 = \frac{1}{2} I_0$, 所以最后得

$$I = \frac{1}{8} I_0 \sin^2 2\alpha$$

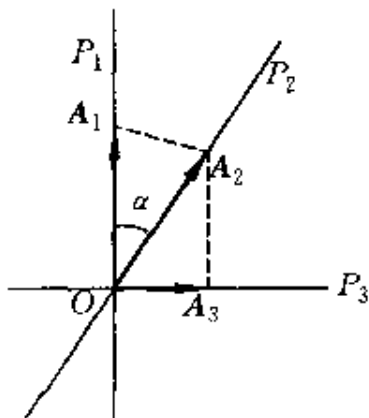


图 5.10 例 5.1 解用图

5.3 反射和折射时光的偏振

自然光在两种各向同性介质的分界面上反射和折射时,不仅光的传播方向要改变,而且偏振状态也要发生变化。一般情况下,反射光和折射光不再是自然光,而是部分偏振光。在反射光中垂直于入射面的光振动多于平行振动,而在折射光中平行于入射面的光振动多于垂直振动(图 5.11)。“湖光山色”中的“湖光”所以是部分偏振光就是因为光在湖面上经过反射的缘故。

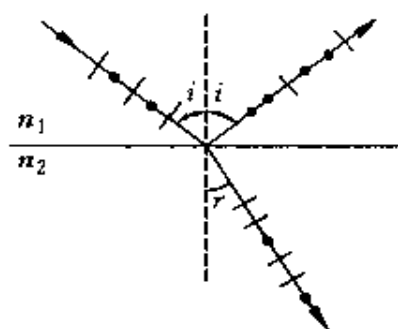


图 5.11 自然光反射和折射后
产生部分偏振光

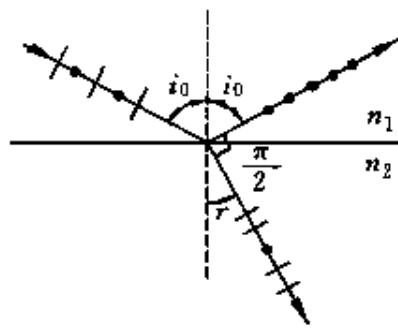


图 5.12 起偏振角

理论和实验都证明,反射光的偏振化程度和入射角有关。当入射角等于某一特定值 i_0 时,反射光是光振动垂直于入射面的线偏振光(图 5.12)。这个特定的入射角 i_0 称为起偏振角,或称为布儒斯特角。

实验还发现,当光线以起偏振角入射时,反射光和折射光的传播方向相互垂直,即

$$i_0 + r = 90^\circ$$

根据折射定律,有

$$n_1 \sin i_0 = n_2 \sin r = n_2 \cos i_0$$

即

$$\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

或
$$\tan i_0 = n_{21} \quad (5.2)$$

式中 $n_{21} = n_2/n_1$, 是媒质 2 对媒质 1 的相对折射率。(5.2) 式称为布儒斯特定律, 是为了纪念在 1812 年从实验上确定这一定律的布儒斯特而命名的。根据后来的麦克斯韦电磁场方程可以从理论上严格证明这一定律。

当自然光以起偏振角 i_0 入射时, 由于反射光中只有垂直于入射面的光振动, 所以入射光中平行于入射面的光振动全部被折射。又由于垂直于入射面的光振动也大部分被折射, 而反射的仅是其中的一部分, 所以, 反射光虽然是完全偏振的, 但光强较弱, 而折射光是部分偏振的, 光强却很强。例如, 自然光从空气射向玻璃而反射时, $n_{21} = 1.50$, 起偏振角 $i_0 \approx 56^\circ$ 。入射角是 i_0 的入射光中平行于入射面的光振动全部被折射, 垂直于入射面的光振动的光强约有 85% 也被折射, 反射的只占 15%。

为了增强反射光的强度和折射光的偏振化程度, 把许多相互平行的玻璃片装在一起, 构成一玻璃片堆(图 5.13)。自然光以布儒斯特角入射玻璃片堆时, 光在各层玻璃面上反射和折射, 这样就可以使反射光的光强得到加强, 同时折射光中的垂直分量也因多次被反射而减小。当玻璃片足够多时, 透射光就接近完全偏振光了, 而且透射偏振光的振动面和反射偏振光的振动面相互垂直。

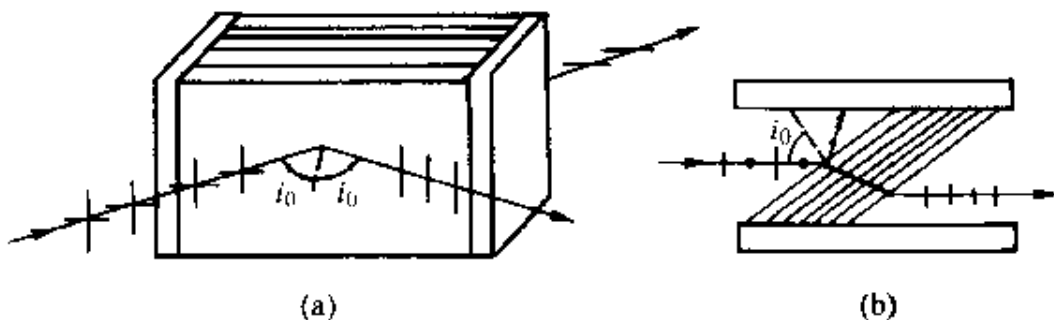


图 5.13 玻璃片堆产生全偏振光
(a) 反射光的偏振; (b) 折射光的偏振

5.4 双折射现象

除了光在两种各向同性介质分界面上反射折射时产生光的偏振现象外,自然光通过晶体后,也可以观察到光的偏振现象。光通过晶体后的偏振现象是和晶体对光的双折射现象同时发生的。

把一块普通玻璃片放在有字的纸上,通过玻璃片看到的是一个字成一个象。这是通常的光的折射的结果。如果改用透明的方解石(化学成分是 CaCO_3)晶片放到纸上,看到的却是一个字呈现双象(图 5.14)。这说明光进入方解石后分成了两束。这种一束光

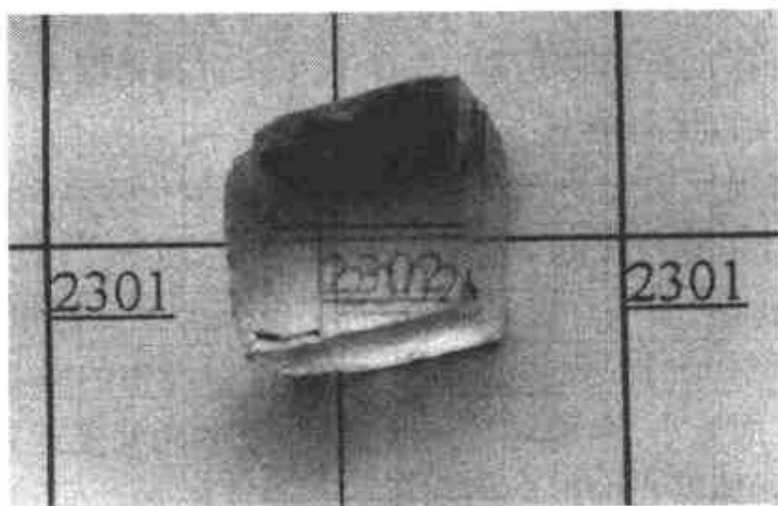


图 5.14 透过方解石看到了双象

射入各向异性介质时(除立方系晶体,如岩盐外),折射光分成两束的现象称为**双折射现象**(图 5.15)。当光垂直于晶体表面入射而产生双折射现象时,如果将晶体绕光的入射方向慢慢转动,则其中按原方向传播的那一束光方向不变,而另一束光随着晶体的转动绕前一束光旋转。根据折射定律,入射角 $i=0$ 时,折射光应沿着原方向传播,可见沿原方向传播的光束是遵守折射定律的,而另一束却不遵守。更一般的实验表明,改变入射角 i 时,两束折射光中的一

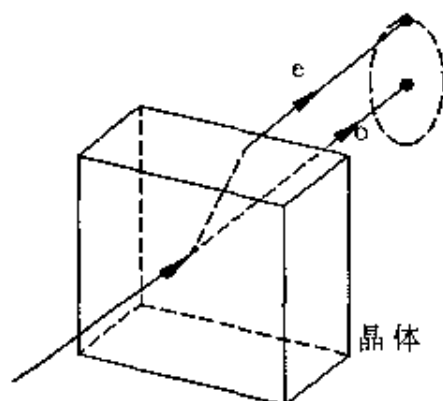


图 5.15 双折射现象

束恒遵守折射定律,这束光称为**寻常光线**,通常用 o 表示,并简称 o 光。另一束光则不遵守折射定律,即当入射角 i 改变时, $\sin i / \sin r$ 的比值不是一个常数,该光束一般也不在入射面内。这束光称为**非常光线**,并用 e 表示,简称 e 光。

用检偏器检验的结果表明, o 光和 e 光都是线偏振光。

为了更方便地描述 o 光、 e 光的偏振情况,下面简单介绍晶体的一些光学性质。

晶体多是各向异性的物质。双折射现象表明,非常光线在晶体各个方向上的折射率(或 $\sin i / \sin r$ 的比值)不相等,而折射率和光线传播速度有关,因而非常光线在晶体内的传播速度是随方向的不同而改变的。寻常光线则不同,在晶体中各个方向上的折射率以及传播速度都是相同的。

研究发现,在晶体内部存在着某些特殊的方向,光沿着这些特殊方向传播时,寻常光线和非常光线的折射率相等,光的传播速度也相等,因而光沿这些方向传播时,不发生双折射。晶体内部的这个特殊的方向称为晶体的**光轴**。应该注意,光轴仅标志一定的方向,并不限于某一条特殊的直线。

只有一个光轴的晶体称为**单轴晶体**,有两个光轴的晶体称为**双轴晶体**。方解石、石英、红宝石等是单轴晶体,云母、硫磺、蓝宝石

等是双轴晶体。本书仅限于讨论单轴晶体的情形。

天然方解石(又称冰洲石)晶体(图 5.16)是六面棱体,两棱之间的夹角或约 78° ,或约 102° 。从其三个钝角相会合的顶点引出一条直线,并使其与各邻边成等角,这一直线方向就是方解石晶体的光轴方向,如图中 AB 或 CD 直线的方向。

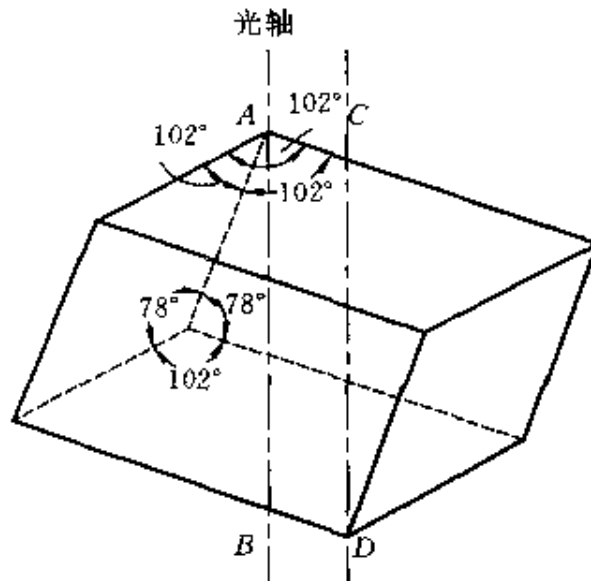


图 5.16 方解石晶体的光轴

假想在晶体内有一子波源 O ,由于晶体的各向异性性质,从子波源将发出两组惠更斯子波(图 5.17)。一组是球面波,表示各方向光速相等,相应于寻常光线,并称为 o 波面;另一组的波面是旋转椭球面,表示各方向光速不等,相应于非常光线,称为 e 波面。由于两种光线沿光轴方向的速度相等,所以两波面在光轴方向相切。在垂直于光轴的方向上,两光线传播速度相差最大。寻常光线的传播速度用 v_o 表示,折射率用 n_o 表示。非常光线在垂直于光轴方向上的传播速度用 v_e 表示,折射率用 n_e 表示。设真空中光速用 c 表示,则有 $n_o = c/v_o$, $n_e = c/v_e$ 。 n_o 和 n_e 称为晶体的主折射率,它们是晶体的两个重要光学参量。表 5.1 列出了几种晶体的主折射率。

