目录

CONTENTS

目录

CONTENTS

第1章

1.1 二次函数

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解二次函数的定义

(1)如果函数的表达式是自变量的________多项式,那么这样的函数称为二次函数.

(2)一个函数是二次函数必须同时满足三个条件:①函数表达式为________;②化简后自变量的最高次数是________;③二次项系数不为________.

2. 掌握二次函数一般形式中的有关概念

二次函数的一般形式是______________________,其中 x 是自变量,a,b,c 分别是函数表达式的________项系数、________项系数和________项.

课堂探究

探究一:二次函数的概念

【例1】若 $y=(m+1)x^{m^2-m}+3x$ 是关于 x 的二次函数,求 m 的值及函数关系式.

【思路导引】

1. 二次函数中,自变量的最高次数为______,即 $m^2-m=$______.

2. 二次函数中,最高次项系数__________,即 $m+1$__________.

易错提醒 判断函数是否是二次函数,整理函数关系式后要满足条件:

(1)关系式是整式.

(2)含有二次项.

(3)二次项系数是字母时注明不为 0.

变式训练 1-1:(2018 资中县一模)下列函数中,二次函数是(　　)

(A)$y=-4x+5$　　(B)$y=x(2x-3)$

(C)$y=(x+4)^2-x^2$　　(D)$y=\frac{1}{x^2}$

变式训练 1-2:二次函数 $y=2(x+2)^2-9$ 化成一般形式为______________,二次项系数是________,一次项系数是________,常数项是________.

探究二:列二次函数关系式

【例2】某商场销售一批名牌衬衫,平均每天可售出 20 件,每件赢利 40 元. 为了扩大销售,增加赢利,商场决定采取适当降价措施,经调查发现,如果每件衬衫每降价 1 元,商场平均每天可多售出 2 件. 若商场平均每天要赢利 y 元,每件衬衫降价 x 元,请你写出 y 与 x 之间的关系式,并判断这个函数的类型.

【思路导引】

1. 赢利=单件的利润×________.

2. 降价后,每件衬衫的利润为________元,每天的销售量为________件.

方法技巧 实际问题中建立二次函数解析式的步骤:

(1)理解题意,分清实际问题中的已知量(常量)和未知量(变量);

(2)找出题目中的等量关系;

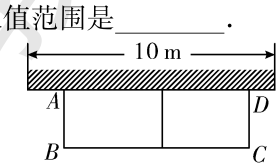
(3)根据等量关系写出用一个变量表示另一个变量的函数解析式.

变式训练 2-1:(2017 济宁期末)共享单车为市民出行带来了方便,某共享单车公司第 1 个月投放了 a 辆单车,计划第 3 个月投放 y 辆单车. 设该公司每个月投放单车数量的月平均增长率为 x,那么 y 与 x 的函数关系式是(　　)

(A)$y=a(1+x)^2$　　(B)$y=a(1-x)^2$

(C)$y=(1-x)^2+a$　　(D)$y=x^2+a$

变式训练 2-2:如图,有长为 24 m 的篱笆,一面利用墙(墙的最大可用长度为 10 m),围成中间隔有一道篱笆的矩形花圃. 设花圃的边 AB 为 x m,面积为 S m^2,则 S 与 x 的函数关系式是____________,自变量的取值范围是________.



课堂达标

1. (2018 普陀区一模)下列函数中，是 y 关于 x 的二次函数的是(　　)

(A) $y=ax^2+bx+c$　　(B) $y=x(x-1)$

(C) $y=\frac{1}{x^2}$　　(D) $y=(x-1)^2-x^2$

2. 已知 x 是实数，且满足 $(x-2)(x-3)\sqrt{1-x}=0$，则相应的函数 $y=x^2+x+1$ 的值为(　　)

(A)13 或 3　　(B)7 或 3

(C)3　　(D)13 或 7 或 3

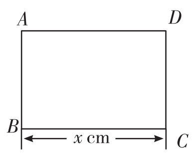
3. 喜迎圣诞，某商店销售一种进价为 50 元/件的商品，售价为 60 元/件，每星期可卖出 200 件，若每件商品的售价每上涨 1 元，则每星期就会少卖出 10 件. 设每件商品的售价上涨 x 元(x 为整数)，每星期销售该商品的利润为 y 元，则 y 关于 x 的函数表达式为____________.

4. (2018 嘉定区一模)如果函数 $y=(m-2)x^2+2x+3$(m 为常数)是二次函数，那么 m 的取值范围是__________.

5. 将一根长 20 cm 的铁丝折成一个矩形(如图所示)，设矩形一边长为 x cm，矩形的面积为 y cm^2.

(1)写出 y 与 x 之间的关系式，并指出它是一个什么函数.

(2)当 $x=1$ 或 2 时，矩形的面积分别是多少?



6. 某批发商以 40 元/kg 的价格购入了某种水果 500 kg. 据市场预测，该种水果的售价 y(元/kg)与保存时间 x(天)的函数关系为 $y=60+2x$，但保存这批水果平均每天将损耗 10 kg，且最多能保存 8 天. 另外，批发商保存该批水果每天还需付 40 元的费用.

(1)若批发商保存 1 天后将该批水果一次性卖出，则卖出时水果的售价为________元/kg，获得的总利润为________元；

(2)设批发商将这批水果保存 x 天后一次性卖出，试求批发商所获得的总利润 w(元)与保存时间 x(天)之间的函数表达式.

课后提升

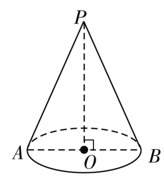
【基础达标】

1. (2018 长丰县一模)下列函数中，是 y 关于 x 的二次函数的是(　　)

(A) $y=x^3+2x^2+3$　　(B) $y=-\frac{1}{x^2}$

(C) $y=x^2+x$　　(D) $y=mx^2+x+1$

2. 如图为一圆锥，其高 $PO=4$ cm，底面半径为 r cm，体积为 V cm^3，则 V 关于 r 的函数关系式为(　　)



(A) $V=4\pi r^2$　　(B) $V=2\pi r^2$

(C) $V=\frac{4}{3}\pi r^2$　　(D) $V=\frac{2}{3}\pi r^2$

3. 等边三角形的边长为 x，则其面积 S 是 x 的(　　)

(A)一次函数　　(B)二次函数

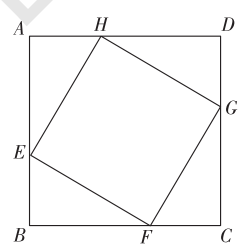
(C)正比例函数　　(D)反比例函数

4. 一个容器内盛满纯酒精 50 kg，第一次倒出若干千克纯酒精后加入同质量的水，第二次又倒出相同质量的酒精溶液，这时容器内酒精溶液含纯酒精 y kg，设每次倒出 x kg，则 y 与 x 之间的函数表达式为(　　)

(A) $y=50(50-x)$　　(B) $y=\frac{50-x}{50}$

(C) $y=(50-x)^2$　　(D) $y=50\left(1-\frac{x}{50}\right)^2$

5. (2017 常德)如图，正方形 $EFGH$ 的顶点在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 的边上. 若设 $AE=x$，正方形 $EFGH$ 的面积为 y，则 y 与 x 的函数关系式为____________.



6. 二次函数 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3$ 中，二次项系数为______，一次项系数为______，常数项为______.

7. (2018 南关区校级一模)若 $y=(m+2)x^{m^2-2}+3x-2$ 是二次函数,则 $m=$__________.

8. 顺达旅行社为吸引游客到黄山景区旅游,推出了如下的收费标准:

如果人数不超过 25,人均旅游费用为1 000 元.	如果人数超过 25,每超过 1 人,人均旅游费用降低 20 元.

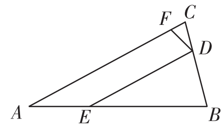
若某公司准备组织 $x(x>25)$ 名员工去黄山景区旅游,则公司需支付给顺达旅行社的旅游费用 y(元)与公司参与本次旅游的员工人数 x 之间的函数表达式是__________________.

9. 已知函数 $y=(m^2-m)x^2+mx+(m+1)m$.

(1)当 m 为何值时,此函数是以 x 为自变量的一次函数?

(2)当 m 为何值时,此函数是以 x 为自变量的二次函数?

10. 如图,在△ABC 中,$AB=AC$,点 D 在 BC 上,$DE/\!/AC$,交 AB 于点 E,点 F 在 AC 上,$DC=DF$,若 $BC=3$,$EB=4$,$CD=x$,$CF=y$,求 y 关于 x 的函数关系式,并写出自变量 x 的取值范围.



【能力提升】

11. 用长为 32 m 的篱笆围一个矩形养鸡场,设围成的矩形的一边长为 x m,面积为 y m^2.

(1)求 y 关于 x 的函数关系式.

(2)当 x 为何值时,围成的养鸡场的面积为 60 m^2?

(3)能否围成面积为 70 m^2 的养鸡场?如果能,请求出其边长;如果不能,请说明理由.

1.2 二次函数的图象与性质

第 1 课时　二次函数 $y=ax^2$ 的图象与性质

扫码观看 本节精彩微课

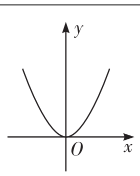
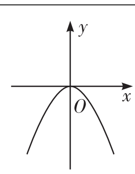
课前预习

1. 理解二次函数 $y=ax^2$ 的图象及有关概念

(1)二次函数 $y=ax^2$ 的图象是一条________,称为________.

(2)二次函数 $y=ax^2$ 的图象关于________对称,抛物线与它的对称轴的交点(0,0)叫作抛物线的________.

2. 掌握二次函数 $y=ax^2$ 的性质

$y=ax^2$	$a>0$	$a<0$
图象		
开口	向上	向下

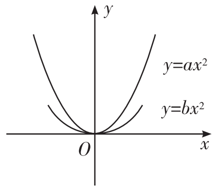
续表

$y=ax^2$	$a>0$	$a<0$
对称轴	y 轴	
顶点坐标	(0,0)	
增减性	图象在对称轴左边的部分,函数值随自变量的增大而________,简称为"左降";图象在对称轴右边的部分,函数值随自变量的增大而________,简称为"右升"	图象在对称轴左边的部分,函数值随自变量的增大而________,简称为"左升";图象在对称轴右边的部分,函数值随自变量的增大而________,简称为"右降"
最值	当 $x=0$ 时,y 有最____值	当 $x=0$ 时,y 有最____值

课堂探究

探究一：二次函数 $y=ax^2$ 的图象

【例1】二次函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 与 $y=bx^2(b\neq0)$ 的图象如图所示，则(　　)



(A) $a>b>0$　　(B) $b>a>0$

(C) $b<a<0$　　(D) $a<b<0$

【思路导引】

1. a ________ 0，b ________ 0.

2. a ________ b.

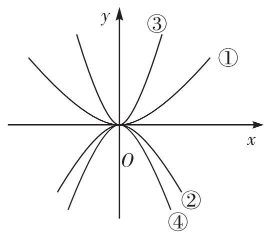
变式训练 1-1：把函数图象的序号填在对应的横线上.

(1) $y=3x^2$ 的图象是________.

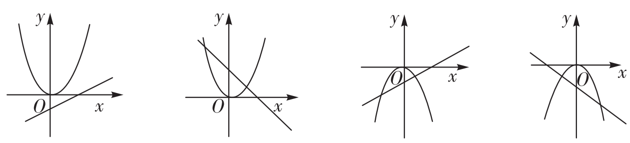
(2) $y=\frac{1}{3}x^2$ 的图象是________.

(3) $y=-x^2$ 的图象是________.

(4) $y=-\frac{3}{4}x^2$ 的图象是________.



变式训练 1-2：(2018 顺德区模拟)当 $ab>0$ 时，$y=ax^2$ 与 $y=ax+b$ 的图象大致是(　　)



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

探究二：二次函数 $y=ax^2$ 的性质

【例2】对于二次函数 $y=-2x^2$，下列说法正确的是________.

①图象开口向上；②顶点坐标为 $(0,0)$，对称轴是 y 轴；③x 的值增大，y 的值也随着增大；④x 取任何实数时，y 的值总是正的.

【思路导引】

1. 因为 $a=-2<0$，所以图象开口向________.

2. 在 $y=-2x^2$ 中，由 $-2<0$，$x^2\geq0$ 可得 y ____ 0.

方法技巧　比较 $y=ax^2$ 的函数值的方法：

(1)当两点位于函数图象对称轴的同侧时，根据函数的增减性判断；

(2)当两点位于函数图象对称轴的异侧时，根据开口方向和这两点距对称轴的距离的远近判断.

变式训练 2-1：(2017 连云港)已知抛物线 $y=ax^2(a>0)$ 过 $A(-2,y_1)$，$B(1,y_2)$ 两点，则下列关系式一定正确的是(　　)

(A) $y_1>0>y_2$　　(B) $y_2>0>y_1$

(C) $y_1>y_2>0$　　(D) $y_2>y_1>0$

变式训练 2-2：已知抛物线 $y=(m-1)x^{m^2-m}$ 开口向下.

(1)求 m 的值；

(2)若点 (x_1,y_1)，(x_2,y_2) 在抛物线上，且 $x_1<x_2<0$，试比较 y_1 与 y_2 的大小.

课堂达标

1. 下列函数图象中，与函数 $y=x$ 的图象有且只有两个交点的是(　　)

(A) $y=2x-1$　　(B) $y=x^2$

(C) $y=-\frac{1}{x}$　　(D) $y=-x-1$

2. (2018 南关区校级一模)对于函数 $y=5x^2$，下列结论正确的是(　　)

(A) y 随 x 的增大而增大

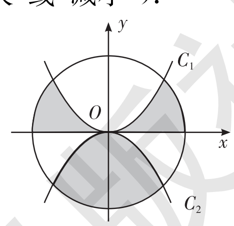
(B)图象开口向下

(C)图象关于 y 轴对称

(D)无论 x 取何值，y 的值总是正的

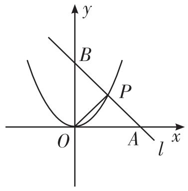
3. (2018 广州)已知二次函数 $y=x^2$，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而__________(填“增大”或“减小”).

4. 如图，⊙O 的半径为 2，C_1 是函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象，C_2 是函数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的图象，则图中阴影部分的面积为________.



5. 已知点 $P(1,m)$ 既在二次函数 $y=ax^2$ 的图象上，又在 $y=2x-1$ 的图象上，求 a，m 的值，并写出二次函数的表达式，指出 x 取何值时，y 随 x 的增大而增大.

6. 如图，直线 l 经过点 $A(4,0)$ 和点 $B(0,4)$ 两点，它与抛物线 $y=ax^2$ 在第一象限内相交于点 P，又知 $\triangle AOP$ 的面积为 4，求 a 的值.



课后提升

【基础达标】

1. (2018 湖州三模)若二次函数 $y=-ax^2$ 的图象经过点 $P(-\sqrt{3},2)$，则该图象必经过点(　　)

(A)$(-\sqrt{3},-2)$　　(B)$(2,\sqrt{3})$

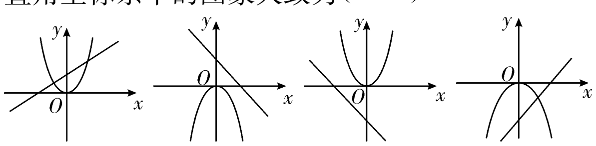
(C)$(2,-\sqrt{3})$　　(D)$(\sqrt{3},2)$

2. (2018 保定二模)下列所给函数中，y 随 x 的增大而减小的是(　　)

(A)$y=-x-1$　　(B)$y=2x^2(x\geqslant 0)$

(C)$y=-\dfrac{2}{x}$　　(D)$y=x+1$

3. 若 $ab<0$，则函数 $y=ax^2$ 和 $y=ax+b$ 在同一平面直角坐标系中的图象大致为(　　)



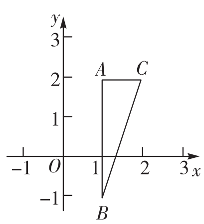
(A)　(B)　(C)　(D)

4. (2018 惠安县模拟)在平面直角坐标系中，点 A 是抛物线 $y=x^2$ 在第一象限上的一点，连接 OA，过点 O 作 $OB\perp OA$，交抛物线于点 B. 若四边形 $AOBC$ 为正方形，则点 C 的坐标为(　　)

(A)$(0,1)$　　(B)$(-1,1)$

(C)$(0,2)$　　(D)$(0,-2)$

5. (2018 思明区校级二模)如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(1,2)$，$B(1,-1)$，$C(2,2)$ 三点，抛物线 $y=ax^2(a\neq 0)$ 经过 $\triangle ABC$ 区域(包括边界)，则 a 的取值范围是(　　)



(A)$a\leqslant -1$ 或 $a\geqslant 2$

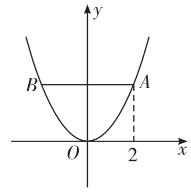
(B)$-1\leqslant a<0$ 或 $0<a\leqslant 2$

(C)$-1\leqslant a<0$ 或 $\dfrac{1}{2}<a\leqslant 1$

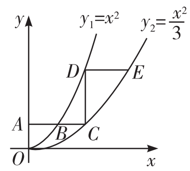
(D)$\dfrac{1}{2}\leqslant a\leqslant 2$

6. 若点 $A(2,m)$，$B(-3,9)$ 在抛物线 $y=ax^2$ 的图象上，则 m 的值为________，点 A 关于 y 轴对称的点的坐标是________.

7. 已知二次函数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ 的图象如图所示，线段 $AB/\!/x$ 轴，交抛物线于 A，B 两点，且点 A 的横坐标为 2，则 AB 的长度为________.



8. 如图，平行于 x 轴的直线 AC 分别交抛物线 $y_1=x^2(x\geqslant 0)$ 与 $y_2=\dfrac{x^2}{3}(x\geqslant 0)$ 于 B，C 两点，过点 C 作 y 轴的平行线交 y_1 于点 D，直线 $DE/\!/AC$，交 y_2 于点 E，则 $\dfrac{DE}{AB}=$________.



9. 已知函数 $y=(m+2)x^{m^2+m-4}$ 是关于 x 的二次函数.

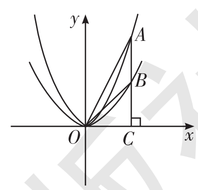
(1)求满足条件的 m 的值.

(2)m 为何值时，抛物线有最低点？求出这个最低点. 这时 x 为何值时，y 随 x 的增大而增大？

10. 如图所示，已知抛物线 $y=x^2$ 与抛物线 $y=ax^2$ 在同一坐标系中，$AB\perp x$ 轴，垂足为点 C，点 A 在 $y=x^2$ 的图象上，点 B 在 $y=ax^2$ 的图象上，且点 B 的坐标为 $(2,2)$.

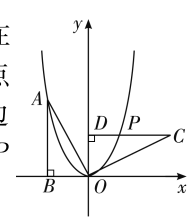
(1)求 a 的值；

(2)求 $S_{\triangle AOB}$.



【能力提升】

11. 如图，$Rt\triangle OAB$ 的顶点 $A(-2,4)$ 在抛物线 $y=ax^2$ 上，将 $Rt\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 $90°$ 得到 $Rt\triangle OCD$，边 CD 与该抛物线交于点 P，则点 P 的坐标为(　　)



(A)$(\sqrt{2},\sqrt{2})$　　(B)$(2,2)$

(C)$(\sqrt{2},2)$　　(D)$(2,\sqrt{2})$

12. 已知二次函数 $y=ax^2$ 的图象与直线 $y=2x+3$ 交于点$(3,b)$.

(1)试求 a,b 的值;

(2)写出二次函数的解析式,并说出此抛物线的对称轴、顶点坐标以及当 $x>0$ 时,y 的值随 x 值的增大而变化的情况;

(3)设直线 $y=2x+3$ 与抛物线 $y=ax^2$ 的交点分别为 A,B,连接 OA,OB,求出$\triangle AOB$的面积.

第 2 课时　二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与性质

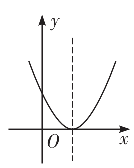
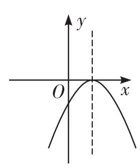
扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解二次函数 $y=a(x-h)^2$ 与 $y=ax^2$ 的关系

抛物线 $y=a(x-h)^2$ 是由抛物线 $y=ax^2$ ________平移得到的,因此抛物线的________和________不变,改变的只是抛物线的________和________.

2. 掌握二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与性质

$y=a(x-h)^2$	$a>0$	$a<0$
图象		
开口	向上	向下
对称轴	________	
顶点坐标	________	
增减性	当 $x>h$ 时,y 随 x 的增大而________;当 $x<h$ 时,y 随 x 的增大而______	当 $x>h$ 时,y 随 x 的增大而________;当 $x<h$ 时,y 随 x 的增大而______
最值	当 $x=$____时,y 有最____值,为______	当 $x=$____时,y 有最____值,为______

课堂探究

探究一:二次函数图象的左右平移规律

【例1】下列二次函数的图象是由二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象怎样平移得到的?

(1)$y=\frac{1}{2}(x-3)^2$;

(2)$y=\frac{1}{2}(x+1)^2$.

【思路导引】

根据平移规律"左加右减",抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 向右平移________个单位长度得到抛物线 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2$,向左平移________个单位长度得到抛物线 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2$.

规律总结　抛物线 $y=ax^2$ 左右平移的规律:向左平移 $h(h>0)$ 个单位长度,得抛物线 $y=a(x+h)^2$,向右平移 $h(h>0)$ 个单位长度,得抛物线 $y=a(x-h)^2$,简称为"左加右减".

变式训练 1-1:(2018 滨湖区模拟)将抛物线 $y=x^2$ 平移得到抛物线 $y=(x+3)^2$,则这个平移过程是(　　)

(A)向左平移 3 个单位长度

(B)向右平移 3 个单位长度

(C)向上平移 3 个单位长度

(D)向下平移 3 个单位长度

变式训练 1－2：把二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象向左平移 2 个单位长度后，得到 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$ 的图象，则 $a=$______，$h=$______.

探究二：二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与性质

【例2】 在同一直角坐标系中，作出函数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 与 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 的图象，并根据图象回答下列问题.

(1)抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 可以看成是将抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 怎样平移得到的？

(2)函数 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 的图象的对称轴是______；当 x ______时，曲线自左向右上升；除顶点外，抛物线上的点都在______________.

(3)对于函数 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$，当 x ______时，y 随 x 的增大而减小；当 x ______时，y 有最大值，最大值是______.

【思路导引】

用______法画出函数图象，再对照图象回答上面的问题.

易错提醒 抛物线 $y=a(x-h)^2$ 的顶点是 $(h,0)$，不是 $(-h,0)$；对称轴是直线 $x=h$，不是 $x=-h$.

变式训练 2－1：**(2017 玉林)** 对于函数 $y=-2(x-m)^2$ 的图象，下列说法不正确的是(　　)

(A)开口向下　　(B)对称轴是直线 $x=m$

(C)最大值为 0　　(D)与 y 轴不相交

变式训练 2－2：说出下列二次函数图象的开口方向、对称轴及顶点坐标.

(1)$y=2(x+3)^2$；

(2)$y=-2(x+5)^2$；

(3)$y=3(x-1)^2$；

(4)$y=-(x-4)^2$.

课堂达标

1. 抛物线 $y=3(x-5)^2$ 的顶点坐标是(　　)

(A)(0，－5)　　(B)(－5，0)

(C)(0，5)　　(D)(5，0)

2. **(2018 曲靖一模)** 抛物线 $y=2(x+3)^2$ 向右平移 2 个单位长度后，得到抛物线 $y=2(x-h)^2$，则 h 为(　　)

(A)－1　　(B)1　　(C)－5　　(D)5

3. 若二次函数 $y=2x^2$ 的图象向左平移 2 个单位长度后，得到函数 $y=2(x+h)^2$ 的图象，则 $h=$______.

4. **(2017 衡阳)** 已知函数 $y=-(x-1)^2$ 图象上的两点 $A(2,y_1)$，$B(a,y_2)$，其中 $a>2$，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 ______ y_2(填“>”“<”或“=”).

5. 已知抛物线 $y=-\frac{1}{4}(x+1)^2$.

(1)写出抛物线的顶点坐标和对称轴；

(2)画出抛物线的图象；

(3)若 y 随 x 的增大而增大，求出 x 的取值范围.

6. 已知抛物线 $y=a(x-3)^2$ 经过点(1，－2).

(1)求 a 的值；

(2)若点 $A(m,y_1)$，$B(n,y_2)$$(m<n<3)$都在该抛物线上，试比较 y_1 与 y_2 的大小.

课后提升

【基础达标】

1. **(2018 丰南区二模)** 顶点为$(-5,0)$，且开口方向、形状与函数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的图象相同的抛物线是(　　)

(A) $y=\frac{1}{3}(x-5)^2$　　(B) $y=-\frac{1}{3}x^2-5$

(C) $y=-\frac{1}{3}(x+5)^2$　　(D) $y=\frac{1}{3}(x+5)^2$

2. **(2018 连云港模拟)** 将抛物线 $y=3x^2$ 平移得到抛物线 $y=3(x+2)^2$，则这个平移过程正确的是(　　)

(A)向左平移 2 个单位长度

(B)向右平移 2 个单位长度

(C)向上平移 2 个单位长度

(D)向下平移 2 个单位长度

3. 若二次函数 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 的图象上有三个点，分别为 $A(-1,y_1)$，$B\left(\frac{1}{2},y_2\right)$，$C(2,y_3)$，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系为(　　)

(A) $y_1>y_2>y_3$　　(B) $y_2>y_3>y_1$

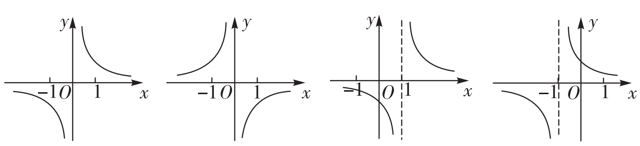
(C) $y_1>y_3>y_2$　　(D) $y_3>y_1>y_2$

4. **(2018 潍坊)** 已知二次函数 $y=-(x-h)^2$ (h 为常数)，当自变量 x 的值满足 $2\leqslant x\leqslant 5$ 时，与其对应的函数值 y 的最大值为-1，则 h 的值为(　　)

(A) 3 或 6　　(B) 1 或 6

(C) 1 或 3　　(D) 4 或 6

5. **(2018 河南二模)** 一般地，在平面直角坐标系 xOy 中，若将一个函数的自变量 x 替换为 $x-h$，就得到一个新函数，当 $h>0(h<0)$ 时，只要将原来函数的图象向右(左)平移 $|h|$ 个单位长度，即得到新函数的图象. 例如，将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 2 个单位长度，即得到抛物线 $y=(x-2)^2$. 根据这个规律，函数 $y=\frac{1}{x+1}$ 的大致图象是(　　)



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

6. **(2018 松江区二模)** 把抛物线 $y=-2x^2$ 向左平移 1 个单位长度，则平移后抛物线的表达式为________.

7. 将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 向左平移 $t(t>0)$ 个单位长度，使它过点$(2,8)$，则 t 的值为________.

8. 抛物线 $y=m(x+n)^2$ 向左平移 2 个单位长度后，得到抛物线 $y=-4(x-4)^2$，则 $m=$______，$n=$______.

9. 已知一个二次函数的顶点是$(-1,0)$，且过点$(2,8)$，求此二次函数的解析式.

10. 已知一条抛物线的开口方向和大小与抛物线 $y=3x^2$ 都相同，顶点与抛物线 $y=(x+2)^2$ 的顶点相同.

(1)求这条抛物线的解析式.

(2)将(1)中求得的抛物线向右平移 4 个单位长度会得到怎样的抛物线?

(3)若(2)中所求抛物线的顶点不动，将抛物线的开口反向，求符合此条件的抛物线解析式.

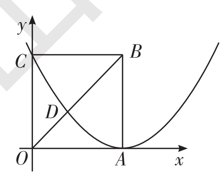
【能力提升】

11. 一条抛物线和 $y=3x^2$ 的形状相同，对称轴平行于 y 轴，并且顶点坐标是$(-1,0)$，则此抛物线的函数关系式为____________.

12. 如图，以边长为 1 的正方形 $ABCO$ 的两边 OA，OC 所在直线为轴建立平面直角坐标系，点 O 为原点.

(1)求以 A 为顶点，且经过点 C 的抛物线的解析式；

(2)设(1)中的抛物线与对角线 OB 交于点 D，求 D 的坐标.

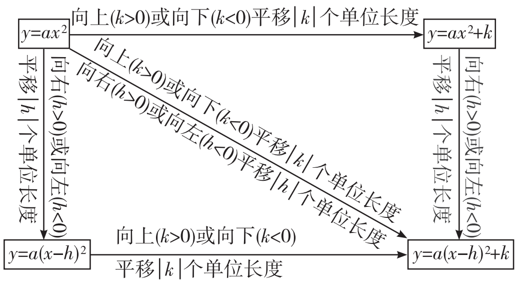


第 3 课时　二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 与 $y=ax^2$ 的关系



2. 掌握二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质

(1)顶点坐标:________.

(2)对称轴:________.

(3)增减性:当 $a>0$ 时,在对称轴的左边,y 随 x 的增大而________,在对称轴的右边,y 随 x 的增大而________;当 $a<0$ 时,在对称轴的左边,y 随 x 的增大而________,在对称轴的右边,y 随 x 的增大而________.

(4)最值:当 $a>0$ 时,当 $x=$________时,y 有最________值,为________;当 $a<0$ 时,当 $x=$________时,y 有最________值,为________.

课堂探究

探究一:二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象平移规律

【例1】 将抛物线 $y=3x^2$ 向上平移 3 个单位长度,再向左平移 2 个单位长度,那么得到的抛物线的解析式为(　　)

(A)$y=3(x+2)^2+3$　　(B)$y=3(x-2)^2+3$

(C)$y=3(x+2)^2-3$　　(D)$y=3(x-2)^2-3$

【思路导引】

1. 向左平移 2 个单位长度就是 x________2.
2. 向上平移 3 个单位长度就是 y________3.

方法技巧 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象平移规律可总结为“上加下减”和“左加右减”,即向上平移时 y 加上一个正数,向下平移时 y 减去一个正数,向左平移时,x 加上一个正数,向右平移时,x 减去一个正数.

变式训练 1-1:(2018 哈尔滨) 将抛物线 $y=-5x^2+1$ 向左平移 1 个单位长度,再向下平移 2 个单位长度,所得到的抛物线为(　　)

(A)$y=-5(x+1)^2-1$　　(B)$y=-5(x-1)^2-1$

(C)$y=-5(x+1)^2+3$　　(D)$y=-5(x-1)^2+3$

变式训练 1-2: 把二次函数 $y=2x^2$ 的图象向左平移 1 个单位长度,再向下平移 2 个单位长度,平移后抛物线的解析式为________________.

探究二:二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质

【例2】 已知二次函数 $y=-(x-1)^2+4$.

(1)求抛物线的对称轴和顶点坐标;

(2)画出函数图象;

(3)求出抛物线与 x 轴的交点坐标;

(4)若 y 随 x 的增大而减小,求出 x 的取值范围.

【思路导引】

1. 把 $y=$________代入解析式,即可求出抛物线与 x 轴的交点坐标.
2. 在对称轴的________侧,y 随 x 的增大而减小.

规律总结 (1)在二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 中,a 决定抛物线的开口方向和开口大小,h,k 决定抛物线的位置.

(2)由于从 $y=a(x-h)^2+k$ 中可以直接看出抛物线的顶点坐标(h,k),所以通常把解析式 $y=a(x-h)^2+k$ 叫作二次函数的顶点式.

变式训练 2-1:(2018 临安区) 抛物线 $y=3(x-1)^2+1$ 的顶点坐标是(　　)

(A)$(1,1)$　　(B)$(-1,1)$

(C)$(-1,-1)$　　(D)$(1,-1)$

变式训练 2-2: 已知二次函数 $y=(x-h)^2+1$(h 为常数),在自变量 x 的值满足 $1\leqslant x\leqslant 3$ 的情况下,与其对应的函数值 y 的最小值为 5,则 h 的值为(　　)

(A)1 或 -5　　(B)-1 或 5

(C)1 或 -3　　(D)1 或 3

课堂达标

1. **(2018 岳阳)** 抛物线 $y=3(x-2)^2+5$ 的顶点坐标是(　　)

(A)$(-2,5)$　　(B)$(-2,-5)$

(C)$(2,5)$　　(D)$(2,-5)$

2. **(2018 广安)** 抛物线 $y=(x-2)^2-1$ 可以由抛物线 $y=x^2$ 平移得到，下列平移正确的是(　　)

(A)先向左平移 2 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度

(B)先向左平移 2 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度

(C)先向右平移 2 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度

(D)先向右平移 2 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度

3. 二次函数 $y=2x^2-3$ 的图象是一条抛物线，下列关于该抛物线的说法，正确的是(　　)

(A)抛物线开口向下

(B)抛物线经过点(2,3)

(C)抛物线的对称轴是直线 $x=1$

(D)抛物线与 x 轴有两个交点

4. 在平面直角坐标系中，将抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 向下平移 1 个单位长度，再向左平移 1 个单位长度，得到的抛物线的解析式是(　　)

(A) $y=-\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$　　(B) $y=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{2}$

(C) $y=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$　　(D) $y=-\frac{1}{2}x^2-x-\frac{1}{2}$

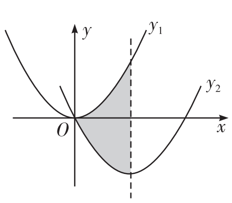
5. 已知抛物线 $y=\frac{3}{4}(x-1)^2-3$.

(1)写出该抛物线的开口方向、对称轴.

(2)函数 y 有最大值还是最小值？并求出这个最大(小)值.

(3)设抛物线与 y 轴的交点为 P，与 x 轴的交点为 Q，求直线 PQ 的函数解析式.

6. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y_1=\frac{1}{2}x^2$ 先向右平移 2 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，得到抛物线 y_2.



(1)求抛物线 y_2 的解析式；

(2)直接写出抛物线 y_2 的对称轴与两段抛物线围成的阴影部分的面积.

课后提升

【基础达标】

1. 下列二次函数中，图象以直线 $x=2$ 为对称轴，且经过点(0,1)的是(　　)

(A) $y=(x-2)^2+1$　　(B) $y=(x+2)^2+1$

(C) $y=(x-2)^2-3$　　(D) $y=(x+2)^2-3$

2. **(2017 金华)** 对于二次函数 $y=-(x-1)^2+2$，下列说法正确的是(　　)

(A)对称轴是直线 $x=1$，最小值是 2

(B)对称轴是直线 $x=1$，最大值是 2

(C)对称轴是直线 $x=-1$，最小值是 2

(D)对称轴是直线 $x=-1$，最大值是 2

3. **(2018 毕节)** 将抛物线 $y=x^2$ 向左平移 2 个单位长度，再向下平移 5 个单位长度，平移后所得新抛物线的表达式为(　　)

(A) $y=(x+2)^2-5$　　(B) $y=(x+2)^2+5$

(C) $y=(x-2)^2-5$　　(D) $y=(x-2)^2+5$

4. 已知二次函数 $y=a(x-2)^2+c$，当 $x=x_1$ 时，函数值为 y_1，当 $x=x_2$ 时，函数值为 y_2，若 $|x_1-2|>|x_2-2|$，则下列表达式一定正确的是(　　)

(A) $y_1+y_2>0$　　(B) $y_1-y_2>0$

(C) $a(y_1-y_2)>0$　　(D) $a(y_1+y_2)>0$

5. 烟花厂为国庆观礼特别设计制作了一种新型礼炮，这种礼炮的升空高度 h(m)与飞行时间 t(s)的关系式是 $h=-\frac{5}{2}(t-4)^2+40$，礼炮点火升空后会在最高点处引爆，则从点火升空到引爆需要的时间为(　　)

(A)2 s　　(B)4 s　　(C)6 s　　(D)8 s

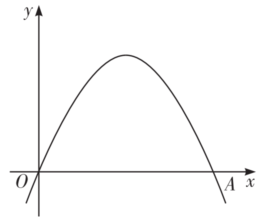
6. 把抛物线 $y=x^2$ 先向右平移 2 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度，平移后抛物线的表达式是________________.

7. 已知二次函数 $y=a(x+1)^2-b(a\neq0)$有最小值 1，则 a ________ b(填“>”或“<”).

8. (2018 德阳)已知函数 $y=\begin{cases}(x-2)^2-2(x\leqslant 4),\\(x-6)^2-2(x>4).\end{cases}$ 若使 $y=a$ 成立的 x 的值恰好只有 3 个，则 $a=$__________.

9. 已知二次函数 $y=-(x+2)^2-1$.
(1)指出这个二次函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标；
(2)把这个二次函数的图象上下平移，使其顶点恰好落在正比例函数 $y=-x$ 的图象上，求此时二次函数的解析式.

11. 如图，已知二次函数 $y=a(x-h)^2+\sqrt{3}$ 的图象经过原点 $O(0,0)$ 和 $A(2,0)$.
(1)写出该函数图象的对称轴.
(2)若将线段 OA 绕点 O 逆时针旋转 60°到 OA'，试判断点 A' 是否为该函数图象的顶点.



【能力提升】

10. 已知二次函数 $y=-(x-1)^2+5$，当 $m\leqslant x\leqslant n$ 且 $mn<0$ 时，y 的最小值为 $2m$，最大值为 $2n$，则 $m+n$ 的值为(　　)

(A)$\frac{5}{2}$　　(B)2　　(C)$\frac{3}{2}$　　(D)$\frac{1}{2}$

第 4 课时　二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质

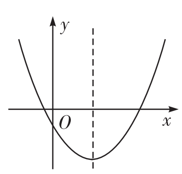
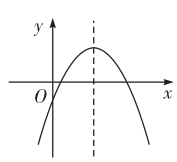
扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=a(x-h)^2+k$ 的关系

二次函数的一般式 $y=ax^2+bx+c$ 可以用配方法化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，为 $y=$__________.

2. 掌握二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质

	$a>0$	$a<0$
图象		
开口	向上	向下
顶点坐标	$\left(-\frac{b}{2a},\_\_\_\right)$	$\left(\_\_\_,\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

续表

	$a>0$	$a<0$
对称轴	直线______	直线______
增减性	当 $x<-\frac{b}{2a}$ 时，即在对称轴左侧，y 随 x 的增大而______；当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，即在对称轴右侧，y 随 x 的增大而______	当 $x<-\frac{b}{2a}$ 时，即在对称轴左侧，y 随 x 的增大而______；当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，即在对称轴右侧，y 随 x 的增大而______
最值	当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，y 有最______值，等于______	当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，y 有最______值，等于______

3. 掌握二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 a,b,c 的关系

	字母的符号	图象的特征
a	$a>0$	开口向上
	$a<0$	开口向下
b	$b=0$	对称轴为 y 轴
	$ab>0$(a 与 b 同号)	对称轴在 y 轴左侧
	$ab<0$(a 与 b 异号)	对称轴在 y 轴右侧
c	$c=0$	经过原点
	$c>0$	与 y 轴正半轴相交
	$c<0$	与 y 轴负半轴相交

课堂探究

探究一:二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的对称轴与顶点坐标

【例1】已知二次函数 $y=2x^2-12x+19$,有下列说法:

①其图象的开口向下;

②其图象的对称轴为直线 $x=-3$;

③其图象的顶点坐标为(3,-1);

④当 $x<3$ 时,y 随 x 的增大而减小.

其中说法正确的有( )

(A)1 个 (B)2 个

(C)3 个 (D)4 个

【思路导引】

用配方法把 $y=2x^2-12x+19$ 化为顶点式为________,根据函数的性质对各说法分析判断.

方法技巧 用配方法把一般式化为顶点式的步骤:

(1)提取二次项系数,将括号内的二次项系数化为 1;

(2)将提取后括号内的式子配方;

(3)利用分配律将上式化为顶点式.

变式训练 1-1:(2018 攀枝花)抛物线 $y=x^2-2x+2$ 的顶点坐标为( )

(A)(1,1) (B)(-1,1)

(C)(1,3) (D)(-1,3)

变式训练 1-2:已知函数 $y=-x^2-2x$,当________时,函数值 y 随着 x 的增大而增大.

探究二:求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最大(小)值

【例2】求下列函数的最大值或最小值:

(1)$y=2x^2-3x-5$;

(2)$y=-x^2-3x+4$.

【思路导引】

1. 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$,当 a________0 时,函数有最小值,$y_{最小值}=$________.

2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$,当 a________0 时,函数有最________值,$y_{最大值}=$________.

变式训练 2-1:(2018 黄冈)当 $a\leqslant x\leqslant a+1$ 时,函数 $y=x^2-2x+1$ 的最小值为 1,则 a 的值为( )

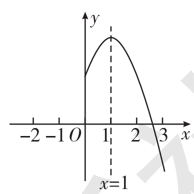
(A)-1 (B)2

(C)0 或 2 (D)-1 或 2

变式训练 2-2:二次函数 $y=x^2+4x-3$ 的最小值是________.

探究三:二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 a,b,c 的关系

【例3】二次函数 $y=ax^2+bx+c$(a,b,c 是常数,$a\neq0$)的图象的对称轴是直线 $x=1$,其图象的一部分如图所示,有下列说法:



①$abc<0$;②$a-b+c<0$;

③$3a+c<0$;④当 $-1<x<3$ 时,$y>0$.

其中正确的是________(把正确说法的序号都填上).

【思路导引】

1. c________0.

2. 当 $x=-1$ 时,y________0.

方法技巧 解决二次函数的图象与系数关系的问题的几点注意:

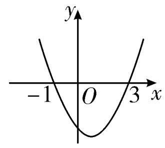
(1)由开口方向确定 a 的符号;

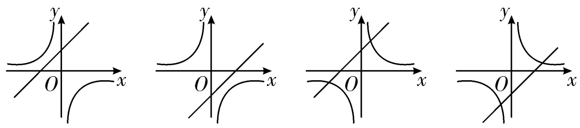
(2)由对称轴和 a 的符号确定 b 的符号;

(3)由抛物线与 y 轴交点的位置确定 c 的符号;

(4)另外还要注意 $x=1,x=-1$ 等特殊值时所对应的二次函数值 $a+b+c,a-b+c$ 的大小.

变式训练 3－1:抛物线$y=ax^2+bx+c$的图象如图所示,则一次函数 $y=ax+b$ 与反比例函数 $y=\frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的图象大致为(　　)





(A)　(B)　(C)　(D)

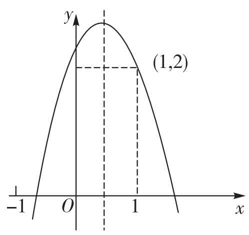
变式训练 3－2:**(2018 威海)**抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示,则下列结论错误的是(　　)

(A)$abc<0$

(B)$a+c<b$

(C)$b^2+8a>4ac$

(D)$2a+b>0$

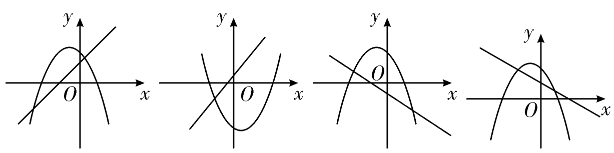


课堂达标

1. **(2017 牡丹江)**若抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点$(-2,3)$,则 $2c-4b-9$ 的值是(　　)

(A)5　　(B)-1　　(C)4　　(D)18

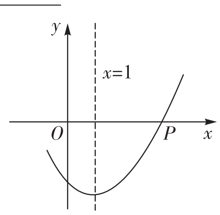
2. 一次函数 $y=ax+b$ 与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是(　　)



(A)　(B)　(C)　(D)

3. 已知 $A(0,3)$,$B(2,3)$是抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 上的两点,该抛物线的顶点坐标是________.

4. **(2017 兰州)**如图,若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上的 $P(4,0)$,Q 两点关于对称轴直线 $x=1$ 对称,则点 Q 的坐标为__________.



5. 已知二次函数 $y=x^2-(m-1)x+(m+1)$的图象经过点$(2,0)$.

(1)求 m 的值;

(2)求此二次函数的顶点坐标;

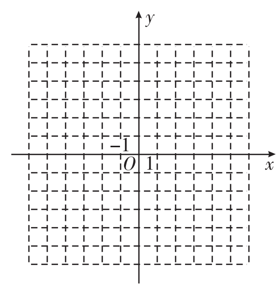
(3)设此二次函数的图象与 x 轴的交点为 A,B(A 在 B 的左侧),求出点 A,B 的坐标.

6. 已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$.

(1)在给定的直角坐标系中,画出这个函数的图象;

(2)根据图象,写出当 $y<0$ 时 x 的取值范围;

(3)若将此图象沿 x 轴向右平移 3 个单位长度,请写出平移后图象所对应的函数关系式.