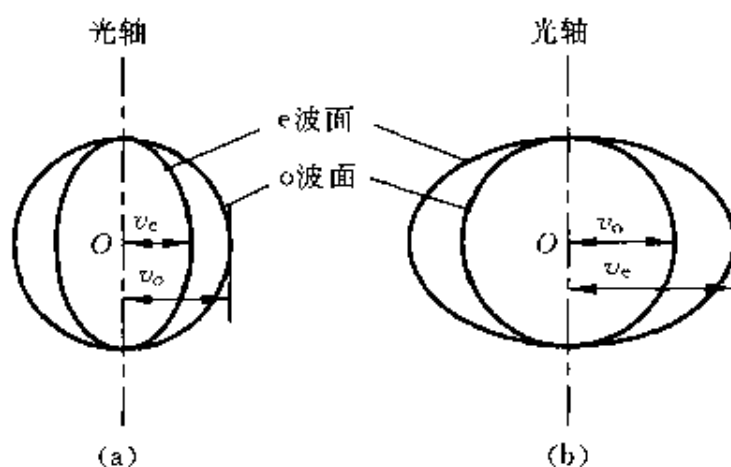


图 5.17 晶体中的子波波阵面

(a) 正晶体; (b) 负晶体

表 5.1 几种单轴晶体的主折射率(对 599.3nm)

晶 体	n_o	n_e	晶 体	n_o	n_e
石 英	1.5443	1.5534	方解石	1.6584	1.4864
冰	1.309	1.313	电气石	1.669	1.638
金红石 (TiO_2)	2.616	2.903	白云石	1.6811	1.500

有些晶体 $v_o > v_e$, 亦即 $n_o < n_e$, 称为正晶体, 如石英等。另外有些晶体, $v_o < v_e$, 即 $n_o > n_e$, 称为负晶体, 如方解石等。

在晶体中, 某光线的传播方向和光轴方向所组成的平面叫做该光线的主平面。寻常光线的光振动方向垂直于寻常光线的主平面, 非常光线的光振动方向在其主平面内。

一般情况下, 因为 e 光不一定在入射面内, 所以 o 光、e 光的主平面并不重合。在特殊情况下, 即当光轴在入射面内时, o 光、e 光的主平面以及入射面重合在一起。

应用惠更斯作图法可以确定单轴晶体中 o 光、e 光的传播方向, 从而说明双折射现象。

自然光入射到晶体上时,波阵面上的每一点都可作为子波源,向晶体内发出球面子波和椭球面子波。作所有各点所发子波的包络面,即得晶体中 o 光波面和 e 光波面,从入射点引向相应子波波面与光波面的切点的连线方向就是所求晶体中 o 光、 e 光的传播方向。图 5.18 所示为在实际工作中较常用的几种情形,晶体为负晶体。

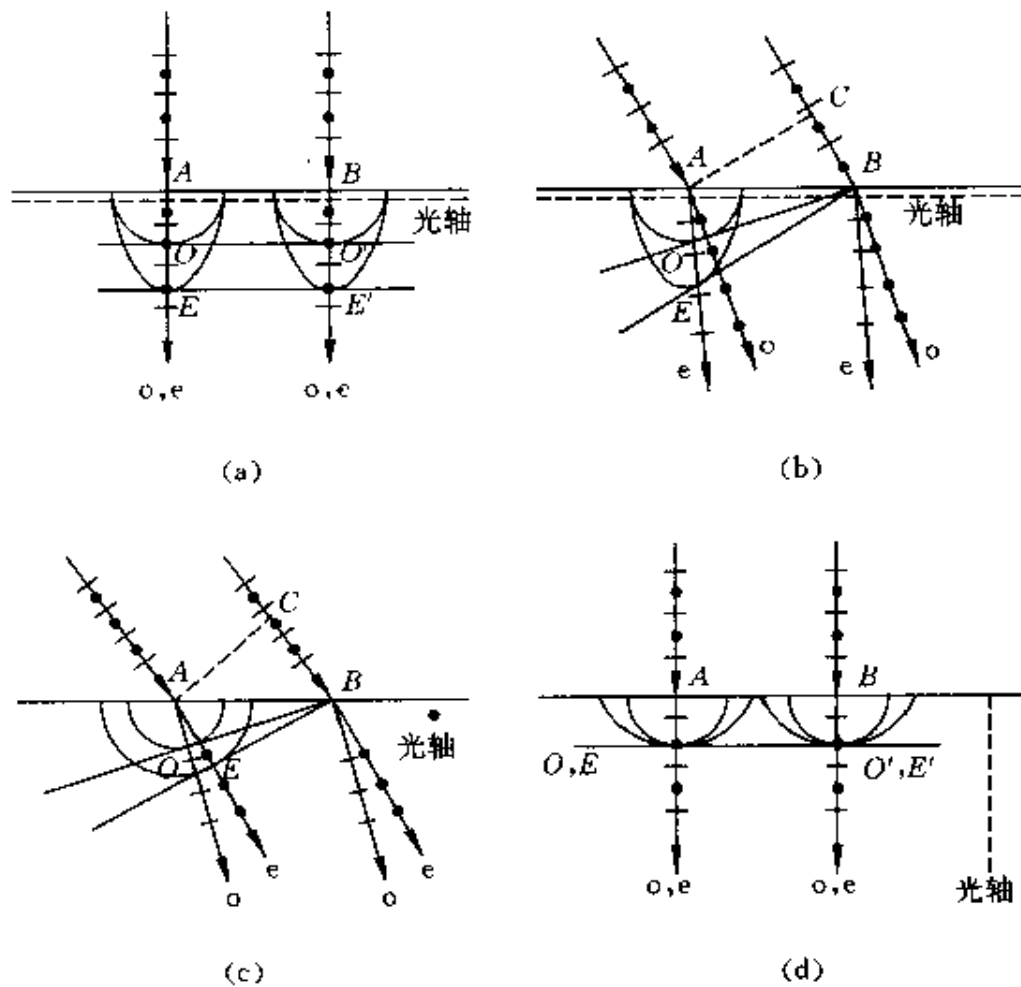


图 5.18 单轴晶体中 o 光和 e 光的传播方向

图 5.18(a)所示为平行光垂直入射晶体,光轴在入射面内,并与晶面平行。这种情况入射波波阵面上各点同时到达晶体表面,波阵面 AB 上每一点同时向晶体内发出球面子波和椭球面子波(为

了清楚起见,图中只画出 A, B 两点所发子波),两子波波面在光轴上相切,各点所发子波波面的包络面为平面,如图所示。从入射点向切点 O, O' 和 E, E' 的连线方向就是所求 o 光和 e 光的传播方向。这种情况下,入射角 $i=0$, o 光沿原方向传播, e 光也沿原方向传播,但是两者的传播速度不同,所以 o 波面和 e 波面不相重合,到达同一位置时,两者间有一定的相差。双折射的实质是 o 光、 e 光的传播速度不同,折射率不同。对于这种情况,尽管 o 光、 e 光传播方向一致,应该说还是有双折射的。

图 5.18(b)中光轴也在入射面内,并平行于晶面,但是入射光是斜入射的。平行光斜入射时,入射波波阵面 AC 不能同时到达晶面。当波阵面上 C 点到达晶面 B 点时, AC 波阵面上除了 C 点以外的其它各点发出的子波,都已在晶体中传播了各自相应的一段距离,其中 A 点发出的子波波面如图所示。各点所发子波的包络面,都是与晶面斜交的平面,如图所示。从入射点 B 向由 A 发出的子波波面引切线,再由 A 点向相应切点 O, E 引直线,即得所求 o 光、 e 光的传播方向。

图 5.18(c)中光轴垂直于入射面,并平行于晶面。平行光斜入射时与图(b)的情形类似。所不同的是因为旋转椭球面的转轴就是光轴,所以旋转椭球与入射面的交线也是圆。在负晶体情况下,这个圆的半径为椭圆的半长轴并大于球面子波半径。两种子波波面的包络面也都是和晶面斜交的平面。从入射点 A 向相应切点 O, E 引直线,即得 o 光、 e 光的传播方向。在这一特殊情况下,如果入射角为 i , o 光、 e 光的折射角分别为 r_o 和 r_e , 则有 $\sin i / \sin r_o = n_o$, $\sin i / \sin r_e = n_e$, 式中 n_o, n_e 为晶体的主折射率。在这一特殊情况下, e 光在晶体中的传播方向,也可以用普通折射定律求得。

图 5.18(d)中光轴在入射面内,并垂直于晶体表面。对于这种情况,当平行光垂直入射时,光在晶体内沿光轴方向传播,不发生双折射。

利用晶体的双折射,目前已经研制出许多精巧的复合棱镜,以获得平面偏振光。这里仅介绍其中一种。这种**偏振棱镜**是由两块直角棱镜粘合而成的(图 5.19)。其中一块棱镜用玻璃制成,折射率为 1.655。另一块用方解石制成,主折射率 $n_o = 1.6584$, $n_e = 1.4864$,光轴方向如图中虚线所示,胶合剂折射率为 1.655。这种棱镜称为**格兰·汤姆逊棱镜**。

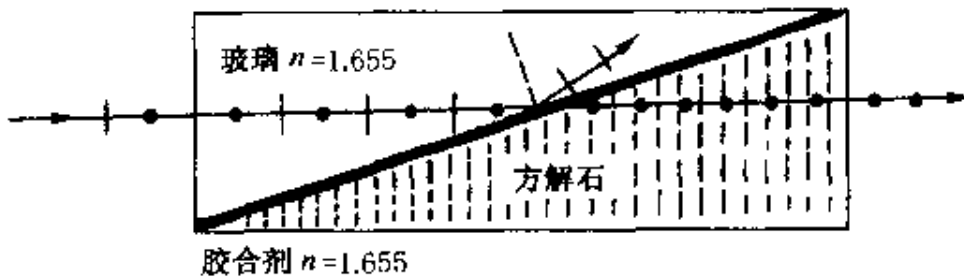


图 5.19 格兰·汤姆逊偏振棱镜

当自然光从左方射入棱镜并到达胶合剂和方解石的分界面时,其中的垂直分量(点子)在方解石中为寻常光线,平行分量(短线)在方解石中为非常光线。方解石的折射率 $n_o = 1.6584$ 非常接近 1.655,所以垂直分量几乎无偏折地射入方解石而后进入空气。方解石对于平行分量的折射率为 1.4864,小于胶合剂的折射率 1.655,因而存在一个临界角,当入射角大于临界角时,平行振动的光线发生全反射,偏离原来的传播方向,这样就能把两种偏振光分开,从而获得了偏振程度很高的平面偏振光。棱镜的尺寸正是这样精心设计的。这种偏振棱镜对于所有在水平线上下不超过 10° 的入射光都是很适用的。

单轴晶体对寻常光线和非常光线的吸收性能一般是相同的。但也有一些晶体如电气石,吸收寻常光线的性能特别强,在 1mm 厚的电气石晶体内,寻常光线几乎全部被吸收。晶体对互相垂直的两个光振动有选择吸收的这种性能,称为**二向色性**。

利用电气石的二向色性,可以产生线偏振光,如图 5.20 所示。

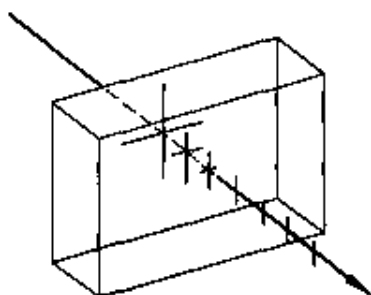


图 5.20 利用电气石的二向色性产生线偏振光

* 5.5 椭圆偏振光和圆偏振光

利用振动方向互相垂直、频率相同的两个简谐运动能够合成椭圆或圆运动的原理,可以获得椭圆偏振光和圆偏振光,装置如图 5.21 所示。图中 P 为偏振片, C 为单轴晶片,与 P 平行放置,其厚度为 d ,主折射率为 n_o 和 n_e ,光轴(用平行的虚线表示)平行于晶面,并与 P 的偏振化方向成夹角 α 。

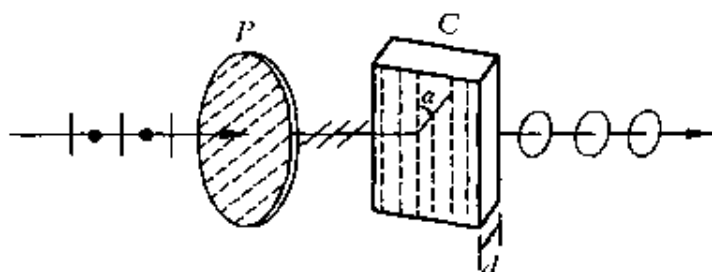


图 5.21 椭圆偏振光的产生

产生椭圆偏振光的原理可用图 5.22 说明。单色自然光通过偏振片后,成为线偏振光,其振幅为 A ,光振动方向与晶片光轴夹角为 α 。此线偏振光射入晶片后,产生双折射, o 光振动垂直于光轴,振幅为 $A_o = A \sin \alpha$ 。 e 光振动平行于光轴,振幅为 $A_e = A \cos \alpha$ 。这种情况下, o 光、 e 光在晶体中沿同一方向传播(参看图 5.18(a)),但

速度不同,利用不同的折射率计算光程,可得两束光通过晶片后的相差为

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$$

这样的两束振动方向相互垂直而相差一定的光互相叠加,就形成椭圆偏振光。选择适当的晶片厚度 d 使得相差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d = \frac{\pi}{2}$$

则通过晶片后的光为正椭圆偏振光,这时相应的光程差为

$$\delta = (n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{4}$$

而厚度

$$d = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)} \quad (5.3)$$

此时,如果再使 $\alpha = \pi/4$,则 $A_o = A_e$,通过晶片后的光将为圆偏振光。

使 o 光和 e 光的光程差等于 $\lambda/4$ 的晶片,称为四分之一波片。很明显,四分之一波片是对特定波长而言的,对其它波长不适用。

当 o 光、 e 光的相差为

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d = \pi$$

时,相应的光程差为

$$\delta = (n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{2}$$

而晶片厚度为

$$d = \frac{\lambda}{2(n_o - n_e)} \quad (5.4)$$

这样的晶片称为二分之一波片。线偏振光通过二分之一波片后仍

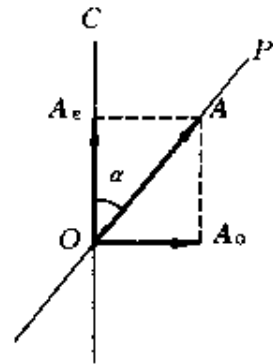


图 5.22 线偏振光的分解

为线偏振光,但其振动面转了 2α 角。 $\alpha = \pi/4$ 时,可使线偏振光的振动面旋转 $\pi/2$ 。

前面曾讲到,用检偏器检验圆偏振光和椭圆偏振光时,因光强的变化规律与检验自然光和部分偏振光时的相同,因而无法将它们区分开来。由本节讨论可知,圆偏振光和自然光或者椭圆偏振光和部分偏振光之间的根本区别是相的关系不同。圆偏振光和椭圆偏振光是由两个有确定相差的互相垂直的光振动合成的。合成光矢量作有规律的旋转。而自然光和部分偏振光与上述情况不同,不同振动面上的光振动是彼此独立的,因而表示它们的两个互相垂直的振动之间没有恒定的相差。

根据这一区别可以将它们区分开来。通常的办法是在检偏器前加上一块四分之一波片。如果是圆偏振光,通过四分之一波片后就变成线偏振光,这样再转动检偏器时就可观察到光强有变化,并出现最大光强和消光。如果是自然光,它通过四分之一波片后仍为自然光,转动检偏器时光强仍然没有变化。

检验椭圆偏振光时,要求四分之一波片的光轴方向平行于椭圆偏振光的长轴或短轴,这样椭圆偏振光通过四分之一波片后也变为线偏振光。而部分偏振光通过四分之一波片后仍然是部分偏振光,因而也就可以将它们区分开了。

以上讨论,同时也说明了在图 5.21 的装置中偏振片 P 的作用。如果没有偏振片 P ,自然光直接射入晶片,尽管也产生双折射,但是 o 光、 e 光之间没有恒定的相位差,这样便不会获得椭圆偏振光和圆偏振光。

例 5.2 如图 5.23 所示,在两偏振片 P_1, P_2 之间插入四分之一波片 C ,并使其光轴与 P_1 的偏振化方向间成 45° 角。光强为 I_0 的单色自然光垂直入射于 P_1 ,转动 P_2 ,求透过 P_2 的光强 I 。

解 通过两偏振片和四分之一波片的光振动的振幅关系如图 5.24 所示。其中 P_1, P_2 分别表示两偏振片的偏振化方向, C 表示波片的光轴方向,

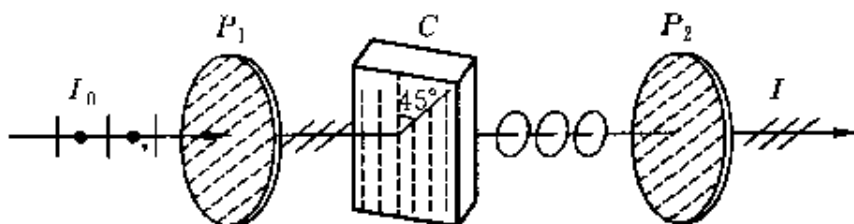


图 5.23 例 5.2 用图

α 角表示偏振片 P_2 和 C 之间的夹角。单色自然光通过 P_1 后成为线偏振光，其振幅为 A_1 。此线偏振光通过四分之一波片后成为圆偏振光，它的两个互相垂直的分振动的振幅相等，且为

$$A_o = A_e = A_1 \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} A_1$$

这两个分振动透过 P_2 的振幅都只是它们沿图中 P_2 方向的投影，即

$$A_{2o} = A_o \cos(90^\circ - \alpha) = A_o \sin \alpha$$

$$A_{2e} = A_e \cos \alpha$$

它们的相差为

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

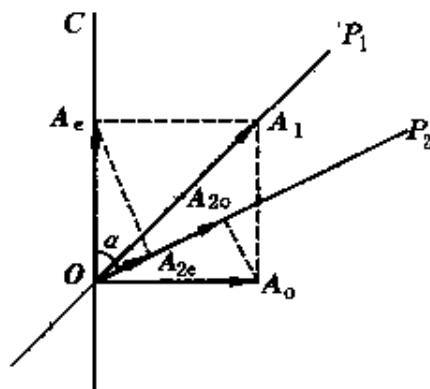


图 5.24 振幅关系

以 A 表示这两个具有恒定相差 $\pi/2$ 并沿同一方向振动的光矢量的合振幅，则有

$$A^2 = A_{2e}^2 + A_{2o}^2 + 2A_{2e}A_{2o}\cos\Delta\varphi = A_{2e}^2 + A_{2o}^2$$

将 A_{2o} 、 A_{2e} 的值代入，则

$$A^2 = (A_e \cos \alpha)^2 + (A_o \sin \alpha)^2 = A_o^2 = A_e^2 = \frac{1}{2} A_1^2$$

此结果表明，通过 P_2 的光强 I 只有圆偏振光光强的一半，也是透过 P_1 的线偏振光光强 I_1 的一半，即

$$I = \frac{1}{2} I_1$$

由于 $I_1 = \frac{1}{2} I_0$ ，所以最后得

$$I = \frac{1}{4} I_0$$

此结果表明透射光的光强与 P_2 的转角无关。这就是用检偏器检验圆偏振光时观察到的现象,这个现象和检验自然光时观察到的现象相同。

* 5.6 偏振光的干涉

在实验室中观察偏振光干涉的基本装置如图 5.25 所示。它和图 5.21 所示装置不同之处只是在晶片后面再加上一块偏振片 P_2 ,通常总是使 P_2 与 P_1 正交。

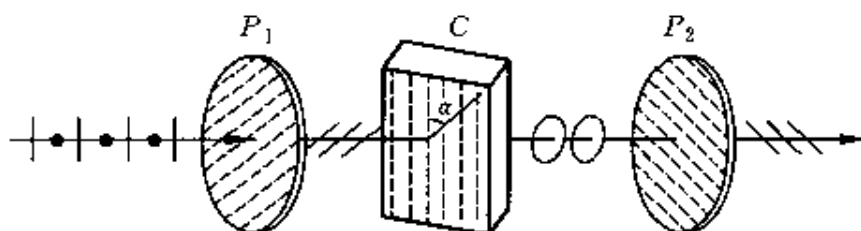


图 5.25 偏振光干涉实验

单色自然光垂直入射于偏振片 P_1 ,通过 P_1 后成为线偏振光,通过晶片后由于晶片的双折射,成为有一定相差但光振动相互垂直的两束光。这两束光射入 P_2 时,只有沿 P_2 的偏振化方向的光振动才能通过,于是就得到了两束相干的偏振光。

图 5.26 为通过 P_1, C 和 P_2 的光的振幅矢量图。这里 P_1, P_2 表示两正交偏振片的偏振化方向, C 表示晶片的光轴方向。 A_1 为入射晶片的线偏振光的振幅, A_o 和 A_e 为通过晶片后两束光的振幅, A_{2o} 和 A_{2e} 为通过 P_2 后两束相干光的振幅。如果忽略吸收和其它损耗,由振幅矢量图可求得

$$A_o = A_1 \sin \alpha$$

$$A_e = A_1 \cos \alpha$$

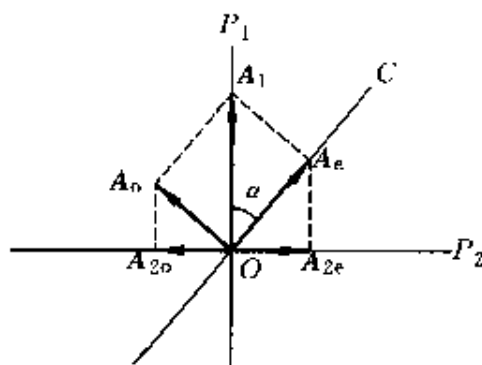


图 5.26 偏振光干涉的振幅矢量图

$$A_{2o} = A_o \cos \alpha = A_1 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$A_{2e} = A_e \sin \alpha = A_1 \sin \alpha \cos \alpha$$

可见在 P_1, P_2 正交时 $A_{2e} = A_{2o}$ 。

两相干偏振光总的相差为

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d + \pi \quad (5.5)$$

因为透过 P_1 的是线偏振光,所以进入晶片后形成的两束光的初相差为零。(5.5)式中第一项是通过晶片时产生的相差,第二项是通过 P_2 产生的附加相差。从振幅矢量图可见 A_{2o} 和 A_{2e} 的方向相反,因而附加相差 π 。应该明确,这一附加相差和 P_1, P_2 的偏振化方向间的相对位置有关,在二者平行时没有附加相差。这一项应视具体情况而定。在 P_1 和 P_2 正交的情况下,当

$$\Delta\varphi = 2k\pi, \quad k = 1, 2, \dots$$

或

$$(n_o - n_e)d = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}$$

时,干涉加强;当

$$\Delta\varphi = (2k + 1)\pi, \quad k = 1, 2, \dots$$

或

$$(n_o - n_e)d = k\lambda$$

时,干涉减弱。如果晶片厚度均匀,当用单色自然光入射,干涉加强时, P_2 后面的视场最明;干涉减弱时视场最暗,并无干涉条纹。当晶片厚度不均匀时,各处干涉情况不同,则视场中将出现干涉条纹。

当白光入射时,对各种波长的光来讲,由(5.5)式可知干涉加强和减弱的条件因波长的不同而各不相同。所以当晶片的厚度一定时,视场将出现一定的色彩,这种现象称为色偏振。如果这时晶片各处厚度不同,则视场中将出现彩色条纹。

* 5.7 人工双折射

有些本来是各向同性的非晶体和有些液体,在人为条件下,可以变成各向异性,因而产生的双折射现象称为**人工双折射**。下面简单介绍两种人工双折射现象中偏振光的干涉和应用。

1. 应力双折射

塑料、玻璃等非晶体物质在机械力作用下产生变形时,就会获得各向异性的性质,和单轴晶体一样,可以产生双折射。

利用这种性质,在工程上可以制成各种机械零件的透明塑料模型,然后模拟零件的受力情况,观察、分析偏振光干涉的色彩和条纹分布,从而判断零件内部的应力分布。这种方法称为**光弹性方法**。图 5.27 所示为几个零件的塑料模型在受力时产生的偏振光干