课后提升

【基础达标】

1. **(2018 上海)**下列对二次函数 $y=x^2-x$ 的图象的描述,正确的是(　　)

(A)开口向下

(B)对称轴是 y 轴

(C)经过原点

(D)在对称轴右侧的部分是下降的

2. 抛物线 $y=\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$的对称轴是直线(　　)

(A)$x=-2$　　(B)$x=6$

(C)$x=2$　　(D)$x=4$

3. (2018 成都)关于二次函数 $y=2x^2+4x-1$，下列说法正确的是(　　)

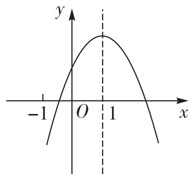
(A)图象与 y 轴的交点坐标为(0,1)

(B)图象的对称轴在 y 轴的右侧

(C)当 $x<0$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小

(D)y 的最小值为 -3

4. (2018 兰州)如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，有下列 5 个结论：①$abc>0$；②$b-a>c$；③$4a+2b+c>0$；④$3a>-c$；⑤$a+b>m(am+b)$ $(m\neq1)$. 其中结论正确的有(　　)



(A)①②③　　(B)②③⑤

(C)②③④　　(D)③④⑤

5. (2018 泸州)已知二次函数 $y=ax^2+2ax+3a^2+3$ (其中 x 是自变量)，当 $x\geqslant2$ 时，y 随 x 的增大而增大，且当 $-2\leqslant x\leqslant1$ 时，y 的最大值为 9，则 a 的值为(　　)

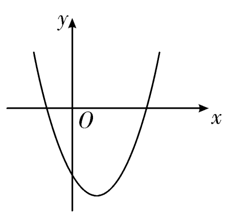
(A)1 或 -2　　(B)$-\sqrt{2}$或$\sqrt{2}$

(C)$\sqrt{2}$　　(D)1

6. 对于函数 $y=x^2+2x+1$，当 $y=0$ 时，$x=$________；当 $1<x<2$ 时，y 随 x 的增大而________.

7. 已知点 $P(m,n)$ 在抛物线 $y=ax^2-x-a$ 上，当 $m\geqslant-1$ 时，总有 $n\leqslant1$ 成立，则 a 的取值范围是____________.

8. 二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象如图所示，若线段 AB 在 x 轴上，且 $AB=2\sqrt{3}$，以 AB 为边作等边△ABC，使点 C 落在该函数 y 轴右侧的图象上，则点 C 的坐标为________________.



9. 已知二次函数 $y=2x^2-4x-6$.

(1)求图象的开口方向、对称轴、顶点坐标.

(2)当 x 为何值时，y 随 x 的增大而增大?

(3)求出抛物线与 x 轴、y 轴的交点坐标.

10. 抛物线 $y=-x^2+(m-1)x+m$ 与 y 轴交于点(0,3).

(1)求出 m 的值并画出这条抛物线.

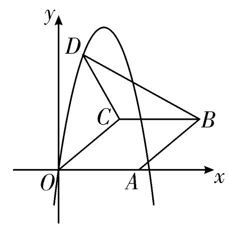
(2)求抛物线与 x 轴的交点和抛物线的顶点坐标.

(3)当 x 取什么值时，抛物线在 x 轴上方?

(4)当 x 取什么值时，y 的值随 x 的增大而减小?

【能力提升】

11. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴正半轴上，顶点 C 的坐标为(4,3)，D 是抛物线 $y=-x^2+6x$ 上的一点，且在 x 轴上方，则△BCD 的面积的最大值为________.



12. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$(b，c 为常数).

(1)当 $b=2$，$c=-3$ 时，求二次函数的最小值；

(2)当 $c=5$ 时，若在函数值 $y=1$ 的情况下，只有一个自变量 x 的值与其对应，求此时二次函数的解析式；

(3)当 $c=b^2$ 时，若在自变量 x 满足 $b\leqslant x\leqslant b+3$ 的情况下，与其对应的函数值 y 的最小值为 21，求此时二次函数的解析式.

*1.3 不共线三点确定二次函数的表达式

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 掌握用待定系数法求二次函数表达式的步骤

(1)设出合适的函数表达式,其中含有待定系数;

(2)把已知条件代入函数表达式,求出待定系数的值;

(3)将求得的待定系数的值,代入设定的表达式,便得所求的函数表达式.

2. 掌握求二次函数表达式时常用的两种函数形式

(1)一般式:________________;

(2)顶点式:________________.

课堂探究

探究一:用一般式确定二次函数表达式

【例1】已知二次函数的图象经过 $A(1,3)$,$B(-4,-12)$,$C(3,-5)$三点.

(1)求此抛物线的解析式;

(2)求出这条抛物线与 x 轴、y 轴的交点的坐标.

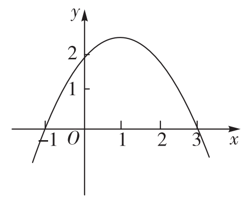
【思路导引】

1. 设二次函数的解析式为 $y=$________.

2. 把 $y=$____代入解析式,即可求其与 x 轴的交点坐标,把 $x=$____代入解析式,即可求其与 y 轴的交点坐标.

方法技巧　利用一般式确定二次函数表达式,当需要确定一个系数时,只需要根据条件列一元一次方程求解;当需要确定两个系数时,需要列二元一次方程组求解;当需要确定三个系数时,需要列三元一次方程组求解.

变式训练 1-1:(2018 广陵区二模)如图,二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点$(-1,0)$,$(3,0)$和$(0,2)$,当 $x=2$ 时,y 的值为________.



变式训练 1-2:已知一个二次函数的图象经过点$(0,0)$,$(1,-3)$,$(2,-8)$.

(1)求这个二次函数的表达式;

(2)写出它的对称轴和顶点坐标.

探究二:用顶点式确定二次函数表达式

【例2】对称轴平行于 y 轴的抛物线的顶点为$(2,3)$且抛物线经过点$(3,1)$,求该抛物线的函数解析式.

【思路导引】

顶点为$(2,3)$的抛物线的解析式用顶点式可设为________.

方法技巧　确定二次函数表达式时,当已知条件中有顶点坐标或对称轴、最大(小)值时常设出顶点式求解.

变式训练 2－1：**(2018 山西)**用配方法将二次函数 $y=x^2-8x-9$ 化为顶点式是(　　)

(A)$y=(x-4)^2+7$　　(B)$y=(x-4)^2-25$

(C)$y=(x+4)^2+7$　　(D)$y=(x+4)^2-25$

变式训练 2－2：已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $(-2,3)$，且过点 $(-1,5)$，求抛物线的解析式.

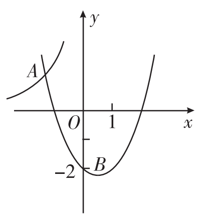
课堂达标

1. **(2018 北碚区模拟)**抛物线的形状、开口方向与抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+3$ 相同，顶点在 $(-2,1)$，则其关系式为(　　)

(A)$y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$　　(B)$y=\frac{1}{2}(x+2)^2-1$

(C)$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+1$　　(D)$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$

2. 如图，二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象过点 $B(0,-2)$，它与反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ 的图象交于点 $A(m,4)$，则这个二次函数的解析式为(　　)

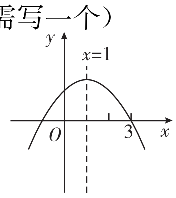


(A)$y=x^2-x-2$　　(B)$y=x^2-x+2$

(C)$y=x^2+x-2$　　(D)$y=x^2+x+2$

3. **(2017 上海)**已知一个二次函数的图象开口向上，顶点坐标为 $(0,-1)$，那么这个二次函数的解析式可以是____________.(只需写一个)

4. 如图，已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=1$，且与 x 轴的一个交点为 $(3,0)$，那么它对应的函数解析式是____________.



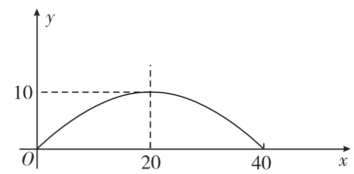
5. 根据下列条件，求出对应的二次函数解析式.

(1)已知抛物线的顶点坐标是 $(1,2)$，且过点 $(2,3)$；

(2)已知二次函数的图象经过 $(1,-1)$，$(0,1)$，$(-1,13)$ 三点；

(3)已知抛物线与 x 轴交于点 $(1,0)$，$(3,0)$，且图象过点 $(0,-3)$.

6. 一个足球从地面抛出的运动路线呈抛物线状，如图，当球离抛出地的水平距离为 20 m 时，达到最大高度为 10 m，若设球离抛出地的水平距离为 x m，对应高度为 y m，求出 y 关于 x 的函数关系式.



课后提升

【基础达标】

1. 已知 y 是 x 的二次函数，y 与 x 的部分对应值如下表：

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	10	5	2	1	2	5	10

其解析式为(　　)

(A)$y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$　　(B)$y=(x-2)^2+1$

(C)$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$　　(D)$y=-(x-2)^2+1$

2. **(2017 古冶区期中)**已知抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过点 $A(-3,-3)$，且该抛物线的对称轴经过点 A，则该抛物线的解析式为(　　)

(A)$y=\frac{1}{3}x^2+2x$　　(B)$y=-\frac{1}{3}x^2+2x$

(C)$y=\frac{1}{3}x^2-2x$　　(D)$y=-\frac{1}{3}x^2-2x$

3. 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$，自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表：

x	…	-5	-4	-3	-2	-1	0	…
y	…	4	0	-2	-2	0	4	…

下列说法正确的是(　　)

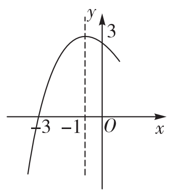
(A)抛物线的开口向下

(B)当 $x>-3$ 时，y 随 x 的增大而增大

(C)二次函数的最小值是 -2

(D)抛物线的对称轴是 $x=-\frac{5}{2}$

4. **(2017 顺义区期末)**二次函数的部分图象如图所示，对称轴是直线 $x=-1$，则这个二次函数的表达式为(　　)



(A)$y=-x^2+2x+3$

(B)$y=x^2+2x+3$

(C)$y=-x^2+2x-3$

(D)$y=-x^2-2x+3$

5. 如果抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过 $A(0,-2)$，$B(-1,1)$两点，那么此抛物线经过(　　)

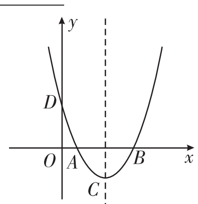
(A)第一、二、三、四象限　(B)第一、二、三象限

(C)第一、二、四象限　　(D)第二、三、四象限

6. **(2017 百色)**经过 $A(4,0)$，$B(-2,0)$，$C(0,3)$三点的抛物线的解析式是____________.

7. **(2018 洛宁县三模)**抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 $A(-2,4)$，$B(6,4)$两点，且顶点在 x 轴上，则该抛物线的解析式为____________.

8. 如图，在直角坐标系中，二次函数图象的顶点为 $C(4,-3)$，且在 x 轴上截得的线段 $AB=6$，则二次函数的表达式为____________；若抛物线与 y 轴交于点 D，则四边形 $DACB$ 的面积是________.



9. 已知三个点的坐标，是否有一个二次函数，使它的图象经过这三个点？若有，请求出其解析式；若没有，请说明理由.

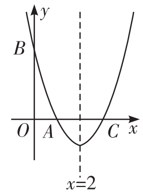
(1)$P(1,6)$，$Q(2,11)$，$R(-1,14)$；

(2)$P(1,6)$，$Q(2,11)$，$R(-1,-4)$.

10. 如图，抛物线 $y=x^2-bx+c$ 交 x 轴于点 $A(1,0)$和点 C，交 y 轴于点 B，对称轴是直线 $x=2$.

(1)求抛物线的解析式.

(2)点 P 是抛物线对称轴上的一个动点，是否存在点 P 使△PAB 的周长最小？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



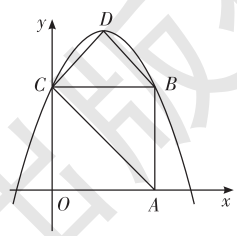
【能力提升】

11. 设抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过$A(0,2)$，$B(4,3)$，C三点，其中点 C 在直线 $x=2$ 上，且点 C 到抛物线的对称轴的距离等于 1，则抛物线的函数解析式为____________.

12. 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $OABC$ 的边长为 4，顶点 A，C 分别在 x 轴、y 轴的正半轴上，抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过 B，C 两点，点 D 为抛物线的顶点，连接 AC，BD，CD.

(1)求此抛物线的解析式；

(2)求此抛物线顶点 D 的坐标和四边形 $ABDC$ 的面积.



1.4 二次函数与一元二次方程的联系

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解二次函数与一元二次方程的关系

如果抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有交点，交点的横坐标是 x_0，那么当 $x=x_0$ 时，函数值是________，即 $x=$______是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根.

2. 掌握判断抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴的交点的个数的方法

(1)抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有两个交点⇔b^2-4ac______0.

(2)抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴只有一个交点⇔b^2-4ac______0.

(3)抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴没有交点⇔b^2-4ac______0.

课堂探究

探究一：二次函数与一元二次方程的联系

【例1】已知二次函数 $y=x^2-mx-4$.

(1)求证：该函数的图象一定与 x 轴有两个不同的交点；

(2)设该函数的图象与 x 轴的交点坐标为$(x_1,0)$，$(x_2,0)$，且$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$，求 m 的值，并求出该函数图象的顶点坐标.

【思路导引】

1. 证明方程 $x^2-mx-4=0$ 的判别式 b^2-4ac______即可.

2. 运用根与______的关系代入求解.

方法技巧 二次函数的图象与 x 轴的交点个数：

(1)当 $b^2-4ac>0$ 时，有两个交点.

(2)当 $b^2-4ac=0$ 时，有一个交点.

(3)当 $b^2-4ac<0$ 时，无交点.

变式训练 1－1：若二次函数 $y=ax^2-2ax+c$ 的图象经过点$(-1,0)$，则方程 $ax^2-2ax+c=0$ 的解为(　　)

(A)$x_1=-3,x_2=-1$　　(B)$x_1=1,x_2=3$

(C)$x_1=-1,x_2=3$　　(D)$x_1=-3,x_2=1$

变式训练 1－2：(**2018 自贡**)若函数 $y=x^2+2x-m$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点，则 m 的值为______.

探究二：利用二次函数的图象求一元二次方程的近似根

【例2】利用二次函数的图象求一元二次方程 $x^2+2x-2=0$ 的近似根.

【思路导引】

1. 用描点法画出二次函数 $y=$________的图象.

2. 图象与 x 轴左交点的横坐标在______和______之间，图象与 x 轴右交点的横坐标在______和______之间.

方法技巧 利用二次函数的图象求一元二次方程的解的近似值的一般步骤：

第一步，通过列表、描点、连线，画出抛物线；

第二步，从图象中求出抛物线与 x 轴交点的横坐标(即一元二次方程的解的近似值).

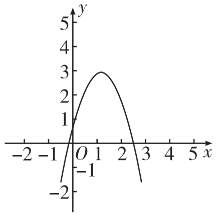
变式训练 2－1：(**2017 兰州**)下表是一组二次函数 $y=x^2+3x-5$ 的自变量 x 与函数值 y 的对应值：

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4
y	-1	-0.49	0.04	0.59	1.16

那么方程 $x^2+3x-5=0$ 的一个近似根是(　　)

(A)1　　(B)1.1　　(C)1.2　　(D)1.3

变式训练 2－2：如图为二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，根据图象可以得到方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根在________与________之间，另一个根在________与________之间.



课堂达标

1. **(2017 苏州)**若二次函数 $y=ax^2+1$ 的图象经过点 $(-2,0)$，则关于 x 的方程 $a(x-2)^2+1=0$ 的实数根为(　　)

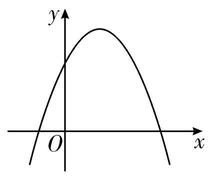
(A)$x_1=0,x_2=4$

(B)$x_1=-2,x_2=6$

(C)$x_1=\frac{3}{2},x_2=\frac{5}{2}$

(D)$x_1=-4,x_2=0$

2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，下列选项中正确的是(　　)



(A)$a>0$

(B)$b>0$

(C)$c<0$

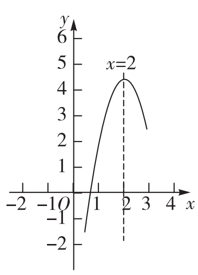
(D)一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 没有实数根

3. 若 $m,n(n<m)$ 是关于 x 的一元二次方程 $1-(x-a)(x-b)=0$ 的两个根，且 $b<a$，则 m,n,b,a 的大小关系是(　　)

(A)$n<a<b<m$　　(B)$a<n<m<b$

(C)$b<n<m<a$　　(D)$n<b<a<m$

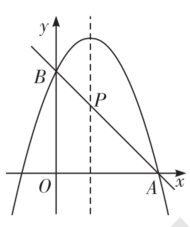
4. **(2017 渠县一模)**如图是二次函数 $y=ax^2+bx-c$ 的部分图象，由图象可知关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx=c$ 的两个根可能是________________.(精确到 0.1)



5. 已知二次函数 $y=-x^2+2x+m$.

(1)如果二次函数的图象与 x 轴有两个交点，求 m 的取值范围；

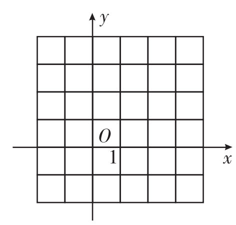
(2)如图，二次函数的图象过点 $A(3,0)$，与 y 轴交于点 B，直线 AB 与这个二次函数图象的对称轴交于点 P，求点 P 的坐标.



6. (1)请在坐标系中画出二次函数 $y=x^2-2x$ 的大致图象；

(2)根据方程的根与函数图象的关系，将方程 $x^2-2x=1$ 的根在图上近似地表示出来(描点)；

(3)观察图象，直接写出方程 $x^2-2x=1$ 的近似根(精确到 0.1).



课后提升

【基础达标】

1. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0,a,b,c$ 是常数)中，自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表所示：

x	…	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	…
y	…	-2	$-\frac{1}{4}$	1	$\frac{7}{4}$	2	$\frac{7}{4}$	1	$-\frac{1}{4}$	-2	…

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0,a,b,c$ 是常数)的两个根 x_1,x_2 的取值范围是(　　)

(A)$-\frac{1}{2}<x_1<0,\frac{3}{2}<x_2<2$

(B) $-\frac{1}{2}<x_1<0, 2<x_2<\frac{5}{2}$

(C) $-1<x_1<-\frac{1}{2}, 2<x_2<\frac{5}{2}$

(D) $-1<x_1<-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}<x_2<2$

2. **(2017 随州)** 对于二次函数 $y=x^2-2mx-3$，下列结论错误的是(　　)

(A)它的图象与 x 轴有两个交点

(B)方程 $x^2-2mx=3$ 的两根之积为 -3

(C)它的图象的对称轴在 y 轴的右侧

(D)当 $x<m$ 时，y 随 x 的增大而减小

3. **(2017 徐州)** 若函数 $y=x^2-2x+b$ 的图象与坐标轴有三个交点，则 b 的取值范围是(　　)

(A) $b<1$ 且 $b\neq 0$　　(B) $b>1$

(C) $0<b<1$　　(D) $b<1$

4. **(2018 莱芜)** 函数 $y=ax^2+2ax+m(a<0)$ 的图象过点 $(2,0)$，则使函数值 $y<0$ 的 x 的取值范围是(　　)

(A) $x<-4$ 或 $x>2$　　(B) $-4<x<2$

(C) $x<0$ 或 $x>2$　　(D) $0<x<2$

5. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(b>a>0)$ 与 x 轴最多有一个交点，现有以下四个结论：

①该抛物线的对称轴在 y 轴左侧；

②关于 x 的方程 $ax^2+bx+c+2=0$ 无实数根；

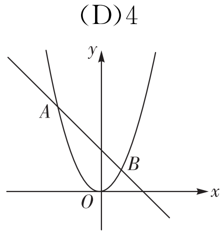
③$a-b+c\geqslant 0$；

④$\frac{a+b+c}{b-a}$ 的最小值为 3.

其中，正确结论的个数为(　　)

(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)4

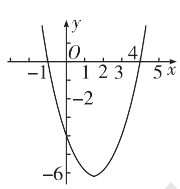
6. **(2018 孝感)** 如图，抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=bx+c$ 的两个交点的坐标分别为 $A(-2,4)$，$B(1,1)$，则方程 $ax^2=bx+c$ 的解是____________.



7. 若函数 $y=(a-1)x^2-4x+2a$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点，则 a 的值为______.

8. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2-3x-1=0$ 的两个不相等的实数根都在 -1 和 0 之间(不包括 -1 和 0)，则 a 的取值范围是______.

9. 已知二次函数 $y=x^2-3x-4$ 的图象如图所示.



(1)求方程 $x^2-3x-4=0$ 的解；

(2)求不等式 $x^2-3x-4>0$ 的解集；

(3)求不等式 $x^2-3x-4<0$ 的解集.

10. 已知抛物线 $y=(x-m)^2-(x-m)$，其中 m 是常数.

(1)求证：不论 m 为何值，该抛物线与 x 轴一定有两个公共点.

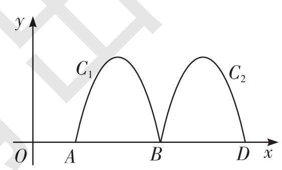
(2)若该抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{5}{2}$.

①求该抛物线的函数解析式.

②把该抛物线沿 y 轴向上平移多少个单位长度后，得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点?

【能力提升】

11. 如图，抛物线 $y=-2x^2+8x-6$ 与 x 轴交于点 A，B，把抛物线在 x 轴及其上方的部分记作 C_1，将 C_1 向右平移得 C_2，C_2 与 x 轴交于点 B，D. 若直线 $y=x+m$ 与 C_1，C_2 共有 3 个不同的交点，则 m 的取值范围是(　　)



(A) $-2<m<\frac{1}{8}$　　(B) $-3<m<-\frac{7}{4}$

(C) $-3<m<-2$　　(D) $-3<m<-\frac{15}{8}$

12. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(m-3)x-m=0$.

(1)试判断方程根的情况.

(2)若抛物线 $y=x^2-(m-3)x-m$ 与 x 轴交于 $A(x_1,0)$，$B(x_2,0)$ 两点，则 A，B 两点间的距离是否存在最大或最小值？若存在，求出这个值；若不存在，请说明理由.（友情提示：$AB=|x_1-x_2|$）

1.5 二次函数的应用

第1课时　利用二次函数解决图形问题

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 掌握建立二次函数模型解决抛物线图形问题的一般步骤

(1)根据题意建立适当的____________；

(2)把已知条件转化为点的坐标；

(3)合理设出函数解析式；

(4)利用____________，求出函数解析式；

(5)根据求得的解析式进一步分析，判断并进行有关的计算.

2. 掌握求二次函数最大值或最小值的常用方法

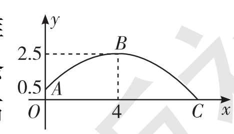
(1)配方法：一般式 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 转化为顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，当 $a>0$，$x=h$ 时，y 有最小值是 $y=k$，当 $a<0$，$x=h$ 时，y 有最大值是 $y=k$.

(2)公式法：$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 中，当 $a>0$，$x=-\dfrac{b}{2a}$ 时，y 有最______值________，当 $a<0$，$x=-\dfrac{b}{2a}$ 时，y 有最______值________.

课堂探究

探究一：应用二次函数性质解决抛物线图形问题

【例1】 某同学练习推铅球，铅球推出后在空中飞行的轨迹是一条抛物线，铅球在离地面 0.5 m 高的 A 处推出，达到最高点 B 时的高度是 2.5 m，推出的水平距离是 4 m，铅球在地面上点 C 处着地.



(1)根据如图所示的直角坐标系求抛物线的解析式.

(2)这个同学推出的铅球有多远？

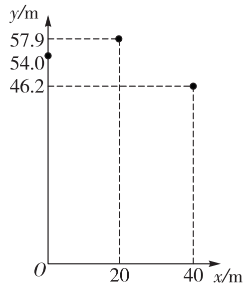
【思路导引】

1. 设抛物线的解析式为 $y=$____________，然后把点______代入，求出 a 的值.

2. 把 $y=$______代入抛物线解析式，求出 x 的值即可.

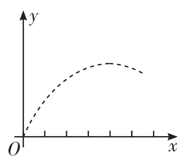
方法技巧 建立直角坐标系的原则有(1)简洁性:所建立的坐标系使二次函数解析式比较简洁;(2)可化性:能将已知条件转化为抛物线图象上的一些点的坐标.具体方法是要交代清楚坐标原点与坐标轴.

变式训练 1-1:**(2018 北京)**跳台滑雪是冬季奥运会的比赛项目之一,运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分.若设运动员起跳后的竖直高度 y(m)与水平距离 x(m)近似满足函数关系 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$,如图记录了某运动员起跳后的 x 与 y 的三组数据.根据上述函数模型和数据,可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时,水平距离为(　　)



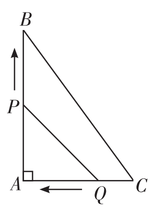
(A)10 m　(B)15 m　(C)20 m　(D)22.5 m

变式训练 1-2:一场足球比赛中,某球员在离球门 6 m 远的地方抬脚劲射,从高速摄影机拍得的资料得到,足球沿抛物线飞向球门,并且在如图所示的直角坐标系中,该抛物线对应的二次函数为 $y=a(x-4)^2+3.2$,若球门的横梁高为 2.44 m,此球有进门的可能吗?



探究二:应用二次函数性质求图形面积最大值

【例2】如图,在 Rt△ABC 中,∠$A=90°$,$AB=8$ cm,$AC=6$ cm.点 P 从点 A 出发,沿 AB 方向以 2 cm/s 的速度向点 B 运动;同时点 Q 从点 C 出发,沿 CA 方向以 1 cm/s 的速度向点 A 运动.其中一个动点到达终点时,另一个动点也停止运动.



(1)求△APQ 的面积 S(cm²)关于动点的运动时间 t(s)的函数解析式,并写出 t 的取值范围.

(2)当 t 为何值时,△APQ 的面积最大?最大面积是多少?

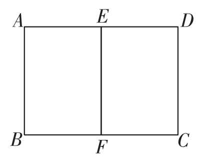
【思路导引】

1. t s后 $AP=$________cm,$AQ=$________cm,利用三角形的面积公式列出 S 关于 t 的函数关系式.

2. 求出函数的________坐标,即得面积最大值.

方法技巧 在几何图形中建立函数关系的两点注意:
(1)注意数形结合,运用相似法、面积法、勾股法等方法建立等量关系,将几何问题转化为函数问题.
(2)注意自变量的取值范围.

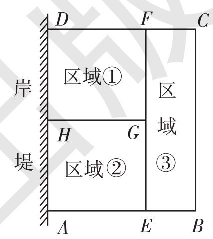
变式训练 2-1:**(2018 沈阳)**如图,一块矩形土地 $ABCD$ 由篱笆围着,并且由一条与 CD 边平行的篱笆 EF 分开.已知篱笆的总长为 900 m(篱笆的厚度忽略不计),当 $AB=$________m 时,矩形土地 $ABCD$ 的面积最大.



变式训练 2-2:为了节省材料,某水产养殖户利用水库的岸堤(岸堤足够长)为一边,用总长为 80 m 的围网在水库中围成了如图所示的①②③三块矩形区域,而且这三块矩形区域的面积相等.设 BC 的长度为 x m,矩形区域 $ABCD$ 的面积为 y m².

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式,并注明自变量 x 的取值范围.

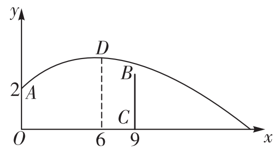
(2)当 x 为何值时,y 有最大值?最大值是多少?



课堂达标

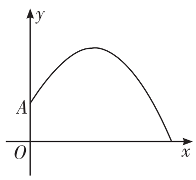
1. 用一条长为 40 cm 的绳子围成一个面积为 a cm^2 的矩形，a 的值不可能为(　　)
(A)20　(B)40　(C)100　(D)120

2. **(2018 沂水县一模)** 如图，排球运动员站在点 O 处练习发球，将球从 O 点正上方 2 m 的 A 处发出，把球看成点，其运行的高度 y(m)与运行的水平距离 x(m)满足关系式 $y=a(x-k)^2+h$. 已知球与 O 点的水平距离为 6 m 时，达到最高 2.6 m，球网与 O 点的水平距离为 9 m，高度为 2.43 m，球场的边界距 O 点的水平距离为 18 m. 下列判断正确的是(　　)

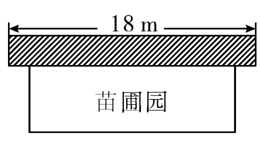


(A)球不会过网
(B)球会过球网，但不会出界
(C)球会过球网，并会出界
(D)无法确定

3. 某公园欲建造一个圆形喷水池，如图，O 点表示喷水池的水面中心，OA 表示喷水柱子，水流从 A 点喷出，按如图所示的直角坐标系，每一股水流在空中的路线可以用 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+\frac{7}{8}$ 来描述，那么水池的半径至少要________ m，才能使喷出的水流不致落到池外.



4. 某中学课外兴趣活动小组准备围建一个矩形苗圃园，其中一边靠墙，另外三边用长为 30 m 的篱笆围成，已知墙长为 18 m(如图所示)，设这个苗圃园垂直于墙的一边的长为 x m.
(1)若苗圃园的面积为 72 m^2，求 x 的值.
(2)若平行于墙的一边的长不小于 8 m，这个苗圃园的面积有最大值和最小值吗? 如果有，求出最大值和最小值；如果没有，请说明理由.
(3)当这个苗圃园的面积不小于 100 m^2 时，直接写出 x 的取值范围.

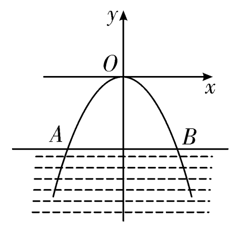


课后提升

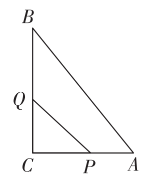
【基础达标】

1. **(2017 南通一模)** 为搞好环保，某公司准备修建一个长方体的污水处理池，池底矩形的周长为 100 m，则池底的最大面积是(　　)
(A)600 m^2　(B)625 m^2
(C)650 m^2　(D)675 m^2

2. 如图所示，桥拱是抛物线形，其函数表达式为 $y=-\frac{1}{4}x^2$，当水位线在 AB 位置时，水面宽 12 m，这时水面离拱顶的高度为(　　)
(A)3 m　(B)$2\sqrt{6}$ m　(C)$4\sqrt{3}$ m　(D)9 m



第 2 题图



第 3 题图

3. **(2018 建平县模拟)** 如图，在△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=10$ cm，$BC=8$ cm，点 P 从点 A 沿 AC 向点 C 以 1 cm/s 的速度运动，同时点 Q 从点 C 沿 CB 向点 B 以 2 cm/s 的速度运动(点 Q 运动到点 B 时同时停止). 在运动过程中，四边形 $PABQ$ 的面积的最小值为(　　)
(A)19 cm^2　(B)16 cm^2　(C)12 cm^2　(D)15 cm^2

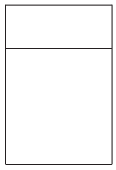
4. **(2017 临沂)** 足球运动员将足球沿与地面成一定角度的方向踢出，足球飞行的路线是一条抛物线，不考虑空气阻力，足球距离地面的高度 h(m)与足球被踢出后经过的时间 t(s)之间的关系如下表所示：

t	0	1	2	3	4	5	6	7	…
h	0	8	14	18	20	20	18	14	…

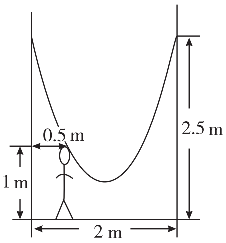
有下列结论：
①足球距离地面的最大高度为 20 m；
②足球飞行路线的对称轴是直线 $t=\frac{9}{2}$；
③足球被踢出 9 s 时落地；
④足球被踢出 1.5 s 时，距离地面的高度是 11 m.
其中正确结论的个数是(　　)
(A)1　(B)2　(C)3　(D)4

5. **(2017 闵行区一模)** 一位篮球运动员跳起投篮，篮球运行的高度 y(m)关于篮球运动的水平距离 x(m)的函数解析式是 $y=-\frac{1}{5}(x-2.5)^2+3.5$. 已知篮筐中心到地面的距离为 3.05 m，如果篮球运行高度达到最高点之后能准确投入篮筐，那么篮球运行的水平距离为(　　)
(A)1 m　(B)2 m　(C)4 m　(D)5 m

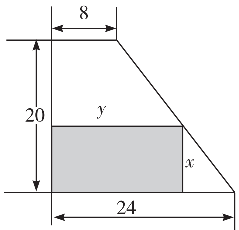
6. 如图,用 12 m 长的木条,做一个有一条横档的矩形窗子,为使透进的光线最多,窗子的长、宽分别应为________m,________m.



7. 如图,小明的父亲在相距 2 m 的两棵树间拴了一根绳子,给小明做了一个简易的秋千.拴绳子的地方距地面的高都是 2.5 m,绳子自然下垂呈抛物线状,身高 1 m 的小明距较近的那棵树 0.5 m 时,头部刚好接触到绳子,则绳子的最低点距地面的距离为________m.



8. 如图,某厂有许多形状为直角梯形的铁皮边角料,为节约资源,现要按图中所示的方法从这些边角料上截取矩形(阴影部分)铁皮备用,当截取的矩形面积最大时,矩形两边长 x,y 应分别为________.



9. 手工课上,小明准备做一个形状是菱形的风筝,这个菱形的两条对角线的长度之和恰好为 60 cm,菱形的面积 $S(\mathrm{cm}^2)$随其中一条对角线的长 $x(\mathrm{cm})$的变化而变化.

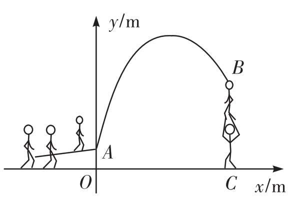
(1)请直接写出 S 与 x 之间的函数关系式(不要求写出自变量 x 的取值范围).

(2)当 x 是多少时,菱形风筝的面积 S 最大?最大面积是多少?

10. 杂技团进行杂技表演,演员从跷跷板右端 A 处弹跳到人梯顶端椅子 B 处,其身体(看成一点)运动的路线是抛物线 $y=-\frac{3}{5}x^2+3x+1$ 的一部分(如图).

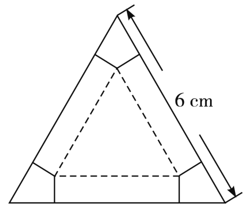
(1)求演员弹跳时离地面的最大高度.

(2)已知人梯高 $BC=3.4$ m,在一次表演中,人梯到起跳点 A 的水平距离是 4 m,问这次表演是否成功?请说明理由.



【能力提升】

11. 如图,有一块边长为 6 cm 的正三角形纸板,在它的三个角处分别截去一个彼此全等的筝形,再沿图中的虚线折起,做成一个无盖的纸盒,则该纸盒侧面积的最大值是(　　)



(A)$\sqrt{3}$ cm²　　(B)$\frac{3}{2}\sqrt{3}$ cm²

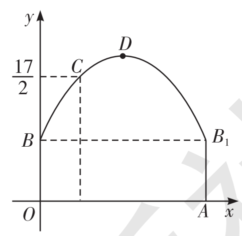
(C)$\frac{9}{2}\sqrt{3}$ cm²　　(D)$\frac{27}{2}\sqrt{3}$ cm²

12. 如图,隧道的截面由抛物线和矩形构成,矩形的长是 12 m,宽是 4 m.按照图中所示的直角坐标系,抛物线可以用 $y=-\frac{1}{6}x^2+bx+c$ 表示,且抛物线上的点 C 到墙面 OB 的水平距离为 3 m,到地面 OA 的距离为 $\frac{17}{2}$ m.

(1)求该抛物线的函数关系式,并计算出拱顶 D 到地面 OA 的距离.

(2)一辆货运汽车载一长方体集装箱后高为 6 m,宽为 4 m,如果隧道内设双向行车道,那么这辆货车能否安全通过?

(3)在抛物线形拱壁上需要安装两排灯,使它们离地面的高度相等,如果灯离地面的高度不超过 8 m,那么两排灯的水平距离最小是多少米?



第 2 课时　利用二次函数解决利润最大问题

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 掌握利润问题的常用公式

(1)商品利润=________－进价(成本).

(2)商品总利润=每件商品利润×____________.

2. 利用二次函数解决实际问题中的最值问题的一般步骤

(1)分析题目中的数量关系,找出其自变量和因变量.

(2)根据题中的等量关系,列出二次函数的解析式.

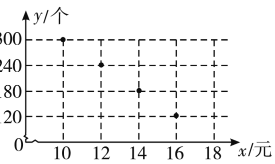
(3)根据函数的解析式求出自变量的取值范围和函数的最大值或最小值.

(4)所求结果必须检验,将不符合题意的值舍去.

课堂探究

探究一:应用二次函数解决利润最大问题

【例1】在母亲节期间,某校部分团员参加社会公益活动,准备购进一批许愿瓶进行销售,并将所得利润捐给慈善机构.



根据市场调查,这种许愿瓶一段时间内的销售量 y(个)与销售单价 x(元)之间的对应关系如图所示.

(1)试判断 y 与 x 之间的函数关系,并求出函数关系式;

(2)若许愿瓶的进货单价为 6 元,按上述市场调查的销售规律,求销售利润 w(元)与销售单价 x(元)之间的函数关系式;

(3)在(2)的条件下,若许愿瓶的进货成本不超过 900 元,要想获得最大利润,试确定这种许愿瓶的销售单价,并求出此时的最大利润.

【思路导引】

1. 由图象可知,销售量 y(个)与销售单价 x(元)之间是一次函数关系.

2. 销售利润=____________________×销售总量,则 w=__________.

变式训练 1－1:(2018 繁昌县一模)某大学生利用课余时间在网上销售一种成本为 50 元/件的商品,每月的销售量 y(件)与销售价格 x(元/件)之间的函数关系式为 $y=-4x+440$,要获得最大利润,该商品的售价应定为(　　)

(A)60 元/件　　(B)70 元/件

(C)80 元/件　　(D)90 元/件

变式训练 1－2:某商场有 A,B 两种商品,若买 2 件 A 商品和 1 件 B 商品,共需 80 元;若买 3 件 A 商品和 2 件 B 商品,共需 135 元.

(1)设 A,B 两种商品每件的售价分别为 a 元、b 元,求 a,b 的值.

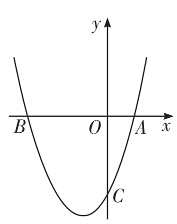
(2)B 商品每件的成本是 20 元,根据市场调查:若按(1)中求出的单价销售,该商场每天销售 B 商品 100 件;若销售单价每上涨 1 元,B 商品每天的销售量就减少 5 件.

①求 B 商品每天的销售利润 y(元)与销售单价 x(元)之间的函数关系.

②销售单价为多少元时,B 商品每天的销售利润最大? 最大利润是多少?

探究二:二次函数的综合应用

【例2】如图,已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 过点 $A(1,0)$,$C(0,-3)$.



(1)求此二次函数的解析式;

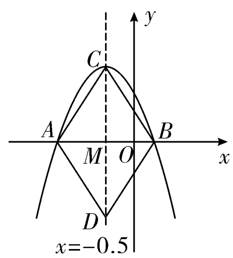
(2)在抛物线上存在一点 P 使 $\triangle ABP$ 的面积为 10,求出点 P 的坐标.

【思路导引】

1. 把 $A(1,0)$,$C(0,-3)$代入二次函数 $y=x^2+bx+c$,列出方程求解.

2. 首先求出 AB 的长,根据$\triangle ABP$ 的面积可以计算出 AB 边上的高,即得到 P 点的________坐标.

变式训练 2-1:如图所示,抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 $A(-2,0)$,$B(1,0)$,直线 $x=-0.5$ 与此抛物线交于点 C,与 x 轴交于点 M,在直线上取点 D,使 $MD=MC$,连接 AC,BC,AD,BD. 某同学根据图象写出下列结论:



①$a-b=0$;

②当$-2<x<1$ 时,$y>0$;

③四边形 $ACBD$ 是菱形;

④$9a-3b+c>0$.

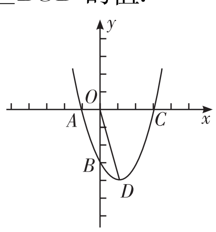
你认为其中正确的是(　　)

(A)②③④　(B)①②④　(C)①③④　(D)①②③

变式训练 2-2:如图,抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $A(-1,0)$,$B(0,-3)$,$C(3,0)$.

(1)求抛物线的解析式;

(2)若抛物线的顶点为 D,求$\sin\angle BOD$ 的值.



课堂达标

1. 某商店销售世界杯吉祥物,已知所获利润 y(元)与销售单价 x(元)之间的关系为 $y=-x^2+24x+2\,956$,则获利最多为(　　)

(A)3 144 元　　(B)3 100 元

(C)144 元　　(D)2 956 元

2. (**2018 保定一模**)某钢笔的进价为 8 元/支,按 10 元/支出售时每天能卖出 20 支,市场调查发现如果每支钢笔每涨价 1 元,每天就少卖出 2 支. 为了每天获得最大利润,其售价应定为(　　)

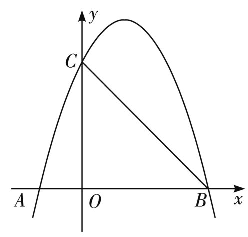
(A)11 元　(B)12 元　(C)13 元　(D)14 元

3. 竖直上抛的小球离地高度是它运动时间的二次函数,小军相隔 1 s 依次竖直向上抛出两个小球,假设两个小球离手时的离地高度相同,在各自抛出后 1.1 s 时到达相同的最大离地高度,第一个小球抛出后 t s 时在空中与第二个小球的离地高度相同,则 $t=$________.

4. 如图,已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 $A(-1,0)$,$B(3,0)$两点,与 y 轴交于点 C,连接 BC.

(1)求该抛物线的解析式.

(2)位于第一象限内的抛物线上是否存在点 D,使得$\triangle BCD$ 的面积最大?若存在,求出 D 点的坐标及$\triangle BCD$ 面积的最大值;若不存在,请说明理由.



课后提升

【基础达标】

1. (**2018 江北区模拟**)生产季节性产品的企业,当它的产品无利润或亏损时就会及时停产. 若某公司生产季节性产品,一年中第 n 月获得的利润 y 和对应月份 n 之间的函数表达式为 $y=-n^2+12n-11$,则该公司一年 12 个月中应停产的所有月份是(　　)

(A)6 月　　(B)1 月、11 月

(C)1 月、6 月、11 月　　(D)1 月、11 月、12 月

2. **(2018 连云港)** 已知学校航模组设计制作的火箭的升空高度 h(m)与飞行时间 t(s)满足函数表达式 $h=-t^2+24t+1$. 下列说法中正确的是(　　)

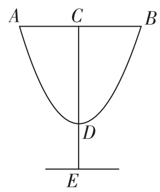
(A)点火后 9 s 和点火后 13 s 的升空高度相同

(B)点火后 24 s 火箭落于地面

(C)点火后 10 s 的升空高度为 139 m

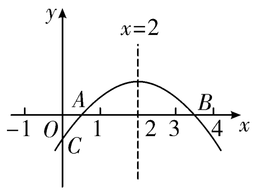
(D)火箭升空的最大高度为 145 m

3. **(2017 房山区期末)** 小明以二次函数 $y=2x^2-4x+8$ 的图象为灵感，为"2017 北京 · 房山国际葡萄酒大赛"设计了一款杯子，如图为杯子的设计稿，若 $AB=4$，$DE=3$，则杯子的高 CE 为(　　)



(A)14　　(B)11　　(C)6　　(D)3

4. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的正半轴相交于 A，B 两点，与 y 轴相交于点 C，对称轴为直线 $x=2$，且 $OA=OC$，有下列结论：



①$abc>0$；

②$9a+3b+c<0$；

③$c>-1$；

④关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 有一个根为 $-\frac{1}{a}$.

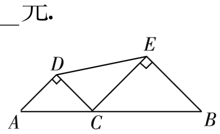
其中正确的结论有(　　)

(A)1 个　　(B)2 个　　(C)3 个　　(D)4 个

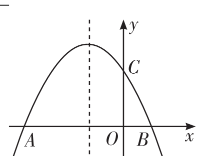
5. 某电脑商店销售某种品牌的电脑，一天之内所获得的利润 y(元)与所销售的电脑台数 x(台)之间满足函数关系式 $y=-x^2+120x-1\,200$，则当天卖出电脑________台时，可获得最大利润________元.

6. 某商店从厂家以每件 21 元的价格购回一批商品，该商店可自行定价，若每件商品售价为 a 元(a 为正整数)，则可卖出$(350-10a)$件，但物价部门限定每件商品加价不能超过进价的 30%. 如果要使商店获得利润最多，则每件商品的定价应为________元.

7. 如图，线段 AB 的长为 2，C 为 AB 上的一个动点，分别以 AC，BC 为斜边在 AB 的同侧作两个等腰直角三角形$\triangle ACD$ 和$\triangle BCE$，那么 DE 的长的最小值是________.



8. 已知二次函数 $y=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x+2$ 的图象与 x 轴分别交于 A，B 两点(如图所示)，与 y 轴交于点 C，点 P 是其对称轴上的一动点，当 $PB+PC$ 取得最小值时，点 P 的坐标为________.



9. 某商店购进一种商品，每件商品的进价是 30 元. 试销中发现这种商品每天的销售量 y(件)与每件的销售价 x(元)的关系数据如下：

x/元	30	32	34	36
y/件	40	36	32	28

(1)已知 y 与 x 满足一次函数关系，根据上表，求出 y 与 x 之间的关系式(不写出自变量 x 的取值范围).

(2)如果商店销售这种商品每天要获得 150 元利润，那么每件商品的销售价应定为多少元?

(3)设该商店每天销售这种商品所获利润为 w(元)，求出 w 与 x 之间的关系式，并求出每件商品的销售价定为多少元时利润最大.

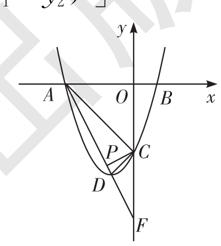
【能力提升】

10. 如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A，B，与直线$y=-x-6$ 交于点 A，C，点 C 在 y 轴上，点 D 是抛物线的顶点，且横坐标为-2.

(1)求出抛物线的解析式.

(2)判断$\triangle ACD$ 的形状，并说明理由.

(3)直线 AD 交 y 轴于点 F，在线段 AD 上是否存在一点 P，使$\angle ADC=\angle PCF$? 若存在，直接写出点 P 的坐标；若不存在，说明理由. [注：(x_1,y_1)，(x_2,y_2)之间的距离为 $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$]



第 1 章　基础巩固与训练

扫码观看
本节精彩微课

一、选择题

1. 二次函数 $y=(x+1)^2+2$ 的最小值是(　　)

(A)2　(B)1　(C)-3　(D)$\frac{2}{3}$

2. (2018 广西)将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-6x+21$ 向左平移 2 个单位长度后,得到新抛物线的解析式为(　　)

(A)$y=\frac{1}{2}(x-8)^2+5$　(B)$y=\frac{1}{2}(x-4)^2+5$

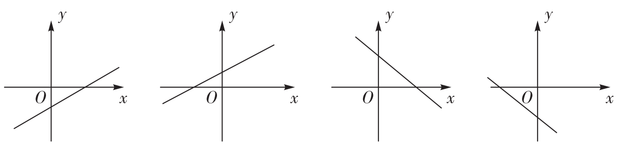
(C)$y=\frac{1}{2}(x-8)^2+3$　(D)$y=\frac{1}{2}(x-4)^2+3$

3. (2018 襄阳)已知二次函数 $y=x^2-x+\frac{1}{4}m-1$ 的图象与 x 轴有交点,则 m 的取值范围是(　　)

(A)$m\leqslant5$　(B)$m\geqslant2$

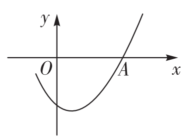
(C)$m<5$　(D)$m>2$

4. (2018 宁波)如图,二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象开口向下,且经过第三象限的点 P. 若点 P 的横坐标为-1,则一次函数 $y=(a-b)x+b$ 的图象大致是(　　)



(A)　(B)　(C)　(D)

5. (2018 枣庄)如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的一部分,且过点 $A(3,0)$,对称轴是直线 $x=1$,则下列结论正确的是(　　)



(A)$b^2<4ac$　(B)$ac>0$

(C)$2a-b=0$　(D)$a-b+c=0$

6. 已知二次函数 $y=ax^2-bx-2$ 的图象的顶点在第四象限,且过点$(-1,0)$,当 $a-b$ 的值为整数时,ab 的值为(　　)

(A)$\frac{3}{4}$或 1　(B)$\frac{1}{4}$或 1

(C)$\frac{3}{4}$或$\frac{1}{2}$　(D)$\frac{1}{4}$或$\frac{3}{4}$

7. (2017 枣庄)已知函数 $y=ax^2-2ax-1$(a 是常数,$a\neq0$),下列结论正确的是(　　)

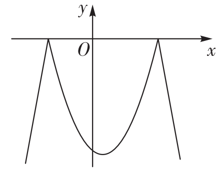
(A)当 $a=1$ 时,函数图象经过点$(-1,1)$

(B)当 $a=-2$ 时,函数图象与 x 轴没有交点

(C)若 $a<0$,则函数图象的顶点始终在 x 轴的下方

(D)若 $a>0$,则当 $x\geqslant1$ 时,y 随 x 的增大而增大

8. (2018 贵阳)已知二次函数 $y=-x^2+x+6$ 及一次函数 $y=-x+m$,将该二次函数在 x 轴上方的图象沿 x 轴翻折到 x 轴下方,图象的其余部分不变,得到一个新函数(如图所示). 当直线 $y=-x+m$ 与新图象有 4 个交点时,m 的取值范围是(　　)



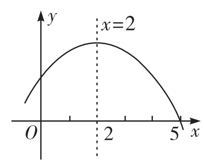
(A)$-\frac{25}{4}<m<3$　(B)$-\frac{25}{4}<m<2$

(C)$-2<m<3$　(D)$-6<m<-2$

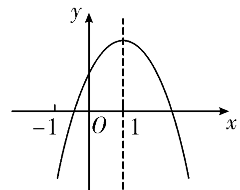
二、填空题

9. (2018 淮安)将二次函数 $y=x^2-1$ 的图象向上平移 3 个单位长度,得到的图象所对应的函数表达式是____________.

10. 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象,由图象可知方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解是____________.



第 10 题图

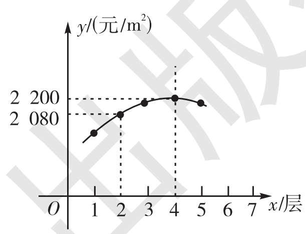


第 11 题图

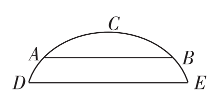
11. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示,且 $P=|2a+b|+|3b-2c|$,$Q=|2a-b|-|3b+2c|$,则 P,Q 的大小关系是________.

12. a,b,c 是实数,点 $A(a+1,b)$,$B(a+2,c)$在二次函数 $y=x^2-2ax+3$ 的图象上,则 b,c 的大小关系是 b ________ c.(用“>”或“<”填空)

13. 某市新建成的一批楼房都是 8 层高,房子的价格 y(元/m²)随楼层数 x(层)的变化而变化($x=1,2,3,4,5,6,7,8$),已知点(x,y)都在一个二次函数的图象上(如图所示),则 6 层高的房子的价格为________元/m².



14. 如图是我省某地一座抛物线形拱桥简图,桥拱在竖直平面内,与水平桥面相交于 A,B 两点,桥拱最高点 C 到 AB 的距离为 9 m,$AB=36$ m,D,E 为桥拱底部的两点,且 $DE\parallel AB$,点 E 到直线 AB 的距离为 7 m,则 DE 的长为________m.



三、解答题

15. 已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$.

(1)写出顶点坐标和对称轴.

(2)画出函数图象.

(3)x 取何值时，$y>0$？x 取何值时，$y<0$？

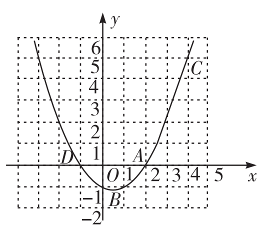
(4)x 取何值时，y 随 x 的增大而增大？x 取何值时，y 随 x 的增大而减小？

16. 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过 $A(2,0)$，$B(0,-1)$和 $C(4,5)$三点.

(1)求二次函数的解析式；

(2)设二次函数的图象与 x 轴的另一个交点为 D，求点 D 的坐标；

(3)在同一坐标系中画出直线 $y=x+1$，并写出当 x 在什么范围内时，一次函数的值大于二次函数的值.



17. 某高中学校为高一新生设计的学生单人桌的抽屉部分是长方体形状，抽屉底面周长为180 cm，高为20 cm. 请通过计算说明，当底面的宽为多少时，抽屉的体积最大？最大为多少？（材质及其厚度等忽略不计）

18. 商品交易会上，某商人将每件进价为 8 元的纪念品，按每件 9 元出售，每天可售出 20 件. 他想采用提高售价的办法来增加利润，经实践，发现这种纪念品每件提价 1 元，每天的销售量就会减少 4 件.

(1)写出每天所得的利润 y(元)与售价 x(元/件)之间的函数关系式.

(2)每件售价定为多少元，才能使一天所得的利润最大？最大利润是多少元？

19. 已知关于 x 的方程 $kx^2+(2k+1)x+2=0$.

(1)求证:无论 k 取任何实数,方程总有实数根;

(2)当抛物线 $y=kx^2+(2k+1)x+2$ 与 x 轴的两个交点的横坐标均为整数,且 k 为正整数时,若 $P(a,y_1)$,$Q(1,y_2)$是此抛物线上的两点,且 $y_1>y_2$,请结合函数图象确定实数 a 的取值范围;

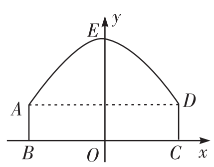
(3)已知抛物线 $y=kx^2+(2k+1)x+2$ 恒过定点,求出定点的坐标.

20. 如图,某隧道的截面由抛物线 AED 和矩形$ABCD$构成,矩形的长 BC 为8 m,宽 AB 为 2 m,以 BC 所在的直线为 x 轴,线段 BC 的垂直平分线为 y 轴,建立平面直角坐标系,y 轴是抛物线的对称轴,顶点 E 到坐标原点 O 的距离为 6 m.

(1)求抛物线的解析式.

(2)若该隧道内只有一个车道,一辆满载救灾物资的货运卡车高 4.5 m,宽2.4 m,它能通过该隧道吗?

(3)如果该隧道内设双行道,为了安全起见,在隧道正中间设有 0.4 m 的隔离带,则该辆货运卡车还能通过隧道吗?

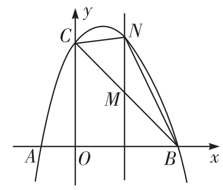


21. 如图,已知抛物线经过点 $A(-1,0)$,$B(3,0)$,$C(0,3)$三点.

(1)求抛物线的解析式.

(2)点 M 是线段 BC 上的点(不与 B,C 重合),过 M 作 $MN\parallel y$ 轴交抛物线于 N,若点 M 的横坐标为 m,请用含 m 的代数式表示 MN 的长.

(3)在(2)的条件下,连接 NB,NC,是否存在点 M,使△BNC 的面积最大?若存在,求出 m 的值;若不存在,说明理由.

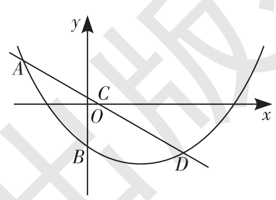


22. 如图,已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点$A(-3,2)$,$B(0,-2)$,其对称轴为直线 $x=\frac{5}{2}$,$C\left(0,\frac{1}{2}\right)$为 y 轴上一点,直线 AC 与抛物线交于另一点 D.

(1)求抛物线的函数表达式.

(2)试在线段 AD 下方的抛物线上求一点 E,使得△ADE 的面积最大,并求出最大面积.

(3)在抛物线的对称轴上是否存在一点 F,使得△ADF 是直角三角形?如果存在,求点 F 的坐标;如果不存在,请说明理由.



2.1 圆的对称性

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解圆的两种定义

(1)圆是平面内到一________的距离等于________的所有点组成的图形；

(2)圆也可以看成是平面内一个动点绕一个________旋转一周所形成的图形.

2. 掌握点与圆的三种位置关系

设$\odot O$的半径为r，点P到圆心O的距离$OP=d$，则有：

(1)点P在圆内$\Leftrightarrow d$ ________ r；

(2)点P在圆上$\Leftrightarrow d$ ________ r；

(3)点P在圆外$\Leftrightarrow d$ ________ r.

3. 掌握圆的基本元素的概念

圆的有关概念
- 弦：连接圆上任意两点的线段
  - 直径：经过圆心的弦
- 弧：圆上任意两点间的部分
  - 劣弧：小于半圆的弧
  - 半圆：直径的两个端点把圆分成的两条弧
  - 优弧：大于半圆的弧
- 等圆：能够重合的两个圆
- 等弧：能够互相重合的弧

4. 理解圆的对称性

(1)圆是____________图形，圆心是它的对称中心；

(2)圆是轴对称图形，________________________都是圆的对称轴.

课堂探究

探究一：圆的有关概念

【例1】 下列说法正确吗？若不正确，请说明理由.

(1)圆是指圆面；

(2)直径是弦；

(3)弦是直径；

(4)半圆是弧，但弧不一定是半圆；

(5)优弧大于劣弧.

【思路导引】

1. 圆是指一条封闭的曲线，决定圆的两个因素是________和__________.

2. 直径是经过__________的弦，凡是直径都是弦，但弦__________是直径(填“一定”或“不一定”).

3. 半圆是弧，但不包括连接两端点的__________；弧还有________弧和______弧，不一定是半圆.

变式训练 1－1：(2017 江阴市期末) 下列说法错误的是(　　)

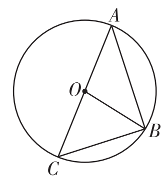
(A)直径是圆中最长的弦

(B)长度相等的两条弧是等弧

(C)面积相等的两个圆是等圆

(D)半径相等的两个半圆是等弧

变式训练 1－2： 如图，(1)若点O为$\odot O$的圆心，则$\odot O$的半径有________；$\odot O$的弦有______________，其中弦________是$\odot O$的直径；劣弧有________________；优弧有________________.



(2)若$\angle A=40°$，则$\angle ABO=$__________，$\angle BOC=$__________.

探究二：点与圆的位置关系

【例2】 在$Rt\triangle ABC$中，已知$\angle C=90°$，$BC=3$，$AC=4$，以点B为圆心，3为半径作$\odot B$，则：

(1)AB，AC的中点D，E与$\odot B$有怎样的位置关系？

(2)若要让点A和点C有且只有一个点在$\odot B$内，则$\odot B$的半径应满足什么条件？

【思路导引】

1. 应用勾股定理计算出$AB=$______，所以BD ______3，BE ______3.

2. 点C在$\odot B$内，则r ________，点A在$\odot B$外，则r ________.

变式训练 2－1：(2018 绍兴一模) 已知$\odot O$的半径为5，若$PO=4$，则点P与$\odot O$的位置关系是(　　)

(A)点P在$\odot O$内　　(B)点P在$\odot O$上

(C)点P在$\odot O$外　　(D)无法判断

变式训练 2－2:在平面直角坐标系中,以原点 O 为圆心,以 5 为半径作⊙O,已知 A,B,C 三点的坐标分别为 $A(3,4)$,$B(-3,-3)$,$C(4,-\sqrt{10})$,试判断 A,B,C 三点与⊙O 的位置关系.

课堂达标

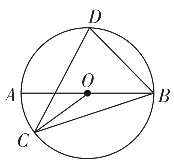
1. **(2017 麻江县月考)** 如图,在⊙O 中,弦的条数是(　　)

(A)2

(B)3

(C)4

(D)以上均不正确



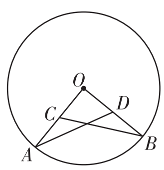
2. 一个点到圆的最小距离为 3 cm,最大距离为 8 cm,则该圆的半径是(　　)

(A)5 cm 或 11 cm　　(B)2.5 cm

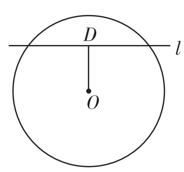
(C)5.5 cm　　(D)2.5 cm 或 5.5 cm

3. **(2018 高密市期末)** 线段 $AB=10$ cm,在以 AB 为直径的圆上,到点 A 的距离为 5 cm 的点有______个.

4. 如图,在⊙O 中,C,D 分别是半径 OA,OB 的中点,求证:$AD=BC$.



5. 已知⊙O 的半径 $r=10$,圆心 O 到直线 l 的距离 $OD=6$,在直线 l 上有 A,B,C 三点,$AD=6$,$BD=8$,$CD=5\sqrt{3}$,试说明 A,B,C 三点与⊙O 的位置关系.



课后提升

【基础达标】

1. **(2017 单县期末)** 下列说法错误的是(　　)

(A)圆有无数条直径

(B)连接圆上任意两点之间的线段叫弦

(C)过圆心的线段是直径

(D)能够重合的圆是等圆

2. **(2017 仪征市校级月考)** 自行车车轮要做成圆形,实际上是根据圆的哪个特征(　　)

(A)圆是轴对称图形

(B)直径是圆中最长的弦

(C)圆上各点到圆心的距离相等

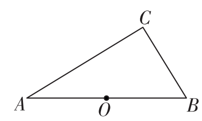
(D)圆是中心对称图形

3. **(2018 东城区二模)** 在平面直角坐标系 xOy 中,若点 $P(3,4)$ 在⊙O 内,则⊙O 的半径 r 的取值范围是(　　)

(A)$0<r<3$　　(B)$r>4$

(C)$0<r<5$　　(D)$r>5$

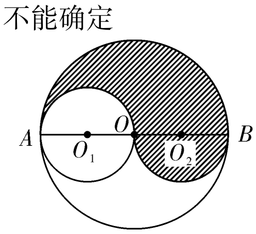
4. **(2018 南平二模)** 如图,在△ABC 中,$\angle C=90°$,$AB=4$,以点 C 为圆心,2 为半径作⊙C,则 AB 的中点 O 与⊙C 的位置关系是(　　)



(A)点 O 在⊙C 外　　(B)点 O 在⊙C 上

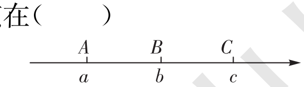
(C)点 O 在⊙C 内　　(D)不能确定

5. 如图,⊙O 的半径为 1,分别以⊙O 的直径 AB 上的两个四等分点 O_1,O_2 为圆心,$\frac{1}{2}$ 为半径作圆,则图中阴影部分的面积为(　　)



(A)π　　(B)$\frac{\pi}{2}$　　(C)$\frac{\pi}{4}$　　(D)2π

6. **(2018 福清市二模)** 如图,数轴上有 A,B,C 三点,点 A,C 关于点 B 对称,以原点 O 为圆心作圆,若点 A,B,C 分别在⊙O 外、⊙O 内、⊙O 上,则原点 O 的位置应该在(　　)



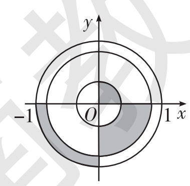
(A)点 A 与点 B 之间靠近点 A

(B)点 A 与点 B 之间靠近点 B

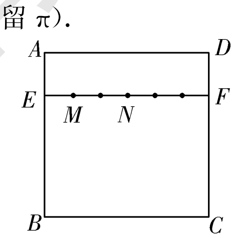
(C)点 B 与点 C 之间靠近点 B

(D)点 B 与点 C 之间靠近点 C

7. 如图所示的三个圆是同心圆,那么图中阴影部分的面积为________(结果保留 π).



第 7 题图

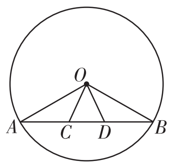


第 8 题图

8. 如图，在正方形纸片 $ABCD$ 中，$EF//AD$，M，N 是线段 EF 的六等分点，若把该正方形纸片卷成一个圆柱，使点 A 与点 D 重合，此时底面圆的直径为 10 cm，则圆柱上 M，N 两点间的距离是________cm.

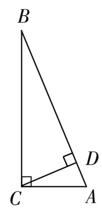
9. 已知⊙O 的半径 r 为 1，点 P 与点 O 的距离为 d，且方程 $x^2-2x+d=0$ 有实数根，判断点 P 与⊙O 的位置关系.

10. 如图，在⊙O 中，AB 为弦，C，D 两点在 AB 上，且 $AC=BD$. 求证：$OC=OD$.

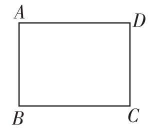


【能力提升】

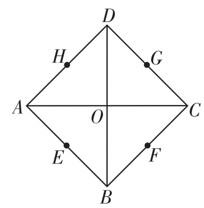
11. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$，$AB=13$，$AC=5$，以点 C 为圆心，$\frac{60}{13}$为半径的圆和点 A，B，D 的位置关系是怎样的？



12. 已知矩形 $ABCD$ 的边 $AB=15$，$BC=20$，以点 B 为圆心作圆，使 A，C，D 三点至少有一点在⊙B 内，且至少有一点在⊙B 外，求⊙B 的半径 r 的取值范围.



13. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于 O 点，E，F，G，H 分别是 AB，BC，CD，DA 的中点，点 E，F，G，H 在同一个圆上吗？请说明理由.



2.2 圆心角、圆周角

2.2.1　圆心角

课前预习

1. 理解圆心角的概念

顶点在________，角的两边与圆________的角叫作圆心角.

2. 掌握圆心角、弧、弦之间的关系

(1)在同圆或等圆中，如果圆心角相等，那么它们所对的________相等，所对的________也相等.

(2)在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧和两条弦中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别________.

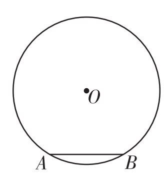
课堂探究

探究一：圆心角

【例1】在半径为 2 cm 的⊙O 中，弦长为 2 cm 的弦所对的圆心角为(　　)

(A)30°　　(B)60°

(C)90°　　(D)120°

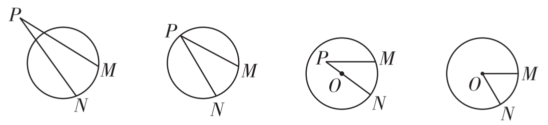


【思路导引】

1. 要得到弦 AB 所对的圆心角，需连接________，________.

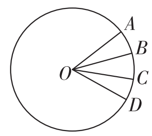
2. $\triangle AOB$ 为________三角形.

变式训练 1－1： 下面四个图中的角，为圆心角的是（　　）



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

变式训练 1－2：（2017 北京期末） 如图，圆心角 $\angle AOB=25^\circ$，将 $\angle AOB$ 旋转 n° 得到 $\angle COD$，则 $\angle COD$ 等于（　　）

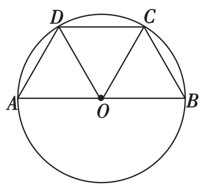


(A) 25°　　(B) $25^\circ+n^\circ$

(C) 50°　　(D) $50^\circ+n^\circ$

探究二：圆心角、弧、弦的关系

【例2】 如图，C，D 为半圆上的三等分点，则下列说法：① $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，② $\angle AOD=\angle DOC=\angle BOC$，③ $AD=CD=BC$，④ $\triangle AOD$ 以 O 为中心顺时针旋转 120° 与 $\triangle COB$ 重合，正确的有（　　）



(A) 4 个　(B) 3 个　(C) 2 个　(D) 1 个

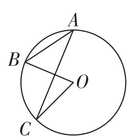
【思路导引】

1. $\angle AOD=\angle DOC=\angle BOC=$____________°；

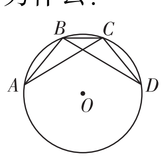
2. $\triangle AOD$，$\triangle COD$ 和 $\triangle COB$ 都是____________三角形.

易错提醒 在应用圆心角定理解决问题时，必须注意前提条件“在同圆或等圆中”，漏掉了条件就可能得到错误结果.

变式训练 2－1：（2018 随州） 如图，点 A，B，C 在 $\odot O$ 上，$\angle A=40^\circ$，$\angle C=20^\circ$，则 $\angle B=$__________.



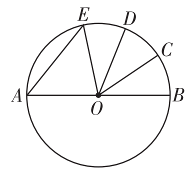
变式训练 2－2： 如图，A，B，C，D 是 $\odot O$ 上的四点，$AB=DC$，$\triangle ABC$ 与 $\triangle DCB$ 全等吗？为什么？



课堂达标

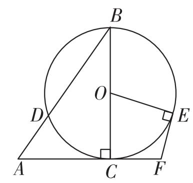
1. 下列命题是真命题的是（　　）
(A) 在同圆中，相等的弦所对的弧相等
(B) 圆心角相等，其所对的弦相等
(C) 弦相等，它所对的圆心角相等
(D) 相等的弧所对的弦相等

2. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$，$\angle COD=34^\circ$，则 $\angle AEO$ 的度数是（　　）



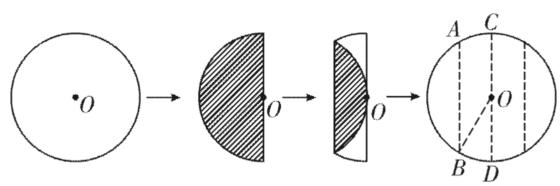
(A) 51°　　(B) 56°
(C) 68°　　(D) 78°

3. **（2017 苏州）** 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle A=56^\circ$，以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D. E 是 $\odot O$ 上的一点，且 $\overset{\frown}{CE}=\overset{\frown}{CD}$，连接 OE. 过点 E 作 $FE\perp OE$，交 AC 的延长线于点 F，则 $\angle F$ 的度数为（　　）



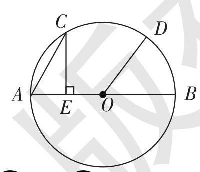
(A) 92°　　(B) 108°
(C) 112°　　(D) 124°

4. 把一张圆形纸片按下图所示的方式折叠两次后展开，图中的虚线表示折痕，连接 OB，则 $\angle BOC$ 的度数是（　　）

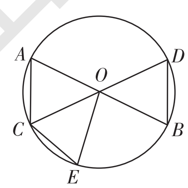


(A) 120°　　(B) 135°
(C) 150°　　(D) 165°

5. **（2018 毕节）** 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，C，D 为半圆的三等分点，$CE\perp AB$ 于点 E，则 $\angle ACE$ 的度数为__________.



6. 如图，AB，CD 为 $\odot O$ 的直径，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CE}$，求证：$BD=CE$.

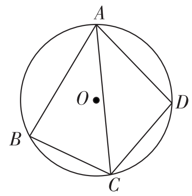


课后提升

【基础达标】

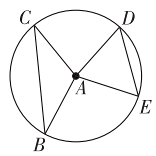
1. 下列说法中，正确的是(　　)
(A)等弦所对的弧相等
(B)在同圆中，相等的弧所对的弦相等
(C)相等的圆心角所对的弦相等
(D)相等的弦所对的圆心角相等

2. (2017 宜昌)如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，AC 平分∠BAD，则下列结论正确的是(　　)



(A)$AB=AD$
(B)$BC=CD$
(C)$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$
(D)∠BCA=∠DCA

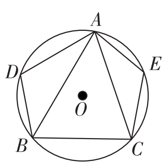
3. (2018 桥东区模拟)如图，半径为 5 的⊙A 中，弦 BC，ED 所对的圆心角分别是∠BAC，∠EAD. 若 $DE=6$，∠BAC+∠EAD=180°，则弦 BC 的长等于(　　)



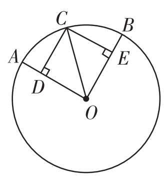
(A)8　　(B)10　　(C)11　　(D)12

4. (2017 薛城区期末)将一个圆分割成三个扇形，它们的圆心角的度数比为 1∶2∶3，则这三个扇形中圆心角度数最大的是(　　)
(A)30°　　(B)60°　　(C)120°　　(D)180°

5. (2018 永定区模拟)如图，△ABC 的三个顶点在⊙O 上，D 是$\overset{\frown}{AB}$上的点，E 是$\overset{\frown}{AC}$上的点. 若∠BAC=50°，则∠D+∠E=(　　)
(A)220°　　(B)230°　　(C)240°　　(D)250°



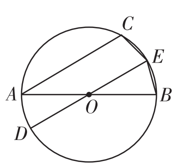
第 5 题图



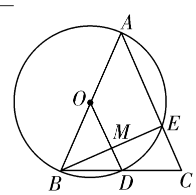
第 6 题图

6. 如图所示，D，E 分别是⊙O 的半径 OA，OB 上的点，$CD \perp OA$ 于 D，$CE \perp OB$ 于 E，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，则 CD 与 CE 的大小关系为________.

7. 如图，AB 和 DE 是⊙O 的直径，弦 $AC \parallel DE$，若弦 $BE=6$，则弦 CE=________.



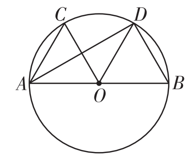
第 7 题图



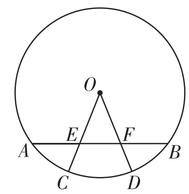
第 8 题图

8. 如图，在△ABC 中，$AB=AC=10$，以 AB 为直径的⊙O 与 BC 交于点 D，与 AC 交于点 E，连接 OD 交 BE 于点 M，且 $MD=2$，则 BE 的长为________.

9. 如图，AB 是⊙O 的直径，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$，∠$COD$=60°.
(1)△AOC 是等边三角形吗?
(2)求证：$OC \parallel BD$.

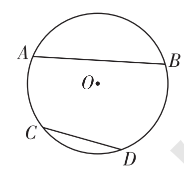


10. 如图，已知 AB 是⊙O 的弦，半径 OC，OD 与 AB 分别交于点 E，F，且 $AE=BF$. 求证：$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$.



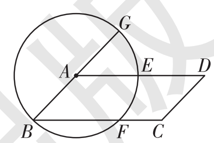
【能力提升】

11. 如图所示，在⊙O 中，$\overset{\frown}{AB}=2\overset{\frown}{CD}$，那么(　　)



(A)$AB>2CD$　　(B)$AB<2CD$
(C)$AB=2CD$　　(D)无法比较

12. 如图所示，以▱$ABCD$ 的顶点 A 为圆心，AB 为半径作⊙A，交 AD，BC 于 E，F，延长 BA 交⊙A 于 G，求证：$\overset{\frown}{GE}=\overset{\frown}{EF}$.



2.2.2　圆周角

第 1 课时　圆周角定理

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解圆周角的概念

顶点在________，两边都与圆________的角叫作圆周角.

2. 掌握圆周角定理及其推论

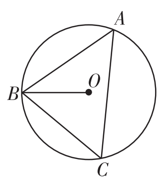
(1)圆周角定理：圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的________.

(2)推论：在同圆(或等圆)中，同弧或等弧所对的圆周角________；相等的圆周角所对的弧也________.

课堂探究

探究一：圆周角定理

【例1】 如图，点 A,B,C 在⊙O 上，$\angle A=50°$，则 $\angle OBC$ 的度数为(　　)



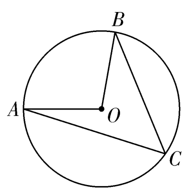
(A)40°　　(B)50°
(C)80°　　(D)100°

【思路导引】

1. 连接 OC，则 $\angle A=\dfrac{1}{2}$________；

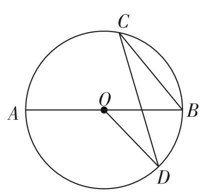
2. △BOC 是________三角形.

变式训练 1－1：如图，点 A,B,C 是⊙O 的三点，已知 $\angle ACB=50°$，那么 $\angle AOB$ 的度数是(　　)



(A)90°　　(B)95°
(C)100°　　(D)120°

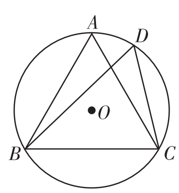
变式训练 1－2：(2018 赤峰) 如图，AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 上的一点(不与点 A,B 重合)．若 $\angle AOD=130°$，则 $\angle C$ 的度数是(　　)



(A)50°　　(B)60°　　(C)25°　　(D)30°

探究二：圆周角定理的推论

【例 2】 如图，点 D 为 $\overset{\frown}{AC}$ 上一点，$\angle ABC=\angle BDC=60°$，$AC=3$ cm，求△ABC 的周长.



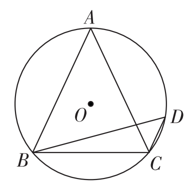
【思路导引】

1. 由圆周角定理的推论可得，$\angle BDC=$________；

2. △ABC 为________三角形.

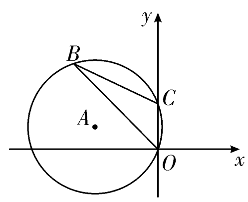
易错提醒　由圆周角相等得到它所对的弧相等时必须注意前提条件"在同圆或等圆中"，不能简单表达为"相等的圆周角所对的弧也相等".

变式训练 2－1：(2018 陕西) 如图，△ABC 是⊙O 的内接三角形，$AB=AC$，$\angle BCA=65°$，作 $CD\parallel AB$，并与⊙O 相交于点 D，连接 BD，则 $\angle DBC$ 的大小为(　　)



(A)15°　　(B)35°　　(C)25°　　(D)45°

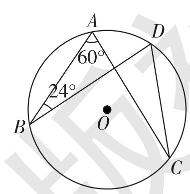
变式训练 2－2：如图，半径为 3 的⊙A 经过原点 O 和点 $C(0,2)$，B 是 y 轴左侧⊙A 优弧上的一点，则 $\tan\angle OBC$ 的值为(　　)



(A)$\dfrac{1}{3}$　　(B)$2\sqrt{2}$　　(C)$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　(D)$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

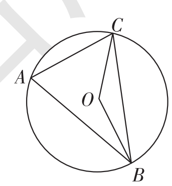
课堂达标

1. (2018 柳州) 如图，A,B,C,D 是⊙O 上的四个点，$\angle A=60°$，$\angle B=24°$，则 $\angle C$ 的度数为(　　)



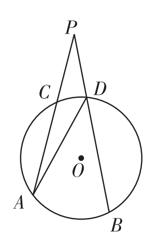
(A)84°　　(B)60°
(C)36°　　(D)24°

2. (2018 贵港) 如图，点 A,B,C 均在⊙O 上，若 $\angle A=66°$，则 $\angle OCB$ 的度数是(　　)



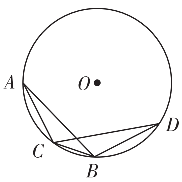
(A)24°　　(B)28°
(C)33°　　(D)48°

3. 如图，P 是⊙O 外一点，PA,PB 分别交⊙O 于 C,D 两点，已知 $\overset{\frown}{AB}$ 和 $\overset{\frown}{CD}$ 所对的圆心角分别为 90° 和 50°，则 $\angle P$ 等于(　　)

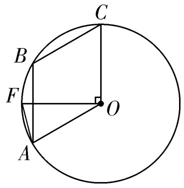


(A)45°　　(B)40°
(C)25°　　(D)20°

4. 如图，在⊙O中，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$，$\angle DCB=28°$，则$\angle ABC=$________.



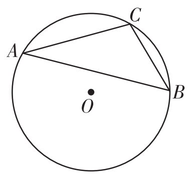
第 4 题图



第 5 题图

5. 如图，点 A，B，C 是⊙O 上的三点，且四边形 $ABCO$ 是平行四边形，$OF\perp OC$ 交⊙O 于点 F，则$\angle BAF=$________.

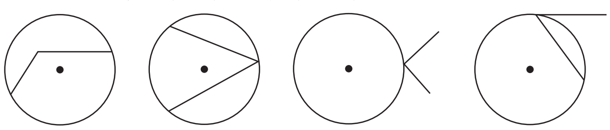
6. 如图，点 A，B，C 在⊙O 上，⊙O 的直径为 8 cm，$\angle CBA=45°$，求弦 CA 的长.



课后提升

【基础达标】

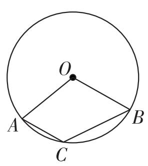
1. 下面图形中的角，是圆周角的是(　　)



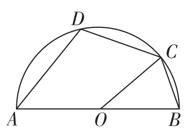
(A)　(B)　(C)　(D)

2. (**2018 铜仁**)如图，已知圆心角$\angle AOB=110°$，则圆周角$\angle ACB=$(　　)

(A)55°　(B)110°　(C)120°　(D)125°



第 2 题图



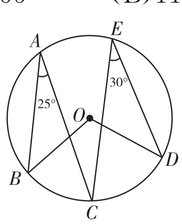
第 3 题图

3. (**2018 苏州**)如图，AB 是半圆的直径，O 为圆心，C 是半圆上的点，D 是$\overset{\frown}{AC}$上的点. 若$\angle BOC=40°$，则$\angle D$ 的度数为(　　)

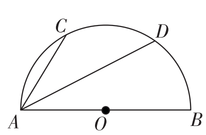
(A)100°　(B)110°　(C)120°　(D)130°

4. 如图所示，已知$\angle BAC=25°$，$\angle CED=30°$，则$\angle BOD$ 的度数为(　　)

(A)55°　(B)110°　(C)125°　(D)150°



第 4 题图



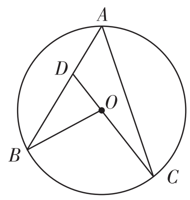
第 5 题图

5. (**2017 东台市月考**)如图，半圆 O 的直径 $AB=10$ cm，弦 $AC=6$ cm，AD 平分$\angle BAC$，则 AD 的长为(　　)

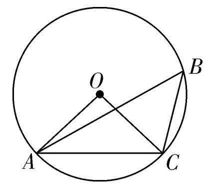
(A)$4\sqrt{5}$ cm　(B)$3\sqrt{5}$ cm

(C)$5\sqrt{5}$ cm　(D)4 cm

6. 如图，点 A，B，C 在⊙O 上，CO 的延长线交 AB 于点 D，$\angle A=50°$，$\angle B=30°$，则$\angle ADC$ 的度数为________.



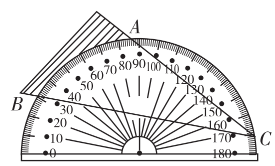
第 6 题图



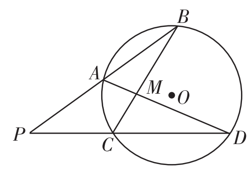
第 7 题图

7. 如图，在⊙O 中，弦 $AC=2\sqrt{3}$，点 B 是圆上的一点，且$\angle ABC=45°$，则⊙O 的半径$R=$________.

8. 将量角器按如图所示的方式放置在三角形纸板上，使点 C 在半圆上. 点 A，B 的读数分别为 86°，30°，则$\angle ACB$ 的大小为________.



第 8 题图

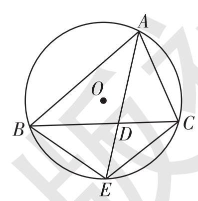


第 9 题图

【能力提升】

9. 如图所示，弦 BA 和 DC 的延长线相交于点 P，BC 和 AD 交于点 M，$\angle P=36°$，$\angle BMD=80°$，则$\angle MCD=$________.

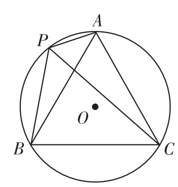
10. 如图，点 E 是$\overset{\frown}{BC}$的中点，点 A 在⊙O 上，AE 交 BC 于 D. 求证：$BE^2=AE\cdot DE$.



11. 如图，A，P，B，C 是⊙O 上的四个点，$\angle APC=\angle CPB=60°$.

(1)判断$\triangle ABC$ 的形状；

(2)试探究线段 PA，PB，PC 之间的数量关系，并证明你的结论.



第 2 课时　圆内接四边形

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解直径所对圆周角的性质

直径所对的圆周角是________角;$90°$的圆周角所对的弦是________.

2. 理解并掌握圆内接四边形的定义和性质

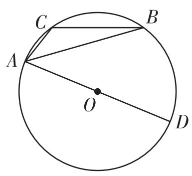
(1)定义:四边形的四个________都在同一个圆上,这样的四边形叫作圆内接四边形,这个圆叫作这个四边形的________.

(2)性质:圆内接四边形的对角________.

课堂探究

探究一:直径所对圆周角的性质

【例1】 如图,A,B,C 是$\odot O$上的三点,AD 是$\odot O$的直径,若$\odot O$的半径是 4,$\sin B=\frac{1}{4}$,则线段 AC 的长为________.



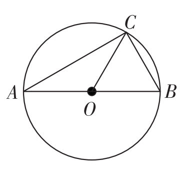
【思路导引】

1. 连接 CD,由 AD 是$\odot O$的直径得$\angle ACD=$________.

2. $\overset{\frown}{AC}$所对的圆周角为$\angle B$ 和________.

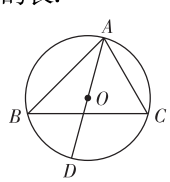
规律总结 在圆中已知直径时,常应用直径所对的圆周角为直角构造出直角三角形,应用直角三角形的知识解决问题.

变式训练 1-1:(2018 阜新)AB 是$\odot O$的直径,点 C 在圆上,$\angle ABC=65°$,那么$\angle OCA$ 的度数是(　　)



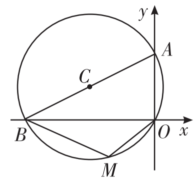
(A)$25°$　　(B)$35°$
(C)$15°$　　(D)$20°$

变式训练 1-2: 如图,$\triangle ABC$ 的 3 个顶点都在$\odot O$上,直径 $AD=4$,$\angle ABC=\angle DAC$,求 AC 的长.



探究二:圆内接四边形

【例2】 如图,$\odot C$ 过原点,且与两坐标轴分别交于点 A,B,点 A 的坐标为$(0,3)$,M 是第三象限内$\overset{\frown}{OB}$上一点,$\angle BMO=120°$,则$\odot C$ 的半径为(　　)



(A)6　　(B)5　　(C)3　　(D)$3\sqrt{2}$

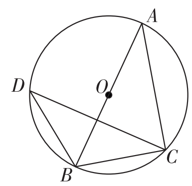
【思路导引】

1. 由圆内接四边形的性质,得$\angle BAO=$________.

2. $\because \angle AOB=90°$,$\therefore AB$ 是$\odot C$ 的________.

规律总结 圆内接四边形的每一个外角都等于与它相邻的内角的对角.

变式训练 2-1: 如图,AB 是$\odot O$的直径,C,D 是$\odot O$上 AB 两侧的点.若$\angle D=30°$,则 $\tan\angle ABC$ 的值为(　　)



(A)$\frac{1}{2}$　　(B)$\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C)$\sqrt{3}$　　(D)$\frac{\sqrt{3}}{3}$

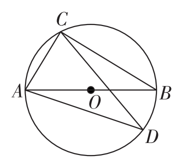
变式训练 2-2: 圆内接四边形 $MNPQ$ 中,$\angle M,\angle N,\angle P$ 的度数比是 $3:4:6$,则$\angle Q$ 的度数为(　　)

(A)$60°$　　(B)$80°$　　(C)$100°$　　(D)$120°$

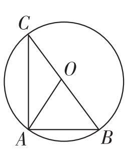
课堂达标

1. (2018 盐城)如图,AB 为$\odot O$的直径,CD 是$\odot O$的弦,$\angle ADC=35°$,则$\angle CAB$ 的度数为(　　)

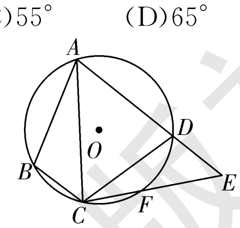
(A)$35°$　　(B)$45°$　　(C)$55°$　　(D)$65°$



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

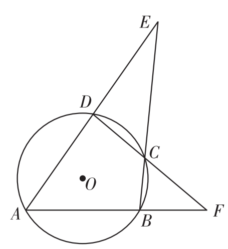
2. (2018 南充)如图,BC 是$\odot O$的直径,A 是$\odot O$上的一点,$\angle OAC=32°$,则$\angle B$ 的度数是(　　)

(A)$58°$　　(B)$60°$　　(C)$64°$　　(D)$68°$

3. 如图,四边形 $ABCD$ 内接于$\odot O$,F 是$\overset{\frown}{CD}$上的一点,且$\overset{\frown}{DF}=\overset{\frown}{BC}$,连接 CF 并延长交 AD 的延长线于点 E,连接 AC.若$\angle ABC=105°$,$\angle BAC=25°$,则$\angle E$ 的度数为(　　)

(A)$45°$　　(B)$50°$
(C)$55°$　　(D)$60°$

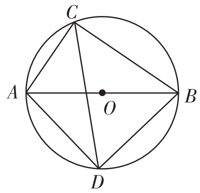
4. 如图,圆内接四边形 $ABCD$ 两组对边的延长线分别相交于点 E,F,且$\angle A=55°$,$\angle E=30°$,则$\angle F=$________.



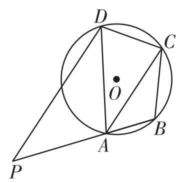
5. 如图，$\odot O$ 的直径 AB 的长为 10，弦 AC 的长为 5，$\angle ACB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D.

(1)求 BC 的长；

(2)求 BD 的长.



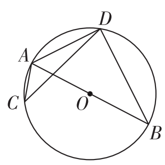
6. 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，$DP\parallel AC$，交 BA 的延长线于 P. 求证：$AD\cdot DC=PA\cdot BC$.