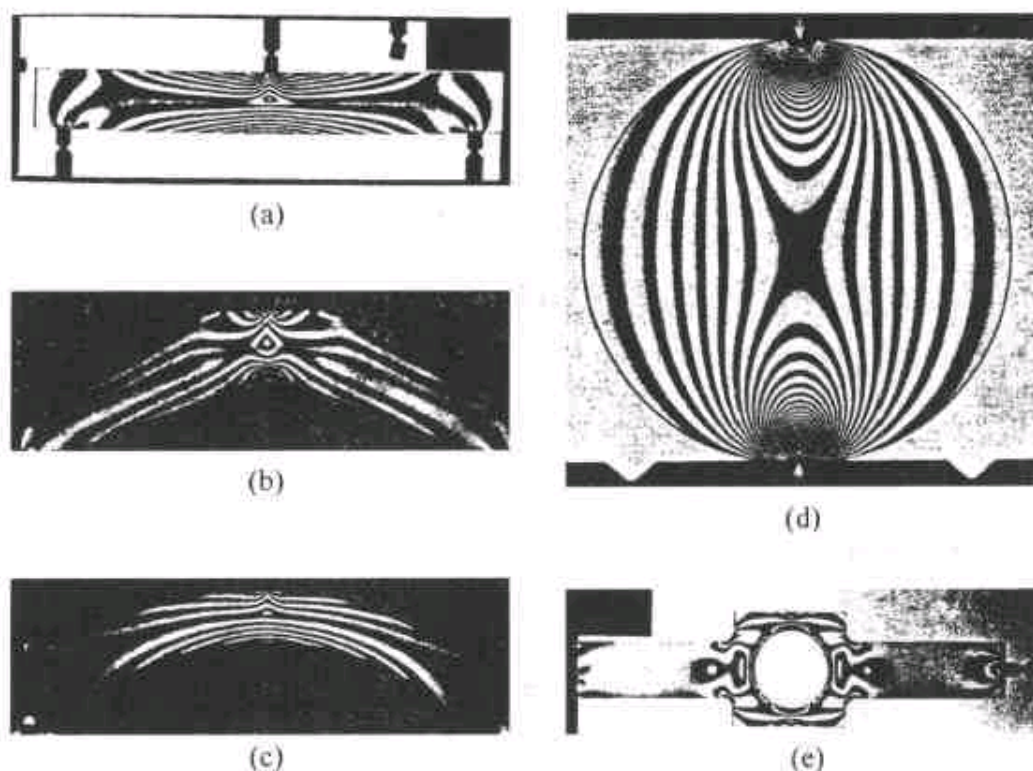


图 5.27 几个零件的塑料模型的光弹性照片

涉图样的照片。图中的条纹与应力有关,条纹的疏密分布反映应力分布的情况,条纹越密的地方,应力越集中。

2. 克尔效应

这种人工双折射是非晶体或液体在强电场作用下产生的。电场使分子定向排列,从而获得类似于晶体的各向异性性质,这一现象是克尔(J. Kerr)于1875年首次发现的,所以称为**克尔效应**。

图5.28所示的实验装置中, P_1, P_2 为正交偏振片。克尔盒中盛有液体(如硝基苯等)并装有长为 l ,间隔为 d 的平行板电极。加电场后,两极间液体获得单轴晶体的性质,其光轴方向沿电场方向。

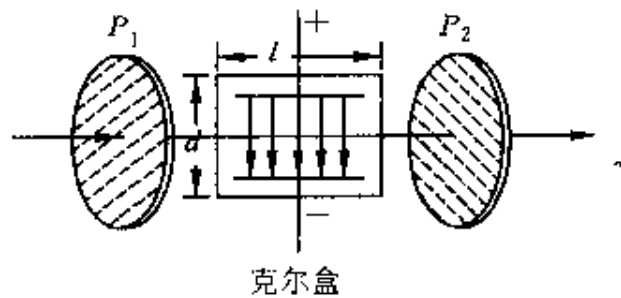


图 5.28 克尔效应

实验表明,折射率的差值正比于电场强度的平方,因此这一效应又称为二次电光效应。折射率差为

$$n_o - n_e = kE^2 \quad (5.6)$$

式中 k 称为克尔常数,视液体的种类而定, E 为电场强度。

线偏振光通过液体时产生双折射,通过液体后 o, e 光的光程差为

$$\delta = (n_o - n_e)l = klE^2 \quad (5.7)$$

如果两极间所加电压为 U ,则式中 E 可用 U/d 代替,于是有

$$\delta = kl \frac{U^2}{d^2} \quad (5.8)$$

当电压 U 变化时,光程差 δ 随之变化,从而使透过 P_2 的光强也随之变化,因此可以用电压对偏振光的光强进行调制。克尔效应的产生和消失所需时间极短,约为 10^{-9} s。因此可以做成几乎没有惯性的光断续器。这些断续器已广泛用于高速摄影、激光通信和电视等

装置中。

另外,有些晶体,特别是压电晶体在加电场后也能改变其各向异性性质,其折射率的差值与所加电场强度成正比,所以称为**线性电光效应**,又称**泡克尔斯(Pockels)效应**。

还可以指出,在强磁场作用下,非晶体也能产生双折射现象,称为**磁双折射效应**。

* 5.8 旋光现象

1811年,法国物理学家阿喇果(D. F. J. Arago)发现,线偏振光沿光轴方向通过石英晶体时,其偏振面会发生旋转。这种现象称为**旋光现象**。如图 5.29 所示,

当线偏振光沿光轴方向通过石英晶体时,其偏振面会旋转一个角度 θ 。实验证明,角度 θ 和光线在晶体内通过的路程 l 成正比,即

$$\theta = \alpha l \quad (5.9)$$

式中 α 叫做石英的旋光率。不同晶体的旋光率不同,旋光率的数值还和光的波长有关。例如,石英对 $\lambda=589\text{nm}$ 的黄光, $\alpha=21.75^\circ/\text{mm}$;对 $\lambda=408\text{nm}$ 的紫光, $\alpha=48.9^\circ/\text{mm}$ 。

很多液体,如松节油、乳酸、糖的溶液也具有旋光性。线偏振光通过这些液体时,偏振面旋转的角度 θ 和光在液体中通过的路程 l 成正比,也和溶液的浓度 C 成正比,即

$$\theta = [\alpha]Cl \quad (5.10)$$

式中 $[\alpha]$ 称为液体或溶液的旋光率。蔗糖水溶液在 20°C 时,对 $\lambda=589\text{nm}$ 的黄光,其旋光率为 $[\alpha]=66.46^\circ/[\text{dm} \cdot (\text{g}/\text{mm}^3)]$ 。糖溶液的这种性质被用来检测糖浆或糖尿中的糖分。

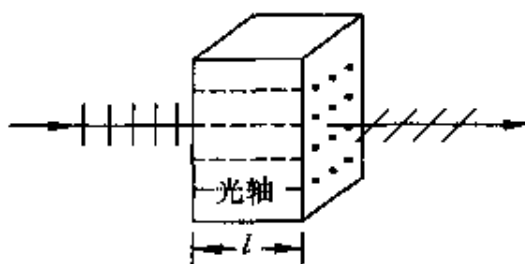


图 5.29 旋光现象

同一种旋光物质由于使光振面旋转的方向不同而分为左旋的和右旋的。迎着光线望去，光振动面沿顺时针方向旋转的称右旋物质，反之，称左旋物质。石英晶体的旋光性是由于其中的原子排列具有螺旋形结构，而左旋石英和右旋石英中螺旋绕行的方向不同。不论内部结构还是天然外形，左旋和右旋晶体均互为镜象（图 5.30）。溶液的左右旋光性则是其中分子本身特殊结构引起的。左右旋分子，如蔗糖分子，它们的原子组成一样，都是 $C_6H_{12}O_6$ ，但空间结构不同。这两种分子叫同分异构体，它们的结构也互为镜象（图 5.31）。

令人不解的是人工合成的同分异构体，如左旋糖和右旋糖，总是左右旋分子各半，而来自生命物质的同分异构体，如由甘蔗或甜菜榨

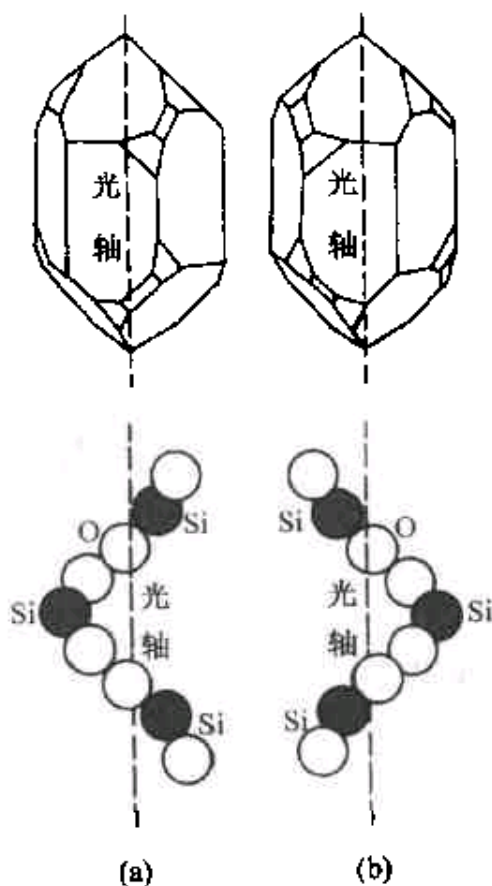


图 5.30 石英晶体
(下为原子排列情况，上为天然晶体外形)
(a) 右旋型；(b) 左旋型

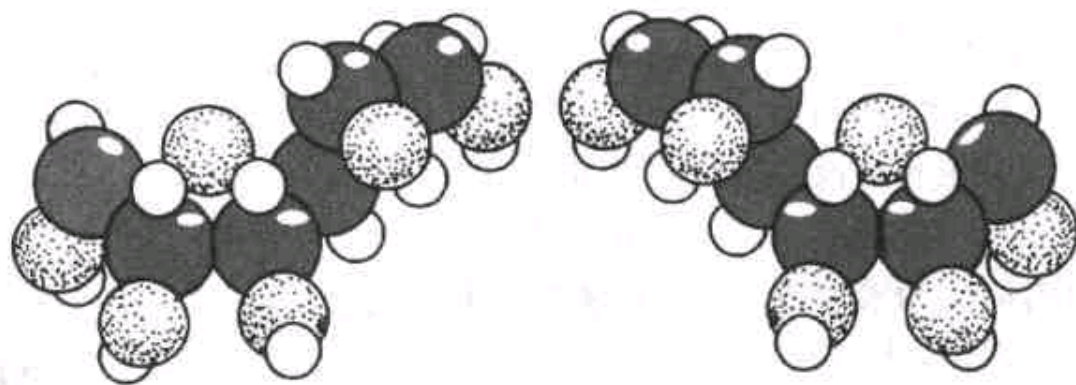


图 5.31 蔗糖分子两种同分异构体结构

出来的蔗糖以及生物体内的葡萄糖则都是右旋的。生物总是选择右旋糖消化吸收,而对左旋糖不感兴趣。

1825年菲涅耳对旋光现象作出了一个唯象的解释。他设想线偏振光是由频率相同但旋向相反的两个圆偏振光组成的,而这两种圆偏振光在物质中的速度不同。如图 5.32 所示,设在晶体中右

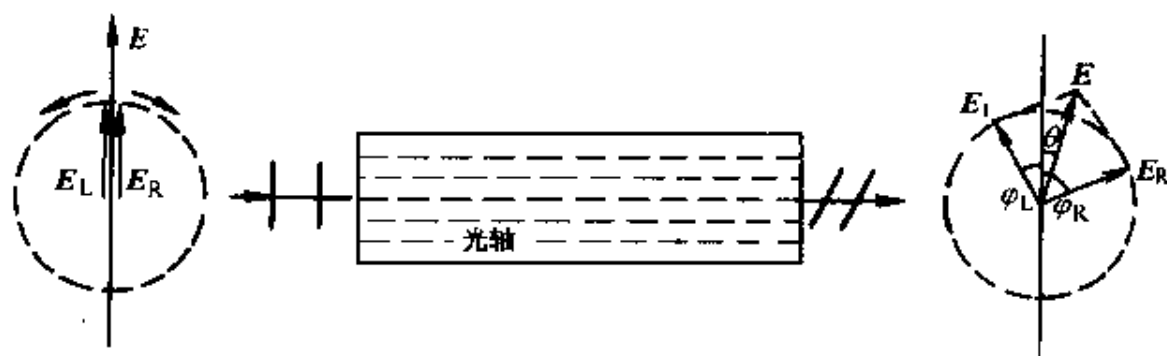


图 5.32 旋光现象的解释

旋圆偏振光的速度 v_R 大于左旋圆偏振光的速度 v_L 。在进入旋光物质前那一时刻,设线偏振光光振动达到最大振幅。此时两个圆偏振光的电矢量 E_R 和 E_L 开始从偏振方向分别向右左方向转动。在旋光物质中通过相同的路程而离开旋光物质的那一时刻, E_R 已转过的角度 φ_R 比 E_L 已转过的角度 φ_L 大,这时 E_R 和 E_L 的合振动方向已转过了角度 θ 。由图可看出,

$$2\theta = \varphi_R - \varphi_L = \omega \left(\frac{l}{v_L} - \frac{l}{v_R} \right) = \frac{2\pi l}{\lambda} \left(\frac{c}{v_L} - \frac{c}{v_R} \right) = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_L - n_R)$$