课后提升

【基础达标】

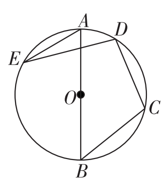
1. (2017 福建)如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，C,D 是 $\odot O$ 上位于 AB 异侧的两点. 下列四个角中，一定与 $\angle ACD$ 互余的角是(　　)



(A)$\angle ADC$　　(B)$\angle ABD$

(C)$\angle BAC$　　(D)$\angle BAD$

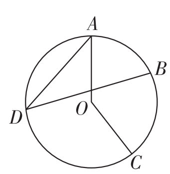
2. (2017 青岛)如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C,D,E 在 $\odot O$ 上. 若 $\angle AED=20^\circ$，则 $\angle BCD$ 的度数为(　　)



(A)100°　　(B)110°

(C)115°　　(D)120°

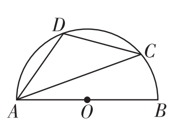
3. (2018 青岛)如图，点 A,B,C,D 在 $\odot O$ 上，$\angle AOC=140^\circ$，点 B 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，则 $\angle D$ 的度数是(　　)



(A)70°　　(B)55°

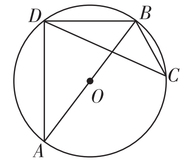
(C)35.5°　　(D)35°

4. 如图，已知 AB 是半圆 O 的直径，C,D 是半圆 O 上的两点，$\angle BAC=20^\circ$，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}$，则 $\angle DAC$ 的度数是(　　)



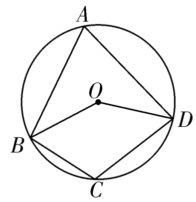
(A)30°　　(B)35°　　(C)45°　　(D)70°

5. 如图，$\triangle ABD$ 的三个顶点在 $\odot O$ 上，AB 是直径，点 C 在 $\odot O$ 上，且 $\angle ABD=52^\circ$，则 $\angle BCD$ 等于(　　)

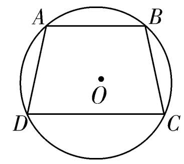


(A)32°　　(B)38°　　(C)52°　　(D)66°

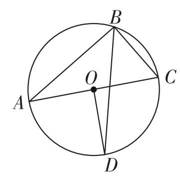
6. 如图，在 $\odot O$ 的内接四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=70^\circ$，$\angle OBC=60^\circ$，则 $\angle ODC=$________.



第 6 题图



第 7 题图

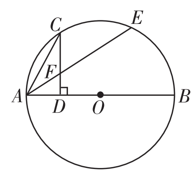


第 8 题图

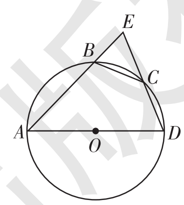
7. 如图，四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形，已知 $\angle C=\angle D$，则 AB 与 CD 的位置关系是________.

8. (2018 黑龙江)如图，AC 为 $\odot O$ 的直径，点 B 在圆上，$OD\perp AC$ 交 $\odot O$ 于点 D，连接 BD. 若 $\angle BDO=15^\circ$，则 $\angle ACB=$________.

9. 如图所示，AB 是 $\odot O$ 的直径，C 为 $\overset{\frown}{AE}$ 的中点，$CD\perp AB$ 于点 D，交 AE 于点 F，连接 AC. 求证：$AF=CF$.



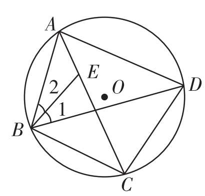
10. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，并且 AD 是 $\odot O$ 的直径，C 是 $\overset{\frown}{BD}$ 的中点，AB 和 DC 的延长线交 $\odot O$ 外一点 E. 求证：$BC=EC$.



【能力提升】

11. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，点 E 在对角线 AC 上，$EC=BC=DC$.

(1)若 $\angle CBD=39^\circ$，求 $\angle BAD$ 的度数；

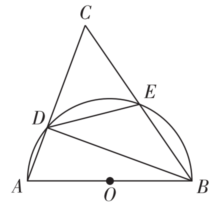


(2)求证:$\angle 1=\angle 2$.

12. 如图,以$\triangle ABC$的一边AB为直径的半圆与其他两边AC,BC的交点分别为D,E,且$\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BE}$.

(1)试判断$\triangle ABC$的形状,并说明理由;

(2)已知半圆的半径为5,$BC=12$,求$\sin\angle ABD$的值.



*2.3 垂径定理

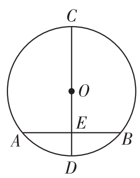
扫码观看
本节精彩微课

课前预习

理解垂径定理

垂直于弦的直径________这条弦,并且平分弦所对的________.

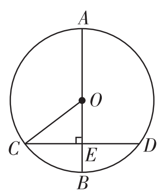
如图,在⊙O中,AB是任一条弦,CD是⊙O的直径,且$CD\perp AB$,则有$AE=$________,$\overset{\frown}{AD}=$________,$\overset{\frown}{AC}=$________.



课堂探究

探究一:垂径定理

【例1】如图,AB是⊙O的直径,弦$CD\perp AB$于点E,连接OC,若$AB=10$,$CD=8$,则$\cos\angle COE$等于(　　)



(A)$\frac{3}{5}$　　(B)$\frac{4}{5}$

(C)$\frac{3}{4}$　　(D)$\frac{4}{3}$

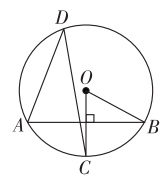
【思路导引】

1. 由$CD\perp AB$可得$CE=$________.

2. 在Rt$\triangle COE$中应用________定理求OE的长.

规律总结 垂径定理源于圆的轴对称性,根据圆的轴对称性,垂径定理及其推论还可以理解为:一条直线若满足①过圆心,②垂直于弦,③平分弦(不是直径),④平分弦所对的优弧,⑤平分弦所对的劣弧中的两个条件则可以推得另外的三个结论,简称"知二推三".

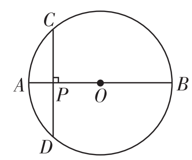
变式训练 1-1:(2018 菏泽)如图,在⊙O中,$OC\perp AB$,$\angle ADC=32°$,则$\angle OBA$的度数是(　　)



(A)64°　　(B)58°

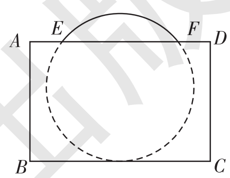
(C)32°　　(D)26°

变式训练 1-2:如图,AB是⊙O的直径,弦$CD\perp AB$于P,$CD=10$,$AP:PB=1:5$,求⊙O的半径.



探究二:垂径定理的应用

【例2】把球放在长方体纸盒内,球的一部分露出盒外,其截面如图所示,已知$EF=CD=16$ cm,则球的半径为______cm.



【思路导引】

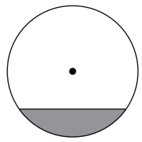
1. 竖直平面内,圆心一定在EF的__________线上.

2. 先确定圆的__________,再找到__________求出半径.

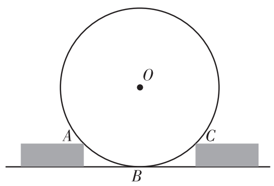
规律总结 把实际问题转化为在圆中解决有关弦、半径的求值问题,常常需要作垂直于弦的直径作为辅助线,这样就把垂径定理和勾股定理结合起来,容易得到圆的半径r,圆心到弦的距离d

和弦长 a 之间的关系：$r^2=d^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2$. 已知其中两个，可求出第三个.

变式训练 2－1：**(2018 绥化)** 如图，下水管道的横截面为圆形，直径为 100 cm，下雨前水面宽为 60 cm，一场大雨过后，水面宽为 80 cm，则水位上升了________cm.

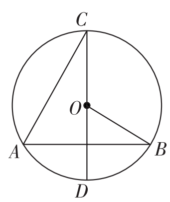


变式训练 2－2：某市对市中心的纪念广场进行了改造，改造后安装了八个大理石球. 小明想知道其中一个球的半径，于是找了两块厚 10 cm 的砖塞在球的两侧(如图)，并量得两砖之间的距离是 60 cm. 请你利用所学的几何知识，求出大理石球的半径(要写出计算过程).

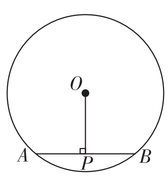


课堂达标

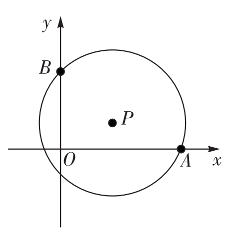
1. **(2018 甘孜州)** 如图，在⊙O 中，直径 $CD\perp$弦 AB，则下列结论中正确的是(　　)
(A)$AC=AB$
(B)$\angle C=\frac{1}{2}\angle BOD$
(C)$\angle C=\angle B$
(D)$\angle A=\angle BOD$



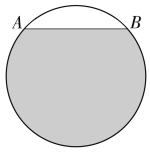
2. 如图，在半径为 5 的⊙O 中，弦 $AB=6$，$OP\perp AB$，垂足为点 P，则 OP 的长为(　　)
(A)3　　(B)2.5
(C)4　　(D)3.5



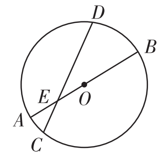
3. **(2018 荆州)** 如图，平面直角坐标系中，⊙P 经过 $A(8,0)$，$O(0,0)$，$B(0,6)$三点，点 D 是⊙P 上的一动点. 当点 D 到弦 OB 的距离最大时，$\tan\angle BOD$ 的值是(　　)
(A)2　　(B)3　　(C)4　　(D)5



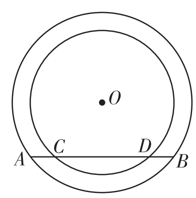
4. 如图，水平放置的圆柱形排水管道的截面直径是 1 m，其中水面的宽 AB 为 0.8 m，则排水管内水的深度为________m.



5. 如图，⊙O 的直径 AB 和弦 CD 相交于点 E，$AE=2$，$EB=6$，$\angle DEB=30°$，求弦 CD 的长.



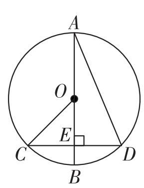
6. 如图，在以点 O 为圆心的两个同心圆中，大圆的弦 AB 交小圆于点 C，D.
(1)求证：$AC=BD$；
(2)若大圆的半径 $R=10$，小圆的半径 $r=8$，且点 O 到直线 AB 的距离为 6，求 AC 的长.



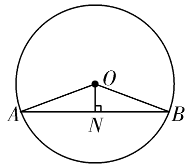
课后提升

【基础达标】

1. **(2017 广州)** 如图，在⊙O 中，AB 是直径，CD 是弦，$AB\perp CD$，垂足为 E，连接 CO，AD，$\angle BAD=20°$，则下列说法中正确的是(　　)
(A)$AD=2OB$
(B)$CE=EO$
(C)$\angle OCE=40°$
(D)$\angle BOC=2\angle BAD$



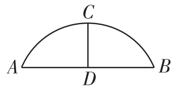
2. 如图所示，$\odot O$的半径为13，弦AB的长度是24，$ON\perp AB$，垂足为N，则$ON=$（　　）



（A）5　　（B）7

（C）9　　（D）11

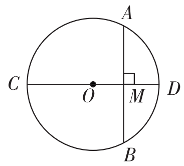
3. 如图，某公园的一座石拱桥是圆弧形（劣弧），拱的半径为13 m，拱高CD为8 m，则拱桥的跨度AB的长为（　　）



（A）20 m　　（B）24 m

（C）28 m　　（D）$24\sqrt{3}$ m

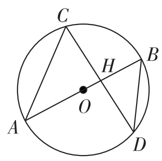
4. （**2017 呼和浩特**）如图，CD为$\odot O$的直径，弦$AB\perp CD$，垂足为M. 若$AB=12$，$OM:MD=5:8$，则$\odot O$的周长为（　　）



（A）26π　　（B）13π

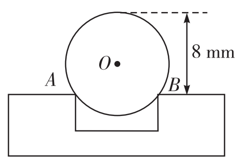
（C）$\frac{96\pi}{5}$　　（D）$\frac{39\sqrt{10}\pi}{5}$

5. （**2017 广安**）如图，AB是$\odot O$的直径，且经过弦CD的中点H，已知$\cos\angle CDB=\frac{4}{5}$，$BD=5$，则$OH$的长为（　　）



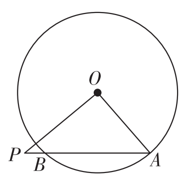
（A）$\frac{2}{3}$　　（B）$\frac{5}{6}$　　（C）1　　（D）$\frac{7}{6}$

6. 工程上常用钢珠来测量零件上小圆孔的宽口，假设钢珠的直径是10 mm，测得钢珠顶端离零件表面的距离为8 mm，如图所示，则这个小圆孔的宽口AB的长度是（　　）

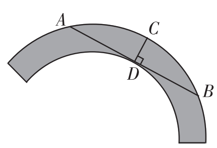


（A）5 mm　　（B）6 mm　　（C）8 mm　　（D）10 mm

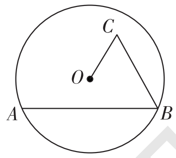
7. 如图，已知$\odot O$的半径为6 cm，弦AB的长为8 cm，P是AB延长线上的一点，$BP=2$ cm，则$\tan\angle OPA$的值是________.



8. 如图是一个古代车轮的碎片，小明为求其外圆半径，连接外圆上的两点A，B，作CD垂直平分AB，并使AB与车轮内圆切于点D，测得$CD=10$ cm，$AB=60$ cm，则这个车轮的外圆半径为________cm.



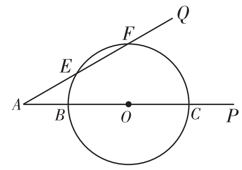
9. （**2018 温岭市一模**）如图，在$\odot O$中有折线$ABCO$，$BC=6$，$CO=4$，$\angle B=\angle C=60°$，则弦AB的长为__________.



10. 如图，$\angle PAQ=30°$，在边AP上顺次截取$AB=3$ cm，$BC=10$ cm，以BC为直径作$\odot O$交射线AQ于E，F两点，求：

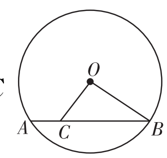
（1）圆心O到AQ的距离；

（2）线段EF的长.



【能力提升】

11. 如图，$\odot O$的半径为2，弦$AB=2\sqrt{3}$，点C在弦AB上，$AC=\frac{1}{4}AB$，则OC的长为（　　）



（A）$\sqrt{2}$　　（B）$\sqrt{3}$

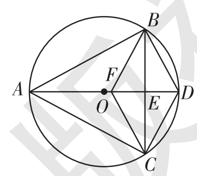
（C）$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　（D）$\frac{\sqrt{7}}{2}$

12. 如图，A，B，C为$\odot O$上的三点，且$AB=AC$，直径AD交BC于点E，F是OE上的一点，使$CF\parallel BD$.

（1）求证：$BE=CE$；

（2）试判断四边形$BFCD$的形状，并说明理由；

（3）若$BC=8$，$AD=10$，求CD的长.



2.4 过不共线三点作圆

扫码观看 本节精彩微课

课前预习

1. 理解确定圆的条件

过__________的三点可以作一个圆且只可以作一个圆.

2. 掌握三角形的外接圆及外心的概念

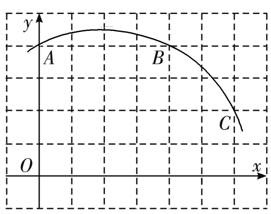
(1)外接圆:经过三角形________的圆叫作这个三角形的外接圆,这个三角形叫作这个圆的________.

(2)外心:三角形的______的圆心叫作三角形的外心,三角形的外心是它的__________的交点.

课堂探究

探究一:确定圆的条件

【例1】如图,直角坐标系中一条圆弧经过网格点 A,B,C,其中,B 点坐标为(4,4),则该圆弧所在圆的圆心坐标为(　　)



(A)(2,1)　(B)(2,2)　(C)(2,0)　(D)(2,−1)

【思路导引】

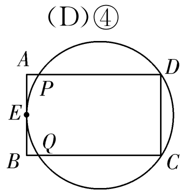
1. 不在同一直线上的______个点确定一个圆.
2. 圆心是线段 AB,BC 的________的交点.

易错提醒　三点确定圆的前提条件是"不在同一直线上",这个条件不能漏掉.

变式训练 1－1:(2017 镇海区期末)下列是有关圆的一些结论:①任意三点可以确定一个圆;②相等的圆心角所对的弧相等;③平分弦的直径垂直于弦,并且平分弦所对的弧;④圆内接四边形的对角互补.其中正确的结论是(　　)

(A)①　(B)②　(C)③　(D)④

变式训练 1－2:如图,矩形 $ABCD$ 中,E 为线段 AB 的中点,有一圆过 C,D,E 三点,且此圆分别与线段 AD,BC 相交于 P,Q 两点.甲、乙两人想找到此圆的圆心 O,其作法如下:



(甲)作∠DEC 的角平分线 l,作线段 DE 的垂直平分线,交 l 于 O 点,则 O 即为所求;

(乙)连接 PC,QD,两线段交于一点 O,则 O 即为所求.

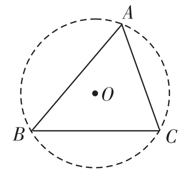
对于甲、乙两人的作法,下列判断正确的是(　　)

(A)两人皆正确　(B)两人皆错误

(C)甲正确,乙错误　(D)甲错误,乙正确

探究二:三角形的外接圆

【例2】如图所示,在△ABC 中,BC=3 cm,∠BAC=60°,那么△ABC 能被半径至少为______cm 的圆形纸片所覆盖.

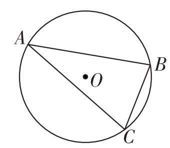


【思路导引】

1. 要求覆盖△ABC 的圆形纸片的最小半径,也就是求△ABC 的______的半径.
2. 通过作______来构造直角三角形.

规律总结　锐角三角形的外心在三角形内部;直角三角形的外心是斜边中点;钝角三角形的外心在三角形外部.

变式训练 2－1:(2018 牡丹江)如图,△ABC 内接于⊙O,若 $\sin\angle BAC=\frac{1}{3}$,$BC=2\sqrt{6}$,则⊙$O$ 的半径为(　　)



(A)$3\sqrt{6}$　(B)$6\sqrt{6}$

(C)$4\sqrt{2}$　(D)$2\sqrt{2}$

变式训练 2－2:小颖同学在手工制作时,把一个边长为 12 cm 的等边三角形纸片贴到一个圆形的纸片上,若三角形的三个顶点恰好都在这个圆上,则圆的半径为(　　)

(A)$2\sqrt{3}$ cm　(B)$4\sqrt{3}$ cm

(C)$6\sqrt{3}$ cm　(D)$8\sqrt{3}$ cm

课堂达标

1. 下列说法不正确的是(　　)

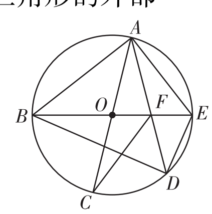
(A)任何一个三角形都有外接圆

(B)等边三角形的外心是这个三角形三条角平分线的交点

(C)直角三角形的外心是其斜边的中点

(D)一个三角形的外心不可能在三角形的外部

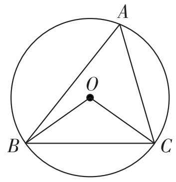
2. 如图,AC,BE 是⊙O 的直径,弦 AD 与 BE 交于点 F,下列三角形中,外心不是点 O 的是(　　)



(A)△ABE　(B)△ACF

(C)△ABD　(D)△ADE

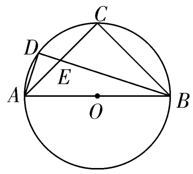
3. **(2018 自贡)** 如图，若$\triangle ABC$内接于半径为R的$\odot O$，且$\angle A=60°$，连接OB，OC，则边BC的长为(　　)



(A)$\sqrt{2}R$　　(B)$\frac{\sqrt{3}}{2}R$

(C)$\frac{\sqrt{2}}{2}R$　　(D)$\sqrt{3}R$

4. 如图，已知$\odot O$是等腰$\mathrm{Rt}\triangle ABC$的外接圆，点D是$\overset{\frown}{AC}$上的一点，BD交AC于点E，若$BC=4$，$AD=\frac{4}{5}$，则AE的长是(　　)



(A)3　　(B)2　　(C)1　　(D)1.2

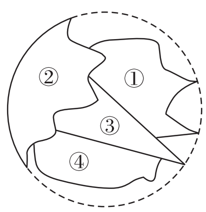
5. **(2018 临沂)** 若在$\triangle ABC$中，$\angle A=60°$，$BC=5$ cm，则能够将$\triangle ABC$完全覆盖的最小圆形纸片的直径是________cm.

6. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，直角边的长a，b是方程$x^2-4x+2=0$的两个实数根，求$\mathrm{Rt}\triangle ABC$外接圆的半径.

课后提升

【基础达标】

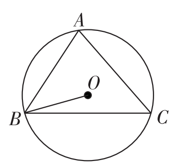
1. 小明不慎把家里的圆形玻璃打碎了，其中四块碎片如图所示，为配到与原来大小一样的圆形玻璃，小明带到商店去的一块玻璃碎片应该是(　　)



(A)①　　(B)②

(C)③　　(D)④

2. **(2018 苍南县一模)** 如图，$\triangle ABC$内接于$\odot O$，若$\angle A=68°$，则$\angle OBC$等于(　　)



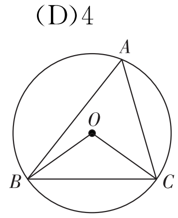
(A)22°　　(B)26°

(C)32°　　(D)34°

3. 平面上有4个点，它们不在一条直线上，但有3个点在同一条直线上. 过其中3个点作圆，可以作的圆的个数是(　　)

(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)4

4. **(2017 遂宁)** 如图，$\odot O$的半径为6，$\triangle ABC$是$\odot O$的内接三角形，连接OB，OC. 若$\angle BAC$与$\angle BOC$互补，则线段BC的长为(　　)



(A)$3\sqrt{3}$　　(B)3

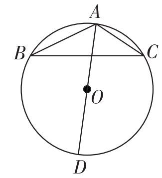
(C)$6\sqrt{3}$　　(D)6

5. 若点O是等腰$\triangle ABC$的外心，且$\angle BOC=60°$，底边$BC=2$，则$\triangle ABC$的面积为(　　)

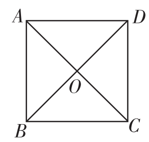
(A)$2+\sqrt{3}$　　(B)$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(C)$2+\sqrt{3}$或$2-\sqrt{3}$　　(D)$4+2\sqrt{3}$或$2-\sqrt{3}$

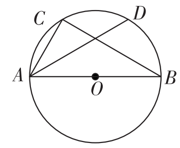
6. **(2018 镇江)** 如图，AD为$\triangle ABC$的外接圆$\odot O$的直径. 若$\angle BAD=50°$，则$\angle ACB=$________.



7. 如图，正方形$ABCD$的4个顶点和它的中心O共5个点能确定_______个不同的圆.



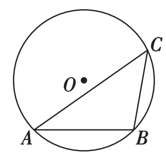
第7题图



第8题图

8. **(2018 黄冈)** 如图，$\triangle ABC$内接于$\odot O$，AB为$\odot O$的直径，$\angle CAB=60°$，弦AD平分$\angle CAB$. 若$AD=6$，则$AC=$________.

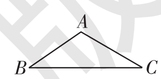
9. 如图所示，$\triangle ABC$内接于$\odot O$，$\angle C=45°$，$AB=4$，求$\odot O$的半径.



10. 如图，$\triangle ABC$为等腰三角形.

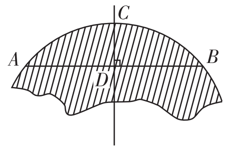
(1)用直尺和圆规作$\triangle ABC$的外接圆；

(2)设$\triangle ABC$的外接圆的圆心为O，若$\angle BOC=128°$，求$\angle BAC$的度数.

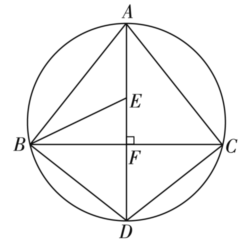


【能力提升】

11. 如图所示，残破的圆形轮片上，弦 AB 的垂直平分线交弧 AB 于点 C，交弦 AB 于点 D. 已知 $AB=24$ cm，$CD=8$ cm.
(1)求作此残片所在的圆(不写作法，保留作图痕迹)；
(2)求(1)中所作圆的半径.



12. 如图，AD 为 $\triangle ABC$ 外接圆的直径，$AD\perp BC$，垂足为点 F，$\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E，连接 BD，CD.
(1)求证：$BD=CD$.
(2)请判断 B，E，C 三点是否在以 D 为圆心，DB 为半径的圆上，并说明理由.



2.5 直线与圆的位置关系

2.5.1　直线与圆的位置关系

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解直线与圆的位置关系

位置关系	公共点	直线名称	公共点名称
相交	______个	割线	交点
相切	______个	切线	切点
相离	没有		

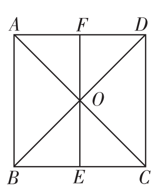
2. 掌握直线与圆的位置关系的判断方法

设⊙O 的半径为 r，圆心 O 到直线 l 的距离为 d，则有
(1)直线 l 和⊙O 相交⇔d ________ r；
(2)直线 l 和⊙O 相切⇔d ________ r；
(3)直线 l 和⊙O 相离⇔d ________ r.

课堂探究

探究一：确定直线与圆的位置关系

【例1】 如图所示，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，AC 和 BD 相交于点 O，过 O 作 $EF/\!/AB$，交 BC 于 E，交 AD 于 F，则以点 B 为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆与直线 AC，EF 的位置关系分别是什么？

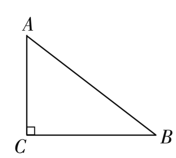


【思路导引】
1. 圆心到 AC 的距离是________；
2. 圆心到 EF 的距离是________.

规律总结　确定直线与圆的位置关系需先求出两个量：圆的半径和圆心到直线的距离，然后比较即可.

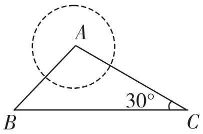
变式训练 1－1：(2018 湘西州) 已知⊙O 的半径为 5 cm，圆心 O 到直线 l 的距离为 5 cm，则直线 l 与⊙O 的位置关系为(　　)
(A)相交　　(B)相切
(C)相离　　(D)无法确定

变式训练 1－2： 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=3$，$BC=4$，以 C 为圆心，r 为半径的圆与 AB 有怎样的位置关系？为什么？
(1)$r=2$；(2)$r=2.4$；(3)$r=3$.



探究二:直线与圆的位置关系的应用

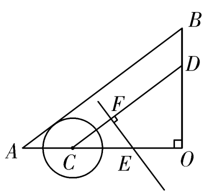
【例2】如图所示,点 A 是一个半径为 300 m 的圆形公园的中心,在公园附近有 B,C 两村庄,AC 的距离为 700 m,现要在 B,C 两村庄之间修一条笔直公路将两村连通,现测得 $\angle C=30°$. 问此公路是否会穿过该公园? 请通过计算进行说明.



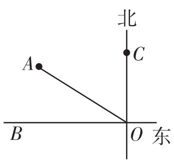
【思路导引】

1. 过点 A 作 $AD\perp BC$ 于点 D,则 $AD=$________.
2. 比较 AD 的长与________的大小.

变式训练 2-1:如图,$\triangle AOB$ 中,$\angle O=90°$,$AO=8$ cm,$BO=6$ cm,点 C 从点 A 出发,在边 AO 上以 2 cm/s 的速度向点 O 运动,与此同时,点 D 从点 B 出发,在边 BO 上以 1.5 cm/s 的速度向点 O 运动,过 OC 的中点 E 作 CD 的垂线 EF,则当点 C 运动了________ s 时,以点 C 为圆心,1.5 cm 为半径的圆与直线 EF 相切.

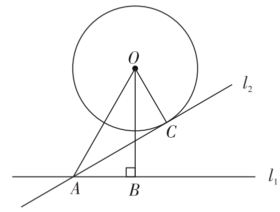


变式训练 2-2:如图,东海中某小岛上有一灯塔 A,灯塔附近方圆 25 海里范围内有暗礁. 一艘渔船在 O 处测得灯塔在其北偏西 60°方向,距离灯塔 60 海里. 若渔船一直向正西方向航行,是否有触礁的危险?

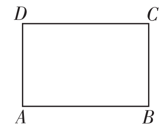


课堂达标

1. 在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$BC=3$ cm,$AC=4$ cm,以点 C 为圆心,以 2.5 cm 为半径画圆,则$\odot C$ 与直线 AB 的位置关系是(　　)
(A)相交　　(B)相切
(C)相离　　(D)不能确定
2. **(2018 从化区二模)** 已知$\odot O$ 的半径为 5,且圆心 O 到直线 l 的距离 $d=2\sin 30°+\sqrt{9}+|-2|$,则直线 l 与圆的位置关系是(　　)
(A)相交　　(B)相切
(C)相离　　(D)无法确定
3. **(2018 石家庄二模)** 如图,$\odot O$ 与直线 l_1 相离,圆心 O 到直线 l_1 的距离 $OB=2\sqrt{3}$,$OA=4$,将直线 l_1 绕点 A 逆时针旋转 30°后得到的直线 l_2 刚好与$\odot O$ 相切于点 C,则 $OC=$(　　)
(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)4

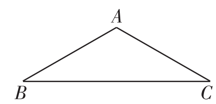


第 3 题图



第 4 题图

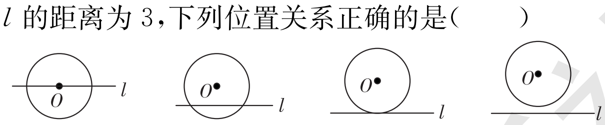
4. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=6$,$BC=4$,$\odot O$ 是以 AB 为直径的圆,则直线 DC 与$\odot O$ 的位置关系是________.
5. $\odot O$ 的半径为 R,点 O 到直线 l 的距离为 d,R,d 是方程 $x^2-4x+m=0$ 的两根,当直线 l 与$\odot O$ 相切时,m 的值为________.
6. 如图,在$\triangle ABC$ 中,$\angle BAC=120°$,$AB=AC$,$BC=4\sqrt{3}$,以 A 为圆心,2 为半径作$\odot A$,试问:直线 BC 与$\odot A$ 的位置关系如何? 并证明你的结论.



课后提升

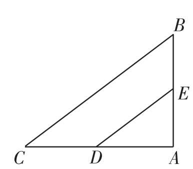
【基础达标】

1. **(2018 广阳区一模)** $\odot O$ 的半径为 5,圆心 O 到直线 l 的距离为 3,下列位置关系正确的是(　　)



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

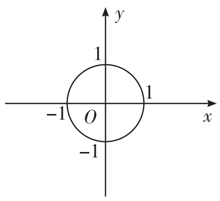
2. **(2018 义乌市模拟)** 直线 l 上的一点到圆心的距离等于半径,则直线与圆的位置关系一定是(　　)
(A)相离　　(B)相切
(C)相交　　(D)相切或相交
3. 在平面直角坐标系 xOy 中,以点$(-3,4)$为圆心,4 为半径的圆(　　)
(A)与 x 轴相交,与 y 轴相切
(B)与 x 轴相离,与 y 轴相交
(C)与 x 轴相切,与 y 轴相交
(D)与 x 轴相切,与 y 轴相离
4. 如图,$\triangle ABC$ 中,$AB=6$,$AC=8$,$BC=10$,D,E 分别是 AC,AB 的中点,则以 DE 为直径的圆与 BC 的位置关系是(　　)
(A)相交　　(B)相切
(C)相离　　(D)无法确定



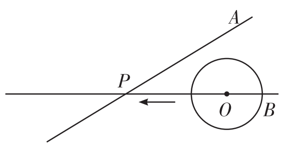
5. 已知⊙O 的半径 $r=3$，设圆心 O 到一条直线的距离为 d，圆上到这条直线的距离为 2 的点的个数为 m，给出下列命题：
①若 $d>5$，则 $m=0$；②若 $d=5$，则 $m=1$；
③若 $1<d<5$，则 $m=3$；④若 $d=1$，则 $m=2$；
⑤若 $d<1$，则 $m=4$.
其中正确命题的个数是(　　)
(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)5

6. (2017 百色)以坐标原点 O 为圆心，作半径为 2 的圆，若直线 $y=-x+b$ 与⊙O 相交，则 b 的取值范围是(　　)
(A)$0\leqslant b<2\sqrt{2}$　　(B)$-2\sqrt{2}\leqslant b\leqslant 2\sqrt{2}$
(C)$-2\sqrt{3}<b<2\sqrt{3}$　　(D)$-2\sqrt{2}<b<2\sqrt{2}$

7. 如图，在平面直角坐标系中，⊙O 的半径为 1，则直线 $y=x-\sqrt{2}$与⊙O 的位置关系是________.



第 7 题图

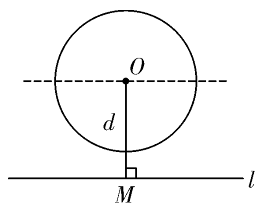


第 8 题图

8. 如图，$\angle APB=30°$，点 O 是直线 PB 上的一点，$OP=5$ cm，若以点 O 为圆心，半径为 1.5 cm 的⊙O 沿 BP 方向移动，当⊙O 与 PA 相切时，圆心 O 移动的距离为________cm.

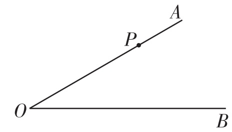
【能力提升】

9. 如图，给定一个半径为 2 的圆，圆心 O 到水平直线 l 的距离为 d，即 $OM=d$. 我们把圆上到直线 l 的距离等于 1 的点的个数记为 m. 如 $d=0$ 时，l 为经过圆心 O 的一条直线，此时圆上有四个到直线 l 的距离等于 1 的点，即 $m=4$. 由此可知：

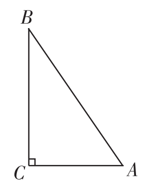


(1)当 $d=3$ 时，$m=$________；
(2)当 $m=2$ 时，d 的取值范围是____________.

10. 已知 $\angle AOB=30°$，P 是 OA 上的一点，$OP=24$ cm，以 r 为半径作⊙P.
(1)若 $r=12$ cm，试判断⊙P 与 OB 的位置关系；
(2)若⊙P 与 OB 相离，试求出 r 需满足的条件.



11. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=3$，$BC=4$. 动点 O 在边 CA 上移动，且⊙O 的半径为 2.
(1)若圆心 O 与点 C 重合，则⊙O 与直线 AB 有怎样的位置关系？
(2)当 OC 等于多少时，⊙O 与直线 AB 相切？



2.5.2　圆的切线

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

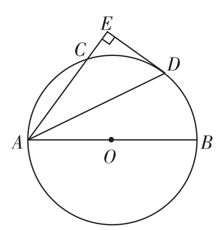
1. 掌握切线的判定方法
(1)定理：经过半径的________端并且________于这条半径的直线是圆的切线.
(2)如果圆心到一条直线的距离等于________，那么这条直线是圆的切线.
(3)如果直线与圆只有________个公共点，那么这条直线是圆的切线.

2. 掌握切线的性质定理
圆的切线________于过切点的半径.

课堂探究

探究一：切线的判定

【例1】如图，AB 是⊙O 的直径，D 是 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点，$DE\perp AC$ 交 AC 的延长线于 E. 求证：DE 是⊙O 的切线.



【思路导引】
1. 连接 OD，欲证 DE 是⊙O 的切线，可求证 DE 与 OD __________；

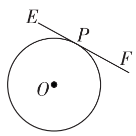
2. 由 D 为 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点可得$\angle CAD=$__________.

规律总结 切线的判定方法：

(1)切点已知型，“连半径，证垂直”；

(2)切点未知型，“作垂直，证半径”.

变式训练 1-1：(2017 慈溪市期末) 已知⊙O 的半径为5，直线 EF 经过⊙O 上的一点 P(点 E,F 在点 P 的两旁)，下列条件能判定直线 EF 与⊙O 相切的是(　　)



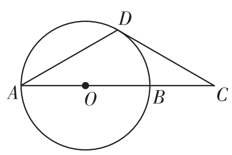
(A)$OP=5$

(B)$OE=OF$

(C)点 O 到直线 EF 的距离是 4

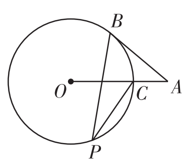
(D)$OP\perp EF$

变式训练 1-2： 如图，已知 C 是⊙O 的直径 AB 的延长线上的一点，D 是⊙O 上的一点，且 $AD=CD$，$\angle C=30^\circ$，求证：DC 是⊙O 的切线.



探究二：切线的性质

【例2】 如图，AB 切⊙O 于点 B，OA 与⊙O 交于点 C，点 P 在⊙O 上，若$\angle BAC=40^\circ$，则$\angle BPC$ 的度数为(　　)



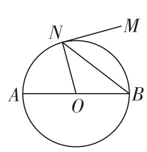
(A)20°　(B)25°　(C)30°　(D)40°

【思路导引】

1. 连接 OB，则$\angle OBA=$________；

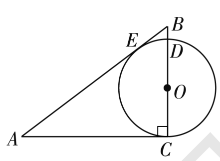
2. $\angle BPC=\frac{1}{2}$________.

变式训练 2-1：(2018 常州) 如图，AB 是⊙O 的直径，MN 是⊙O 的切线，切点为 N. 若$\angle MNB=52^\circ$，则$\angle NOA$ 的度数为(　　)



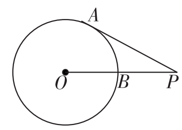
(A)76°　(B)56°　(C)54°　(D)52°

变式训练 2-2： 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=4$，$BC=3$，以 BC 上的一点 O 为圆心作⊙O 与 AB 相切于 E，与 AC 相切于 C. ⊙O 与 BC 的另一交点为 D，试求⊙O 的半径.



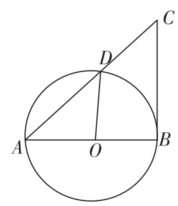
课堂达标

1. **(2018 哈尔滨)** 如图，点 P 为⊙O 外一点，PA 为⊙O 的切线，A 为切点，PO 交⊙O 于点 B，$\angle P=30^\circ$，$OB=3$，则线段 BP 的长为(　　)



(A)3　(B)$3\sqrt{3}$　(C)6　(D)9

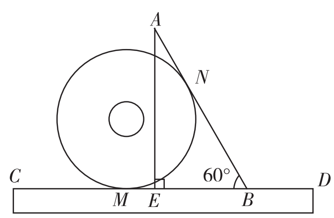
2. **(2018 福建)** 如图，AB 是⊙O 的直径，BC 与⊙O 相切于点 B，AC 交⊙O 于点 D. 若$\angle ACB=50^\circ$，则$\angle BOD$ 等于(　　)



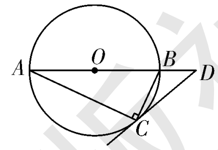
(A)40°　(B)50°

(C)60°　(D)80°

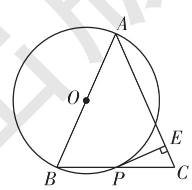
3. 小明把半径为 1 的光盘、直尺和三角形形状的纸片按如图所示的方式放置于桌面上，此时，光盘与 AB，CD 分别相切于点 N，M. 现从如图所示的位置开始，将光盘在直尺边上沿着 CD 向右滚动，到再次与 AB 相切时，光盘的圆心经过的距离是________.



4. 如图，⊙O 是 Rt△ABC 的外接圆，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle A=25^\circ$，过点 C 作⊙O 的切线，交 AB 的延长线于点 D，则$\angle D$ 的度数是________.



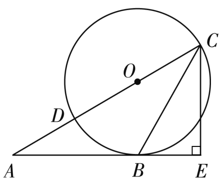
5. 如图，在⊙O 中，AB 为直径，BP 为⊙O 的弦，AC 与 BP 的延长线交于点 C，且 $AB=AC$，$PE\perp AC$ 于 E. 求证：PE 是⊙O 的切线.



6. 如图，已知$\triangle ABC$的边AB是$\odot O$的切线，切点为B，AC经过圆心O并与圆相交于点D，C，过C作直线$CE\perp AB$，交AB的延长线于点E.

(1)求证：CB平分$\angle ACE$；

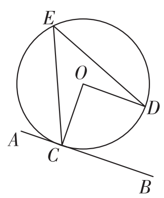
(2)若$BE=3$，$CE=4$，求$\odot O$的半径.



课后提升

【基础达标】

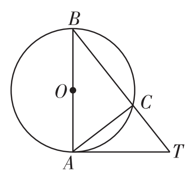
1. **(2018 宜昌)** 如图，直线AB是$\odot O$的切线，C为切点，$OD\parallel AB$交$\odot O$于点D，点E在$\odot O$上，连接OC，EC，ED，则$\angle CED$的度数为(　　)



(A)30°　　(B)35°

(C)40°　　(D)45°

2. 如图，AB是$\odot O$的直径，下列条件中不能判定直线AT是$\odot O$的切线的是(　　)



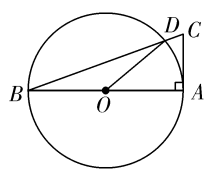
(A)$AB=4$，$AT=3$，$BT=5$

(B)$\angle B=45°$，$AB=AT$

(C)$\angle B=55°$，$\angle TAC=55°$

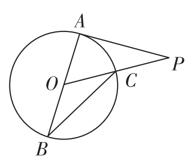
(D)$\angle T=\angle B$

3. 如图，AB是$\odot O$的直径，AC切$\odot O$于点A，BC交$\odot O$于点D，若$\angle C=70°$，则$\angle AOD$的度数为(　　)



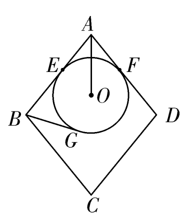
(A)70°　　(B)35°　　(C)20°　　(D)40°

4. **(2018 眉山)** 如图所示，AB是$\odot O$的直径，PA切$\odot O$于点A，线段PO交$\odot O$于点C，连接BC. 若$\angle P=36°$，则$\angle B$等于(　　)



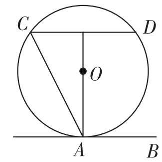
(A)27°　　(B)32°　　(C)36°　　(D)54°

5. 如图，菱形$ABCD$的边长为10，$\odot O$分别与AB，AD相切于E，F两点，且与BG相切于G点. 若$AO=5$，且$\odot O$的半径为3，则BG的长度为(　　)



(A)4　　(B)5　　(C)6　　(D)7

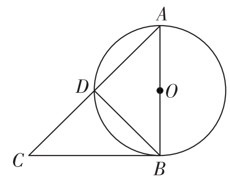
6. **(2018 湘西州)** 如图，直线AB与$\odot O$相切于点A，AC，CD是$\odot O$的两条弦，且$CD\parallel AB$. 若$\odot O$的半径为5，$CD=8$，则弦AC的长为(　　)



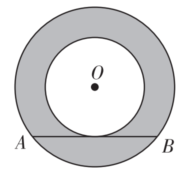
(A)10　　(B)8

(C)$4\sqrt{3}$　　(D)$4\sqrt{5}$

7. **(2018 益阳)** 如图，在$\odot O$中，AB为直径，AD为弦，过点B的切线与AD的延长线交于点C，$AD=DC$，则$\angle C=$________.



第 7 题图



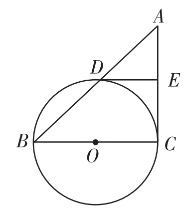
第 8 题图

8. 如图，两圆圆心相同，大圆的弦AB与小圆相切，$AB=8$，则图中阴影部分的面积是________.

9. 如图，已知BC是$\odot O$的直径，AC切$\odot O$于点C，AB交$\odot O$于点D，E为AC的中点，连接DE.

(1)若$AD=DB$，$OC=5$，求切线AC的长；

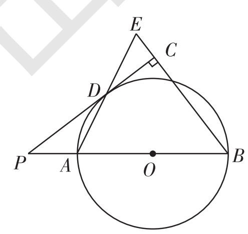
(2)求证：ED是$\odot O$的切线.



10. 如图，已知AB是$\odot O$的直径，点P在BA的延长线上，PD切$\odot O$于点D，过点B作BE垂直于PD，交PD的延长线于点C，连接AD并延长，交BE于点E.

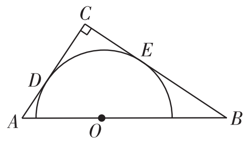
(1)求证：$AB=BE$；

(2)若$PA=2$，$\cos B=\frac{3}{5}$，求$\odot O$的半径.



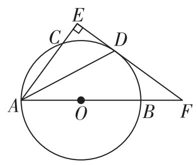
【能力提升】

11. 如图，Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$BC=6$，以斜边 AB 上的一点 O 为圆心所作的半圆分别与 AC，BC 相切于点 D，E，则 $AD=$（　　）



（A）2.5　（B）1.6　（C）1.5　（D）1

12. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 C，D 在⊙O 上，且 AD 平分 $\angle CAB$，过点 D 作 AC 的垂线，与 AC 的延长线相交于点 E，与 AB 的延长线相交于点 F.



（1）求证：EF 与⊙O 相切；

（2）若 $AB=6$，$AD=4\sqrt{2}$，求 EF 的长.

*2.5.3　切线长定理

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解切线长的概念

经过圆外一点作圆的切线，这点和________之间的线段的长，叫作这点到圆的切线长.

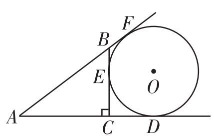
2. 掌握切线长定理

过圆外一点所画的圆的两条切线长________，圆心和这一点的连线________两条切线的夹角.