由此得

$$\theta = \frac{\pi}{\lambda} (n_L - n_R) l \quad (5.11)$$

式中 n_L 和 n_R 分别为旋光物质对左旋和右旋圆偏振光的折射率。(5.11)式说明,线偏振光的偏振面旋转的角度和光线在旋光物质中通过的路程成正比。

为了验证自己的假设,菲涅耳曾用左旋(L)和右旋(R)石英棱

镜交替胶合做成多级组合棱镜(图 5.33)。当一束线偏振光垂直入射时,在第一块晶体内两束圆偏振光不分离。当越过第一个交界面时,由于右旋光的速度由大变小,相对折射率 $n_R > 1$,所以右旋光靠近法线折射;而左旋光的速度由小变大,相对折射率 $n_L < 1$,所以左旋光将远离法线折射。这样,两束圆偏振光就分开了。以后的几个分界面都有使两束圆偏振光分开的角度放大的作用,最后射出棱镜时就形成了两束分开的圆偏振光。实验结果果真这样。



图 5.33 菲涅耳组合棱镜

利用人为方法也可以产生旋光性,其中最重要的是磁致旋光,又称法拉第旋转效应。当线偏振光通过磁性物质时,如果沿光的方向加磁场,就能发现线偏振光的振动面也转了一个角度。利用材料的这种性质可以制成光隔离器,控制光的传播。

提 要

1. **光的偏振**: 光是横波,电场矢量是光矢量。光矢量方向和光的传播方向构成振动面。

三类偏振态: 非偏振光(无偏振),偏振光(线偏振、椭圆偏振、圆偏振),部分偏振光。

2. **线偏振光**: 可用偏振片产生和检验。

马吕斯定律: $I = I_0 \cos^2 \alpha$

3. **反射光和折射光的偏振**:

入射角为布儒斯特角 i_0 时,反射光为线偏振光,且

$$\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

4. **双折射现象**：自然光射入晶体后分作 o 光和 e 光两束，二者均为线偏振光。利用四分之一波片可从线偏振光得到椭圆或圆偏振光。

5. **偏振光的干涉**：利用晶片(或人工双折射材料)和检偏器可以使偏振光分成两束相干光而发生干涉。

6. **旋光现象**：线偏振光通过物质时振动面旋转的现象。

思考题

5.1 既然根据振动分解的概念可以把自然光看成是两个相互垂直振动的合成，而一个振动的两个分振动又是同相的，那么，为什么说自然光分解成的两个相互垂直的振动之间没有确定的相位关系呢？

5.2 某束光可能是：(1)线偏振光；(2)部分偏振光；(3)自然光。你如何用实验决定这束光究竟是哪一种光？

5.3 通常偏振片的偏振化方向是没有标明的，你有什么简易的方法将它确定下来？

5.4 一束光入射到两种透明介质的分界面上时，发现只有透射光而无反射光，试说明这束光是怎样入射的？其偏振状态如何？

5.5 自然光入射到两个偏振片上，这两个偏振片的取向使得光不能透过。如果在这两个偏振片之间插入第三块偏振片后，有光透过，那么这第三块偏振片是怎样放置的？如果仍然无光透过，又是怎样放置的？试用图表示出来。

5.6 带上普通的眼镜看，池中的鱼几乎被水面反射的眩光蒙蔽掉了(图 5.34(a))。带上用偏振片做成的眼镜，就可以看清鱼了(图 5.34(b))。这是为什么？偏振片的通光方向如何？

5.7 **散射引起的偏振**。一束光通过有悬浮微粒的气体或液体时，可以从侧面看到“光柱”。这种侧向的光是微粒对入射光散射的结果。散射的过程可用经典理论解释如下。光射到微粒上时，其中的电场矢量会使其中的电子产



图 5.34 思考题 5.6 用图

生同频率同方向的受迫振动,做受迫振动的电子就向四周发射频率等于振动频率的电磁波——光,这电磁波中的光振动就在电子振动方向和发出的光的方向组成的平面内。根据这个道理,试说明:当太阳在西方时(图 5.35),仰头望天,由于尘粒对太阳光的散射,我们看到的将是偏振光(实际上是部分偏振光),而且光矢量方向是水平南北方向。这时,水平散射光也是偏振的吗?如果是,其中光矢量的方向是什么方向?据信,蜜蜂的眼睛有检偏功能,它们就是靠天光的偏振状态来“导航”的。

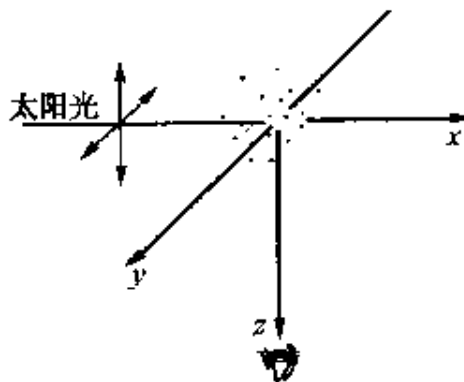


图 5.35 思考题 5.7 用图

5.8 1906年巴克拉(C. G. Barkla, 1917年诺贝尔物理奖获得者)曾做过下述“双散射”实验。如图 5.36 所示,先让一束从 X 射线管射出的 X 射线沿水平方向射入一碳块而被向各方向散射。在与入射线垂直的水平方向上放置另一碳块,接收沿水平方向射来的散射的 X 射线。在这第二个碳块的上下方向就没有再观察到 X 射线的散射光。他由此证实了 X 射线是一种电磁波的想法。他是如何论证的?

5.9 当单轴晶体的光轴方向与晶体表面成一定角度时,一束与光轴方向平行的光入射到该晶体表面,这束光射入晶体后,是否会发生双折射?

5.10 某束光可能是:(1)线偏振光;(2)圆偏振光;(3)自然光。你如何用实验决定这束光究竟是哪一种光?

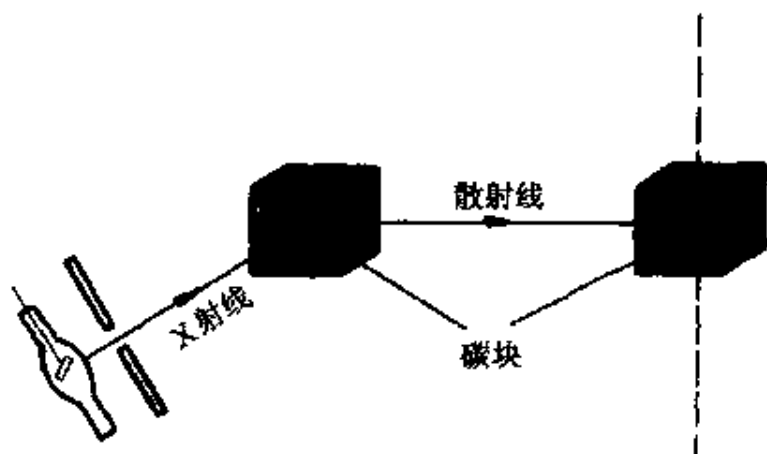


图 5.36 思考题 5.8 用图

*5.11 一块四分之一波片和两块偏振片混在一起不能识别,试用实验方法将它们区别开来。

*5.12 在偏振光的干涉装置(图 5.25)中,如果去掉偏振片 P_1 或偏振片 P_2 ,能否产生干涉效应?为什么?

*5.13 在图 5.26 中,如果 P_1 方向在 C 和 P_2 之间,(5.5)式中还有 π 吗? P_1 和 P_2 平行时,干涉情况又如何?

习 题

5.1 自然光通过两个偏振化方向间成 60° 的偏振片,透射光强为 I_1 。今在这两个偏振片之间再插入另一偏振片,它的偏振化方向与前两个偏振片均成 30° 角,则透射光强为多少?

5.2 自然光入射到两个互相重叠的偏振片上。如果透射光强为(1)透射光最大强度的三分之一,或(2)入射光强度的三分之一,则这两个偏振片的偏振化方向间的夹角是多少?

*5.3 两个偏振片 P_1 和 P_2 平行放置(图 5.37)。令一束强

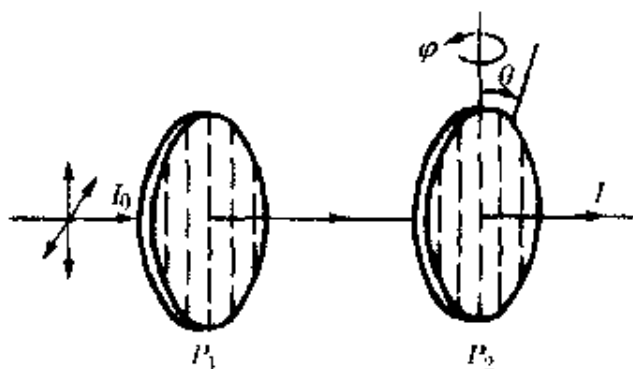


图 5.37 习题 5.3 用图

度为 I_0 的自然光垂直射向 P_1 , 然后将 P_2 绕入射线为轴转一角度 θ , 再绕竖直轴转一角度 φ . 这时透过 P_2 的光强是多大?

5.4 在图 5.38 所示的各种情况中, 以非偏振光和偏振光入射于两种介质的分界面, 图中 i_b 为起偏振角, $i \neq i_b$, 试画出折射光线和反射光线并用点和短线表示出它们的偏振状态。

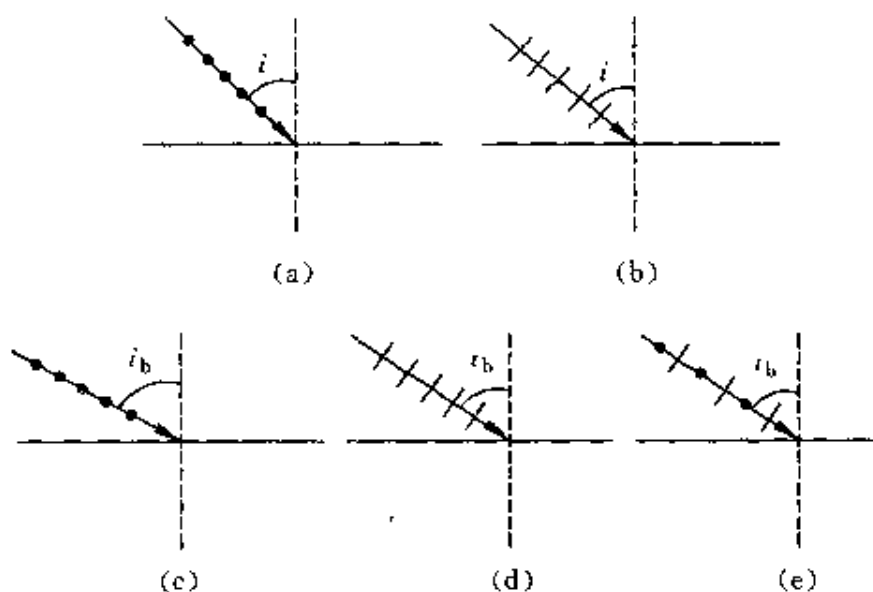


图 5.38 习题 5.4 用图

5.5 水的折射率为 1.33, 玻璃的折射率为 1.50, 当光由水中射向玻璃而反射时, 起偏振角为多少? 当光由玻璃中射向水而反射时, 起偏振角又为多少? 这两个起偏振角的数值间是什么关系?

5.6 光在某两种介质界面上的临界角是 45° , 它在界面同一侧的起偏振角是多少?

5.7 根据布儒斯特定律可以测定不透明介质的折射率。今测得釉质的起偏振角 $i_b = 58^\circ$, 试求它的折射率。

5.8 已知从一池静水的表面反射出来的太阳光是线偏振光, 此时, 太阳在地平线上多大仰角处?

5.9 用方解石切割成一个正三角形棱镜。光轴垂直于棱镜的正三角形截面, 如图 5.39 所示。自然光以入射角 i 入射时, e 光在棱镜内的折射线与棱镜底边平行, 求入射角 i , 并画出 o 光的传播方向和光矢量振动方向。

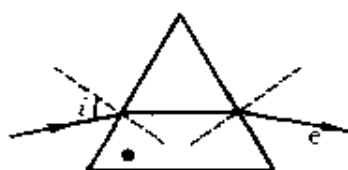


图 5.39 习题 5.9 用图

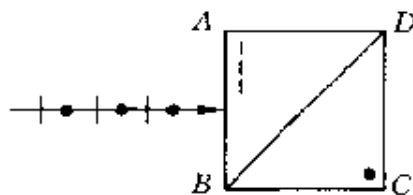


图 5.40 习题 5.10 用图

5.10 棱镜 $ABCD$ 由两个 45° 的方解石棱镜组成(如图 5.40 所示),棱镜 ABD 的光轴平行于 AB ,棱镜 BCD 的光轴垂直于图面。当自然光垂直于 AB 入射时,试在图中画出 o 光和 e 光的传播方向及光矢量振动方向。

*5.11 在图 5.41 所示的装置中, P_1, P_2 为两个正交偏振片。 C 为四分之一波片,其光轴与 P_1 的偏振化方向间夹角为 60° 。光强为 I_1 的单色自然光垂直入射于 P_1 。

- (1) 试说明①,②,③各区光的偏振状态并在图上大致画出;
- (2) 计算各区光强。

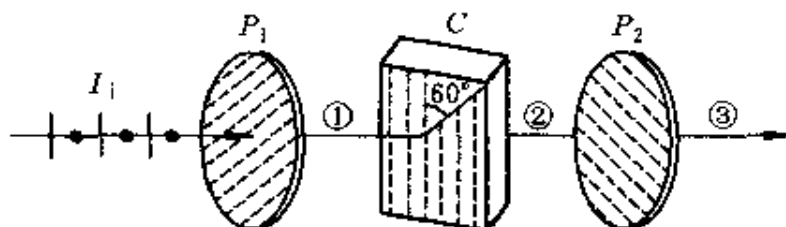


图 5.41 习题 5.11 用图

*5.12 某晶体对波长 632.8nm 的主折射率 $n_o = 1.66, n_e = 1.49$ 。将它制成适用于该波长的四分之一波片,晶片至少要多厚? 该四分之一波片的光轴方向如何?

*5.13 假设石英的主折射率 n_o 和 n_e 与波长无关。某块石英晶片,对 800nm 波长的光是四分之一波片。当波长为 400nm 的线偏振光入射到该晶片上,且其光矢量振动方向与晶片光轴成 45° 角时,透射光的偏振状态是怎样的?

5.14 1823 年尼科耳发明了一种用方解石做成的棱镜以获得线偏振光。这种“尼科耳棱镜”由两块直角棱镜用加拿大胶(折射率为 1.55)粘合而

成,其几何结构如图 5.42 所示。试用计算证明当一束自然光沿平行于底面的方向入射后将分成两束,一束将在胶合面处发生全反射而被涂黑的底面吸收,另一束将透过加拿大胶而经过另一块棱镜射出。这两束光的偏振状态各如何?(参考表 5.1 的折射率数据。)

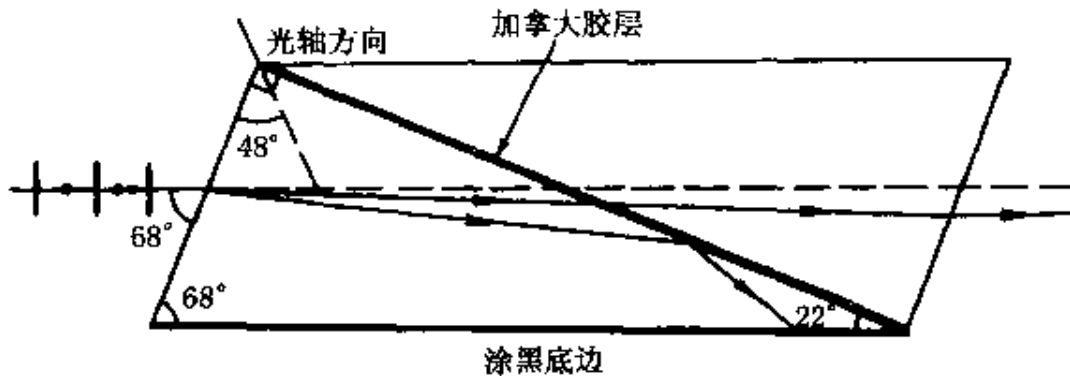


图 5.42 习题 5.14 用图

5.15 石英对波长为 396.8nm 的光的右旋圆偏振光的折射率为 $n_R = 1.55810$, 左旋圆偏振光的折射率为 $n_L = 1.55821$ 。求石英对此波长的光的旋光率。

5.16 在激光冷却技术中,用到一种“偏振梯度效应”。它是使强度和频率都相同但偏振方向相互垂直的两束激光相向传播,从而能在叠加区域周期性地产生各种不同偏振态的光。设两束光分别沿 $+x$ 和 $-x$ 方向传播,光振动方向分别沿 y 方向和 z 方向。已知在 $x=0$ 处的合成偏振态为线偏振态,光振动方向与 y 轴成 45° 。试说明沿 $+x$ 方向每经过 $\lambda/8$ 的距离处的偏振态,并画简图表示之。

今日物理趣闻

C 液 晶

C.1 液晶的结构

液晶是介于液态与结晶态之间的一种物质状态。它除了兼有液体和晶体的某些性质(如流动性、各向异性等)外,还有其独特的性质。对液晶的研究现已发展成为一个引人注目的学科。

液晶材料主要是脂肪族、芳香族、硬脂酸等有机物。液晶也存在于生物结构中,日常适当浓度的肥皂水溶液就是一种液晶。目前,由有机物合成的液晶材料已有几千种之多。由于生成的环境条件不同,液晶可分为两大类:只存在于某一温度范围内的液晶相称为**热致液晶**;某些化合物溶解于水或有机溶剂后而呈现的液晶相称为**溶致液晶**。溶致液晶和生物组织有关,研究液晶和活细胞的关系,是现今生物物理研究的内容之一。

液晶的分子有盘状、碗状等形状,但多为细长棒状。根据分子排列的方式,液晶可以分为近晶相、向列相和胆甾相三种,其中向列相和胆甾相应用最多。

1. 近晶相液晶

近晶相液晶分子分层排列,根据层内分子排列的不同,又可细分为近晶相 A、近晶相 B 等多种。图 C.1 所示为近晶相液晶的一种。由图可见,层内分子长轴互相平行,而且垂直于层面。分子质心在层内的位置无一定规律。这种排列称为取向有序,位置无序。

近晶相液晶分子间的侧向相互作用强于层间

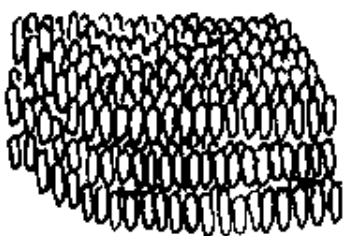


图 C.1 近晶相液晶分子排列示意图

相互作用,所以分子只能在本层内活动,而各层之间可以相互滑动。

2. 胆甾相液晶

胆甾相液晶是一种乳白色粘稠状液体,是最早发现的一种液晶,其分子也是分层排列,逐层叠合。每层中分子长轴彼此平行,而且与层面平行。不同层中分子长轴方向不同,分子的长轴方向逐层依次向右或向左旋转过一个角度。从整体看,分子取向形成螺旋状,其螺距用 p 表示,约为 $0.3\mu\text{m}$,如图 C.2 所示。

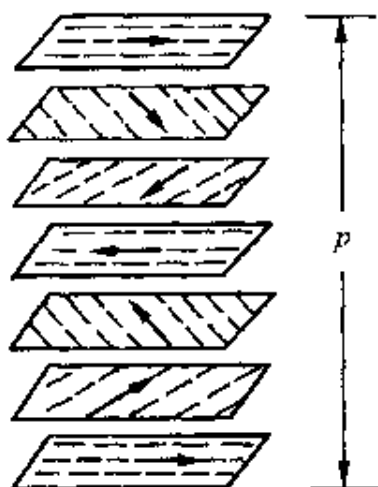


图 C.2 胆甾相液晶分子排列示意图

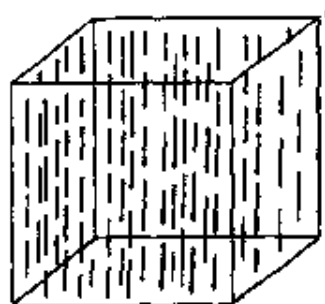


图 C.3 向列相液晶分子排列示意图

3. 向列相液晶

向列相液晶中,分子长轴互相平行,但不分层,而且分子质心位置是无规则的,如图 C.3 所示。

C.2 液晶的光学特性

1. 液晶的双折射现象

一束光射入液晶后,分裂成两束光的现象称为双折射现象,如图 C.4 所示。

双折射现象实质上表示液晶中各个方向上的介电常数以及折射率是不同的。通常用符号 ϵ_{\parallel} 和 ϵ_{\perp} 分别表示沿液晶分子长轴方向和垂直于长轴方向上的介电常数,并且把 $\epsilon_{\parallel} > \epsilon_{\perp}$ 的液晶称为正性液晶,或 P 型液晶;而把

$\epsilon_{\parallel} < \epsilon_{\perp}$ 的液晶称为负性液晶,或N型液晶。

多数液晶只有一个光轴方向,在液晶中光沿光轴方向传播时,不发生双折射。一般液晶的光轴沿分子长轴方向,胆甾相液晶的光轴垂直于层面。由于其螺旋状结构,胆甾相液晶具有强烈的旋光性,其旋光率可达 $40000^{\circ}/\text{mm}$ 。

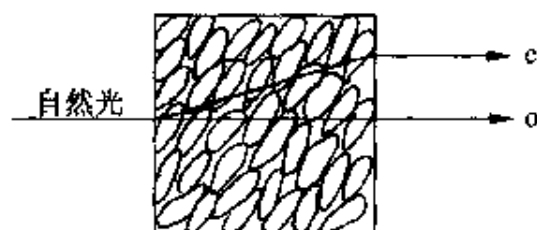


图 C.4 液晶的双折射

2. 胆甾相液晶的选择反射

胆甾相液晶在白光照射下,呈现美丽的色彩,这是它选择反射某些波长的光的结果。反射哪种波长的光取决于液晶的种类和它的温度以及光线的入射角。实验表明,这种选择反射可用晶体的衍射(图 C.5)加以解释。反射光的波长可以用布拉格公式表示为

$$\lambda = 2np \sin \varphi$$

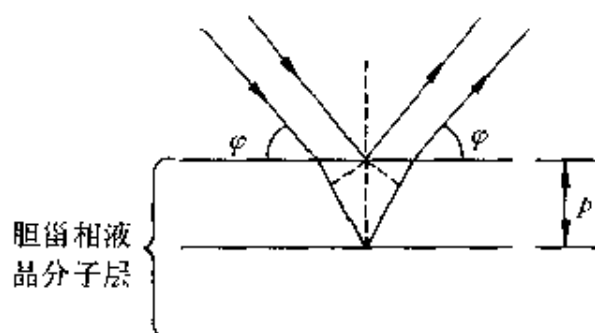


图 C.5 胆甾相液晶的选择反射

式中 λ 为反射光的波长, p 为胆甾相液晶的螺距, n 为平均折射率, φ 为入射光与液晶表面间的夹角。此式表明,沿不同角度可以观察到不同的色光。当温度变化时,胆甾相液晶的螺距发生敏锐的变化,因而反射光的颜色也随之发生变化。一般说来,温度低时反射光为红色,温度高时反

射光为蓝色,但也有与此相反的情况。

胆甾相液晶的这一特性被广泛用于液晶温度计和各种测量温度变化的显示装置上。

实验表明,胆甾相液晶的反射光和透射光都是圆偏振光。

3. 液晶的电光效应

在电场作用下,液晶的光学特性发生变化,称之为电光效应。下面介绍两种电光效应。

(1) 电控双折射效应

因为液晶具有流动性,通常把它注入玻璃盒中,称为液晶盒。当液晶盒很

薄时,其分子的排列可以通过对玻璃表面进行适当处理如摩擦、化学清洗等加以控制。当液晶分子长轴方向垂直于表面时,称为垂面排列;平行于表面时,称为沿面排列。在玻璃表面涂上二氧化锡等透明导电薄膜时,则玻璃片同时又成为透明电极。

今把N型向列相垂直排列的液晶盒放在两正交偏振片之间,如图C.6所示。

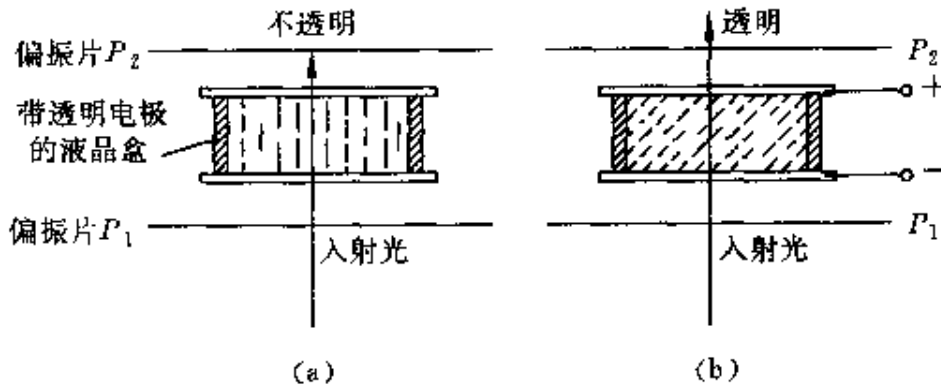


图 C.6 电控双折射
(a) 未加电场; (b) 加电场

未加电场时,通过偏振片 P_1 的光在液晶内沿光轴方向传播,不发生双折射,由于两偏振片正交,所以装置不透明。

加电场并超过某一数值(阈值)时,电场使液晶分子轴方向倾斜,此时光在液晶中传播时,发生双折射,装置由不透明变为透明。

光轴的倾斜随电场的变化而变化,因而两双折射光束间的相位差也随之变化,当入射光为复色光时,出射光的颜色也随之变化。

电控双折射现象用P型沿面排列的向列相液晶同样能观察到。

(2) 动态散射

把向列相液晶注入带有透明电极的液晶盒内,未加电场时,液晶盒透明。施加电场并超过某一数值(阈值)时,液晶盒由透明变为不透明,这种现象称为动态散射。这是因为盒内离子和液晶分子在电场作用下,互相碰撞,使液晶分子产生紊乱运动,使折射率随时发生变化,因而使光发生强烈散射的结果。