课堂探究

探究一：切线长定理

【例1】如图，⊙O 与△ABC 中 AB，AC 的延长线及 BC 边分别相切于 F，D，E 三点，且 $\angle ACB=90°$，$\angle A$，$\angle ABC$，$\angle ACB$ 所对的边长依次为 3，4，5，则⊙O 的半径是______.



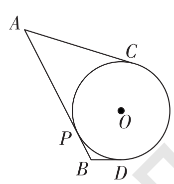
【思路导引】

1. 由切线长定理可得 $AF=$______，$BE=$______，$CE=$______.

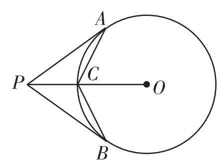
2. 要求⊙O 的半径，可连接________，_________.

规律总结　当已知条件中有多条切线时，要考虑应用切线长定理，常作的辅助线是作过切点的半径.

变式训练 1－1：（2017 上思县校级模拟）如图，AB，AC，BD 是⊙O 的切线，P，C，D 为切点. 若 $AB=5$，$AC=3$，则 BD 的长为________.

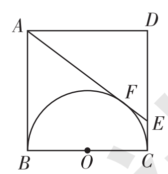


变式训练 1－2：如图，PA，PB 分别切⊙O 于 A，B，连接 PO 与⊙O 相交于 C，连接 AC，BC. 求证：$AC=BC$.



探究二：切线长定理的应用

【例2】如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4 cm，以正方形的一边 BC 为直径在正方形 $ABCD$ 内作半圆，过 A 作半圆的切线，与半圆相切于 F 点，与 DC 相交于 E 点，则△ADE 的面积为（　　）



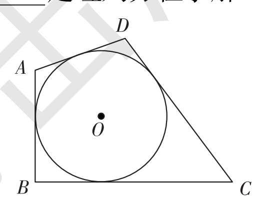
（A）12 cm^2　（B）24 cm^2　（C）8 cm^2　（D）6 cm^2

【思路导引】

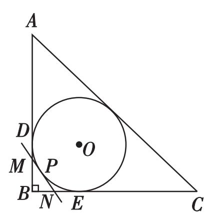
1. 由切线长定理可得 $AF=$______，$EF=$______；

2. 在 Rt△ADE 中，应用________定理列方程求解.

变式训练 2－1：（2017 抚顺县期末）如图，四边形 $ABCD$ 是⊙O 的外切四边形，且 $AB=10$，$CD=12$，则四边形 $ABCD$ 的周长为________.



变式训练 2－2：如图，Rt△ABC 的内切圆⊙O 与两直角边 AB，BC 分别相切于点 D，E，过劣弧 DE（不包括端点 D，E）上任一点 P 作⊙O 的切线 MN，与 AB，BC 分别交于点 M，N，若⊙O 的半径为 r，则 Rt△MBN 的周

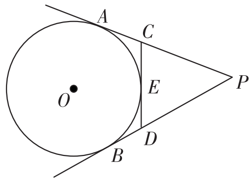


长为(　　)

(A)r　　(B)$\frac{3}{2}r$　　(C)$2r$　　(D)$\frac{5}{2}r$

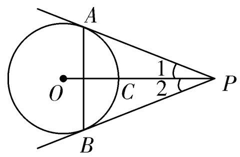
课堂达标

1. (**2017 防城港期末**)如图,P 为⊙O 外一点,PA,PB 分别切⊙O 于点 A,B,CD 切⊙O 于点 E,分别交 PA,PB 于点 C,D. 若 $PA=5$,则△PCD 的周长为(　　)



(A)5　　(B)7　　(C)8　　(D)10

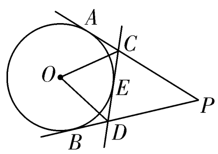
2. 如图,PA 切⊙O 于点 A,PB 切⊙O 于点 B,OP 交⊙O 于点 C. 下列结论中,错误的是(　　)



(A)$\angle 1=\angle 2$　　(B)$PA=PB$

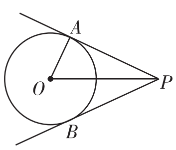
(C)$AB\perp OP$　　(D)$PA^2=PC\cdot PO$

3. 如图,PA,PB,CD 是⊙O 的切线,A,B,E 是切点,CD 分别交 PA,PB 于 C,D 两点,若$\angle APB=40°$,$PA=5$,有下列结论:①$PB=5$;②△PCD 的周长为 5;③$\angle COD=70°$. 正确结论的个数为(　　)

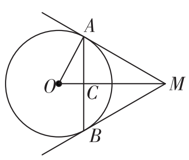


(A)3　　(B)2　　(C)1　　(D)0

4. 如图,PA,PB 分别切⊙O 于 A,B,$\angle APB=50°$,则$\angle AOP=$________.



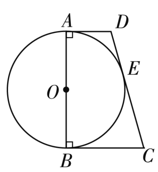
第 4 题图



第 5 题图

5. (**2017 郾城区校级期中**)如图,MA,MB 是⊙O 的两条切线,A,B 为切点. 若$\angle AMB=60°$,$AB=1$,则⊙O 的直径等于________.

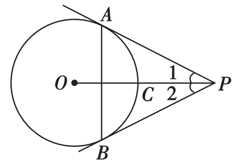
6. 已知 AB 为⊙O 的直径,$\angle DAB=\angle ABC=90°$,$DE$ 与⊙O 相切于 E,⊙O 的半径为$\sqrt{5}$,$AD=2$,求 BC 的长.



课后提升

【基础达标】

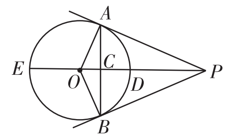
1. 如图所示,PA 切⊙O 于 A,PB 切⊙O 于 B,OP 交⊙O 于 C,连接 AB. 下列结论中,错误的是(　　)



(A)$\angle 1=\angle 2$　　(B)$PA=PB$

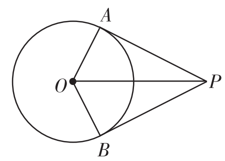
(C)$AB\perp OP$　　(D)$PC=OC$

2. 如图,PA,PB 是⊙O 的两条切线,A,B 为切点,连接 OP 交 AB 于点 C,连接 OA,OB,则图中等腰三角形、直角三角形的个数分别为(　　)



(A)1,0　　(B)2,2　　(C)2,6　　(D)1,6

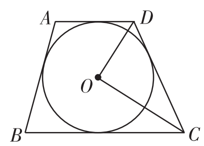
3. 如图,PA,PB 是⊙O 的切线,切点为 A,B,若 $OP=4$,$PA=2\sqrt{3}$,则$\angle AOB$ 的度数为(　　)



(A)60°　　(B)90°

(C)120°　　(D)无法确定

4. 如图,梯形 $ABCD$ 的各条边都与⊙O 相切,若 $AD\parallel BC$,那么$\angle DOC$ 的度数为(　　)

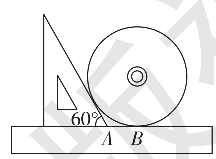


(A)70°　　(B)90°　　(C)60°　　(D)45°

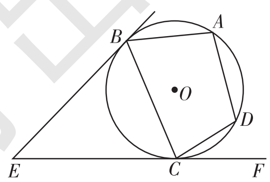
5. 已知⊙O 的半径是 4,P 是⊙O 外的一点,且 $PO=8$,从点 P 引⊙O 的两条切线,切点分别是 A,B,则 AB 等于(　　)

(A)4　　(B)$4\sqrt{2}$　　(C)$4\sqrt{3}$　　(D)$2\sqrt{3}$

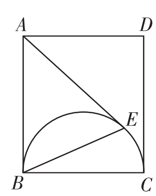
6. (**2016 滦县期末**)如图,小明同学测量一个光盘的直径,他只有一把直尺和一块三角板,他将直尺、光盘和三角板如图放置于桌面上,并量出 $AB=3$ cm,则此光盘的直径是________.



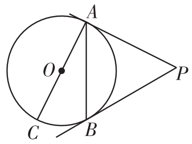
7. 如图,EB,EC 是⊙O 的两条切线,B,C 是切点,A,D 是⊙O 上两点,如果$\angle E=46°$,$\angle DCF=32°$,则$\angle A$ 的度数是________.



8. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=5$,$BC=4$,以 BC 为直径在矩形内作半圆,自点 A 作半圆的切线 AE,则 $\tan\angle CBE=$______.



9. 如图，PA，PB 是⊙O 的切线，A，B 为切点，AC 是⊙O 的直径，$\angle P=60^\circ$.

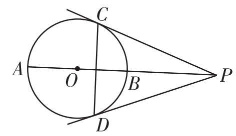


(1)求$\angle BAC$的度数；

(2)当 $OA=2$ 时，求 AB 的长.

【能力提升】

10. 如图，已知射线 PO 与⊙O 交于 A，B 两点，PC，PD 分别切⊙O 于点 C，D. 若 $CD=12$，$\tan\angle CPO=\frac{1}{2}$，求 PO 的长.



2.5.4　三角形的内切圆

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解三角形的内切圆、内心等的概念

(1)与三角形各边都________的圆叫作三角形的内切圆，这个三角形叫作圆的________________.

(2)三角形的________的圆心叫作三角形的内心.

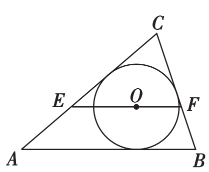
2. 掌握内心的性质

三角形的内心是这个三角形的三条________的交点，三角形的内心到三角形________的距离相等.

课堂探究

探究一：三角形的内切圆

【例1】如图，O 是$\triangle ABC$ 的内心，过点 O 作 $EF\parallel AB$，与 AC，BC 分别交于 E，F，则(　　)



(A)$EF>AE+BF$

(B)$EF<AE+BF$

(C)$EF=AE+BF$

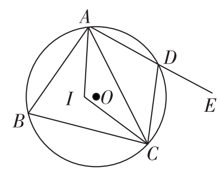
(D)EF 与 $AE+BF$ 的大小关系不确定

【思路导引】

连接 OA，OB，由 O 是$\triangle ABC$ 的内心可得 AO 平分________，BO 平分________.

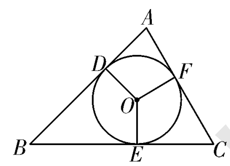
规律总结　在三角形中已知内心时常连接内心和三角形的顶点，得到角平分线.

变式训练 1－1：(**2018 烟台**)如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，点 I 是$\triangle ABC$ 的内心，$\angle AIC=124^\circ$，点 E 在 AD 的延长线上，则$\angle CDE$ 的度数为(　　)



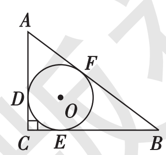
(A)56°　　(B)62°　　(C)68°　　(D)78°

变式训练 1－2：$\triangle ABC$ 的内切圆的三个切点分别为 D，E，F，$\angle A=75^\circ$，$\angle B=45^\circ$，则圆心角$\angle EOF=$________.



探究二：特殊三角形的内切圆半径

【例2】已知 Rt$\triangle ABC$ 的内切圆与三条边分别切于点 D，E，F，若 $AC=3$ cm，$BC=4$ cm，求内切圆的半径.



【思路导引】

1. 由勾股定理可得 $AB=$________ cm；

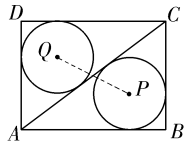
2. 连接 OD，OE，OF，则四边形 $DCEO$ 为________形.

规律总结　(1)三条边长分别为 a，b，c(c 为斜边)的直角三角形的内切圆半径 $r=\frac{1}{2}(a+b-c)$；

(2)等边三角形的内切圆半径、外接圆半径、高之比为 $1:2:3$.

变式训练 2-1:(2018 大庆) 在△ABC 中,∠C=90°,AB=10,且 AC=6,则这个三角形的内切圆半径为________.

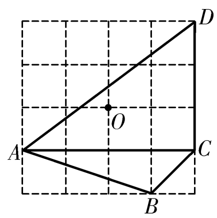
变式训练 2-2: 如图,矩形 $ABCD$ 中,AB=4,BC=3,连接 AC,⊙P 和⊙Q 分别是△ABC 和△ADC 的内切圆,则 PQ 的长是(　　)



(A)$\frac{5}{2}$　　(B)$\sqrt{5}$　　(C)$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　(D)$2\sqrt{2}$

课堂达标

1. 如图为 4×4 的网格图,A,B,C,D,O 均在格点上,则点 O 是(　　)

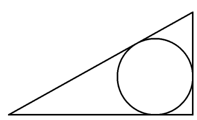


(A)△ACD 的外心
(B)△ABC 的外心
(C)△ACD 的内心
(D)△ABC 的内心

2. **(2017 武汉)** 已知一个三角形的三边长分别为 5,7,8,则其内切圆的半径为(　　)

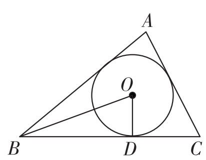
(A)$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　(B)$\frac{3}{2}$　　(C)$\sqrt{3}$　　(D)$2\sqrt{3}$

3. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著,书中有下列问题:"今有勾八步,股十五步,问勾中容圆径几何?"其意思是:"今有直角三角形,勾(短直角边)长为 8 步,股(长直角边)长为 15 步,问该直角三角形能容纳的圆形(内切圆)的直径是多少?"(　　)



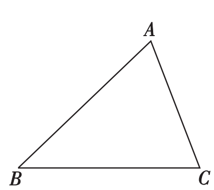
(A)3 步　　(B)5 步　　(C)6 步　　(D)8 步

4. **(2018 湖州)** 如图,已知△ABC 的内切圆⊙O 与 BC 边相切于点 D,连接 OB,OD.若∠ABC=40°,则∠BOD 的度数是________.



5. 已知三角形的一条边长 13,另两边的长是一元二次方程 $x^2-17x+60=0$ 的两个根,则这个三角形内切圆的半径是________.

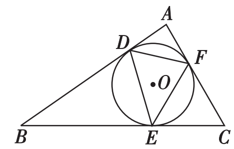
6. 制作铁皮桶,需在一块三角形余料上截取一个面积最大的圆,请画出该圆.



课后提升

【基础达标】

1. △ABC 的内切圆⊙O 和各边分别相切于 D,E,F,则 O 是△DEF 的(　　)

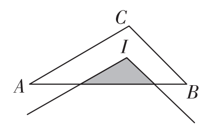


(A)三条中线的交点
(B)三条高的交点
(C)三条角平分线的交点
(D)三条边的垂直平分线的交点

2. 边长分别为 3,4,5 的三角形的内切圆半径与外接圆半径的比为(　　)

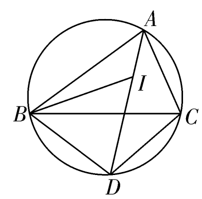
(A)1∶5　　(B)2∶5　　(C)3∶5　　(D)4∶5

3. **(2018 河北)** 如图,点 I 为△ABC 的内心,AB=4,AC=3,BC=2,将∠ACB 平移使其顶点与 I 重合,则图中阴影部分的周长为(　　)



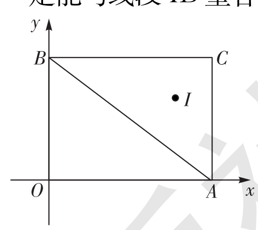
(A)4.5　　(B)4　　(C)3　　(D)2

4. 如图,I 是△ABC 的内心,AI 的延长线和△ABC 的外接圆相交于点 D,连接 BI,BD,DC.下列说法中错误的是(　　)



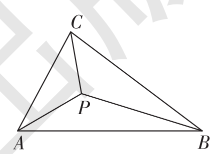
(A)线段 DB 绕点 D 顺时针旋转一定能与线段 DC 重合
(B)线段 DB 绕点 D 顺时针旋转一定能与线段 DI 重合
(C)∠CAD 绕点 A 顺时针旋转一定能与∠DAB 重合
(D)线段 ID 绕点 I 顺时针旋转一定能与线段 IB 重合

5. **(2018 荆门)** 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,已知 $A(4,0)$,$B(0,3)$,$C(4,3)$三点,I 是△ABC 的内心,将△ABC 绕原点逆时针旋转 90°后,I 的对应点 I' 的坐标为(　　)

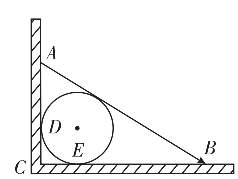


(A)$(-2,3)$　　(B)$(-3,2)$
(C)$(3,-2)$　　(D)$(2,-3)$

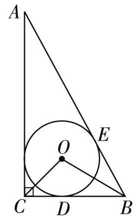
6. **(2018 娄底)** 如图,P 是△ABC 的内心,连接 PA,PB,PC.若△PAB,△PBC,△PAC 的面积分别为 S_1,S_2,S_3,则 S_1____S_2+S_3(填">""<"或"=").



7. 如图,小敏家的厨房墙角处有一自来水管,装修时为了美观,准备用木板从 AB 处将水管密封起来,互相垂直的两墙面与水管分别相切于 D,E 两点,经测量发现 AD 和 BE 的长恰是方程 $x^2-25x+150=0$ 的两根(AD<BE,单位:cm),则该自来水管的半径为______cm.



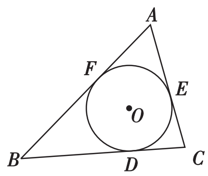
8. 如图，已知 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，⊙O 是 Rt△ABC 的内切圆，其半径为 1，E，D 是切点，$\angle COB=105°$，求 BC 的长.



9. △ABC 外切于⊙O，切点分别为点 D，E，F，$\angle A=60°$，$BC=7$，⊙O 的半径为$\sqrt{3}$.

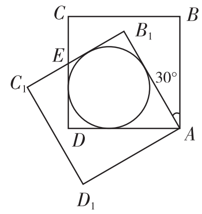
(1)求 $BF+CE$ 的值；

(2)求△ABC 的周长.



【能力提升】

10. 如图，将正方形 $ABCD$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 30°，得正方形 $AB_1C_1D_1$，B_1C_1 交 CD 于点 E，$AB=\sqrt{3}$，则四边形 AB_1ED 的内切圆半径为(　　)



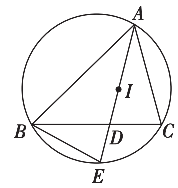
(A)$\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$　　(B)$\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$

(C)$\dfrac{\sqrt{3}+1}{3}$　　(D)$\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}$

11. 如图，点 I 是△ABC 的内心，AI 的延长线交边 BC 于点 D，交△ABC 的外接圆于点 E.

(1)求证：$IE=BE$；

(2)若 $IE=4$，$AE=8$，求 DE 的长.



2.6 弧长与扇形面积

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 掌握弧长公式

半径为 r 的圆中，$n°$的圆心角所对的弧长为 $l=$____________=____________.

2. 理解扇形的概念，掌握扇形的面积公式

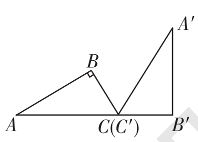
(1)扇形：圆的一条弧和经过这条弧的端点的两条半径所围成的图形.

(2)半径为 r 的圆中，圆心角为 $n°$的扇形的面积为 $S_{扇形}=$________=________.

课堂探究

探究一：弧长公式的应用

【例1】 如图，在Rt△ABC中，$\angle ABC=90°$，$\angle BAC=30°$，$AB=\sqrt{3}$，将△ABC 绕顶点 C 顺时针旋转至△$A'B'C'$的位置，且 A，C，B'三点在同一条直线上，则点 A 经过的路径的长度是(　　)



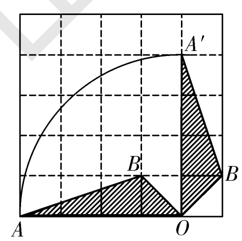
(A)4　　(B)$2\sqrt{3}$

(C)$\dfrac{2\pi}{3}$　　(D)$\dfrac{4\pi}{3}$

【思路导引】

图中 Rt△ABC 绕点______旋转，半径为________的长度，旋转角为________.

变式训练 1－1：如图，在 5×5 的正方形网格中，每个小正方形的边长都为 1，若将△AOB 绕点 O 顺时针旋转 90°得到△$A'OB'$，则 A 点运动的路径$\overset{\frown}{AA'}$的长为(　　)

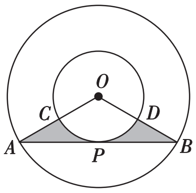


(A)π　　(B)2π　　(C)4π　　(D)8π

变式训练 1－2：(**2018 温州**)已知扇形的弧长为 2π，圆心角为 60°，则它的半径为________.

探究二:扇形面积公式的应用

【例2】如图,两同心圆的圆心为 O,大圆的弦 AB 切小圆于 P,两圆的半径分别为 6,3,则图中阴影部分的面积是(　　)



(A)$9\sqrt{3}-\pi$　　(B)$6\sqrt{3}-\pi$

(C)$9\sqrt{3}-3\pi$　　(D)$6\sqrt{3}-2\pi$

【思路导引】

1. $S_{阴影}=S_{\triangle OAB}-$________;

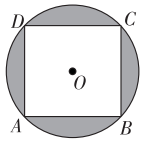
2. $\angle AOB=$________.

规律总结　求扇形面积的方法:

(1)当已知圆心角的度数时,选用公式 $S_{扇形}=\dfrac{n\pi r^2}{360}$;

(2)当已知弧长时,选用公式 $S_{扇形}=\dfrac{1}{2}lr$.

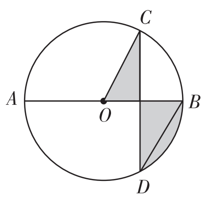
变式训练 2-1:(2018 益阳)如图,正方形 $ABCD$ 内接于⊙O,$AB=4$,则图中阴影部分的面积是(　　)



(A)$4\pi-16$　　(B)$8\pi-16$

(C)$16\pi-32$　　(D)$32\pi-16$

变式训练 2-2:如图,AB 是⊙O 的直径,弦 $CD\perp AB$,$\angle CDB=30°$,$CD=2\sqrt{3}$,则阴影部分的面积为(　　)



(A)2π　　(B)π

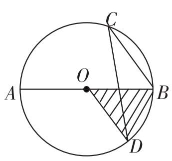
(C)$\dfrac{\pi}{3}$　　(D)$\dfrac{2\pi}{3}$

课堂达标

1. 120°的圆心角所对的弧长是 6π,则此弧所在的圆的半径是(　　)

(A)3　　(B)4　　(C)9　　(D)18

2. (2018 抚顺)如图,AB 是⊙O 的直径,CD 是弦,$\angle BCD=30°$,$OA=2$,则阴影部分的面积是(　　)



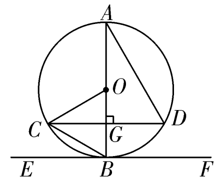
(A)$\dfrac{\pi}{3}$　　(B)$\dfrac{2\pi}{3}$

(C)π　　(D)2π

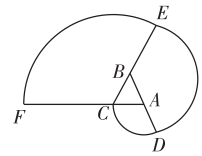
3. 如图,AB 为⊙O 的直径,$AB=6$,$AB\perp$弦 CD,垂足为 G,EF 切⊙O 于点 B,$\angle A=30°$,连接 OC,BC,下列结论不正确的是(　　)

(A)$EF/\!/CD$　　(B)$\triangle COB$ 是等边三角形

(C)$CG=DG$　　(D)$\overset{\frown}{BC}$ 的长为$\dfrac{3\pi}{2}$



第 3 题图

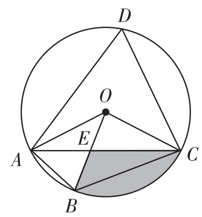


第 5 题图

4. (2018 哈尔滨)一个扇形的圆心角为 135°,弧长为 3π cm,则此扇形的面积是________cm^2.

5. 如图,$\triangle ABC$ 是正三角形,曲线 $CDEF$ 叫作正三角形的渐开线,其中 $\overset{\frown}{CD}$,$\overset{\frown}{DE}$,$\overset{\frown}{EF}$ 的圆心依次是 A,B,C,如果 $AB=1$,那么曲线 $CDEF$ 的长是________.

6. 如图,四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形,$\angle ABC=2\angle D$,连接 OA,OB,OC,AC,OB 与 AC 相交于点 E.



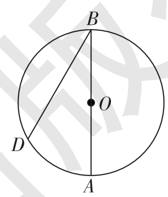
(1)求$\angle OCA$ 的度数;

(2)若$\angle COB=3\angle AOB$,$OC=2\sqrt{3}$,求图中阴影部分的面积.

课后提升

【基础达标】

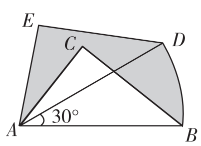
1. (2018 黄石)如图,AB 是⊙O 的直径,点 D 为⊙O 上的一点,且$\angle ABD=30°$,$BO=4$,则$\overset{\frown}{BD}$的长为(　　)



(A)$\dfrac{2\pi}{3}$　　(B)$\dfrac{4\pi}{3}$

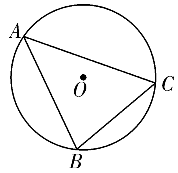
(C)2π　　(D)$\dfrac{8\pi}{3}$

2. 如图,在$\triangle ABC$ 中,$AB=5$,$AC=3$,$BC=4$,将$\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 30°后得到$\triangle ADE$,点 B 经过的路径为$\overset{\frown}{BD}$,则图中阴影部分的面积为(　　)



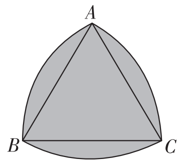
(A)$\dfrac{25}{12}\pi$　　(B)$\dfrac{4}{3}\pi$　　(C)$\dfrac{3}{4}\pi$　　(D)$\dfrac{5}{12}\pi$

3. 如图，$\odot O$通过$\triangle ABC$的三个顶点，若$\angle B=75°$，$\angle C=60°$，且$\overset{\frown}{BC}$的长度为4π，则BC的长度为(　　)



(A)8　(B)$8\sqrt{2}$　(C)16　(D)$16\sqrt{2}$

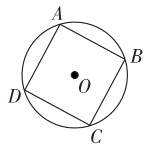
4.（2018广西）如图，分别以等边三角形ABC的三个顶点为圆心，以边长为半径画弧，得到的封闭图形是莱洛三角形．若$AB=2$，则莱洛三角形(即阴影部分)的面积为(　　)



(A)$\pi+\sqrt{3}$　(B)$\pi-\sqrt{3}$

(C)$2\pi-\sqrt{3}$　(D)$2\pi-2\sqrt{3}$

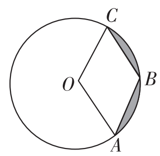
5.（2018沈阳）如图，正方形$ABCD$内接于$\odot O$，$AB=2\sqrt{2}$，则$\overset{\frown}{AB}$的长是(　　)



(A)π　(B)$\frac{3\pi}{2}$

(C)2π　(D)$\frac{\pi}{2}$

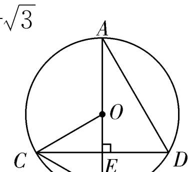
6.（2018广安）如图，已知$\odot O$的半径是2，点A，B，C在$\odot O$上．若四边形$OABC$为菱形，则图中阴影部分的面积为(　　)



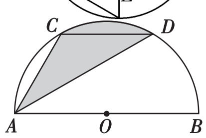
(A)$\frac{2\pi}{3}-2\sqrt{3}$　(B)$\frac{2\pi}{3}-\sqrt{3}$

(C)$\frac{4\pi}{3}-2\sqrt{3}$　(D)$\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$

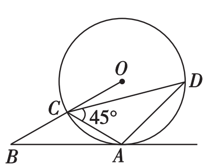
7. 如图，CD为$\odot O$的弦，直径AB的长为4，$AB\perp CD$于点E，$\angle A=30°$，则$\overset{\frown}{BC}$的长为________．



8. 如图，AB是半圆O的直径，弦$CD/\!/AB$，$\angle CAD=30°$，若$AB=6$，则阴影部分的面积是________．



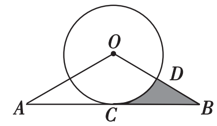
9. 如图，AB是$\odot O$的切线，切点为A，OB交$\odot O$于C，且C为OB的中点，过C点的弦CD使$\angle ACD=45°$，$\overset{\frown}{AD}$的长为$\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$，求弦AD，AC的长．



10. 如图，线段AB与$\odot O$相切于点C，连接OA，OB，OB交$\odot O$于点D，已知$OA=OB=6$ cm，$AB=6\sqrt{3}$ cm．求：

(1)$\odot O$的半径；

(2)图中阴影部分的面积．

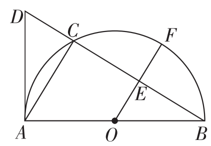


【能力提升】

11. 如图，以AB为直径的半圆O上有一点C，过A点作半圆的切线交BC的延长线于点D．

(1)求证：$\triangle ADC\backsim\triangle BDA$；

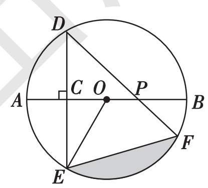
(2)过O点作AC的平行线OF分别交BC，$\overset{\frown}{BC}$于E，F两点，若$BC=2\sqrt{3}$，$EF=1$，求$\overset{\frown}{AC}$的长．



12. 如图，AB是$\odot O$的直径，弦DE垂直平分半径OA，C为垂足，弦DF与半径OB相交于点P，连接EF，EO，若$DE=2\sqrt{3}$，$\angle DPA=45°$．

(1)求$\odot O$的半径；

(2)求图中阴影部分的面积．



2.7 正多边形与圆

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解正多边形的有关概念

(1)正多边形:各边________,各内角也________的多边形叫作正多边形.

(2)圆内接正多边形:将一个圆 $n(n\geqslant 3)$ 等分,依次连接各________所得的多边形叫作这个圆的内接正多边形,这个圆是这个正多边形的________圆.

(3)正多边形的中心:正多边形的________的圆心.

2. 掌握正多边形的性质

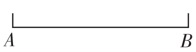
(1)正多边形都是________图形,一个正 n 边形共有________条对称轴,每条对称轴都通过正 n 边形的________.

(2)当 n 为________数时,正 n 边形是中心对称图形,它的对称中心就是这个正 n 边形的________.

课堂探究

探究一:正多边形的画法

【例1】已知 A,B 两点,求作:以 AB 为直径的⊙O 及⊙O 的内接正六边形 $ACDBEF$.(要求用直尺和圆规作图,保留作图痕迹,不必写作法及证明)

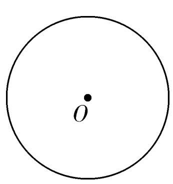


【思路导引】

1. 以 AB 为________,画出圆.
2. 以________为半径在圆上截取六段等弧.

变式训练 1-1:画圆内接正四边形时,可把圆周分成相等的________段弧,每段弧所对的圆心角为________.

变式训练 1-2:如图,已知⊙O,用尺规作⊙O 的内接正方形 $ABCD$.(不写作法,保留作图痕迹,并把作图痕迹用黑色签字笔描黑)

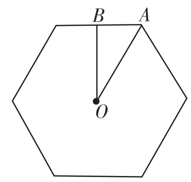


探究二:正多边形的有关计算

【例2】正六边形的边心距为$\sqrt{3}$,则该正六边形的边长是(　　)

(A)$\sqrt{3}$　　(B)2　　(C)3　　(D)$2\sqrt{3}$

【思路导引】



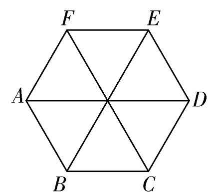
1. 作出如图所示的图形,则 $\angle AOB=$________.
2. AB 的长度是正六边形边长的________.

规律总结 在解决正 n 边形的有关计算问题时,常作出半径和边心距,把正 n 边形分成 $2n$ 个全等的直角三角形,然后应用解直角三角形的知识解决问题.

变式训练 2-1:(2018 德阳)已知圆内接正三角形的面积为$\sqrt{3}$,则该圆的内接正六边形的边心距是(　　)

(A)2　　(B)1　　(C)$\sqrt{3}$　　(D)$\frac{\sqrt{3}}{2}$

变式训练 2-2:如图,AD,BE,CF 是正六边形 $ABCDEF$ 的对角线,图中平行四边形有(　　)



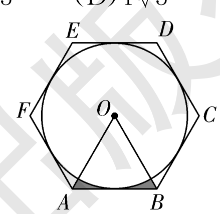
(A)2 个　　(B)4 个
(C)6 个　　(D)8 个

课堂达标

1. 若正六边形的半径为 4,则它的边长等于(　　)

(A)4　　(B)2　　(C)$2\sqrt{3}$　　(D)$4\sqrt{3}$

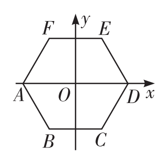
2. 如图,⊙O 的外切正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 2,则图中阴影部分的面积为(　　)



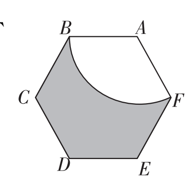
(A)$\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$　　(B)$\sqrt{3}-\frac{3\pi}{2}$

(C)$2-\frac{\pi}{3}$　　(D)$\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$

3. 如图,将正六边形$ABCDEF$放在直角坐标系中,中心与坐标原点重合,若 A 点的坐标为$(-1,0)$,则点 C 的坐标为________.



4. (2018 昆明)如图,正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 1,以点 A 为圆心,AB 的长为半径,作扇形 ABF,则图中阴影部分的面积为________.



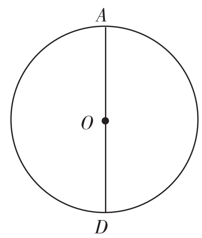
5. 在学习圆与正多边形时，马露、高静两位同学设计了一个画圆内接正三角形的方法：

(1)如图，作直径 AD；

(2)作半径 OD 的垂直平分线，交⊙O 于 B,C 两点；

(3)连接 AB,AC,那么△ABC 为所求的三角形.

请你判断两位同学的作法是否正确. 如果正确，请你按照两位同学设计的画法，画出△ABC,然后给出△ABC 是等边三角形的证明过程；如果不正确，请说明理由.



课后提升

【基础达标】

1. 已知正六边形的边长为 2，则它的内切圆的半径为(　　)

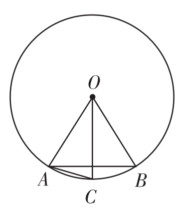
(A)1　　(B)$\sqrt{3}$　　(C)2　　(D)$2\sqrt{3}$

2. 半径为 8 cm 的圆的内接正三角形的边长为(　　)

(A)$8\sqrt{3}$ cm　　(B)$4\sqrt{3}$ cm

(C)8 cm　　(D)4 cm

3. 如图，在⊙O 中，$OA=AB$,$OC\perp AB$,交⊙O 于点 C,那么下列结论错误的是(　　)



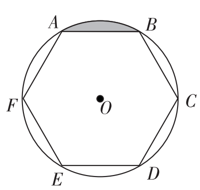
(A)$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$

(B)线段 OB 的长等于圆内接正六边形的边长

(C)弦 AC 的长等于圆内接正十二边形的边长

(D)$\angle BAC=30°$

4. (**2018 资阳**)如图，六边形 $ABCDEF$ 为⊙O 的内接正六边形，$AB=a$,则图中阴影部分的面积是(　　)



(A)$\frac{\pi}{6}a^2$　　(B)$\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

(C)$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$　　(D)$\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

5. 以半径为 1 的圆的内接正三角形、正方形、正六边形的边心距为三边作三角形，则该三角形的面积是(　　)

(A)$\frac{\sqrt{3}}{8}$　　(B)$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　(C)$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　(D)$\frac{\sqrt{2}}{8}$

6. 圆内接正五边形的部分作图步骤如下：

(1)作⊙O 的两条互相垂直的直径，再作 OA 的垂直平分线交 OA 于点 M,如图 1；

(2)以 M 为圆心，BM 长为半径作圆弧，交 CA 于点 D,连接 BD,即得到⊙O 的内接正五边形的边长，如图 2.

若⊙O 的半径为 1，则由以上作图得到的关于正五边形边长 BD 的等式是(　　)

(A)$BD^2=\frac{\sqrt{5}-1}{2}OD$　　(B)$BD^2=\frac{\sqrt{5}+1}{2}OD$

(C)$BD^2=\sqrt{5}OD$　　(D)$BD^2=\frac{\sqrt{5}}{2}OD$

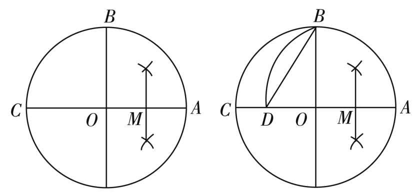
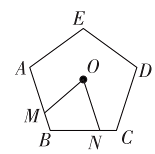


图1　　图2

第 6 题图

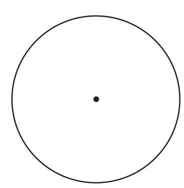


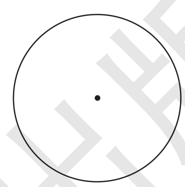
第 7 题图

7. (**2018 贵阳**)如图，点 M,N 分别是正五边形 $ABCDE$ 的两边 AB,BC 上的点，且 $AM=BN$,点 O 是正五边形的中心，则$\angle MON$ 的度数是________.

8. (**2018 呼和浩特**)同一个圆的内接正方形和正三角形的边心距的比为__________.

9. 作出你喜欢的两个不同的圆内接正多边形(尺规作图，保留作图痕迹，并直接写出该正多边形的边长，假设圆的半径为 r).

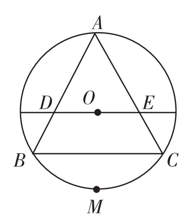




边长为________　　边长为________

【能力提升】

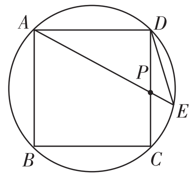
10. 如图，把正△ABC 的外接圆对折，使点 A 与劣弧$\overset{\frown}{BC}$的中点 M 重合，折痕分别交 AB,AC 于 D,E,若 $BC=5$,则线段 DE 的长为(　　)



(A)$\frac{5}{2}$　　(B)$\frac{10}{3}$

(C)$\frac{10\sqrt{3}}{3}$　　(D)$\frac{5\sqrt{3}}{3}$

11. 如图,边长为 1 的圆内接正方形 $ABCD$ 中,P 为边 CD 的中点,直线 AP 交圆于 E 点.



(1)求弦 DE 的长.

(2)若 Q 是线段 BC 上一动点,当 BQ 长为何值时,$\triangle ADP$ 与以点 Q,C,P 为顶点的三角形相似?

第 2 章　基础巩固与训练

扫码观看
本节精彩微课

一、选择题

1. (2018 安丘市期末)下列说法中正确的有(　　)

①半圆是弧;

②三角形的角平分线是射线;

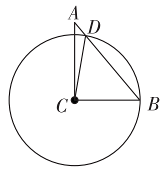
③在一个三角形中至少有一个角不大于 60°;

④过圆内一点可以画无数条弦;

⑤所有内角的度数都相等的多边形是正多边形.

(A)1 个　(B)2 个　(C)3 个　(D)4 个

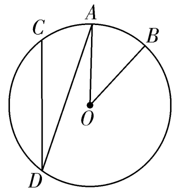
2. (2017 陕西模拟)如图,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle ACB=90°$,$\angle A=40°$,以点 C 为圆心,CB 为半径的圆交 AB 于点 D,连接 CD,则 $\angle ACD=$(　　)



(A)10°　　(B)15°

(C)20°　　(D)25°

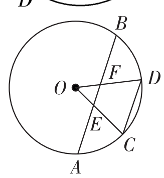
3. 如图,在⊙O 中,$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$,$\angle AOB=40°$,则 $\angle ADC$ 的度数是(　　)



(A)40°　　(B)30°

(C)20°　　(D)15°

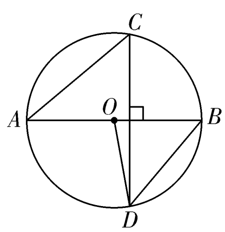
4. (2018 老河口市模拟)如图,在⊙O 中,A,C,D,B 是⊙O 上的四点,OC,OD 交 AB 于点 E,F,且 $AE=BF$. 下列结论不正确的是(　　)



(A)$OE=OF$　　(B)$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$

(C)$AC=CD=DB$　　(D)$CD/\!/AB$

5. 如图,线段 AB 是⊙O 的直径,弦 $CD\perp AB$,$\angle CAB=40°$,则 $\angle ABD$ 与 $\angle AOD$ 分别等于(　　)



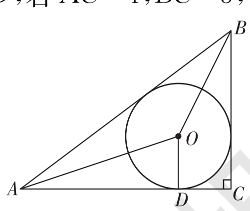
(A)40°,80°　　(B)50°,100°

(C)50°,80°　　(D)40°,100°

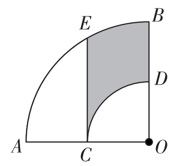
6. 如图,Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,⊙O 内切于 Rt$\triangle ABC$,AC 边切⊙O 于点 D,若 $AC=4$,$BC=3$,则 $\tan\angle CAO$ 的值为(　　)

(A)$\frac{1}{3}$　　(B)$\frac{1}{2}$

(C)$\frac{3}{4}$　　(D)$\frac{\sqrt{2}}{2}$



7. (2018 巴彦淖尔)如图,在扇形 AOB 中,$\angle AOB=90°$,点 C 为 OA 的中点,$CE\perp OA$ 交 $\overset{\frown}{AB}$ 于点 E,以点 O 为圆心,OC 的长为半径作 $\overset{\frown}{CD}$ 交 OB 于点 D. 若 $OA=4$,则图中阴影部分的面积为(　　)



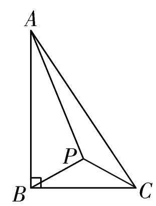
(A)$\frac{\pi}{3}+\sqrt{3}$　　(B)$\frac{\pi}{3}+2\sqrt{3}$

(C)$\sqrt{3}+\frac{2\pi}{3}$　　(D)$2\sqrt{3}+\frac{2\pi}{3}$

8. 如图,Rt$\triangle ABC$ 中,$AB\perp BC$,$AB=6$,$BC=4$,P 是 $\triangle ABC$ 内部的一个动点,且满足 $\angle PAB=\angle PBC$,则线段 CP 的长的最小值为(　　)

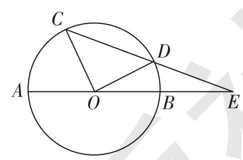
(A)$\frac{3}{2}$　　(B)2

(C)$\frac{8\sqrt{13}}{13}$　　(D)$\frac{12\sqrt{13}}{13}$



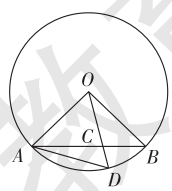
二、填空题

9. (2017 永安市期中)如图,AB 是⊙O 的直径,CD 是⊙O 的弦,AB,CD 的延长线交于点 E. 若 $AB=2DE$,$\triangle COD$ 为直角三角形,则 $\angle E$ 的度数为________.

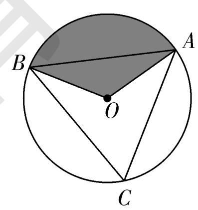


10. 已知圆内接正方形的边长为 $\sqrt{2}$,则该圆的内接正六边形的边长为________.

11. (2018 梧州)如图,已知在⊙O 中,半径 $OA=\sqrt{2}$,弦 $AB=2$,$\angle BAD=18°$,OD 与 AB 交于点 C,则 $\angle ACO=$________.



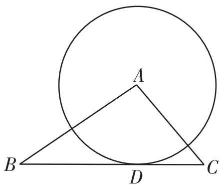
第 11 题图



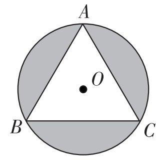
第 12 题图

12. 如图,$\triangle ABC$ 是⊙O 的内接正三角形,⊙O 的半径为 3,则图中阴影部分的面积是________.

13. 如图，在△ABC中，$AB=2$，$AC=\sqrt{2}$，以A为圆心，1为半径的圆与边BC相切于点D，则∠BAC的度数是________.



第13题图



第14题图

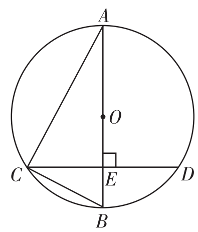
14. (2018绥化)如图，△ABC是半径为2的圆的内接正三角形，则图中阴影部分的面积是__________.

三、解答题

15. 如图，AB是⊙O的直径，弦$CD\perp AB$，垂足为E，连接AC，BC，若∠$BAC=30°$，$CD=6$ cm.

(1)求∠BCD的度数；

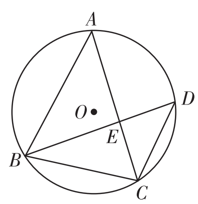
(2)求⊙O的直径.



16. 如图，已知△ABC内接于⊙O，D是⊙O上一点，连接BD，CD，AC与BD交于点E.

(1)请找出图中的相似三角形，并加以证明；

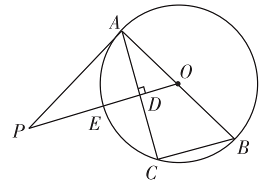
(2)若∠$D=45°$，$BC=2$，求⊙O的面积.



17. 如图，已知AB为⊙O的直径，PA与⊙O相切于点A，线段OP与弦AC垂直并相交于点D，OP与$\overset{\frown}{AC}$相交于点E，连接BC.

(1)求证：∠PAC=∠B；

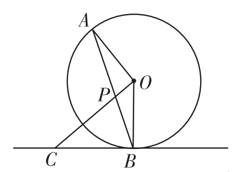
(2)若$BC=6$，⊙O的半径为5，求PA的长.



18. 如图，AB为⊙O的弦，$OC\perp OA$，交AB于点P，且$PC=BC$.

(1)判断直线BC与⊙O的位置关系，并说明理由；

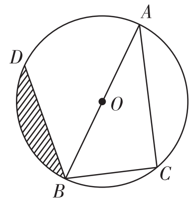
(2)若$\tan A=\frac{1}{3}$，$BC=8$，求⊙O的半径.



19. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C，D 在 $\odot O$ 上，且 $BC=6$ cm，$AC=8$ cm，$\angle ABD=45^\circ$.

(1)求 BD 的长；

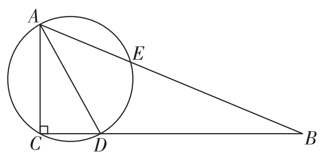
(2)求图中阴影部分的面积.



20. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=5$，$CB=12$，AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，过 A，C，D 三点的 $\odot O$ 与斜边 AB 交于点 E，连接 DE.

(1)求证：$AC=AE$；

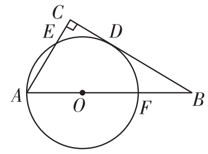
(2)求 AD 的长.



21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，以 AB 上的一点 O 为圆心，OA 长为半径的圆恰好与 BC 相切于点 D，分别交 AC，AB 于点 E，F.

(1)若 $\angle B=30^\circ$，求证：以 A，O，D，E 为顶点的四边形是菱形.

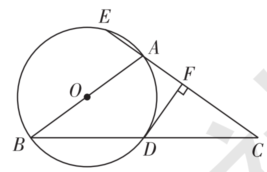
(2)若 $AC=6$，$AB=10$，连接 AD，求 $\odot O$ 的半径和 AD 的长.



22. 如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 BC 相交于点 D，与 CA 的延长线相交于点 E，过点 D 作 $DF\perp AC$ 于点 F.

(1)求证：DF 是 $\odot O$ 的切线；

(2)若 $AC=3AE$，求 $\tan C$.

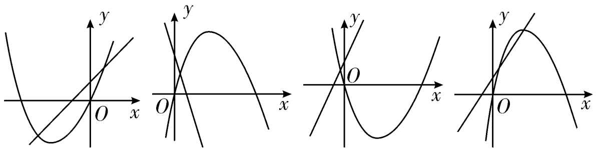


综合训练一　第 1～2 章

一、选择题

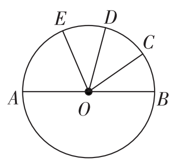
1. 关于抛物线 $y=x^2-2x+1$，下列说法错误的是(　　)
(A)开口向上
(B)与 x 轴有一个交点
(C)对称轴是直线 $x=1$
(D)当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而减小

2. 在同一平面直角坐标系中，函数 $y=ax+b$ 与 $y=ax^2-bx$ 的图象可能是(　　)



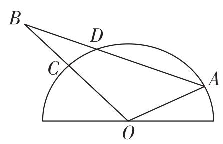
(A)　　(B)　　(C)　　(D)

3. (2017 南关区校级月考)如图，AB 是直径，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$，$\angle BOC=40°$，则$\angle AOE$ 的度数为(　　)



(A)$30°$　　(B)$40°$
(C)$50°$　　(D)$60°$

4. (2017 萧山区期中)如图，半圆 O 是一个量角器，$\triangle AOB$ 是一张纸片，AB 交半圆于点 D，OB 交半圆于点 C. 若点 C，D，A 在量角器上对应的读数分别为 $45°$，$70°$，$160°$，则$\angle B$ 的度数为(　　)



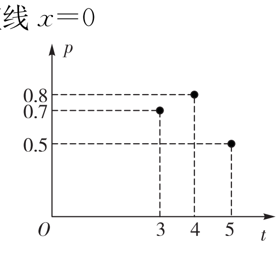
(A)$20°$　(B)$30°$　(C)$45°$　(D)$60°$

5. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$图象上部分点的坐标(x,y)的对应值列表如下，则该函数图象的对称轴是(　　)

x	…	-3	-2	-1	0	1	…
y	…	-3	-2	-3	-6	-11	…

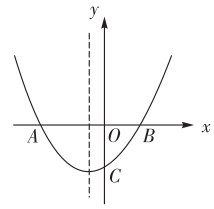
(A)直线 $x=-3$　　(B)直线 $x=-2$
(C)直线 $x=-1$　　(D)直线 $x=0$

6. (2017 邢台县模拟)加工爆米花时，爆开且不煳的粒数占加工总粒数的百分比称为“可食用率”，在特定条件下，可食用率 p 与加工时间 t(min)满足函数关系 $p=at^2+bt-2$(a，b 是常数). 如图记录了三次试验的数据，根据上述函数模型和试验数据，可得到最佳加工时间为(　　)



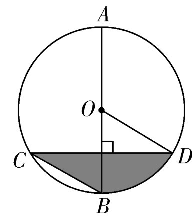
(A)3.75 min　　(B)4 min
(C)4.15 min　　(D)4.25 min

7. (2017 鄂州)如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 交 x 轴于点 $A(-2,0)$和点 B，交 y 轴的负半轴于点 C，且 $OB=OC$. 有下列结论：①$2b-c=2$；②$a=\frac{1}{2}$；③$ac=b-1$；④$\frac{a+b}{c}>0$. 其中正确的结论有(　　)



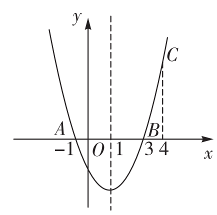
(A)1 个　　(B)2 个
(C)3 个　　(D)4 个

8. 如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，$\angle BCD=30°$，$CD=4\sqrt{3}$，则 $S_{阴影}=$(　　)



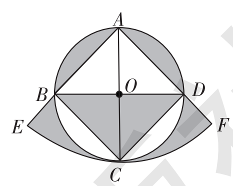
(A)2π　　(B)$\frac{8\pi}{3}$
(C)$\frac{4\pi}{3}$　　(D)$\frac{3\pi}{8}$

9. (2018 大庆)如图，二次函数$y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 $A(-1,0)$，$B(3,0)$，$C(4,y_1)$，点 $D(x_2,y_2)$是抛物线上任意一点. 有下列结论：
①二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最小值为$-4a$；
②若$-1\leqslant x_2\leqslant4$，则 $0\leqslant y_2\leqslant5a$；
③若 $y_2>y_1$，则 $x_2>4$；
④一元二次方程 $cx^2+bx+a=0$ 的两个根为-1 和$\frac{1}{3}$.
其中正确结论的个数是(　　)



(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)4

10. (2018 山西)如图，正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，⊙O 的半径为 2，以点 A 为圆心，以 AC 长为半径画弧，交 AB 的延长线于点 E，交 AD 的延长线于点 F，则图中阴影部分的面积为(　　)

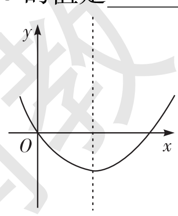


(A)$4\pi-4$　　(B)$4\pi-8$
(C)$8\pi-4$　　(D)$8\pi-8$

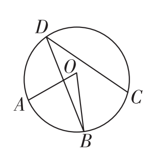
二、填空题

11. 若函数 $y=(1-m)x^{m^2-2}+2$ 是关于 x 的二次函数，且抛物线的开口向上，则 m 的值为________.

12. 已知抛物线 $y=x^2+bx+b^2-4$ 的图象如图所示，那么 b 的值是________.



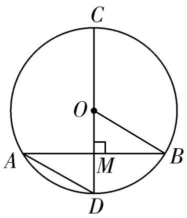
第 12 题图



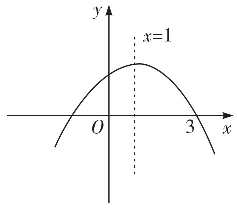
第 13 题图

13. (2018 吉林)如图,A,B,C,D 是⊙O 上的四个点,$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$. 若$\angle AOB=58^\circ$,则$\angle BDC=$________.

14. 如图,⊙O 的直径 $CD=20$ cm,AB 是⊙O 的弦,$AB\perp CD$,垂足为 M,若 $OM=6$ cm,则 AB 的长为________ cm.



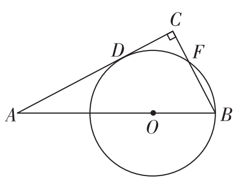
第 14 题图



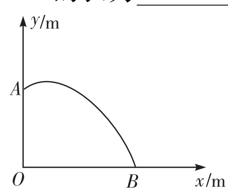
第 15 题图

15. 如图,已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=1$,且与 x 轴的一个交点为(3,0),那么它对应的函数解析式是____________________.

16. 如图,Rt△ABC 中,$\angle C=90^\circ$,$BC=3$,点 O 在 AB 上,$OB=2$,以 OB 长为半径的⊙O 与 AC 相切于点 D,交 BC 于点 F,则弦 BF 的长为________.



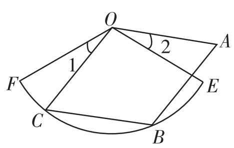
第 16 题图



第 17 题图

17. 体育课上,小明同学练习推铅球,如图是铅球被推出后所经过的路线,铅球从点 A 处出手,在点 B 处落地,它的运行路线满足 $y=-\dfrac{1}{12}x^2+\dfrac{2}{3}x+\dfrac{5}{3}$,则小明推铅球的成绩是________ m.

18. 如图,四边形 $OABC$ 为菱形,点 B,C 在以点 O 为圆心的 $\overset{\frown}{EF}$ 上,若 $OA=3$,$\angle 1=\angle 2$,则扇形 OEF 的周长为________.

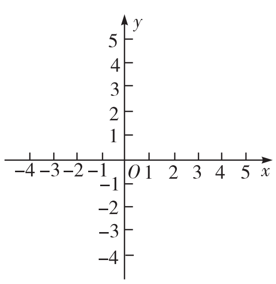


三、解答题

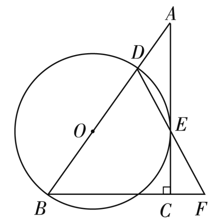
19. 已知二次函数 $y=2x^2-4x-2$.

(1)在所给的直角坐标系中,画出该函数的图象;

(2)写出该函数图象的对称轴、顶点坐标和与 x 轴的交点坐标.



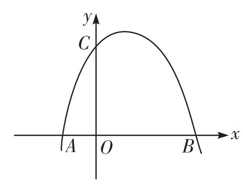
20. 如图,在 Rt△ABC 中,$\angle ACB=90^\circ$,D 是 AB 边上的一点,以 BD 为直径的⊙O 与边 AC 相切于点 E,连接 DE 并延长,与 BC 的延长线交于点 F. 求证:$BD=BF$.



21. 如图,已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点$A(-1,0)$,$B(3,0)$,$C(0,3)$,

(1)求此抛物线的解析式.

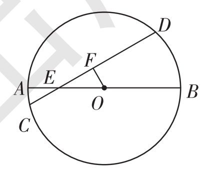
(2)设抛物线的顶点为 D,连接 CD,BD,BC,求△BCD 的面积.



22. 如图,⊙O 的直径 AB 和弦 CD 相交于点 E,已知 $AE=1$,$EB=5$,$\angle DEB=30^\circ$.

(1)求圆心 O 到 CD 的距离 OF;

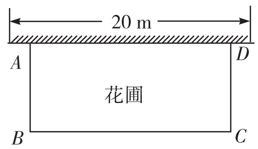
(2)求 CD 的长.



23. 王大爷要围成一个矩形花圃，花圃的一边利用 20 m 长的墙，另三边用总长为36 m的篱笆恰好围成，围成的花圃是如图所示的矩形 $ABCD$. 设 AB 边的长为 x m，且 $BC>AB$，矩形 $ABCD$ 的面积为 S m^2.

(1)求 S 与 x 之间的函数关系式(要求直接写出自变量 x 的取值范围).

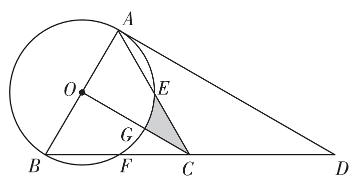
(2)根据题中要求，所围花圃的面积能否是 154 m^2？若能，求出 x 的值；若不能，请说明理由.



24. 如图，点 D 是等边△ABC 中 BC 边的延长线上的一点，且 $AC=CD$，以 AB 为直径作⊙O，分别交边 AC，BC 于点 E，F.

(1)求证：AD 是⊙O 的切线；

(2)连接 OC，交⊙O 于点 G，若 $AB=4$，求线段 CE，CG 与 $\overset{\frown}{GE}$ 围成的阴影部分的面积 S.

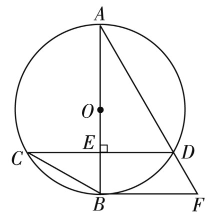


25. 如图，已知⊙O 的直径 AB 与弦 CD 互相垂直，垂足为点 E. ⊙O 的切线 BF 与弦 AD 的延长线相交于点 F，且 $AD=3$，$\cos\angle BCD=\frac{3}{4}$.

(1)求证：$CD/\!/BF$；

(2)求⊙O 的半径；

(3)求弦 CD 的长.

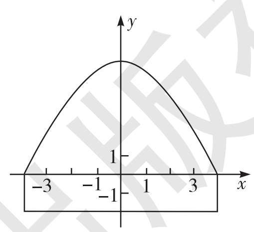


26. 如图，隧道的截面由抛物线和矩形构成，矩形的宽是 2 m，在下面的平面直角坐标系中，抛物线相应的二次函数关系式为 $y=-\frac{1}{4}x^2+4$.

(1)求出隧道的最大高度和宽度.

(2)如果隧道内设单个通道，一辆卡车高 4 m，宽 2 m，它能通过该隧道吗？

(3)如果隧道内设双行道，那么这辆卡车是否可以通过？



3.1 投 影

扫码观看 本节精彩微课

课前预习

1. 理解投影的有关概念

(1)投影:光线照射物体,会在平面(如地图、墙壁)上留下它的影子,把物体映成它的影子叫作投影,物体在投影下的像简称为物体的________.

(2)投影线:照射的光线.

(3)投影面:投影所在的________.

2. 掌握几种常见的投影

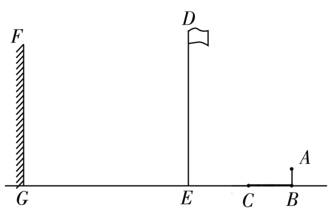
(1)平行投影:由________光线形成的投影. 若投影线与投影面互相垂直,就称为________.

(2)中心投影:光线从________发出的投影.

课堂探究

探究一:平行投影

【例1】 如图,在阳光下,小亮的身高如图中线段 AB 所示,他在地面上的影子如图中线段 BC 所示,线段 DE 表示旗杆的高,线段 FG 表示一堵高墙.



(1)请你在图中画出旗杆在同一时刻阳光照射下形成的影子.

(2)如果小亮的身高 $AB=1.6$ m,他的影子 $BC=2.4$ m,旗杆的高 $DE=15$ m,旗杆与高墙的距离 $EG=16$ m. 请求出旗杆的影子落在墙上的长度.

【思路导引】

1. 连接线段 AC,即得太阳光线的方向.
2. 要画旗杆的影子,需过点 D 作 AC 的________.

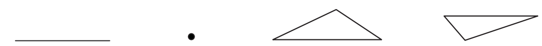
规律总结 平行投影的特点:

(1)平行投影中,同一时刻的光线是平行的.

(2)平行投影的物高与影长对应成比例.

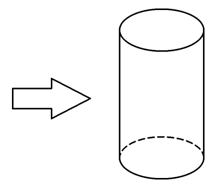
(3)连接物体顶端与影子顶端得到形成影子的光线,过物体顶端作已知光线的平行线得到影子的位置.

变式训练 1-1:(2017 贺州) 小明拿一个等边三角形木框在太阳下玩耍,发现等边三角形木框在地面上的投影不可能是(　　)



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

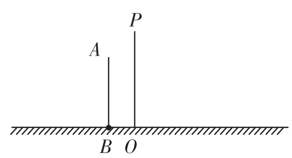
变式训练 1-2: 如图,箭头表示投影线的方向,则图中圆柱体的正投影是(　　)



(A)圆　　(B)矩形
(C)梯形　　(D)圆柱

探究二:中心投影

【例2】 如图是小亮在广场散步的示意图,图中线段 AB 表示站立在广场上的小亮,线段 PO 表示直立在广场上的灯杆,点 P 表示照明灯的位置.



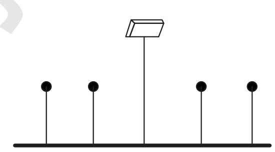
(1)在小亮由 B 处沿 BO 所在方向行走到达 O 处的过程中,他在地面上的影子长度是如何变化的?

(2)请你在图中画出小亮站在 AB 处的影子.

【思路导引】

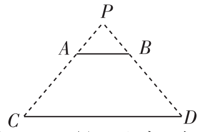
在灯光下,离光源近时影子________,离光源远时影子________.(填"长"或"短")

变式训练 2-1:(2018 宁晋县模拟) 如图,夜晚路灯下有一排同样高的旗杆,离路灯越近,旗杆的影子(　　)



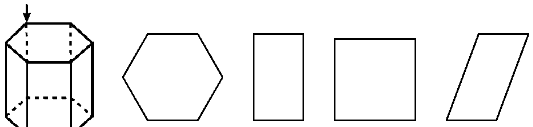
(A)越长　　(B)越短
(C)一样长　　(D)随时间变化而变化

变式训练 2－2：如图，电灯 P 在横杆 AB 的正上方，AB 在灯光下的影子为 CD，$AB\,//\,CD$，$AB=1.5$ m，$CD=4.5$ m. 若点 P 到 CD 的距离为 2.7 m，则 AB 与 CD 间的距离是________ m.



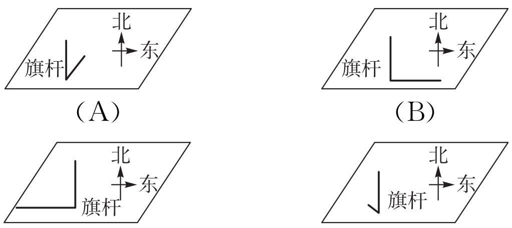
课堂达标

1. 把一个正六棱柱如图摆放，光线由上向下照射此正六棱柱时的正投影是(　　)



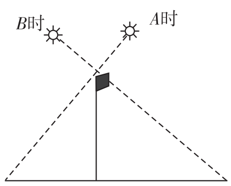
A　　B　　C　　D

2. **(2018 越秀区模拟)** 下面四幅图是在同一天同一地点不同时刻太阳照射同一根旗杆的影像图，其中表示太阳刚升起时的影像图是(　　)

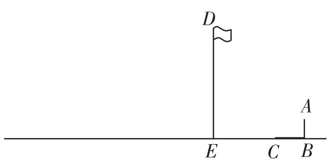


(A)　(B)　(C)　(D)

3. 如图，在 A 时测得旗杆的影长是4 m，B 时测得的影长是9 m，两次的日照光线恰好垂直，则旗杆的高度是________m.



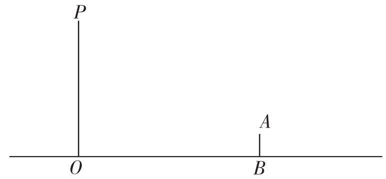
4. 如图，小明与同学合作利用太阳光线测量旗杆的高度，身高 1.6 m 的小明(AB)落在地面上的影长为 $BC=2.4$ m.



(1)请你在图中画出旗杆在同一时刻阳光照射下落在地面上的影子 EG；

(2)若小明测得此刻旗杆落在地面的影长 $EG=16$ m，请求出旗杆 DE 的高度.

5. 如图，晚上，小丽在广场上乘凉，图中线段 AB 表示站在广场上的小丽，线段 PO 表示直立在广场上的灯杆，点 P 表示照明灯.



(1)请你在图中画出小丽在照明灯 P 的照射下的影子；

(2)已知灯杆 OP 的高度为 9 m，小丽的身高 $AB=1.5$ m，而且小丽与灯杆的距离 $BO=12$ m，请求出小丽的影子的长度.

课后提升

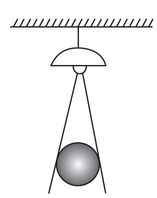
【基础达标】

1. **(2017 绥化)** 正方形的正投影不可能是(　　)

(A)线段　　(B)矩形

(C)正方形　　(D)梯形

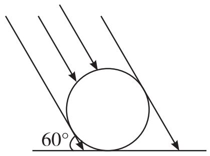
2. 如图，在一间黑屋子里用一盏白炽灯照一个球，球在地面上的阴影的形状是一个圆，当把白炽灯向上远移时，圆形阴影的大小的变化情况是(　　)



(A)越来越小　　(B)越来越大

(C)大小不变　　(D)不能确定

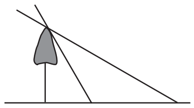
3. 如图，太阳光线与地面成 60°角，照射在地面上的一只皮球上，皮球在地面上的投影长是 $10\sqrt{3}$ cm，则皮球的直径是(　　)



(A)$5\sqrt{3}$ cm　　(B)15 cm

(C)10 cm　　(D)$8\sqrt{3}$ cm

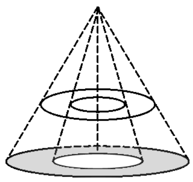
4. 如图所示，平地上一棵树的高为 6 m，两次观察地面上的影子，第一次是当阳光与地面成 60°角时，第二次是阳光与地面成 30°角时，第二次观察到的影子比第一次长(　　)



(A)$(6\sqrt{3}-3)$ m　　(B)$4\sqrt{3}$ m

(C)$6\sqrt{3}$ m　　(D)$(3-2\sqrt{3})$ m

5. 圆桌面(桌面中间有一个直径为 0.4 m 的圆洞)正上方的灯泡(看作一个点)发出的光线照射到平行于地面的桌面后，在地面上形成如图所示的圆环形阴影. 已知桌面直径为 1.2 m，桌面离地面 1 m，若灯泡离地面 3 m，则地面圆环形阴影的面积是(　　)



(A)0.324π m^2　　(B)0.288π m^2

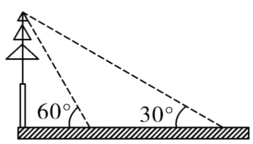
(C)1.08π m^2　　(D)0.72π m^2

6. **(2017 宝丰县期末)**小阳和小明两人从远处沿直线走到路灯下，他们规定：小阳在前，小明在后，两人之间的距离始终与小阳的影长相等. 在这种情况下，他们两人之间的距离(　　)

(A)始终不变　　(B)越来越远

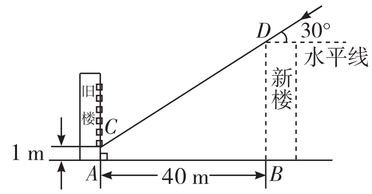
(C)时近时远　　(D)越来越近

7. 如图，校园内有一棵与地面垂直的树，数学兴趣小组两次测量它在地面上的影子，第一次是阳光与地面成 60°角时，第二次是阳光与地面成 30°角时，两次测量的影长相差 8 m，则树高________m.



8. **(2018 赣州模拟)**在平面直角坐标系 xOy 中，位于第一象限内的点 $A(1,2)$在 x 轴上的正投影为点 A'，则 $\cos\angle AOA'=$__________.

9. 为解决楼房之间的挡光问题，某地区规定：两幢楼房间的距离至少为 40 m，中午 12 时不能挡光. 如图，某旧楼的一楼窗台高 1 m，要在此楼正南方 40 m 处再建一幢新楼. 已知该地区冬天中午 12 时阳光从正南方照射，并且光线与水平线的夹角最小为 30°，在不违反规定的情况下，请问新建楼房最高为多少米？

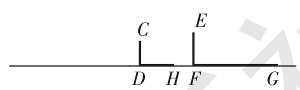


【能力提升】

10. 如图，路边有一灯杆 AB，在 A 点灯光的照耀下，D 点处一直立标杆 CD 的影子为 DH，沿 BD 方向的 F 处有另一标杆 EF，其影子为 FG.

(1)在图中画出灯杆 AB，并标上相应的字母(不写画法，保留画图痕迹)；

(2)已知标杆 $EF=1.6$ m，影长 $FG=4$ m，灯杆 AB 到标杆 EF 的距离 $BF=8$ m，求灯杆 AB 的长.



3.2 直棱柱、圆锥的侧面展开图

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解直棱柱的有关概念

(1)直棱柱的特征

①有两个面互相平行,称它们为________;

②其余各面均为________形,称它们为________;

③侧棱(指两个侧面的公共边)垂直于底面.

(2)直棱柱的分类:根据直棱柱底面图形的________,分为直三棱柱、直四棱柱、直五棱柱等.长方体和正方体都是直________棱柱,底面是正多边形的棱柱叫作正棱柱.

(3)直棱柱的侧面展开图:直棱柱的侧面展开图是一个________,这个矩形的长是直棱柱的__________,宽是直棱柱的____________(高).

2. 理解圆锥的有关概念

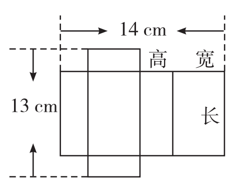
(1)圆锥是由一个底面和一个侧面围成的图形,它的底面是一个________,连接顶点与底面圆心的线段叫作圆锥的________,圆锥顶点与底面圆上任意一点的连线段都叫作圆锥的________.

(2)圆锥的侧面展开图是一个________,这个扇形的半径是圆锥的________,弧长是圆锥底面圆的________.

课堂探究

探究一:直棱柱的侧面展开图

【例1】 某长方体盒子的长比宽多 4 cm,它的展开图如图所示,求这个长方体盒子的体积.

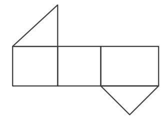


【思路导引】

1. 长方体的体积=________________.

2. 若设长方体的宽为 x cm,则长为__________cm,高为______________cm.

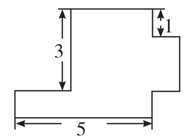
变式训练 1-1:(2018 陕西) 如图,是一个几何体的表面展开图,则该几何体是(　　)



(A)正方体　　(B)长方体

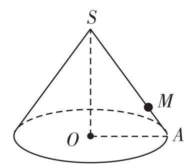
(C)三棱柱　　(D)四棱锥

变式训练 1-2: 如图所示为一个无盖________盒子的展开图(重叠部分不计),根据图中数据,可知该无盖长方体的容积为________.



探究二:圆锥的侧面展开图

【例2】 如图,圆锥底面的半径为 10 cm,高为 $10\sqrt{15}$ cm.



(1)求圆锥的全面积;

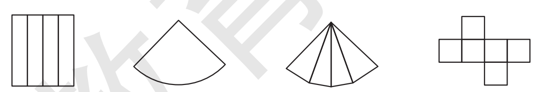
(2)若一只蚂蚁从底面上的点 A 出发绕圆锥一周回到 SA 上的点 M 处,且 $SM=3AM$,求它所走的最短距离.

【思路导引】

1. 圆锥的侧面展开图的扇形半径为________cm,弧长为________cm,圆锥的全面积=扇形的侧面积+________.

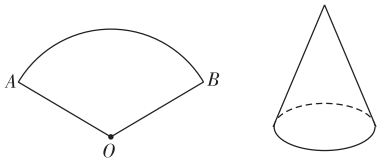
2. 所走的最短距离是圆锥侧面展开图中出发点与到达点之间的线段长度,依据是______________.

变式训练 2-1:(2018 常州) 下列图形中,哪一个是圆锥的侧面展开图(　　)



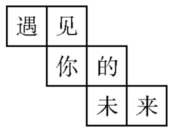
(A)　(B)　(C)　(D)

变式训练 2-2: 如图,将弧长为 6π,圆心角为 $120°$ 的扇形纸片 AOB 围成圆锥形纸帽,使扇形的两条半径 OA 与 OB 重合(粘连部分忽略不计),则圆锥形纸帽的高是________.



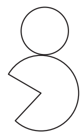
课堂达标

1. 如图是一个正方体的表面展开图，则原正方体中与“你”字所在面相对的面上标的字是(　　)

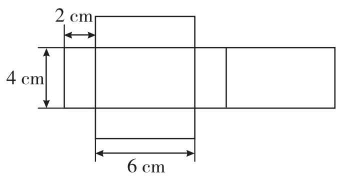


(A)遇　　(B)见　　(C)未　　(D)来

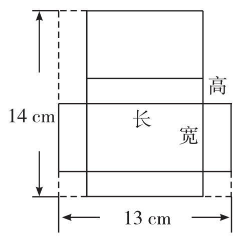
2. **(2017 秦都区期中)** 如图是某立体图形的展开图，则这个立体图形的名称是________.



3. 如图所示的图形可以被折成一个长方体，则该长方体的表面积为________cm^2.



4. 某长方体包装盒的展开图如图所示，如果包装盒的表面积为 146 cm^2，求这个包装盒的体积.

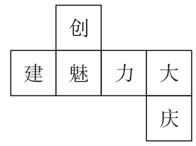


5. 把一个用来盛爆米花的圆锥形纸杯沿母线剪开，得到一个半径为 24 cm，圆心角为 120°的扇形，求该纸杯的底面半径和高度(结果保留根号).

课后提升

【基础达标】

1. **(2018 大庆)** 将正方体的表面沿某些棱剪开，展开成如图所示的平面图形，则原正方体中与“创”字所在的面相对的面上标的字是(　　)



(A)庆　　(B)力

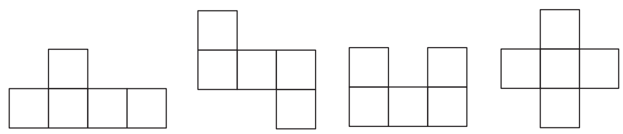
(C)大　　(D)魅

2. **(2017 德阳)** 一个圆柱的侧面展开图是边长为 a 的正方形，则这个圆柱的体积为(　　)

(A)$\frac{a^3}{4\pi}$　　(B)$\frac{a^3}{2\pi}$

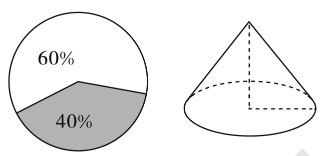
(C)$\frac{a^3}{\pi}$　　(D)$\frac{3a^3}{2}$

3. **(2017 包头)** 将一个无盖正方体形状盒子的表面沿某些棱剪开，展开后不能得到的平面图形是(　　)



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

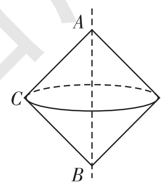
4. 如图，小明从半径为 5 cm 的圆形纸片中剪下 40% 圆周的一个扇形，然后利用剪下的扇形制作成一个圆锥形玩具纸帽(接缝处不重叠)，那么这个圆锥的高为(　　)



(A)3 cm　　(B)4 cm

(C)$\sqrt{21}$ cm　　(D)$2\sqrt{6}$ cm

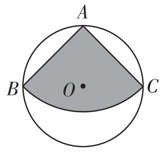
5. 如图，Rt△ABC 中，∠$ACB=90°$，$AC=BC=2\sqrt{2}$，若把 Rt△ABC 绕边 AB 所在直线旋转一周，则所得几何体的表面积为________.



6. 如果圆柱的侧面展开图是相邻两边长分别为 6，16π 的矩形，那么这个圆柱的体积等于________.

7. **(2018 浦东新区期末)** 如果一根 24 m 的铁丝剪开后刚好能搭成一个长方体框架模型，这个长方体的长、宽、高的长度均为整数米，且互不相等，那么这个长方体的体积是________m^3.

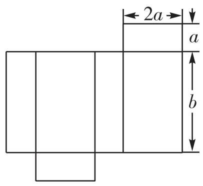
8. 如图，从直径是 2 m 的圆形铁皮上剪出一个圆心角是 90°的扇形 ABC（A，B，C 三点在⊙O 上），将剪下来的扇形围成一个圆锥的侧面，则该圆锥的底面圆的半径是________m.



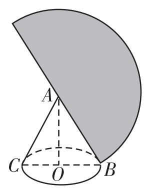
9. 如图是一个食品包装盒的表面展开图.

(1)请写出包装盒的几何体形状的名称；

(2)根据图中所标尺寸，用 a，b 表示这个几何体的表面积 S，并计算当 $a=1$，$b=4$ 时，S 的值.



10. 如图，圆锥的侧面展开图是一个半圆，求母线 AB 与高 AO 的夹角.

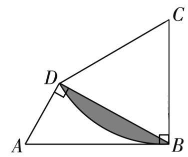


【能力提升】

11. 如图所示，有一块四边形的铁片$ABCD$，$BC=CD$，$AD=\sqrt{3}$，$\angle A=60°$，$\angle ADB=\angle ABC=90°$. 以点 C 为圆心，BC 为半径作圆弧得扇形 CDB.

(1)求阴影部分的面积；

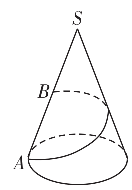
(2)剪下该扇形并用它围成一圆锥的侧面，求该圆锥的底面半径.



12. 如图所示，已知圆锥底面半径 $r=10$ cm，母线长为 40 cm.

(1)求它的侧面展开图的圆心角和表面积.

(2)若一甲虫从 A 点出发沿着圆锥侧面行到母线 SA 的中点 B，请你动脑筋想一想，它所走的最短路线长是多少？为什么？



3.3 三视图

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解三视图的有关概念

(1)主视图：从________看得到的正投影；

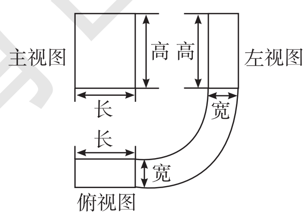
(2)左视图：从________看得到的正投影；

(3)俯视图：从________看得到的正投影；

(4)三视图：主视图、左视图、俯视图统称为“三视图”.

2. 掌握三视图的画法

(1)三视图的位置：在画三视图时，俯视图在主视图的下边，左视图在主视图的右边.

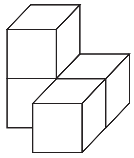


(2)三视图中各视图的大小关系：主视图与俯视图的长对正，主视图与左视图的高平齐，左视图与俯视图的宽相等.

课堂探究

探究一:几何体的三视图

【例1】 已知由四个大小相同的小正方体搭成的几何体如图所示,请画出它的三视图.



【导学探究】

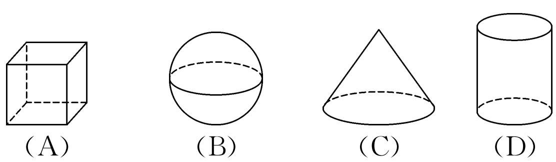
从正面看,从左到右的 2 列正方形的个数依次为________;

从左面看,从左到右的 2 列正方形的个数依次为________;

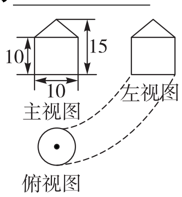
从上面看,从左到右的 2 列正方形的个数依次为________.

方法技巧 在画几何体的三视图时,一般本着主视图在左上方、左视图在右上方、俯视图在左下方与主视图对齐的原则,即(主、俯视图)长对正,(主、左视图)高平齐,(左、俯视图)宽相等.

变式训练 1-1: 下面几个几何体中,主视图是圆的是(　　)

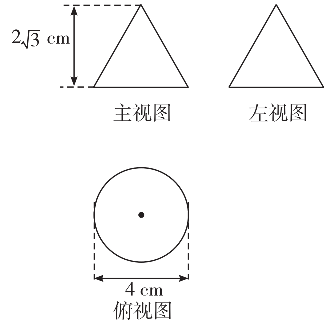


变式训练 1-2:(2017 朝阳) 如图是某物体的三视图,则此物体的体积为__________.



探究二:由三视图判断几何体

【例2】 如图是某几何体的三视图,请根据图中尺寸计算该几何体的全面积(结果保留一位小数).

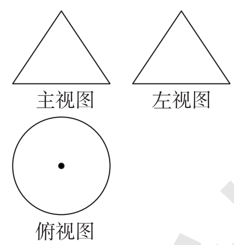


【思路导引】

1. 由三视图可知该几何体是________,底面半径是________,高为________,则母线长为________.

2. 圆锥的全面积=圆锥的________+________.

变式训练 2-1:(2018 益阳) 如图是某几何体的三视图,则这个几何体是(　　)



(A)棱柱

(B)圆柱

(C)棱锥

(D)圆锥

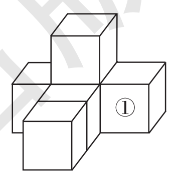
变式训练 2-2: 如图是由 6 个同样大小的正方体摆成的几何体. 将正方体①移走后,所得的几何体(　　)

(A)主视图改变,左视图改变

(B)俯视图不变,左视图不变

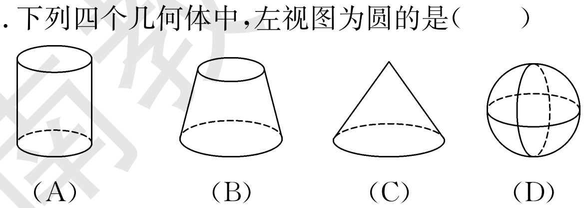
(C)俯视图改变,左视图改变

(D)主视图改变,左视图不变

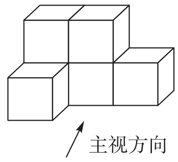


课堂达标

1. 下列四个几何体中,左视图为圆的是(　　)



2. (2018 济南)如图所示的几何体,它的俯视图是(　　)



(A)　　(B)

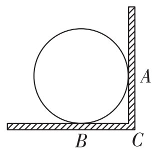
(C)　　(D)

3. 将一个棱长为 1 的正方体水平放于桌面上(始终保持正方体的一个面落在桌面上),则该正方体的正视图的面积最大值为(　　)

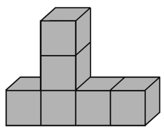
(A)2　　(B)$\sqrt{2}+1$

(C)$\sqrt{2}$　　(D)1

4. (2017 蚌埠二模)一个油桶靠在墙边(其俯视图如图所示),量得 $AC=0.65$ m,并且 $AC\perp BC$,这个油桶的底面半径是________m.

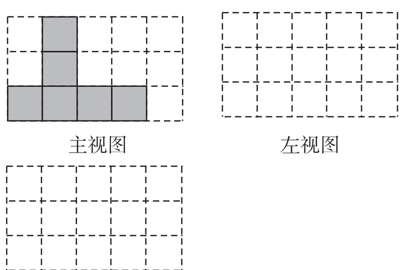


5. 如图是由一些棱长都为 1 cm 的小正方体组合成的简单几何体.



(1)该几何体的表面积(含下底面)为________.

(2)该几何体的主视图如图所示,请在下面方格纸中分别画出它的左视图和俯视图.

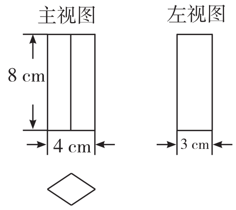


主视图　　左视图

俯视图

6. 一个几何体的三视图如图所示,它的俯视图为菱形,请写出该几何体的形状,并根据图中所给的数据求出它的侧面积和体积.

主视图　　左视图

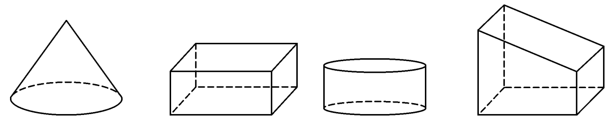


俯视图

课后提升

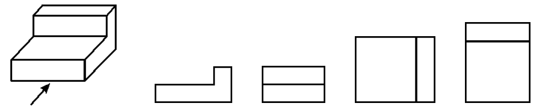
【基础达标】

1. 下列几何体中,主视图和俯视图都为矩形的是(　　)



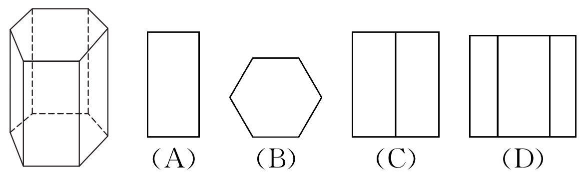
(A)　(B)　(C)　(D)

2. 如图所示的几何体的主视图为(　　)



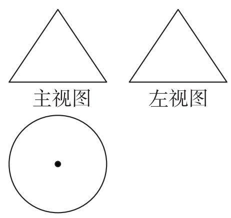
(A)　(B)　(C)　(D)

3. 下列选项中,不是如图所示几何体的主视图、左视图、俯视图之一的是(　　)



(A)　(B)　(C)　(D)

4. (2018 通辽)如图,一个几何体的主视图和左视图都是边长为 6 的等边三角形,俯视图是直径为 6 的圆,则此几何体的全面积是(　　)

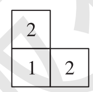


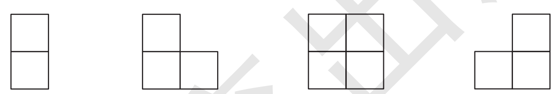
主视图　左视图

俯视图

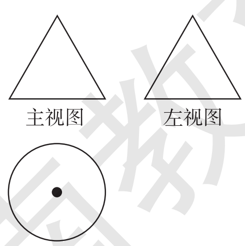
(A)18π　　(B)24π　　(C)27π　　(D)42π

5. (2018 包头)如图是由几个大小相同的小立方块所搭成的几何体的俯视图,其中小正方形中的数字表示在该位置的小立方块的个数,则这个几何体的主视图是(　　)





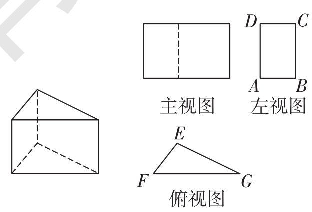
(A)　(B)　(C)　(D)



主视图　左视图

俯视图

第 6 题图



主视图　左视图

俯视图

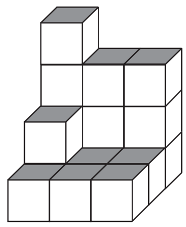
图1　　图2

第 7 题图

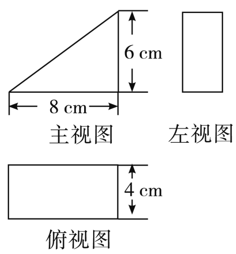
6. 如图是一个几何体的三视图，其中主视图与左视图都是边长为 4 的等边三角形，则这个几何体的侧面展开图的面积为________.

7. (2018 齐齐哈尔)三棱柱(图 1)的三视图如图 2 所示，已知$\triangle EFG$中，$EF=8$ cm，$EG=12$ cm，$\angle EFG=45°$，则 AB 的长为__________cm.

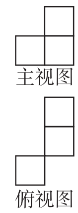
8. 如图，在一次数学活动课上，张明用 17 个棱长为 1 的小正方体搭成了一个几何体，然后他请王亮用其他同样的小正方体在旁边再搭一个几何体，使王亮所搭几何体恰好可以和张明所搭几何体拼成一个无缝隙的大长方体(不改变张明所搭几何体的形状)，那么王亮至少还需要________个小正方体，王亮所搭几何体的表面积为________.



9. 已知一个几何体的三视图和有关的尺寸如图所示，请写出该几何体的名称，并求出它的表面积和体积.

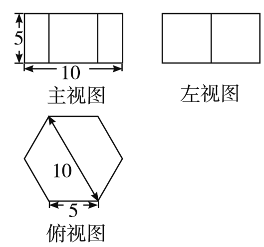


10. 如图是由若干个完全相同的小正方体组成的一个物体的主视图和俯视图.
(1)组成这个物体的小正方体的个数是多少?
(2)请画出符合题意的这个物体的一种左视图.



【能力提升】

11. 如图是一个包装纸盒的三视图(单位：cm).
(1)该包装纸盒的几何形状是__________.
(2)画出该纸盒的平面展开图.
(3)计算制作这样一个纸盒所需纸板的面积(精确到 1 cm^2).