去掉电场后,则恢复透明状态。但是如果在向列相液晶中混以适当的胆

留相液晶,则散射现象可以保存一些时间,这种情况称为有存储的动态散射。

动态散射现象在液晶显示技术中有广泛应用。目前用于数字显示的多为向列相液晶。图 C.7(a)所示为 7 段液晶显示数码板。数码字的笔画由互相分离的 7 段透明电极组成,并且都与一公共电极相对。当其中某几段电极加上电压时,这几段就显示出来,组成某一数码字(图 C.7(b))。

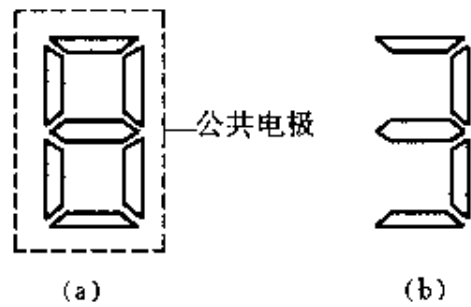


图 C.7 液晶数字显示
(a) 7 段数码板; (b) 显示数码“3”

数 值 表

名 称	符 号	计 算 用 值	最 佳 值 (1986 年)	
			数 值	不 确 定 度 /10 ⁻⁶
真空中的光速	c	$3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$	2.997 924 58	(精确)
普朗克常量	h	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	6.626 075 5	0.60
	\hbar	$= h/2\pi$ $= 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	1.054 572 66	0.60
玻耳兹曼常量	k	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	1.380 651 3	1.8
真空磁导率	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$		(精确)
		$= 1.26 \times 10^{-6} \text{ H/m}$	1.256 637 06...	
真空介电常量	ϵ_0	$= 1/\mu_0 c^2$		(精确)
		$= 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$	8.854 187 817...	
引力常量	G	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$	6.672 59	128
阿伏伽德罗常量	N_A	$6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	6.022 136 7	0.59
元电荷	e	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$	1.602 177 33	0.30
电子静质量	m_e	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$	9.109 389 7	0.59
质子静质量	m_p	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	1.672 623 1	0.59
中子静质量	m_n	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	1.674 928 6	0.59
电子磁矩	μ_e	$9.28 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$	9.284 770 0	0.34
质子磁矩	μ_p	$1.41 \times 10^{-26} \text{ A} \cdot \text{m}^2$	1.410 607 61	0.34
中子磁矩	μ_n	$0.966 \times 10^{-26} \text{ A} \cdot \text{m}^2$	0.966 237 07	0.41
磁通量子	Φ_0	$2.07 \times 10^{-15} \text{ Wb}$	2.067 834 61	0.30
经典电子半径	r_e	$2.82 \times 10^{-15} \text{ m}$	2.817 940 92	0.13

续表

名 称	符号	计算用值	最佳值(1986年)	
			数 值	不 确 定 度 /10 ⁻⁶
玻尔半径	a_0	$5.29 \times 10^{-11} \text{m}$	5.291 772 49	0.045
1 埃	\AA	$1 \text{\AA} = 1 \times 10^{-10} \text{m}$		
1 光年	l. y.	1l. y. = $9.46 \times 10^{15} \text{m}$		
1 电子伏	eV	1eV = $1.602 \times 10^{-19} \text{J}$	1.602 177 33	0.30
1 特[斯拉]	T	1T = $1 \times 10^4 \text{G}$		
1 原子质量单位	u	1u = $1.66 \times 10^{-27} \text{kg}$ = $931.5 \text{MeV}/c^2$	1.660 540 2	0.60

习 题 答 案

第 1 章

1.1 (1) $8\pi\text{s}^{-1}$, 0.25s , 0.05m , $\pi/3$, 1.26m/s , 31.6m/s^2 ;

(2) $25\pi/3$, $49\pi/3$, $241\pi/3$

1.2 (1) π ; (2) $-\pi/2$; (3) $\pi/3$

1.3 (1) 0 , $\pi/3$, $\pi/2$, $2\pi/3$, $4\pi/3$;

(2) $x=0.05\cos\left(\frac{5}{6}\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$

1.4 (1) 4.2s ; (2) $4.5\times 10^{-2}\text{m/s}^2$

(3) $x=0.02\cos\left(1.5t-\frac{\pi}{2}\right)$

1.5 (1) $x=0.02\cos\left(4\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$

(2) $x=0.02\cos\left(4\pi t-\frac{2\pi}{3}\right)$

1.6 (1) 0.17m , $-4.2\times 10^{-3}\text{N}$; (2) $\frac{2}{3}\text{s}$

1.7 (1) $x_2=A\cos(\omega t+\varphi-\pi/2)$, $\Delta\varphi=-\pi/2$

1.8 $2\pi/3$

1.9 (1) 0.25m ; (2) $\pm 0.18\text{m}$; (3) 0.2J

1.10 $m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx$, $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; 总能量是 $\frac{1}{2}kA^2$

1.11 1.26s , $x=\sqrt{2}\times 10^{-2}\cos\left(5t+\frac{\pi}{4}\right)$

1.12 $2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$

1.14 31.8Hz

1.16 $dT/T=-\frac{1}{2}\frac{dg}{g}$, 9.798m/s^2

1.17 $\frac{1}{2}mgl\theta_0^2\sin^2(\omega t+\varphi)$, $\frac{1}{2}mgl\theta_0^2\cos^2(\omega t+\varphi)$, $\frac{1}{2}mgl\theta_0^2$

* 1.18 (1) $GM_{\text{E}}mr/R_0^3$, r 为球到地心的距离;

- * 1.18 (1) $GM_E mr/R_E^2$, r 为球到地心的距离;
 (2), (3) $2\pi R_E \sqrt{R_E/GM_E}$
- 1.20 (1) 0.031m; (2) 2.2Hz
- 1.21 0.90s
- 1.22 0.77s
- * 1.23 $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 m k^2}}$
- * 1.24 $\frac{e}{2\pi a_0} \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 m_e a_0}}$, $6.6 \times 10^{15} \text{Hz}$
- * 1.25 (1) $1.1 \times 10^{14} \text{Hz}$; (2) $1.7 \times 10^{-11} \text{m}$
- 1.27 $2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$
- * 1.28 $1.4 \times 10^{-2} \text{A}$, $i = 1.4 \times 10^{-2} \cos\left(10^4 t - \frac{\pi}{2}\right)$
- 1.29 311s, $2.2 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$, 712
- 1.31 $2.05 \times 10^5 \text{N/m}$
- 1.32 (1) $7.7 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$; (2) $1.75 \times 10^{-4} \text{W}$
- 1.33 $x = 0.06 \cos(2t + 0.08)$
- 1.34 $u = 310 \cos(100\pi t + 0.37\pi)$
- 1.35 (1) 314s^{-1} , 0.16m, $\pi/2$, $x = 0.16 \cos\left(314t + \frac{\pi}{2}\right)$;
 (2) 12.5ms
- * 1.36 $x^2 + 2xy + 4y^2 = 2.7 \times 10^{-3}$, 左旋
- * 1.37 $1.80 \times 10^4 \text{Hz}$
- 1.38 先合上 K_1 , 接通 0.2s; 再打开 K_1 , 同时合上 K_2 , 接通 0.05s, 打开 K_2
- * 1.39 两腿上端做相差为 π 的同向圆运动, 滑块最大速度为 3.14 m/s, C 左端振动比 A 的振动超前 $\pi/2$ (C 左端向左为正, A 向上为正)

第 2 章

- 2.1 $6.9 \times 10^{-4} \text{Hz}$, 10.8h

- 2.2 $y=0.5\sin(4.0t-5x+2.64)$
- 2.3 (1) 0.50m , 200Hz , 100m/s , 沿 x 轴正向
(2) 25m/s
- 2.4 3km , 1.0m
- 2.5 (1) $y=0.04\cos\left(0.4\pi t-5\pi x+\frac{\pi}{2}\right)$
- 2.6 (1) $x=k-8.4$, $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, -0.4m , 4s
- 2.7 (1) 0.12m ; (2) π
- 2.8 1.42
- 2.9 $2.03 \times 10^{11}\text{N/m}^2$
- 2.12 (1) $1.6 \times 10^5\text{W/m}^2$; (2) $3.8 \times 10^3\text{J}$
- 2.14 $I_1/I_2=r_2/r_1$, $A_1/A_2=\sqrt{r_2/r_1}$
- 2.15 π
- 2.16 x 轴正向沿 AB 方向, 原点取在 A 点, 静止的各点的位置为
 $x=15-2k$, $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 7$
- 2.17 (1) 0.01m , 37.5m/s ; (2) 0.157m ; (3) -8.08m/s
- 2.18 (1) $y=A\cos\left[2\pi\nu\left(t-\frac{x}{u}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$
(2) $y=A\cos\left[2\pi\nu\left(t+\frac{x}{u}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$
静止点的位置: OP 之间 $x=\frac{\lambda}{4}, \frac{3}{4}\lambda$
- 2.19 1.44MHz
- 2.20 70dB , 闹市车声
- 2.21 0.32W/m^2
- 2.22 26cm
- 2.23 (1) 6.25m/s ; (2) 0.94m/s
- 2.24 (1) 0.279m (声源运动的前方), 0.334m (声源运动的后方);
(2) $1.77 \times 10^3\text{Hz}$, 0.187m
- 2.25 0.30Hz , 3.3s ; 0.10Hz , 10s
- 2.26 没有变化
- 2.27 9.4m/s
- 2.28 $1.66 \times 10^3\text{Hz}$

- 2.29 超了
2.30 (1) 25.8° ; (2) 13.6s
* 2.31 (1) $y = 2A \cos(0.5x - 0.5t) \sin(4.5x - 9.5t)$;
(2) 1m/s; (3) 2π m
* 2.32 $u_y = 2u$
2.34 1.2×10^8 m/s

第 3 章

- 3.1 5×10^6
3.2 545nm, 绿色
3.3 4.5×10^{-1} m
3.4 $0.60 \mu\text{m}$
3.5 -39° , -7.2° , 22° , 61°
3.6 (1) $9.0 \mu\text{m}$; (2) 14 条
3.7 23Hz
3.9 2.4km
3.10 5.7°
3.12 5.0×10^{14} Hz, 6.7×10^{14} Hz, 8.3×10^{14} Hz
3.13 895nm, 0.8
* 3.14 23cm, 7.7×10^{-10} s
* 3.15 $55 \mu\text{m}$
3.16 $6.6 \mu\text{m}$
3.17 $8''$
3.18 $1.28 \mu\text{m}$
* 3.19 (1) 2.95×10^{-3} m
3.20 反射加强 $\lambda = 480\text{nm}$; 透射加强 $\lambda_1 = 600\text{nm}$, $\lambda_2 = 400\text{nm}$
3.21 70nm
3.22 643nm
3.23 $0.111 \mu\text{m}$, 590nm(黄色)

- 3.23 $0.111\mu\text{m}$, 590nm (黄色)
3.24 $(99.6+199.3k)\text{nm}$, $k=0,1,2,\dots$, 最薄 99.6nm
3.27 590nm
3.28 $2(n-1)d$
3.29 534.9nm
* 3.30 0.4033mm
* 3.31 1.00029