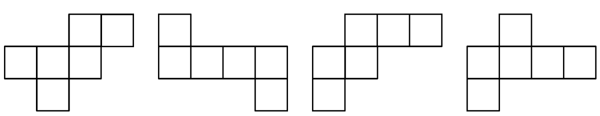


第 3 章　基础巩固与训练

扫码观看
本节精彩微课

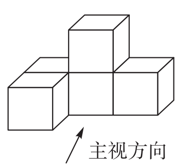
一、选择题

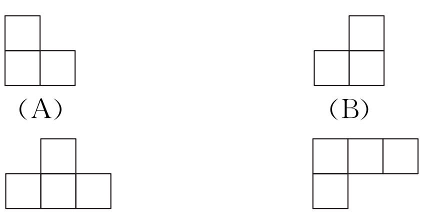
1. 下列图形中，不可以作为一个正方体的展开图的是(　　)



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

2. (2018 锦州)如图是由 5 个大小相同的正方体搭成的几何体，该几何体的左视图为(　　)



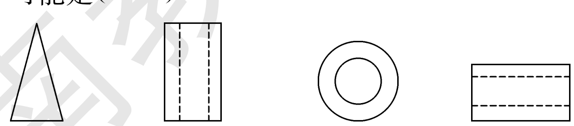


(A)　　(B)　　(C)　　(D)

3. (2017 文登区期末)如图是某学校操场上单杠(图中实线部分)在地面上的影子(图中虚线部分)，根据图中所示，可判断形成该影子的光线为(　　)

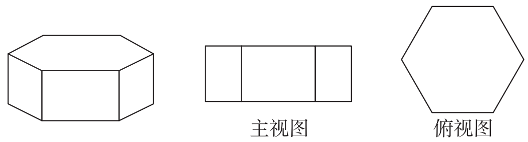
(A)太阳光线
(B)灯光光线
(C)太阳光线或灯光光线
(D)该影子实际不可能存在

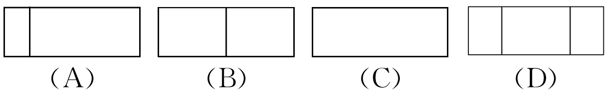
4. 将一根圆柱形的空心钢管任意放置，它的主视图不可能是(　　)



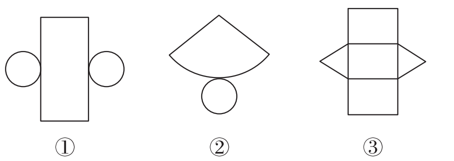
(A)　　(B)　　(C)　　(D)

5. 一个几何体及它的主视图和俯视图如图所示，那么它的左视图正确的是(　　)



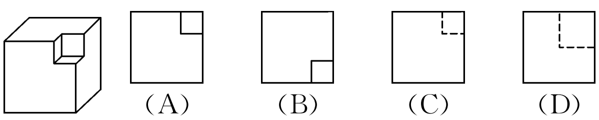


6. (2017 越秀区期末)三个立体图形的展开图如图所示，则相应的立体图形是(　　)

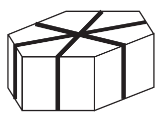


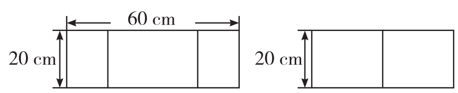
(A)①圆柱、②圆锥、③三棱柱
(B)①圆柱、②球、③三棱柱
(C)①圆柱、②圆锥、③四棱柱
(D)①圆柱、②球、③四棱柱

7. 从一个棱长为 3 cm 的大正方体上挖去一个棱长为 1 cm 的小正方体，得到的几何体如图所示，则该几何体的左视图是(　　)



8. 如图是一个上下底面为全等的正六边形的礼盒，其主视图与左视图均由矩形构成，主视图中大矩形的边长如图所示，左视图中包含两个全等的矩形，如果用彩色胶带如图包扎礼盒，所需胶带的长度至少为(　　)

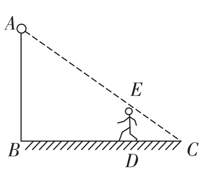

实物图



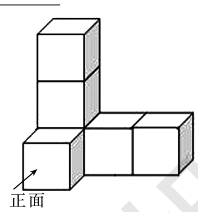
(A)320 cm　　(B)395.24 cm
(C)431.77 cm　　(D)480 cm

二、填空题

9. (2017 冷水滩区期末)如图，已知路灯离地面的高度 AB 为 4.8 m，身高为 1.6 m 的小明站在 D 处的影长为 2 m，那么此时小明离路灯 AB 的距离 BD 为________m.

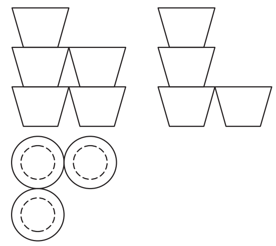


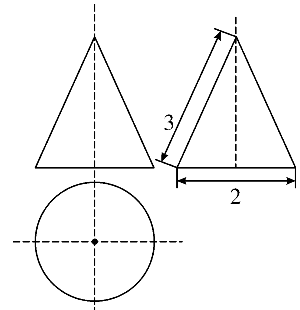
10. 如图是由 6 个棱长均为 1 的正方体组成的几何体，它的主视图的面积为________.



11. (2018 赣州模拟)底面半径为 1、高为 2 的圆柱的侧面展开图的周长是________.

12. (2017 上饶县期末)若干桶方便面摆放在桌面上，如图所示给出的是从不同方向看到的图形，从图形上可以看出这堆方便面共有________桶.

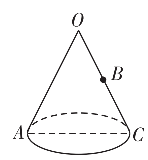

第 12 题图



第 13 题图

13. 如图是一个几何体的三视图(单位：cm)，根据图中所示数据，计算这个几何体的表面积为________cm^2.

14. 如图，圆锥底面圆的半径为2 cm，母线长为 4 cm，点 B 为母线的中点.若一只蚂蚁从 A 点开始经过圆锥的侧面爬行到 B 点，则蚂蚁爬行的最短路径长为________cm.

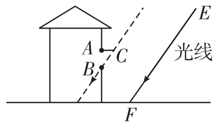


三、解答题

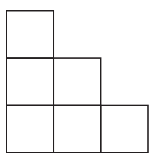
15. 如图是一个由多个相同的小正方体堆积而成的几何体的俯视图，图中所示数字为该位置小正方体的个数，请画出该几何体的主视图和左视图.

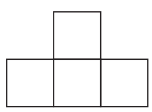
1	2	1
	3	1

16. 夏天，当太阳移动到屋顶斜上方时，太阳光线 EF 与地面成 $60°$ 角，房屋的窗户 AB 的高为 1.5 m，现在要在窗户外面的上方安装一个水平遮阳棚 AC，当 AC 的宽在什么范围时，太阳光这时能直接射入室内？



17. 如图是用小立方块搭成的几何体的主视图和俯视图，问这样的几何体有多少种可能？它最多需要多少小立方块，最少需要多少小立方块？


主视图


俯视图

18. 图 1 是一个蒙古包的照片，这个蒙古包可以近似看成是圆锥和圆柱组成的几何体，如图 2 所示.


图1

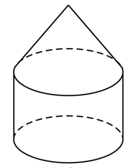


图2

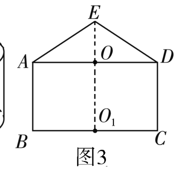
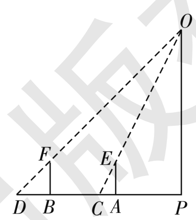


图3

(1)请画出这个几何体的俯视图；

(2)图 3 是这个几何体的正视图，已知蒙古包的顶部离地面的高度 $EO_1=6$ m，圆柱部分的高 $OO_1=4$ m，底面圆的直径 $BC=8$ m，求 $\angle EAO$ 的度数(结果精确到 $0.1°$).

19. 如图，高高的路灯挂在路边，小明拿着一根 2 m 长的竹竿，想量一量路灯的高度，直接量是不可能的，于是，他走到路灯旁的一个地方，竖起竹竿，这时，他量了一下竹竿的影长正好是 1 m，他沿着影子的方向走，向远处走出两根竹竿的长度(即 4 m)，他又竖起竹竿，这时竹竿的影长正好是一根竹竿的长度(即 2 m). 此时，小明抬头瞧瞧路灯，若有所思地说："噢，原来路灯有 10 m 高呀！"你觉得小明的判断对吗？

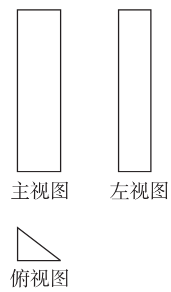


20. 从不同方向看某几何体，得到的平面图形如图所示，其中主视图、左视图是矩形，而俯视图是直角三角形.

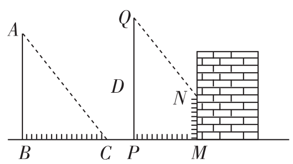
(1)写出这个几何体的名称.

(2)画出它的侧面展开图.

(3)若从主视图得到的矩形的宽为 4 cm，长为 15 cm，从左视图得到的矩形的宽为 3 cm，从俯视图得到的直角三角形的斜边长为5 cm，这个几何体所有棱长的和为多少？它的表面积为多少？体积为多少？



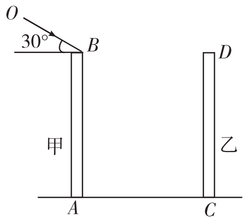
21. 在同一时刻两根木杆在太阳光下的影子如图所示，其中木杆 $AB=2$ m，它的影子 $BC=1.6$ m，木杆 PQ 的影子有一部分落在墙上，$PM=1.2$ m，$MN=0.8$ m，求木杆 PQ 的长度.



22. 如图是住宅区内的两幢楼，它们的高 $AB=CD=30$ m，两楼间的距离 $AC=30$ m，现需了解甲楼对乙楼的采光的影响情况.

(1)当太阳光与水平线的夹角为 30°时，求甲楼的影子在乙楼上有多高(精确到 0.1 m，$\sqrt{3}\approx1.73$).

(2)若要甲楼的影子刚好不落在乙楼的墙上，此时太阳光与水平线的夹角为多少度？



4.1 随机事件与可能性

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解事件的分类和特点

事件 { 确定性事件 { ________事件:必然发生的事件；________事件:一定不发生的事件 }；随机事件:可能发生,也可能不发生的事件 }

2. 理解随机事件发生的可能性

一般地,随机事件发生的可能性是有________的,不同的随机事件发生的可能性的大小有可能________.

课堂探究

探究一:确定性事件和随机事件

【例1】下列事件中,属于必然事件的是(　　)

(A)明天我市下雨

(B)抛一枚硬币,正面朝下

(C)购买一张福利彩票中奖了

(D)掷一枚骰子,向上一面的数字一定大于零

【思路导引】

判断一个事件是确定性事件还是随机事件,主要看事件发生的可能性:一定发生的事件是________事件;一定不发生的事件是________事件;有可能发生,也有可能不发生的事件是________事件.

温馨提示 判断事件的类别,只需看在一定条件下该事件是一定发生,一定不发生还是可能发生.需要注意的是,随机事件是有可能发生的事件,哪怕可能性极小,也是随机事件,而不可能事件是一定不发生的事件.

变式训练 1-1:下列事件中,必然事件是(　　)

(A)抛掷一个均匀的骰子,出现 6 点向上

(B)两条直线被第三条直线所截,同位角相等

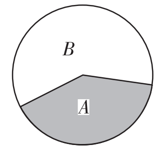
(C)366 人中至少有 2 人的生日相同

(D)实数的绝对值是非负数

变式训练 1-2:(2017 朝阳)“任意画一个四边形,其内角和是 360°”是________事件(填“随机”“必然”或“不可能”).

探究二:随机事件发生的可能性

【例2】在孩子们玩的“变变变”游戏中有这样的游戏规则:每人的初始分数都是 60 分,按顺序向如图所示的圆中投掷沙包,沙包投入 A 区,则加 10 分;沙包投入 B 区,则减 10 分.经过若干次的投沙包游戏后,每个孩子的分数增大的可能性大,还是减小的可能性大?________________.



【思路导引】

1. A 区的面积________B 区的面积(填“<”或“>”).

2. 加分的可能性________减分的可能性(填“<”或“>”).

变式训练 2-1:(2017 琼中县期末)在不透明的袋子中装有 9 个白球和 1 个红球,它们除颜色外其余都相同.从袋中随意摸出一个球,则下列说法中正确的是(　　)

(A)“摸出的球是白球”是必然事件

(B)“摸出的球是红球”是不可能事件

(C)摸出的球是白球的可能性不大

(D)摸出的球有可能是红球

变式训练 2-2:从一副经过充分洗均匀的 52 张(去掉大、小王)扑克牌中任取一张,这张牌是红色或黑色的可能性________大.

课堂达标

1. **(2018 包头)**下列事件中,属于不可能事件的是(　　)

(A)某个数的绝对值大于 0

(B)某个数的相反数等于它本身

(C)任意一个五边形的外角和等于 540°

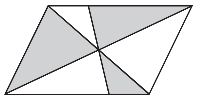
(D)长分别为 3,4,6 的三条线段能围成一个三角形

2. 一个袋子里装有 6 个红球、3 个白球和 2 个黑球,每个球除颜色外都相同,任意摸出一个球,哪种颜色的球被摸到的可能性最大?(　　)

(A)红球　　(B)白球

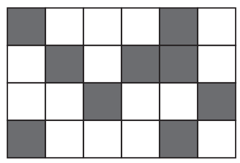
(C)黑球　　(D)无法确定

3. 小明把如图所示的平行四边形纸板挂在墙上，玩飞镖游戏(每次飞镖均落在纸板上)，则飞镖落在阴影区域的可能性是________.



4. “射击运动员射击一次，命中靶心”，这个事件是__________事件.(填“必然”“不可能”或“随机”)

5. 一个小球在如图所示的地面上随意滚动，小球“停在黑色方格上”与“停在白色方格上”的可能性哪个大?(方格的大小、质地均相同)



课后提升

【基础达标】

1. (2018 沈阳)下列事件中，是必然事件的是(　　)
(A)任意买一张电影票，座位号是 2 的倍数
(B)13 个人中至少有两个人生肖相同
(C)车辆随机到达一个路口，遇到红灯
(D)明天一定会下雨

2. (2018 福建)投掷两枚质地均匀的骰子，骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，则下列事件为随机事件的是(　　)
(A)两枚骰子向上一面的点数之和大于 1
(B)两枚骰子向上一面的点数之和等于 1
(C)两枚骰子向上一面的点数之和大于 12
(D)两枚骰子向上一面的点数之和等于 12

3. 袋中有红球 4 个，白球若干个，它们只有颜色上的区别. 从袋中随机地取出一个球，如果取到白球的可能性较大，那么袋中白球可能有(　　)
(A)3 个　　　　(B)不足 3 个
(C)4 个　　　　(D)5 个或 5 个以上

4. (2018 石景山区二模)任意掷一枚骰子，下列情况出现的可能性最大的是(　　)
(A)面朝上的点数是 6
(B)面朝上的点数是偶数
(C)面朝上的点数大于 2
(D)面朝上的点数小于 2

5. 下列说法中正确的是(　　)
(A)不太可能是指发生的机会很小很小，甚至机会是 0
(B)小芳同学一次同时掷三个骰子，共掷了 20 次，但没有掷出三个骰子的点数都是 6，说明此事件不可能发生
(C)很有可能发生与必然发生是有区别的
(D)小王运气好，他买了 5 注体育彩票就中了特等奖，说明买彩票中特等奖是必然事件

6. 在一个不透明的口袋里装了一些红球和白球，每个球除颜色外都相同. 将球摇匀，从中任意摸出一个球，则摸到红球是______________.(填“必然事件”或“不可能事件”或“随机事件”)

7. 有下列事件：(1)一个玻璃酒杯从 10 层高楼落到水泥地面上会摔坏；(2)雨过天晴；(3)明天太阳从西方升起；(4)掷一枚硬币，正面朝上；(5)明年是 2010 年；(6)某人在广场买彩票，连续两次中奖；(7)打开电视，正在播放《星光大道》. 其中是确定性事件的有______________，是随机事件的有______________.

8. 袋中装有 10 个小球，颜色为红、白、黑三种，除颜色外其他均相同. 若要求摸出一个球是白球和不是白球的可能性相等，则黑球和红球共有________个.

9. 在一个不透明的口袋中装有大小、外形一模一样的 5 个红球、3 个蓝球和 2 个白球，它们已经在口袋中被搅匀了，以下是随机事件的是________.(填序号)
(1)从口袋中任意取出一个球，是白球；
(2)从口袋中一次任取 5 个球，全是蓝球；
(3)从口袋中一次任取 5 个球，只有蓝球和白球，没有红球；
(4)从口袋中一次任意取出 6 个球，恰好红、蓝、白三种颜色的球都齐了.

【能力提升】

10. 大家看过中央电视台的《购物街》节目吗?其中有一个游戏环节是大转轮比赛，转轮上平均分布着 5，10，15，20 一直到 100 共 20 个数字. 选手依次转动转轮，每个人最多有两次机会. 选手转动的数字之和最大不超过 100 者胜出；若超过 100 则成绩无效，称为“爆掉”.
(1)某选手第一次转到了数字 5，再转第二次，则他两次数字之和为 100 的可能性有多大?
(2)现在某选手第一次转到了数字 65，若再转第二次则有可能“爆掉”，请你分析“爆掉”的可能性有多大.

4.2 概率及其计算

4.2.1　概率的概念

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 理解概率的定义

一般地，对于一个随机事件 A，我们把刻画其发生____________的数值，称为随机事件 A 发生的概率，记为 $P(A)$.

2. 掌握简单事件概率的计算方法

(1)一般地，如果在一次试验中，有 n 种可能的结果，其中每一种结果发生的可能性________，那么出现每一种结果的概率都是 $\frac{1}{n}$，如果事件 A 包含其中的 m 种可能的结果，那么事件 A 发生的概率：$P(A)=$________，其中 m 是________包含的可能结果数，n 表示一次试验____________结果数，$0\leqslant P(A)\leqslant 1$.

(2)当 A 为必然事件时，$P(A)=$________；当 A 为不可能事件时，$P(A)=$________.

课堂探究

探究一：求简单事件发生的概率

【例1】 在一个不透明的袋子中装有除颜色外其他均相同的 3 个红球和 2 个白球，从中任意摸出一个球，则摸出白球的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{3}$　　(B)$\frac{2}{5}$　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$\frac{3}{5}$

【思路导引】

从这个袋子中摸出一个球共有________种可能性，其中摸到白球的可能性有________种，因而概率是________.

规律总结　求某一事件发生的概率，首先分清该事件可能出现的结果数和所有可能出现的结果数，它们的比值就是该事件发生的概率.

变式训练 1-1：(2018 徐州)抛掷一枚质地均匀的硬币，若前 3 次都是正面朝上，则第 4 次正面朝上的概率(　　)

(A)小于 $\frac{1}{2}$　　(B)等于 $\frac{1}{2}$

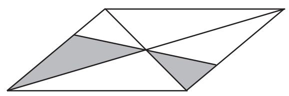
(C)大于 $\frac{1}{2}$　　(D)无法确定

变式训练 1-2：一个不透明的布袋里装有 1 个白球、2 个黑球、3 个红球，它们除颜色外均相同. 从中任意摸出一个球，则是红球的概率为(　　)

(A)$\frac{1}{6}$　　(B)$\frac{1}{3}$　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$\frac{2}{3}$

探究二：几何图形中的概率问题

【例2】 小明把如图所示的平行四边形纸板挂在墙上玩飞镖游戏，每次飞镖均落在纸板上且落在纸板的任何一个点的机会都相等，则飞镖落在阴影区域的概率是(　　)



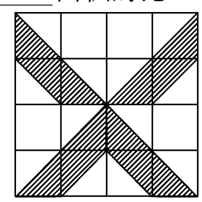
(A)$\frac{1}{2}$　　(B)$\frac{1}{3}$　　(C)$\frac{1}{4}$　　(D)$\frac{1}{6}$

【思路导引】

1. 平行四边形是________对称图形，两条对角线把该平行四边形分成四个________相等的三角形.

2. 求飞镖落在阴影区域的概率，实际上就是求__________的面积与__________面积的比.

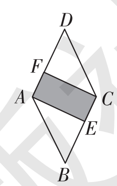
变式训练 2-1：如果小球在如图所示的地面上自由滚动，并随机停留在某块方砖上，那么它最终停留在黑色区域的概率是(　　)



(A)$\frac{1}{4}$　　(B)$\frac{3}{4}$

(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$\frac{3}{8}$

变式训练 2-2：(2018 荆州)如图，将一块菱形 $ABCD$ 硬纸片固定后进行投针训练. 已知纸片上 $AE\perp BC$ 于点 E，$CF\perp AD$ 于点 F，$\sin D=\frac{4}{5}$. 若随意投出一针命中了菱形纸片，则命中其中的矩形区域的概率是(　　)



(A)$\frac{1}{5}$　　(B)$\frac{2}{5}$　　(C)$\frac{3}{5}$　　(D)$\frac{4}{5}$

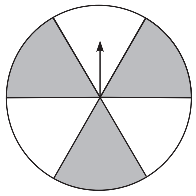
课堂达标

1. (2018 青海)用扇形统计图反映地球上陆地面积与海洋面积所占的比例时，若陆地面积所对应的圆心角是 $108°$，当宇宙中一块陨石落在地球上，则落在陆地上的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{5}$　　(B)$\frac{1}{3}$　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$\frac{3}{10}$

2. 如图是一个可以自由转动的转盘，转盘分为 6 个大小相同的扇形，指针的位置固定，转动的转盘停止

后，其中的某个扇形会恰好停在指针所指的位置(指针指向两个扇形的交线时，当作指向右边的扇形)，则指针指向阴影区域的概率是(　　)

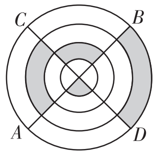


(A)$\frac{2}{3}$　(B)$\frac{1}{3}$　(C)$\frac{1}{2}$　(D)$\frac{1}{4}$

3. 从分别标有数字-3，-2，-1，0，1，2，3 的七张没有明显差别的卡片中，随机抽取一张，所抽卡片上的数字的绝对值不小于 2 的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{7}$　(B)$\frac{2}{7}$　(C)$\frac{3}{7}$　(D)$\frac{4}{7}$

4. 如图，AB，CD 是水平放置的轮盘(俯视图)上两条互相垂直的直径，一个小钢球在轮盘上自由滚动，该小钢球最终停在阴影区域的概率为________.

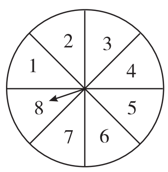


5. 如图所示，转盘被等分成 8 个扇形，并在上面依次标有数字 1，2，3，4，5，6，7，8.

(1)自由转动转盘，当它停止转动时，指针指向的数正好能被 8 整除的概率是多少？

(2)请你用这个转盘设计一个游戏，当自由转动的转盘停止时，指针指向的区域的概率为$\frac{3}{4}$.

(注：指针指在边缘处，要重新转，直至指到非边缘处)



课后提升

【基础达标】

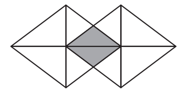
1. **(2018 贵港)** 笔筒中有 10 支型号、颜色完全相同的铅笔，将它们逐一标上 1 至 10 的号码. 若从笔筒中任意抽出一支铅笔，则抽到编号是 3 的倍数的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{10}$　(B)$\frac{1}{5}$　(C)$\frac{3}{10}$　(D)$\frac{2}{5}$

2. 某学校组织知识竞赛，共设有 20 道试题，其中与中国优秀传统文化有关的试题有 10 道，实践应用试题有 6 道，创新能力试题有 4 道. 小婕从中任选一道试题作答，她选中创新能力试题的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{5}$　(B)$\frac{3}{10}$　(C)$\frac{2}{5}$　(D)$\frac{1}{2}$

3. **(2018 阜新)** 如图所示，阴影是两个相同菱形的重合部分，假设可以随机在图中取点，那么这个点取在阴影部分的概率是(　　)

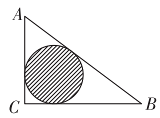


(A)$\frac{1}{5}$　(B)$\frac{1}{6}$　(C)$\frac{1}{7}$　(D)$\frac{1}{8}$

4. 2016 年 5 月，为保证"中国大数据产业峰会及中国电子商务创新发展峰会"在贵阳顺利召开，组委会决定从"神州专车"中抽调 200 辆车作为服务用车，其中帕萨特 60 辆、狮跑 40 辆、君越 80 辆、迈腾 20 辆，现随机地从这 200 辆车中抽取 1 辆作为开幕式用车，则抽中帕萨特的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{10}$　(B)$\frac{1}{5}$　(C)$\frac{3}{10}$　(D)$\frac{2}{5}$

5. 如图，$\triangle ABC$ 是一块绿化带，将阴影部分修建为花圃，已知$AB=15$，$AC=9$，$BC=12$，阴影部分是$\triangle ABC$ 的内切圆，一只自由飞翔的小鸟随机地落在这块绿化带上，则小鸟落在花圃上的概率为(　　)

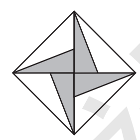


(A)$\frac{1}{6}$　(B)$\frac{\pi}{6}$　(C)$\frac{\pi}{8}$　(D)$\frac{\pi}{5}$

6. 某校组织"书香校园"读书活动，某班图书角现有文学书 18 本，科普书 9 本，人物传记 12 本，军事书 6 本，小明随机抽取一本，恰好是人物传记的概率是________.

7. **(2018 济南)** 在不透明的盒子中装有 5 个黑色棋子和若干个白色棋子，每个棋子除颜色外都相同. 任意摸出一个棋子，摸到黑色棋子的概率是$\frac{1}{4}$，则白色棋子的个数是________.

8. 如图，正方形中的阴影部分是由四个直角边长都是 1 和 3 的直角三角形组成的，假设可以在正方形内部随意取点，那么这个点取在阴影部分的概率为________.



9. 在一个不透明的袋中装有 2 个黄球，3 个黑球和 5 个红球，它们除颜色外其他都相同.

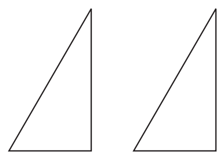
(1)将袋中的球摇均匀后，求从袋中随机摸出一个球是黄球的概率；

(2)现在再将若干个红球放入袋中，与原来的 10 个球均匀混合在一起，使从袋中随机摸出一个球是红球的概率是$\frac{2}{3}$，请求出后来放入袋中的红球的个数.

【能力提升】

10. 如图是两个全等的含 30°角的直角三角形.

(1)将其相等边拼在一起,组成一个没有重叠部分的平面图形,请你画出所有不同的拼接平面图形的示意图;



(2)若将(1)中的平面图形分别印制在质地、形状、大小完全相同的卡片上,洗匀后从中随机抽取一张,求抽取的卡片上的平面图形为轴对称图形的概率.

4.2.2　用列举法求概率

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 掌握用列举法求较复杂随机事件的概率

(1)在一次试验中,如果可能出现的结果________________,且各种结果出现的________都相等,我们可以通过列举试验结果的方法,分析出随机事件的概率.

(2)常用的方法:____________,____________.

2. 理解用列表法或树状图法求概率的适用范围和注意事项

(1)适用范围:

①当一次试验涉及________因素(步骤),可以用列表法或树状图法;

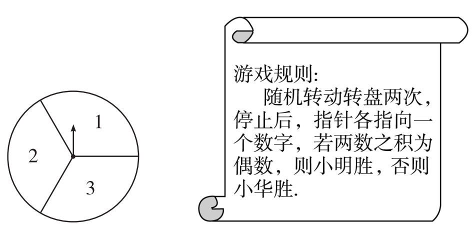
②当一次试验涉及________或更多因素(步骤),采用树状图法更优越.

(2)在求概率时要分清有放回和无放回、有序和无序等问题.

课堂探究

探究一:用列表法求概率

【例1】如图所示,可以自由转动的转盘被三等分,指针落在每个扇形内的机会均等.



(1)现随机转动转盘一次,停止后,指针指向 1 的概率为________.

(2)小明和小华利用这个转盘做游戏,若采用的游戏规则如上,你认为对双方公平吗?请用列表法说明理由.

【思路导引】

1. 转动转盘一次,指针指向的数字共有________种可能性,指向 1 有________种可能性,因而概率是________.

2. 分别求出指针指向两数之积是偶数和奇数的概率,再比较概率大小可确定游戏的公平性.

变式训练 1-1:小明和小华参加社会实践活动,随机选择"打扫社区卫生"和"参加社会调查"中的一项,那么两人同时选择"参加社会调查"的概率为(　　)

(A)$\frac{1}{4}$　(B)$\frac{1}{3}$　(C)$\frac{1}{2}$　(D)$\frac{3}{4}$

变式训练 1-2:(**2018 大连**)一个不透明的袋子中有三个完全相同的小球,把它们分别标号为 1,2,3,随机摸出一个小球,记下标号后放回,再随机摸出一个小球并记下标号.两次摸出的小球标号的和是偶数的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{3}$　(B)$\frac{4}{9}$　(C)$\frac{1}{2}$　(D)$\frac{5}{9}$

探究二:用树状图法求简单事件的概率

【例2】一布袋中放有红、黄、白三种颜色的球各一个,它们除颜色外其他都一样,小亮从布袋中摸出一个球后放回去摇匀,再摸出一个球,连续摸三次.求小亮三次都摸到白球的概率.

【思路导引】

1. 事件要经过______个步骤完成,用____________法求事件概率比较合适.

2. 三次摸球的所有可能结果共有__________种，三次都摸到白球的结果有______种.

易错提醒　列举法求概率的三点注意：

(1)不重不漏，且试验中每个结果发生的可能性是相等的；

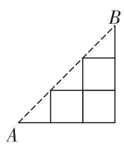
(2)当试验涉及两个因素，通常用列表法或树状图法；

(3)当试验涉及两个以上的因素，通常用树状图法.

变式训练 2-1：一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球，把它们分别标号为 1，2，3，4，随机摸出一个小球，不放回，再随机摸出一个小球，两次摸出的小球标号的积小于 4 的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{6}$　　(B)$\frac{5}{16}$　　(C)$\frac{1}{3}$　　(D)$\frac{1}{2}$

变式训练 2-2：**(2018 无锡)**如图是一个沿 3×3 正方形方格纸的对角线 AB 剪下的图形，点 P 从点 A 出发，沿格线每次向右或向上运动 1 个单位长度，则点 P 从点 A 运动到点 B 的不同路径共有(　　)



(A)4 条　　(B)5 条　　(C)6 条　　(D)7 条

课堂达标

1. **(2018 广西)**从 -2，-1，2 这三个数中任取两个不同的数相乘，积为正数的概率是(　　)

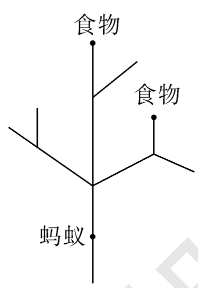
(A)$\frac{2}{3}$　　(B)$\frac{1}{2}$　　(C)$\frac{1}{3}$　　(D)$\frac{1}{4}$

2. 一个盒子里装有除颜色外其他均相同的两个红球和三个白球，现从中任取两个球，则取到的是一个红球、一个白球的概率为(　　)

(A)$\frac{2}{5}$　　(B)$\frac{2}{3}$　　(C)$\frac{3}{5}$　　(D)$\frac{3}{10}$

3. 一个口袋中装有两个完全相同的小球，它们分别标有数字 1，2，从口袋中随机摸出一个小球记下数字后放回，摇匀后再随机摸出一个小球，则两次摸出小球的数字和为偶数的概率是________.

4. 一只蚂蚁在如图所示的路上寻觅食物，假定昆虫在每个岔路口都会随机选择一条路径，则它获取食物的概率是________.



5. 为弘扬"东亚文化"，某单位开展了"东亚文化之都"演讲比赛，在安排一位女选手和三位男选手的出场顺序时，采用随机抽签的方式.

(1)请直接写出第一位出场的是女选手的概率；

(2)请你用画树状图或列表的方法表示第一、二位出场选手的所有等可能的结果，并求出他们都是男选手的概率.

课后提升

【基础达标】

1. **(2018 湖州)**某居委会组织两个检查组，分别对"垃圾分类"和"违规停车"的情况进行抽查. 各组随机抽取辖区内某三个小区中的一个进行检查，则两个组恰好抽到同一个小区的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{9}$　　(B)$\frac{1}{6}$　　(C)$\frac{1}{3}$　　(D)$\frac{2}{3}$

2. 在 -2，-1，0，1，2 这五个数中任取两数作为 m，n，则二次函数 $y=(x-m)^2+n$ 的顶点在坐标轴上的概率为(　　)

(A)$\frac{2}{5}$　　(B)$\frac{1}{5}$　　(C)$\frac{1}{4}$　　(D)$\frac{1}{2}$

3. **(2018 聊城)**小亮、小莹、小刚三位同学随机地站成一排合影留念，小亮恰好站在中间的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{2}$　　(B)$\frac{1}{3}$　　(C)$\frac{2}{3}$　　(D)$\frac{1}{6}$

4. 某校在八年级开设了数学史、诗词赏析、陶艺三门校本课程，若小波和小睿两名同学每人随机选择其中一门课程，则小波和小睿选到同一课程的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{2}$　　(B)$\frac{1}{3}$　　(C)$\frac{1}{6}$　　(D)$\frac{1}{9}$

5. **(2018 梧州)**小燕一家三口在商场参加抽奖活动，每人只有一次抽奖机会. 在一个不透明的箱子中装有红、黄、白三种球各一个，这些球除颜色外无其他差别，从箱子中随机摸出一个球，然后放回箱子中，轮到下一个人摸球. 三人摸到球的颜色都不相同的概率是(　　)

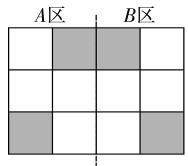
(A)$\frac{1}{27}$　　(B)$\frac{1}{3}$　　(C)$\frac{1}{9}$　　(D)$\frac{2}{9}$

6. 小华和小勇做抛掷硬币游戏，抛两次，如果两次"正面向上"，那么小华得 1 分，如果两次"反面向上"，

那么小勇得 1 分，否则两人都得 0 分，谁先得到 10 分，谁就赢. 对小华和小勇来讲，这个游戏规则公平吗？答：________.

7. 点 P 的坐标是 (a,b)，从 $-2,-1,0,1,2$ 这五个数中任取一个数作为 a 的值，再从余下的四个数中任取一个数作为 b 的值，则点 $P(a,b)$ 在平面直角坐标系中第二象限内的概率是________.

8. 如图是 4×3 正方形网格，图中已涂灰 4 个单位正方形，小林分别在 A，B 两区剩下的 4 个白色正方形中任取 1 个涂灰，则小林涂灰后的灰色正方形网格恰好构成轴对称图形的概率是________.



9. 红花中学现要从甲、乙两位男生和丙、丁两位女生中，选派两位同学分别作为①号选手和②号选手代表学校参加全县汉字听写大赛.

(1)请用树状图法或列表法列举出各种可能选派的结果；

(2)求恰好选派一男一女两位同学参赛的概率.

【能力提升】

10. 现有三张反面朝上的扑克牌：红桃 2，红桃 3，黑桃 x $(1\leqslant x\leqslant13$ 且 x 为整数$)$. 把牌洗匀后第一次抽取一张，记好花色和数字后将牌放回，重新洗匀第二次再抽取一张.（提示：三张扑克牌可以分别简记为红$_2$，红$_3$，黑$_x$）

(1)求两次抽得相同花色的概率；

(2)当甲选择 x 为奇数，乙选择 x 为偶数时，他们两次抽得的数字和是奇数的可能性大小一样吗？请说明理由.

4.3 用频率估计概率

扫码观看
本节精彩微课

课前预习

1. 掌握用频率估计概率的方法

(1)当试验所有的可能结果不是有限个，或各种可能结果发生的可能性不相等时，我们可以通过统计频率来估计概率.

(2)当试验次数不断增大时，频率逐渐稳定于________附近.

2. 理解频率与概率的关系

频率和概率都是对随机事件可能性大小的定量刻画，但频率与试验次数及具体的试验有关，因此，频率具有________性；而概率是刻画随机事件发生可能性大小的数值，是一个固定的量，不具有________.

课堂探究

探究一：频率与概率的关系

【例1】 小明从一副没有大、小王共 52 张的扑克牌中，每次抽出一张，然后放回洗匀再抽，在抽牌的试验中得到下表中的数据.

试验次数	50	100	150	200	250	300	350	400
出现黑桃的频数	13	30	35	51	60	76	90	98
出现黑桃的频率	26%	30%			24%	25.3%		24.5%

(1)请你将数据表补充完整.

(2)观察上表可以发现：随着试验次数的增大，出现黑桃牌的频率有多大？

(3)请你估计从 52 张牌中抽出 1 张黑桃牌的概率.

【思路导引】

1. 频率是________与总次数的比值.

2. 观察表格，可得频率集中在常数________附近.

规律总结 用频率估计概率时，试验次数越多，频率越接近于概率.

变式训练 1－1：某人在做掷硬币试验时，投掷 m 次，正面朝上有 n 次$\left(\text{即正面朝上的频率是 } p=\frac{n}{m}\right)$，则下列说法中正确的是(　　)

(A)p 一定等于$\frac{1}{2}$

(B)p 一定不等于$\frac{1}{2}$

(C)多投一次，p 更接近$\frac{1}{2}$

(D)投掷次数逐渐增加，p 稳定在$\frac{1}{2}$附近

变式训练 1－2：**(2018 甘孜州)**在不透明的口袋中有若干个完全一样的红色小球，现放入 10 个仅颜色不同的白色小球，均匀混合后，有放回地随机摸取 30 次，有 10 次摸到白色小球. 据此估计，该口袋中原有红色小球的个数为__________.

探究二：用频率估计概率

【例2】某活动小组为了估计装有 5 个白球和若干个红球(每个球除颜色外都相同)的袋中红球接近多少个，在不将袋中球倒出来的情况下，分小组进行摸球试验，两人一组，共 20 组进行摸球试验. 其中一位学生摸球，另一位学生记录所摸球的颜色，并将球放回袋中摇匀，每一组做 400 次试验，汇总起来后，摸到红球的次数为 6 000 次.

(1)估计从袋中任意摸出一个球恰好是红球的概率是多少.

(2)请你估计袋中的红球接近多少个.

【思路导引】

1. 试验总次数为____________次，则摸到红球的频率为____________.

2. 设红球有 x 个，根据红球的概率列出方程求解.

方法技巧　用频率估计概率的关键：

(1)大量重复试验时，频率可看成概率的近似值.

(2)运用方程思想，根据概率公式列出方程求解.

变式训练 2－1：一个口袋中有红球、白球共 10 个，这些球除颜色外都相同，将口袋中的球搅拌均匀，从中随机摸出一个球，记下它的颜色后再放回口袋中，不断重复这一过程，共摸了 100 次球，发现有 71 次摸到红球. 请你估计这个口袋中红球的数量为________个.

变式训练 2－2：**(2017 黔东南州)**“蓝莓谷”以盛产“优质蓝莓”而吸引来自四面八方的游客. 某果农今年的蓝莓得到了丰收，为了了解自家蓝莓的质量，他随机从种植园中抽取适量蓝莓进行检测，发现在多次重复的抽取检测中，“优质蓝莓”出现的频率逐渐稳定在 0.7. 该果农的种植园今年的蓝莓总产量约为 800 kg，由此估计该果农的种植园今年的“优质蓝莓”的产量约是________kg.

课堂达标

1. 在课外实践活动中，甲、乙、丙、丁四个小组用投掷一元硬币的方法估算正面朝上的概率，其试验次数分别为 10 次、50 次、100 次、200 次，其中试验相对科学的是(　　)

(A)甲组　(B)乙组　(C)丙组　(D)丁组

2. **(2017 兰州)**一个不透明的盒子里有 n 个除颜色外其他完全相同的小球，其中有 9 个黄球. 每次摸球前先将盒子里的球摇匀，任意摸出一个球记下颜色后再放回盒子. 通过大量重复摸球试验后发现，摸到黄球的频率稳定在 30%，那么估计盒子中小球的个数 n 为(　　)

(A)20　(B)24　(C)28　(D)30

3. 一个不透明的袋中装有除颜色外均相同的 8 个黑球、4 个白球和若干个红球. 每次摇匀后随机摸出一个球，记下颜色后再放回袋中. 通过大量重复摸球试验后，发现摸到红球的频率稳定于0.4，由此可估计袋中约有红球________个.

4. 一个不透明的口袋中放有若干个红球和白球，这两种球除了颜色以外没有任何其他区别，将口袋中的球摇均匀，每次从口袋中取出一个球记录颜色后放回再摇均匀，经过大量的重复试验，得到取出红球的频率是$\frac{1}{4}$.

(1)取出白球的概率是多少？

(2)如果袋中的白球有 18 个，那么袋中的红球有多少个？

5. 张亮与李华做投骰子(质地均匀的正方体)游戏. 他们在一次游戏中共做了 50 次试验，试验结果如下：

朝上的点数	1	2	3	4	5	6
出现的次数	10	9	6	9	8	8

(1)此次试验中,"1点朝上"的频率是________.

(2)张亮说:"根据试验,出现1点朝上的概率最大."他的说法正确吗?为什么?

课后提升

【基础达标】

1. (2018金乡县模拟)下列随机事件的概率,既可以用列举法求得,又可以用频率估计获得的是(　　)

(A)某种幼苗在一定条件下的移植成活率

(B)某种柑橘在某次运输过程中的损坏率

(C)某射击运动员在某种条件下射出9环以上的概率

(D)投掷一枚均匀的骰子,朝上一面为偶数的概率

2. 小鸡孵化场孵化出1 000只小鸡,在60只上做记号,再放入鸡群中让其充分跑散,再任意抓出50只,其中做有记号的大约有(　　)

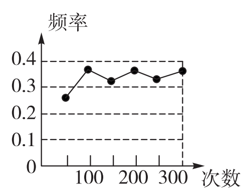
(A)40只　(B)25只　(C)15只　(D)3只

3. 在一个不透明的布袋中,红球、黑球、白球共有若干个,除颜色外,形状、大小、质地等完全相同.小新从布袋中随机摸出一球,记下颜色后放回布袋中,摇匀后再随机摸出一球,记下颜色.如此大量重复摸球试验后,小新发现其中摸出红球的频率稳定于20%,摸出黑球的频率稳定于50%.对此试验,他总结出下列结论:①若进行大量摸球试验,摸出白球的频率稳定于30%;②若从布袋中任意摸出一个球,该球是黑球的概率最大;③若再摸球100次,必有20次摸出的是红球.其中正确的结论是(　　)

(A)①②③　(B)①②

(C)①③　(D)②③

4. (2018玉林)某小组做"用频率估计概率"的试验时,绘出的某一结果出现的频率折线图如图所示,则符合这一结果的试验可能是(　　)



(A)抛一枚硬币,出现正面朝上

(B)掷一个正六面体的骰子,出现3点朝上

(C)一副去掉大、小王的扑克牌洗匀后,从中任抽一张牌的花色是红桃

(D)从一个装有两个红球、一个黑球的袋子中任取一球,取到的是黑球

5. 某种油菜籽在相同条件下发芽试验的结果如下表:

每批粒数 n	100	300	400	600	1 000	2 000	3 000
发芽的频数 m	96	284	380	571	948	1 902	2 848
发芽的频率 $\frac{m}{n}$	0.960	0.947	0.950	0.952	0.948	0.951	0.949

那么这种油菜籽发芽的概率是________(结果精确到0.01).

6. 抛一枚均匀的硬币100次,若出现正面的次数为45次,那么出现正面的频率是________.

7. (2018永州)在一个不透明的盒子中装有 n 个球,它们除了颜色之外其他都没有区别,其中含有三个红球.每次摸球前,将盒中所有的球摇匀,然后随机摸出一个球,记下颜色后再放回盒中.通过大量重复试验,发现摸到红球的频率稳定在0.03,那么可以推算出 n 的值大约是__________.

【能力提升】

8. (归纳探索题)在"抛一枚均匀硬币"的试验中,如果现在没有硬币,则下面4个试验中不能代替这一试验的是(　　)

(A)在一个暗箱里放上"大王"和"小王"两张扑克牌,随意从中摸出一张

(B)在布袋里放上两个除颜色外形状、大小、重量完全一样的乒乓球,随意从中摸出一个

(C)抛掷一个瓶盖

(D)任意转动一个黑、白各占一半的圆形转盘

9. 为获知某自然保护区内某种野生动物的数量,工作人员逮到该种动物1 200只,做标记后放回.若干天后,再逮到该种动物1 000只,其中有100只做过标记.按概率方法估算,保护区内这种动物有多少只?