第 4 章

- 4.1 5.46mm
4.2 $7.26\mu\text{m}$
4.3 428.6nm
4.4 47°
4.5 2.45cm
4.6 (1) $1.9\times 10^{-4}\text{rad}$; (2) $4.4\times 10^{-3}\text{mm}$; (3) 2.3 个
4.7 $1.6\times 10^{-4}\text{rad}$, 7.1km
* 4.8 (2) $40\mu\text{m}$
4.9 8.9km
4.10 (1) $3\times 10^{-7}\text{rad}$; (2) 2m
4.11 $1.6\times 10^{-4}\text{rad}$
4.12 $10^{-3}''$ ([角]秒)
* 4.13 (1) $1.3\times 10^{-5}\text{rad}$; (2) 眼睛
4.14 13.9cm
* 4.15 (1) 不能; (2) 能; (3) 不能
4.16 (1) 2.4mm ; (2) 2.4cm ; (3) 9
4.17 (1) (a) 双缝; (b) 四缝; (c) 单缝; (d) 三缝;
(2) (c); (3) (a) 2,有; (b) 4,有; (d) 3,有
4.18 $\arcsin(\pm 0.1768k)$, $k=0,1,2,3,4,5$
4.19 570nm , 43.2°

- 4.20 ± 1 级
 4.21 ± 3
 4.22 (1) $6.0\mu\text{m}$; (2) $1.5\mu\text{m}$;
 (3) $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 9$
 4.23 3646
 4.24 0.0046nm
 *4.25 极大, $3.85'$, 12.4°
 4.26 有, 0.130nm , 0.097nm
 *4.27 0.165nm

第 5 章

- 5.1 $2.25I_1$
 5.2 (1) $54^\circ 44'$; (2) $35^\circ 16'$
 *5.3 $\frac{1}{2}I_0\cos^2\theta/(\cos^2\theta + \sin^2\theta\cos^2\varphi)$
 5.5 $48^\circ 26'$, $41^\circ 34'$, 互余
 5.6 $35^\circ 16'$
 5.7 1.60
 5.8 $36^\circ 56'$
 5.9 48°
 *5.11 (2) $I_1/2$, $I_1/2$, $3I_1/16$
 *5.12 931nm , 光轴平行于晶片表面
 *5.13 线偏振光, 偏振方向与人射光的垂直
 5.14 透射光的偏振方向在人射面内, 在胶合面处全反射的光的偏振方向垂直于人射面。
 *5.15 $49.9^\circ/\text{mm}$

索 引

A

阿贝成像原理 Abbe principle of image formation 212

B

巴比涅原理 Babinet principle 195

半波带法 half wave zone method 168

半波损失 half-wave loss 81

薄膜干涉 film interference 140, 146

本征频率 eigenfrequency 82

变换面 transform plane 211

表面波 surface wave 88

波[动] wave 51

波包 wave packet 101

波长 wavelength 55

波的叠加原理 superposition principle of wave 78

波的能量密度 énergy density of wave 68

波的能量密度 energy flow density of wave 69

波的强度 intensity of wave 69

波的速度 vlocity of wave 62

相速度 phase velocity 54

群速度 group velocity 98

波的衍射 diffraction of wave 73

波动方程 wave function 63

波动说 wave theory 75

波峰 [wave] crest 52

波腹 [wave] loop 79

波谷 [wave] trough 52

波函数 wave function 53

波节 [wave] node 79

波列 wave train 126

波面 wave surface 56

波片 wave plate 232

四分之一 quarter- 232

二分之一 half- 232

波前 wave front 71

波数 wave number 55

波线 wave line 57

波形曲线 wave form curve 53

波阵面 wave front 71

不确定[度]关系 uncertainty relation 114

布拉格公式 Bragg formula 192

布儒斯特角 Brewster angle 222

C

参考圆 circle of reference 7

参考光 reference beam 202

超声波 supersonic wave,

ultrasound wave 83

超声马达 supersonic motor 50

- 对比度 contrast 123
 [冲]击波 shock wave 97
 初[始]条件 initial condition 12
 初相 initial phase 4
 次极大 secondary maximum 173,
 186
 次声波 infrasonic wave 87
D
 大爆炸 big bang 95
 单摆 simple pendulum 14
 单缝衍射 single-slit diffraction
 167
 单色光 monochromatic light 124
 单轴晶体 uniaxial crystal 225
 等厚条纹 equal thickness fringes
 141
 等倾条纹 equal inclination fringes
 147
 地壳 crust 89
 地幔 mantle 89
 地核 core 89
 地震波 seismic wave 87
 S波 S wave 88
 P波 P wave 87
 表面波 surface wave 88
 电磁波 electromagnetic wave 51,
 119
 碘链 iodine chain 219
 电离层 ionosphere 113
 电场矢量 electric field vector 215
 电子显微镜 electron microscope
 177
 多光束干涉 multiple-beam
 interference 179
 多普勒效应 Doppler effect 92
E
 二向色性 dichroism 230
F
 反射定律 reflection law 74
 反相[位] antiphase 8
 方解石 calcite 224
 菲涅耳 Augustin Fresnel 164
 菲涅耳双镜 Fresnel bimirror 128
 菲涅耳双棱镜 Fresnel biprism
 155
 菲涅耳[旋光]组合棱镜 Fresnel
 (optical activity) multiple prism
 242
 非常光线 extraordinary light 225
 非偏振光 nonpolarized light,
 unpolarized light 215
 费马原理 Fermat principle 114
 分波阵面法 method of dividing
 wave front 120
 分贝 decibel (dB) 84
 分辨本领 resolving power 174
 分辨率 resolution 174
 分振幅法 method of dividing
 amplitude 140
 夫琅禾费衍射 Fraunhofer
 diffraction 166,167
 复[合]波 complex wave 98

傅里叶分析 Fourier analysis 34

负晶体 negative crystal 227

G

共振 resonance 24

孤[立]波 solitary wave 102

孤[立]子 soliton 103

固有角频率 natural angular frequency 12

固有周期 natural period 12

光程 optical path 138

光程差 optical path difference 139

光导纤维 [optical] fiber 115

光的干涉 interference of light 119

光的偏振 polarization of light 215

光的衍射 diffraction of light 165

光密介质 optically denser medium 129

光谱 spectrum 124, 186

光矢量 light vector 215

光疏介质 optically thinner medium 129

光弹性 photoelasticity 237

光纤通信 optical fiber communication 116

光学信息处理 optical information processing 208

光源 light source 125, 215

光栅 grating 177

光栅常量 grating constant 179

光栅的分辨本领 resolving power of a grating 188

光栅方程 grating equation 179

光栅光谱 grating spectrum 186

光栅衍射 grating diffraction 177

光轴 optical axis 225

过阻尼 overdamping 23

H

哈勃太空望远镜 Hubble space telescope 176

氦氖激光器 He-Ne laser 158

横波 transverse wave 52

红移 red shift 95

候风地动仪 Houfeng seismograph 88

胡克定律 Hooke law 59

恢复力 restoring force 11

惠更斯-菲涅耳原理 Huygens-Fresnel principle 167

惠更斯原理 Huygens principle 71

J

级次 order 121

基频 fundamental frequency 35, 82

基频振动 fundamental vibration 35

激光 laser 129, 136

检偏器 analyzer 220

简谐波 simple harmonic wave 54

简谐运动 simple harmonic motion 3

简谐运动的合成 combination of simple harmonic motions 27
 沿一直线上不同频率的 along a straight line with different frequency 31
 沿一直线上同频率的 along a straight line with same frequency 27
 相互垂直的 mutually perpendicular 36
 简谐运动的能量 energy of simple harmonic motion 19
 简正模式 normal mode 82
 角分辨率 angular resolution 174
 角频率 angular frequency 4
 劲度[系数] [coefficient of] stiffness 60

K

可见光 visible light 119
 克尔效应 Kerr effect 238
 空间滤波 spatial filtering 211
 空间频率 spatial frequency 208
 空间频谱 spatial frequency spectrum 209
 空间相干性 spatial coherence 136

L

LC 振荡 LC oscillation 15
 劳埃德镜 Lloyd mirror 128
 劳厄实验 Laue experiment 191
 李萨如图 Lissajous figures 39

里氏地震级 Richter magnitude scale 89

临界角 critical angle 76
 临界阻尼 critical damping 23
 滤光片 filter 151

M

马赫数 Mach number 113
 马赫锥 Mach cone 97
 马吕斯定律 Malus law 220
 迈克耳孙测星干涉仪 Michelson stellar interferometer 137
 迈克耳孙干涉仪 Michelson interferometer 151
 脉冲波 pulse wave 52
 鸣响时间 ring time 23

N

尼科耳棱镜 Nicol prism 247
 牛顿环 Newton ring 143

P

拍 beat 32
 拍频 beat frequency 32
 偏振光 polarized light 216
 线 linearly 216
 椭圆 elliptically 231
 圆 circularly 231
 偏振棱镜 polarizing prism 230
 偏振片 polaroid 219
 偏振态 polarization state 215
 频率 frequency 4
 频谱 frequency spectrum 35
 品质因数 quality factor 23

平面简谐波 plane simple harmonic wave 56

谱线 spectral line 130

谱线宽度 line width 130

Q

Q值 Q-value 23

起偏器 polarizer 220

欠阻尼 underdamping 22

切变模量 shear modulus 61

切连科夫辐射 Cherenkov radiation 97

球面波 spherical wave 70

驱动力 driving force 24

全反射 total reflection 76

全息照相 holograph 202

缺级 missing order 182

R

人工双折射 artificial birefringence 237

瑞利判据 Rayleigh criterion 174

S

散射 scattering 243

色散介质 dispersion medium 99

色散关系 dispersion relation 113

声波 sound wave 83

声强 sound intensity 84

声强级 sound intensity level 84

声压 sound pressure 83

石英 quartz 227, 240

时间常量 time constant 23

时间相干性 temporal coherence

133

势能函数 potential energy function 17

势能曲线 potential energy curve 17

激波 bow shock 97

受迫振动 forced vibration 24

双缝干涉 double-slit interference 119

双折射 birefringence 224

水波 water wave 90

表面张力波 capillary wave 90

浅水波 shallow 90

深水波 deep 91

重力波 gravity wave 90

速度共振 velocity resonance 25

隧道效应 tunnel effect 20

T

θ -调制 θ -modulation 214

弹簧振子 spring oscillator 4

弹性力 elastic force 12

弹性限度 elasticity limit 59

弹性形变 elastic deformation 59

体积模量 bulk modulus 62

同相[位] in-phase 8

同相面 equi-phase surface 56

退行速度 retreating velocity 113

托马斯·杨 Thomas Young 163

W

位移共振 displacement resonance 25

稳定平衡位置 stable equilibrium
position 17

物光 object beam 202

无色散介质 nondispersive medium
99

无阻尼自由振动 undamped free
vibration 21

X

X 光导管 X-ray pipe 76

X 射线衍射 X-ray diffraction 190

线栅 wire fence 218

相[位] phase 7,54

相[位]差 phase difference 8

相干长度 coherent length 131

相干光 coherent light 125

相干间隔 coherent spacing 136

相干孔径 coherent aperture 137

相干时间 coherence time 133

相干条件 coherent condition 125

相量图 phasor diagram 7

相消干涉 destructive interference
122

相跃变 phase jump 80

相长干涉 constructive interference
121

谐频 harmonic frequency 35,82

谐振分析 harmonic vibration
analysis 33

行波 travelling wave 51

旋光现象 roto-optical phenomena
239

右旋 right-handed 240

左旋 left-handed 241

旋光率 specific rotation 239

旋转矢量 rotational vector 6

寻常光线 ordinary light 225

Y

雅敏干涉仪 Jamin interferometer
161

压缩系数 compressibility 62

衍射屏 diffraction screen 210

杨氏模量 Young modulus 59

液晶 liquid crystal 249

胆甾相 cholesteric phase 250

近晶相 smectic 249

向列相 hematic phase 250

音调 pitch 83

音色 musical quality 83

隐形飞机 hidden plane 155

应变 strain 59

应力 stress 59

应力双折射 piezobirefringence,
stress birefringence 237

圆孔衍射 circular hole diffraction
174

Z

增透膜 transmission enhanced film
150

折射定律 refraction law 75

折射率 refractive index 75

振荡电流 oscillating current 16

振动 vibration, oscillation 3

- 振动的强度 intensity of vibration
20
- 振幅 amplitude 4
- 振幅矢量 amplitude vector 7
- 振动量子数 vibrational quantum
number 20
- 震源 seismic origin 87
- 震中 epicenter 87
- 正晶体 positive crystal 227
- 周期 period 4
- 主极大 principal maximum
173, 179
- 主平面 principal plane 227
- 主折射率 principal refractive index
226
- 驻波 standing wave 78
- 准单色光 quasi-monochromatic
light 130
- 准弹性力 quasi-elastic force 15
- 自然光 natural light 215
- 纵波 longitudinal wave 52
- 阻尼系数 damping coefficient 21
- 阻尼振动 damped vibration 21
- 最小分辨角 angle of minimum
resolution 174