第 4 章　基础巩固与训练

扫码观看 本节精彩微课

一、选择题

1.（2018 烟台）下列说法正确的是（　　）

(A)367 人中至少有 2 人生日相同

(B)任意掷一枚均匀的骰子，掷出的点数是偶数的概率是$\frac{1}{3}$

(C)天气预报说明天的降水概率为 90%，则明天一定会下雨

(D)某种彩票中奖的概率是 1%，则买 100 张彩票一定有 1 张中奖

2.（2018 柳州）现有四张扑克牌：红桃 A、黑桃 A、梅花 A 和方块 A. 将这四张牌洗匀后正面朝下放在桌面上，再从中任意抽取一张牌，则抽到红桃 A 的概率为（　　）

(A)1　　(B)$\frac{1}{4}$　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$\frac{3}{4}$

3. 在一个不透明的布袋中装有若干个只有颜色不同的小球，如果袋中有红球 5 个，黄球 4 个，其余为白球，从袋子中随机摸出一个球，“摸出黄球”的概率为$\frac{1}{3}$，则袋中白球的个数为（　　）

(A)2　　(B)3　　(C)4　　(D)12

4. 小明想用 6 个球设计一个摸球游戏，下面是他设计的四种方案，你认为不可能成功的是（　　）

(A)摸到红球的机会是$\frac{1}{2}$，摸到白球的机会也是$\frac{1}{2}$

(B)摸到红球、白球、黄球的机会都是$\frac{1}{3}$

(C)摸到黄球的机会是$\frac{1}{2}$，摸到白球的机会是$\frac{1}{3}$，摸到红球的机会是$\frac{1}{6}$

(D)摸到红球的机会是$\frac{2}{3}$，摸到白球和黄球的机会都是$\frac{1}{3}$

5.（2018 攀枝花）布袋中装有除颜色外没有其他区别的一个红球和两个白球，搅匀后从中摸出一个球，放回搅匀，再摸出第二个球，两次都摸出白球的概率是（　　）

(A)$\frac{4}{9}$　　(B)$\frac{2}{9}$　　(C)$\frac{2}{3}$　　(D)$\frac{1}{3}$

6. 在一个不透明的盒子里装着若干个白球，小明想估计其中的白球个数，于是他放入 10 个黑球，搅匀后从中随机摸出一个球记下颜色，再把它放回盒子中，不断重复上述过程，得到如下数据：

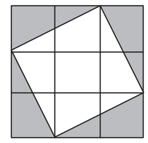
摸球的次数 n	20	40	60	80	120	160	200
摸到白球的次数 m	15	33	49	63	97	128	158
摸到白球的频率$\frac{m}{n}$	0.75	0.83	0.82	0.79	0.81	0.80	0.79

估计盒子里白球的个数为（　　）

(A)8　　(B)40

(C)80　　(D)无法估计

7.（2018 苏州）如图，飞镖游戏板中每一块小正方形除颜色外都相同. 若某人向游戏板投掷飞镖一次（假设飞镖落在游戏板上），则飞镖落在阴影部分的概率是（　　）



(A)$\frac{1}{2}$　　(B)$\frac{1}{3}$　　(C)$\frac{4}{9}$　　(D)$\frac{5}{9}$

8. 动物学家通过大量的调查，估计某种动物活到 20 岁的概率为 0.8，活到 25 岁的概率为 0.6，则现年 20 岁的这种动物活到 25 岁的概率是（　　）

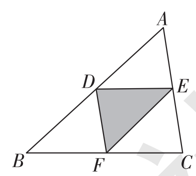
(A)0.8　　(B)0.75　　(C)0.6　　(D)0.48

二、填空题

9.（2017 兴义市期末）“任意打开一本 154 页的九年级数学书，正好翻到第 127 页”，这是________（填“必然”“随机”或“不可能”）事件.

10. 在一个不透明的袋子中装有除颜色外其他均相同的三个红球和两个白球，从中任意摸出一个球，则摸出白球的概率是________.

11.（2017 南江县期末）如图，△ABC 中，D，E，F 分别是各边的中点，随机地向△ABC 内掷一粒米，则米粒落到阴影区域内的概率是________.



12. 已知四个点的坐标分别是 $(-1,1)$，$(2,2)$，$\left(\frac{2}{3},\frac{3}{2}\right)$，$\left(-5,-\frac{1}{5}\right)$，从中随机选取一个点，在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上的概率是________.

13. 从 -2，-1，0，1，2 这五个数中，随机抽取一个数记为 a，则使关于 x 的不等式组 $\begin{cases}\frac{2x-1}{6}\geqslant-\frac{1}{2},\\ 2x-1<2a\end{cases}$ 有解，且使关于 x 的一元一次方程 $\frac{3x-a}{2}+1=\frac{2x+a}{3}$ 的解为负数的概率为________.

14. 在一个不透明的布袋中，红色、黑色、白色的玻璃球共有 50 个，除颜色外，形状、大小、质地完全相同. 小刚通过多次摸球试验后发现其中摸到红色、黑色球的频率分别稳定在 20% 和 30%，则布袋中白色球很可能有________个.

三、解答题

15. 小明在 4 个相同的乒乓球上分别写上 1,2,3,4 这 4 个数字,然后把这些乒乓球放入一个不透明的纸盒中,随机摸出一个乒乓球后放回,再随机摸出一个乒乓球. 用列表法求两次摸出的乒乓球上的数字和为 5 的概率.

16. 在一个不透明的袋子中装有仅颜色不同的 10 个小球,其中红球 4 个,黑球 6 个.

(1)先从袋子中取出 $m(m>1)$ 个红球,再从袋子中随机摸出 1 个球,将“摸出黑球”记为事件 A,请完成下列表格:

事件 A	必然事件	随机事件
m 的值		

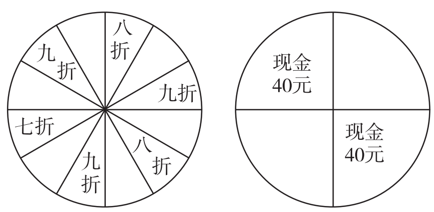
(2)先从袋子中取出 m 个红球,再放入 m 个一样的黑球并摇匀,随机摸出 1 个黑球的概率等于 $\frac{4}{5}$,求 m 的值.

17. 家在上海的小明一家将于周日到江苏进行自驾游,准备将行程分为上午和下午,上午的备选地点为:A—无锡鼋头渚,B—常州淹城春秋乐园,C—苏州乐园,下午的备选地点为:D—常州恐龙园,E—无锡动物园.

(1)请用画树状图或列表的方法分析并写出小明一家所有可能的游玩方式(用字母表示即可);

(2)求小明一家整天在同一城市游玩的概率.

18. 某商场举行开业酬宾活动,设立了两个可以自由转动的转盘(如图所示,两个转盘均被等分),并规定:顾客购买满 188 元的商品,即可任选一个转盘转动一次,转盘停止后,指针所指区域内容即为优惠方式;若指针所指区域空白,则无优惠. 已知小张在该商场消费 300 元.



转盘1　　转盘2

(1)若他选择转动转盘 1,则他能得到优惠的概率为多少?

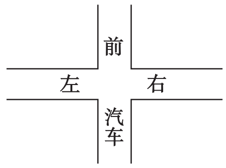
(2)对小张来说,选择转动转盘 1 和转盘 2,哪种方式更合算? 请通过计算加以说明.

19. 经过某十字路口的汽车，它可能继续直行，也可能向左或向右转，这三种可能性的大小相同. 三辆汽车经过这个十字路口，画树状图求下列事件的概率：

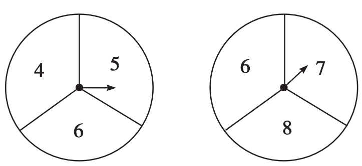
(1)三辆汽车都继续直行的概率；

(2)两辆车向右转、一辆车向左转的概率；

(3)至少有两辆车向左转的概率.



20. 小华与小丽设计了 A，B 两种游戏，游戏 A 的规则为：如图是两个可以自由转动的转盘，每个转盘被分成了三个面积相等的扇形区域，分别用 4，5，6 和 6，7，8 标记，固定指针，同时转动转盘，任其自由停止. 若两指针指的数字和为偶数则小华获胜，若两数之和为奇数则小丽获胜(若箭头恰好停留在边界上，则重新转动一次直到箭头恰好停留在某一数字为止). 游戏 B 的规则：将 4 张数字分别是 5，6，8，8 的扑克牌洗匀后背面朝上放置在桌面上，小华先随机抽出一张牌，抽出的牌不放回，小丽从剩下的牌中再随机抽出一张牌，若小华抽出的牌面上的数字比小丽抽出的牌面上的数字大，则小华获胜，否则小丽获胜. 请你帮小丽选择其中一种游戏，使她获胜的可能性较大，并说明理由.



21. 某校七年级(1)班班主任对本班学生进行了“我最喜欢的课外活动”的调查，并将调查结果分为书法和绘画类(记为 A)，音乐类(记为 B)，球类(记为 C)，其他类(记为 D). 根据调查结果发现，该班每个学生都进行了登记且每人只登记了一种自己最喜欢的课外活动. 班主任根据调查情况把学生进行了归类，并制作了如下两幅统计图. 请你结合图中所给信息解答下列问题：

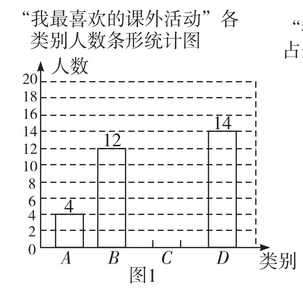


图1

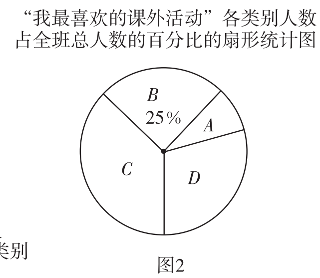


图2

(1)七年级(1)班学生总人数为________，扇形统计图中 D 类所对应扇形的圆心角为________，请补全条形统计图.

(2)学校将举行书法和绘画比赛，每班需派两名学生参加，A 类四名学生中有两名学生擅长书法，另两名学生擅长绘画. 班主任现从 A 类四名学生中随机抽取两名学生参加比赛，请你用列表或画树状图的方法求出抽到的两名学生恰好是一名擅长书法、另一名擅长绘画的概率.

综合训练二　第 1～4 章

一、选择题

1. 下列事件是必然事件的是(　　)

(A)某种彩票的中奖率是 1%，则买这种彩票 100 张一定会中奖

(B)一组数据 1，2，4，5 的平均数是 4

(C)三角形的内角和等于 180°

(D)若 a 是实数，则 $|a|>0$

2. 如图 1 放置的一个机器零件，若其主(正)视图如图 2 所示，则其俯视图是(　　)

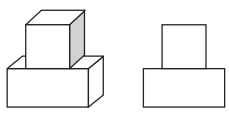
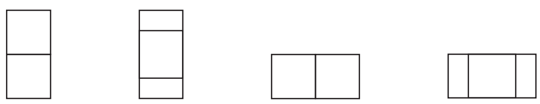


图1　　图2

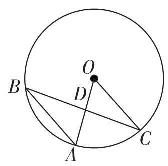

(A)　(B)　(C)　(D)

3. 若二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$，则关于 x 的方程 $x^2+mx=7$ 的解为(　　)

(A)$x_1=0, x_2=6$　　(B)$x_1=1, x_2=7$

(C)$x_1=1, x_2=-7$　　(D)$x_1=-1, x_2=7$

4. **(2018 聊城)** 如图，在⊙O 中，弦 BC 与半径 OA 相交于点 D，连接 AB，OC. 若 $\angle A=60°$，$\angle ADC=85°$，则 $\angle C$ 的度数是(　　)



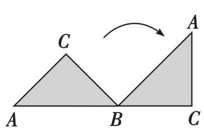
(A)25°　　(B)27.5°

(C)30°　　(D)35°

5. 数学老师将全班分成 7 个小组开展小组合作学习，采用随机抽签确定一个小组进行展示活动，则第 3 个小组被抽到的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{7}$　(B)$\frac{1}{3}$　(C)$\frac{1}{21}$　(D)$\frac{1}{10}$

6. 如图，△ABC 为等腰直角三角形木板，$\angle C$ 为直角，$AB=1$ m. 将该木板绕着点 B 沿箭头所示方向旋转，使点 A，B，C 在同一直线上，则点 A 从开始到结束所走过的路径长度为(　　)



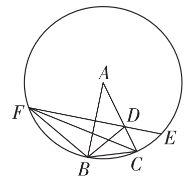
(A)$\frac{3}{4}\pi$ m　　(B)$\frac{3}{8}\pi$ m

(C)$\frac{3}{2}\pi$ m　　(D)π m

7. 抛物线 $y=x^2+bx+c$(其中 b，c 是常数)过点 $A(2, 6)$，且抛物线的对称轴与线段 $y=0\ (1\leqslant x\leqslant 3)$有交点，则 c 的值不可能是(　　)

(A)4　(B)6　(C)8　(D)10

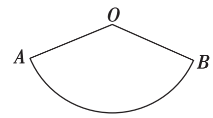
8. **(2017 云南)** 如图，B，C 是⊙A 上的两点，AB 的垂直平分线与⊙A 交于 E，F 两点，与线段 AC 交于点 D. 若 $\angle BFC=20°$，则 $\angle DBC=$(　　)



(A)30°　　(B)29°

(C)28°　　(D)20°

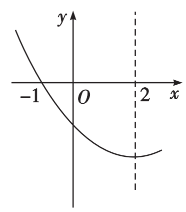
9. 如图，某同学用一扇形纸板为一个玩偶制作一个圆锥形帽子，已知扇形半径 $OA=13$ cm，扇形的弧长为 10π cm，那么这个圆锥形帽子的高是(不考虑接缝)(　　)



(A)5 cm　　(B)12 cm

(C)13 cm　　(D)14 cm

10. 如图是抛物线 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$图象的一部分. 已知抛物线的对称轴为 $x=2$，与 x 轴的一个交点是$(-1, 0)$. 有下列结论：①$abc>0$；②$4a-2b+c<0$；③$4a+b=0$；④抛物线与 x 轴的另一个交点是$(5, 0)$；⑤若$(-3, y_1)$，$(6, y_2)$都在抛物线上，则有 $y_1<y_2$. 其中正确的是(　　)



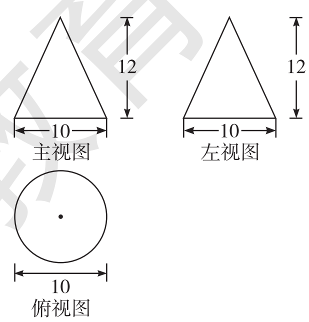
(A)①②③　　(B)②④⑤

(C)①③④　　(D)③④⑤

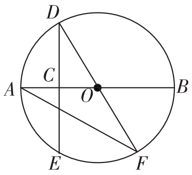
二、填空题

11. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 开口向上且经过点$(1, 1)$，双曲线 $y=\frac{1}{2x}$经过点(a, bc)，给出下列结论：①$bc>0$；②$b+c>0$；③b，c 是关于 x 的一元二次方程 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{2a}=0$ 的两个实数根；④$a-b-c\geqslant 3$. 其中正确结论是__________.(填写序号)

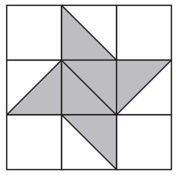
12. 一个几何体的三视图如图所示(单位：cm)，其中主视图与左视图是两个全等的等腰三角形，俯视图是圆，则该几何体的侧面积为________.



13. (2018 杭州)如图,AB 是⊙O 的直径,点 C 是半径 OA 的中点,过点 C 作 $DE\perp AB$,交⊙O 于 D,E 两点,过点 D 作直径 DF,连接 AF,则$\angle DFA=$________.



第 13 题图


第 14 题图

14. 某数学活动小组自制了一个飞镖游戏盘,如图,若向游戏盘内投掷飞镖,则投掷在阴影区域的概率是________.

15. 一个立体图形由四个相同的小立方体组成. 图 1 是分别从正面看和从左面看这个立体图形得到的平面图形,那么原立体图形可能是图 2 中的________(把图 2 中正确的立体图形的序号都填在横线上).

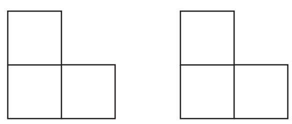


图1

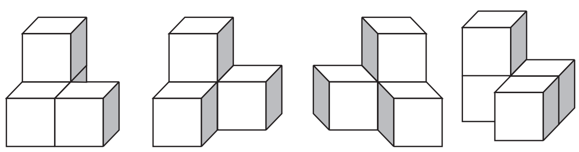
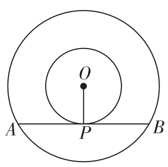

① ② ③ ④

图2

16. 如图,以点 O 为圆心的两个同心圆中,大圆的弦 AB 是小圆的切线,点 P 为切点,$AB=12\sqrt{3}$,$OP=6$,则劣弧 $\overset{\frown}{AB}$ 的长为________.

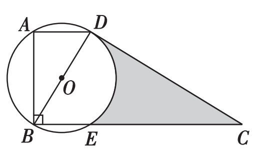


17. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,其函数值 y 与自变量 x 之间的部分对应值如下表所示:

x	…	0	1	2	3	…
y	…	5	2	1	2	…

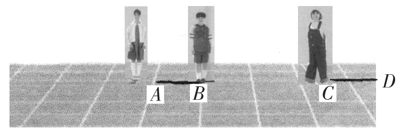
点 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$在函数的图象上,则当 $0<x_1<1$,$2<x_2<3$ 时,y_1 与 y_2 的大小关系是________.

18. 如图,在直角梯形 $ABCD$ 中,$\angle ABC=90°$,上底 AD 为$\sqrt{3}$,以对角线 BD 为直径的⊙O 与 CD 切于点 D,与 BC 交于点 E,且$\angle ABD=30°$,则图中阴影部分的面积为________.



三、解答题

19. 如图所示,小华、小军、小丽同时站在路灯下,其中小军和小丽的影子分别是 AB,CD.



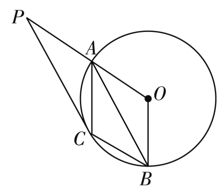
(1)请你在图中画出路灯灯泡所在的位置(用点 P 表示);

(2)画出小华此时在路灯下的影子(用线段 EF 表示).

20. 如图,A,B 是圆 O 上的两点,$\angle AOB=120°$,C 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点.

(1)求证:AB 平分$\angle OAC$;

(2)延长 OA 至 P,使得 $OA=AP$,连接 PC,若圆 O 的半径 $R=1$,求 PC 的长.



21. 商店只有雪碧、可乐、果汁、奶汁四种饮料,每种饮料数量充足,某同学去该店购买饮料,每种饮料被选中的可能性相同.

(1)若他去买一瓶饮料,则他买到奶汁的概率是________;

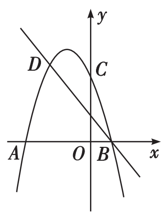
(2)若他两次去买饮料,每次买一瓶,且两次所买饮料品种不同,请用树状图法或列表法求出他恰好买到雪碧和奶汁的概率.

22. 如图，二次函数的图象与 x 轴交于 $A(-3,0)$ 和 $B(1,0)$ 两点，交 y 轴于点 $C(0,3)$，点 C，D 是二次函数图象上的一对对称点，一次函数的图象过点 B，D.

(1)请直接写出 D 点的坐标；

(2)求二次函数的解析式；

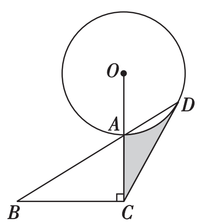
(3)根据图象直接写出使一次函数值大于二次函数值的 x 的取值范围.



23. 如图，已知在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle B=30^\circ$，$\angle ACB=90^\circ$，延长 CA 到 O，使 $AO=AC$，以 O 为圆心，OA 长为半径作$\odot O$ 交 BA 延长线于点 D，连接 CD.

(1)求证：CD 是$\odot O$ 的切线；

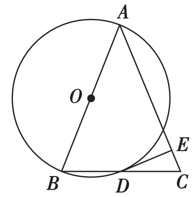
(2)若 $AB=4$，求图中阴影部分的面积.



24. 如图，以$\triangle ABC$ 的一边 AB 为直径作$\odot O$，$\odot O$ 与 BC 边的交点恰好为 BC 的中点 D，过点 D 作$\odot O$ 的切线交 AC 于点 E.

(1)求证：$DE\perp AC$；

(2)若 $AB=3DE$，求 $\tan\angle C$ 的值.



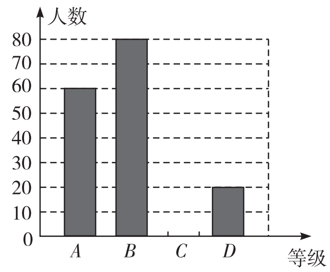
25. “切实减轻学生课业负担”是我市作业改革的一项重要举措.某中学为了解本校学生平均每天的课外作业时间,随机抽取部分学生进行问卷调查,并将调查结果分为 A,B,C,D 四个等级,A:1 h 以内;B:1 h～1.5 h;C:1.5 h～2 h;D:2 h 以上.根据调查结果绘制了如图所示的两种不完整的统计图,请根据图中信息解答下列问题:

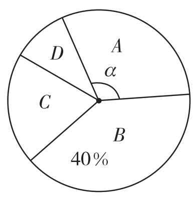
(1)该校共调查了________名学生;

(2)请将条形统计图补充完整;

(3)表示等级 A 的扇形圆心角 α 的度数是______;

(4)在此次调查问卷中,甲、乙两班各有 2 人平均每天的课外作业时间都是 2 h 以上,从这 4 人中任选 2 人去参加座谈,用列表或画树状图的方法求选出的 2 人来自不同班级的概率.

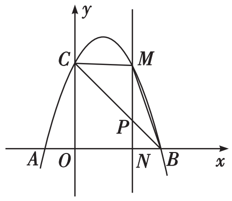




26. 如图,已知抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 与 x 轴交于 A,B 两点(点 A 在点 B 的左边),与 y 轴交于点 C,连接 BC.

(1)求 A,B,C 三点的坐标;

(2)若点 P 为线段 BC 上一点(不与 B,C 重合),$PM/\!/y$ 轴,且 PM 交抛物线于点 M,交 x 轴于点 N,当 $\triangle BCM$ 的面积最大时,求 $\triangle BPN$ 的周长.



参考答案

（课前预习、课堂探究、课堂达标、课后提升）

第 1 章　二次函数

1.1　二次函数

课前预习

1.（1）二次　（2）整式　2　0

2. $y=ax^2+bx+c$（a,b,c 是常数，$a\neq0$）　二次　一次　常数

课堂探究

【例1】思路导引：1. 2　2　2. 不等于 0　$\neq0$

解：根据二次函数的定义得 $\begin{cases}m^2-m=2, & ①\\ m+1\neq0, & ②\end{cases}$

由①得 $m_1=2,m_2=-1$，

由②得 $m\neq-1$，$\therefore m=2$，

$\therefore$函数关系式为 $y=3x^2+3x$.

变式训练 1-1：B

变式训练 1-2：$y=2x^2+8x-1$　2　8　-1

【例2】思路导引：1. 销售量　2. $(40-x)$　$(20+2x)$

解：降价后的销售量为 $(20+2x)$ 件，单件的利润为 $(40-x)$ 元，

故可得利润 $y=(40-x)(20+2x)$

$=2(40-x)(10+x)$

$=-2x^2+60x+800$，

$\therefore$这是一个二次函数.

变式训练 2-1：A

变式训练 2-2：$S=-3x^2+24x$　$\frac{14}{3}\leqslant x<8$

课堂达标

1. **B**　2. **C**　3. $y=-10x^2+100x+2\ 000$　4. $m\neq2$

5. **解：**（1）$y=x(10-x)=-x^2+10x$，它是一个二次函数.

（2）当 $x=1$ 时，

$y=-x^2+10x=9$，矩形的面积为 9 cm^2；

当 $x=2$ 时，

$y=-x^2+10x=16$，矩形的面积为 16 cm^2.

6. **解：**（1）62　10 340

（2）$w=(60+2x)(500-10x)-40x-500\times40$

$=-20x^2+360x+10\ 000(0\leqslant x\leqslant8)$.

课后提升

【基础达标】

1. **C**　2. **C**　3. **B**　4. **D**　5. $y=2x^2-4x+4$

6. $\frac{1}{2}$　-2　-1　7. 2　8. $y=-20x^2+1\ 500x$

9. **解：**（1）若函数是一次函数，则 $\begin{cases}m^2-m=0,\\ m\neq0,\end{cases}$

解得 $m=1$.

因此，当 $m=1$ 时，函数是一次函数.

（2）若函数是二次函数，

则 $m^2-m\neq0$，解得 $m\neq0$ 且 $m\neq1$.

故当 $m\neq0$ 且 $m\neq1$ 时，函数是二次函数.

10. **解：**$\because AB=AC,DC=DF$，$\therefore\angle B=\angle C=\angle DFC$.

又$\because DE\parallel AC$，$\therefore\angle BDE=\angle C$，

$\therefore\triangle BDE\backsim\triangle CFD$，$\therefore\frac{BD}{FC}=\frac{BE}{CD}$，

$\therefore\frac{3-x}{y}=\frac{4}{x}$，$\therefore y=\frac{1}{4}x(3-x)=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}x$.

自变量 x 的取值范围为 $0<x<3$.

【能力提升】

11. **解：**（1）矩形的另一边长为 $\frac{32}{2}-x=(16-x)$（m），

依题意得 $y=x(16-x)=-x^2+16x$.

（2）由（1）知 $y=-x^2+16x$.

当 $y=60$ 时，$-x^2+16x=60$，

即 $(x-6)(x-10)=0$.

解得 $x_1=6,x_2=10$，

即当 $x=6$ 或 10 时，围成的养鸡场的面积为 60 m^2.

（3）不能围成面积为 70 m^2 的养鸡场. 理由如下：

由（1）知 $y=-x^2+16x$.

当 $y=70$ 时，$-x^2+16x=70$，

即 $x^2-16x+70=0$.

因为 $\Delta=(-16)^2-4\times1\times70=-24<0$，

所以该方程无解.

所以不能围成面积为 70 m^2 的养鸡场.

1.2　二次函数的图象与性质

第 1 课时　二次函数 $y=ax^2$ 的图象与性质

课前预习

1.（1）曲线　抛物线　（2）y 轴　顶点

2. 减小　增大　增大　减小　小　大

课堂探究

【例1】思路导引：1. $>$　$>$　2. $>$

A

变式训练 1-1：（1）③　（2）①　（3）④　（4）②

变式训练 1-2：D

【例2】思路导引：1. 下　2. $\leqslant$

②

变式训练 2-1：C

变式训练 2-2：解：（1）根据题意，

得 $\begin{cases}m^2-m=2,\\ m-1<0,\end{cases}$ 解得 $m=-1$.

（2）由（1）得，抛物线的解析式为 $y=-2x^2$.

$\because a=-2<0$，$\therefore$当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大.

$\because x_1<x_2<0$，$\therefore y_1<y_2$.

课堂达标

1. **B**　2. **C**　3. 增大　4. 2π

5. **解：**因为点 $P(1,m)$ 在 $y=2x-1$ 的图象上，

所以 $m=2\times1-1=1$，

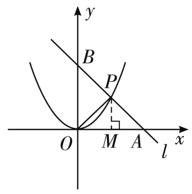
所以 P 点坐标为 $(1,1)$.

将 P 点坐标代入 $y=ax^2$ 中，可得 $a=1$.

所以二次函数表达式为 $y=x^2$.

当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而增大.

6. **解**:过点 P 作 $PM\perp OA$,垂足为 M,如图.



$\because A(4,0)$,$\therefore OA=4$,

又$\because S_{\triangle AOP}=4$,

$\therefore \frac{1}{2}OA\cdot PM=4$,$\therefore PM=2$,

即 P 点的纵坐标为 2,

设 $P(x,2)$.

$\because A(4,0)$,$B(0,4)$,

$\therefore$直线 l 的解析式为 $y=-x+4$.

$\because$点 P 在直线 l 上,

$\therefore 2=-x+4$,$\therefore x=2$,

$\therefore$点 P 的坐标为(2,2).

又$\because$点 P 在抛物线 $y=ax^2$ 的上,

$\therefore 2=a\times 2^2$,$\therefore a=\frac{1}{2}$.

课后提升

【基础达标】

1. **D**　2. **A**　3. **B**　4. **C**　5. **B**

6. 4　$(-2,4)$　7. 4　8. $3-\sqrt{3}$

9. **解**:(1)由题意,得 $m^2+m-4=2$,且 $m+2\neq 0$,

解之得 $m=-3$ 或 $m=2$.

(2)当 $m=2$ 时,$a=2+2=4>0$,

所以抛物线有最低点(0,0),

这时当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而增大.

10. **解**:(1)把 $B(2,2)$代入 $y=ax^2$,

得 $4a=2$,解得 $a=\frac{1}{2}$.

(2)$\because$点 B 的坐标为(2,2),$\therefore OC=2$.

把 $x=2$ 代入 $y=x^2$,得 $y=4$.

$\therefore AC=4$.

$\therefore AB=AC-BC=4-2=2$,

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}AB\cdot OC=\frac{1}{2}\times 2\times 2=2$.

【能力提升】

11. **C**

12. **解**:(1)把$(3,b)$代入 $y=2x+3$ 中,

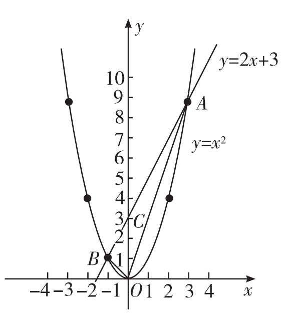
得 $b=2\times 3+3=9$.

把(3,9)代入 $y=ax^2$ 中,得 $9=a\times 3^2$.

$\therefore a=1$.

(2)由(1)知二次函数的解析式为 $y=x^2$,抛物线$y=x^2$ 的对称轴是 y 轴,顶点坐标为(0,0).当 $x>0$ 时,y 的值随 x 值的增大而增大.

(3)如图,在同一直角坐标系内画出 $y=x^2$ 和 $y=2x+3$ 的图象,它们相交于 A,B 两点(点 A,B 可互换).



由$\begin{cases}y=x^2,\\y=2x+3,\end{cases}$

可知其交点分别为 $A(3,9)$,$B(-1,1)$.

设直线 $y=2x+3$ 与 y 轴交于点 C,

则 C 点坐标为(0,3).

故 $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle BOC}+S_{\triangle AOC}$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 1+\frac{1}{2}\times 3\times 3$

$=\frac{3}{2}+\frac{9}{2}$

$=6$.

第 2 课时　二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与性质

课前预习

1. 左右　开口大小　形状　对称轴　顶点坐标
2. 直线 $x=h$　$(h,0)$　增大　减小　减小　增大　h　小　0　h　大　0

课堂探究

【例1】思路导引:3　1

解:(1)$y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象向右平移 3 个单位长度得到 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2$ 的图象.

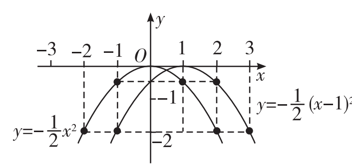
(2)$y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象向左平移 1 个单位长度得到 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2$ 的图象.

变式训练 1-1:**A**

变式训练 1-2:$-\frac{1}{2}$　1

【例2】思路导引:描点

解:图象如图所示.



(1)抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 可以看成是将抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$向右平移 1 个单位长度得到的.

(2)函数 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 的图象的对称轴是直线 $x=1$;当 $x<1$ 时,曲线自左向右上升;除顶点外,抛物线上的点都在 x 轴的下方.

(3)对于函数 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$,当 $x>1$ 时,y 随 x 的增大而减小;当 $x=1$ 时,y 有最大值,最大值是 0.

变式训练 2-1:**D**

变式训练 2-2:**解**:开口方向、对称轴及顶点坐标分别是:

(1)向上,直线 $x=-3$,$(-3,0)$;

(2)向下,直线 $x=-5$,$(-5,0)$;

(3)向上,直线 $x=1$,(1,0);

(4)向下,直线 $x=4$,(4,0).

课堂达标

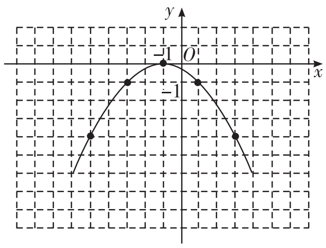
1. **D**　2. **A**　3. 2　4. $>$

5. **解**:(1)顶点坐标是$(-1,0)$,对称轴是直线$x=-1$.

(2)列表如下:

x	…	-5	-3	-1	1	3	…
y	…	-4	-1	0	-1	-4	…

图象如图所示.



(3)由图象可得,当$x<-1$时,y随x的增大而增大.

6. **解**:(1)∵抛物线$y=a(x-3)^2$经过点$(1,-2)$,

∴$-2=a(1-3)^2$,解得$a=-\frac{1}{2}$.

(2)∵抛物线$y=-\frac{1}{2}(x-3)^2$的对称轴为直线$x=3$,

∴$A(m,y_1)$,$B(n,y_2)(m<n<3)$在对称轴左侧.

又∵抛物线开口向下,

∴在对称轴左侧,y随x的增大而增大.

∵$m<n<3$,∴$y_1<y_2$.

课后提升

【基础达标】

1.**C** 2.**A** 3.**B** 4.**B** 5.**D**

6.$y=-2(x+1)^2$ 7.2 8.-4 -6

9.**解**:根据顶点坐标,设此二次函数的解析式为$y=a(x+1)^2$,

将点$(2,8)$代入,得$a(2+1)^2=8$,解得$a=\frac{8}{9}$,

∴此二次函数的解析式是$y=\frac{8}{9}(x+1)^2$.

10.**解**:(1)依题意,设这条抛物线的解析式为$y=a(x-h)^2$.

∵开口方向和大小与$y=3x^2$相同,∴$a=3$.

∵顶点与抛物线$y=(x+2)^2$的顶点相同,∴$h=-2$,

∴这条抛物线的解析式为$y=3(x+2)^2$.

(2)得到抛物线$y=3(x-2)^2$.

(3)∵抛物线$y=3(x-2)^2$的顶点在x轴上,若顶点不动,开口反向,则所得抛物线与抛物线$y=3(x-2)^2$关于x轴对称,∴符合这个条件的抛物线解析式为$y=-3(x-2)^2$.

【能力提升】

11.$y=-3(x+1)^2$或$y=3(x+1)^2$

12.**解**:(1)A的坐标是$(1,0)$,C的坐标是$(0,1)$,

设抛物线的解析式是$y=a(x-1)^2$,

把C的坐标代入得$a(0-1)^2=1$,解得$a=1$,

则抛物线的解析式是$y=(x-1)^2$.

(2)B的坐标是$(1,1)$,

设直线OB的解析式是$y=kx$,解得$k=1$,

则直线OB的解析式是$y=x$.

根据题意得$\begin{cases}y=(x-1)^2,\\y=x,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=\frac{3+\sqrt{5}}{2},\\y=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x=\frac{3-\sqrt{5}}{2},\\y=\frac{3-\sqrt{5}}{2}.\end{cases}$

根据图象,得D的坐标是$\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2},\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$.

第3课时 二次函数$y=a(x-h)^2+k$的图象与性质

课前预习

2.(1)(h,k) (2)直线$x=h$ (3)减小 增大 增大 减小 (4)h 小 k h 大 k

课堂探究

【例1】思路导引:1.+ 2.+

A

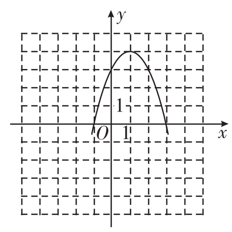
变式训练1-1:**A**

变式训练1-2:$y=2(x+1)^2-2$

【例2】思路导引:1.0 2.右

解:(1)对称轴为直线$x=1$,顶点坐标为$(1,4)$.

(2)图象如图所示.



(3)当$y=0$时,$-(x-1)^2+4=0$,

解得$x_1=-1$,$x_2=3$,

所以抛物线与x轴的交点坐标为$(-1,0)$和$(3,0)$.

(4)由图象可得,当$x>1$时,y随x的增大而减小.

变式训练2-1:**A**

变式训练2-2:**B**

课堂达标

1.**C** 2.**D** 3.**D** 4.**A**

5.**解**:(1)抛物线的开口向上,对称轴为直线$x=1$.

(2)∵$a=\frac{3}{4}>0$,

∴函数y有最小值,最小值为-3.

(3)令$x=0$,则$y=\frac{3}{4}\times(0-1)^2-3=-\frac{9}{4}$,

∴点P的坐标为$\left(0,-\frac{9}{4}\right)$.

令$y=0$,则$\frac{3}{4}(x-1)^2-3=0$,

解得$x_1=-1$,$x_2=3$,

∴点Q的坐标为$(-1,0)$或$(3,0)$.

当$P\left(0,-\frac{9}{4}\right)$,$Q(-1,0)$时,

设直线PQ的解析式为$y=kx+b$,

则$\begin{cases}b=-\frac{9}{4},\\-k+b=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-\frac{9}{4},\\b=-\frac{9}{4}.\end{cases}$

∴直线PQ的解析式为$y=-\frac{9}{4}x-\frac{9}{4}$.

当$P\left(0,-\frac{9}{4}\right)$,$Q(3,0)$时,

设直线PQ的解析式为$y=mx+n$,

则$\begin{cases} n=-\dfrac{9}{4}, \\ 3m+n=0, \end{cases}$ 解得$\begin{cases} m=\dfrac{3}{4}, \\ n=-\dfrac{9}{4}, \end{cases}$

∴直线 PQ 的解析式为 $y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{9}{4}$.

综上，直线 PQ 的解析式为 $y=-\dfrac{9}{4}x-\dfrac{9}{4}$或$y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{9}{4}$.

6. **解:**(1)∵抛物线 $y_1=\dfrac{1}{2}x^2$ 的顶点坐标为(0,0)，把点(0,0)先向右平移 2 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度后得到的点的坐标为(2,−2)，

∴抛物线 y_2 的解析式为 $y=\dfrac{1}{2}(x-2)^2-2$.

(2)抛物线 y_2 的对称轴与两段抛物线围成的阴影部分的面积为 4.

课后提升

【基础达标】

1. **C**　2. **B**　3. **A**　4. **C**　5. **B**　6. $y=(x-2)^2+3$

7. >　8. 2

9. **解:**(1)抛物线开口向下，对称轴是直线 $x=-2$，顶点坐标是(−2,−1).

(2)把这个二次函数的图象上下平移，顶点恰好落在正比例函数 $y=-x$ 的图象上，

即顶点的横、纵坐标互为相反数.

∵上下平移时，顶点的横坐标不变，

∴平移后，顶点坐标为(−2,2)，

∴此时的函数解析式是 $y=-(x+2)^2+2$.

【能力提升】

10. **D**

11. **解:**(1)∵二次函数 $y=a(x-h)^2+\sqrt{3}$的图象经过原点$O(0,0)$和 $A(2,0)$，

∴$h=1$，

∴抛物线的对称轴为直线 $x=1$.

(2)点 A'是该函数图象的顶点. 理由如下：

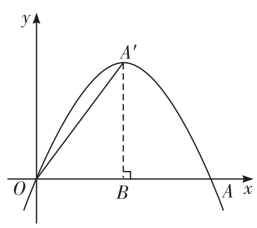
如图，作 $A'B\perp x$ 轴于点 B.

∵线段 OA 绕点 O 逆时针旋转 60°到 OA'，

∴$OA'=OA=2$，$\angle A'OA=60°$，

∴在 Rt△$A'OB$ 中，

$\angle OA'B=30°$，



∴$OB=\dfrac{1}{2}OA'=1$，

∴$A'B=\sqrt{3}OB=\sqrt{3}$，

∴点 A'的坐标为$(1,\sqrt{3})$，

∴点 A'为抛物线 $y=a(x-1)^2+\sqrt{3}$的顶点.

第 4 课时　二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质

课前预习

1. $a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2+\dfrac{4ac-b^2}{4a}$

2. $\dfrac{4ac-b^2}{4a}$　$-\dfrac{b}{2a}$　$x=-\dfrac{b}{2a}$　$x=-\dfrac{b}{2a}$　减小　增大　增大　减小　小　$\dfrac{4ac-b^2}{4a}$　大　$\dfrac{4ac-b^2}{4a}$

课堂探究

【例1】思路导引:$y=2(x-3)^2+1$

A

变式训练 1-1:A

变式训练 1-2:$x<-1$

【例2】思路导引:1. >　k　2. <　大　$\dfrac{4ac-b^2}{4a}$

解:(1)$y=2x^2-3x-5$

$=2\left(x^2-\dfrac{3}{2}x\right)-5$

$=2\left(x^2-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{9}{16}-\dfrac{9}{16}\right)-5$

$=2\left[\left(x-\dfrac{3}{4}\right)^2-\dfrac{9}{16}\right]-5$

$=2\left(x-\dfrac{3}{4}\right)^2-\dfrac{49}{8}$.

∵$a=2>0$，∴函数有最小值，最小值为$-\dfrac{49}{8}$.

(2)$y=-x^2-3x+4$，

∵$a=-1$，$b=-3$，$c=4$，

∴$\dfrac{4ac-b^2}{4a}=\dfrac{4\times(-1)\times4-(-3)^2}{4\times(-1)}=\dfrac{25}{4}$.

∵$a=-1<0$，

∴函数有最大值，最大值为$\dfrac{25}{4}$.

变式训练 2-1:D

变式训练 2-2:−7

【例3】思路导引:1. >　2. <

①②③

变式训练 3-1:B

变式训练 3-2:D

课堂达标

1. **A**　2. **C**　3. (1,4)　4. (−2,0)

5. **解:**(1)∵二次函数 $y=x^2-(m-1)x+(m+1)$的图象经过点(2,0)，

∴$2^2-2(m-1)+(m+1)=0$，解得 $m=7$.

(2)由(1)可知 $m=7$，

∴此二次函数的解析式为 $y=x^2-6x+8=(x-3)^2-1$，

∴二次函数的顶点坐标为(3,−1).

(3)把 $y=0$ 代入解析式，得 $x^2-6x+8=0$，

解得 $x_1=2$，$x_2=4$，

∴$A(2,0)$，$B(4,0)$.

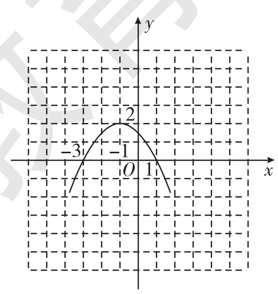
6. **解:**(1)二次函数顶点的横、纵坐标为

$x=-\dfrac{b}{2a}=-1$，$y=\dfrac{4ac-b^2}{4a}=2$，

当 $x=0$ 时，$y=\dfrac{3}{2}$，

当 $y=0$ 时，$x=1$ 或 $x=-3$.

图象如图所示.



(2)据图可知,当 $y<0$ 时,$x<-3$ 或 $x>1$.

(3)∵$y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}(x+1)^2+2$,

∴若将此图象沿 x 轴向右平移 3 个单位长度,平移后图象所对应的函数关系式为 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+2$.

课后提升

【基础达标】

1.**C** 2.**C** 3.**D** 4.**B** 5.**D**

6.-1 增大 7.$-\frac{1}{2}\leqslant a<0$

8.$(1+\sqrt{7},3)$或$(2,-3)$

9.**解**:(1)∵$y=2x^2-4x-6=2(x-1)^2-8$,

∴图象开口向上,对称轴为直线 $x=1$,顶点坐标为$(1,-8)$.

(2)∵对称轴为直线 $x=1$,图象开口向上,

∴当 $x>1$ 时,y 随 x 的增大而增大.

(3)当 $y=0$ 时,$2x^2-4x-6=0$,

解得 $x_1=-1,x_2=3$,

∴抛物线与 x 轴的交点坐标为$(-1,0),(3,0)$.

当 $x=0$ 时,$y=-6$,

∴抛物线与 y 轴的交点坐标为$(0,-6)$.

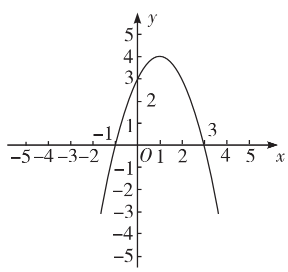
10.**解**:(1)由抛物线 $y=-x^2+(m-1)x+m$ 与 y 轴交于点$(0,3)$,得 $m=3$.

∴抛物线为 $y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$.

列表如下:

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	0	3	4	3	0	…

图象如图所示.



(2)由 $-x^2+2x+3=0$,

得 $x_1=-1,x_2=3$.

∴抛物线与 x 轴的交点为$(-1,0),(3,0)$.

∵$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$,

∴抛物线的顶点坐标为$(1,4)$.

(3)由图象可知,

当 $-1<x<3$ 时,抛物线在 x 轴上方.

(4)由图象可知,

当 $x>1$ 时,y 的值随 x 值的增大而减小.

【能力提升】

11.15

12.**解**:(1)当 $b=2,c=-3$ 时,二次函数的解析式为 $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$,

∴当 $x=-1$ 时,二次函数取得最小值-4.

(2)当 $c=5$ 时,二次函数的解析式为 $y=x^2+bx+5$.

由题意得 $x^2+bx+5=1$ 有两个相等的实数根,

∴$\Delta=b^2-16=0$,

解得 $b_1=4,b_2=-4$,

∴二次函数的解析式为 $y=x^2+4x+5$ 或 $y=x^2-4x+5$.

(3)当 $c=b^2$ 时,二次函数的解析式为 $y=x^2+bx+b^2$,

图象开口向上,对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2}$.

①当 $-\frac{b}{2}<b$,即 $b>0$ 时,

在自变量 x 的值满足 $b\leqslant x\leqslant b+3$ 的情况下,y 随 x 的增大而增大,

∴当 $x=b$ 时,$y=b^2+b\cdot b+b^2=3b^2$ 为最小值,

∴$3b^2=21$,解得 $b_1=-\sqrt{7}$(舍去),$b_2=\sqrt{7}$;

②当 $b\leqslant-\frac{b}{2}\leqslant b+3$,即 $-2\leqslant b\leqslant 0$ 时,

当 $x=-\frac{b}{2}$ 时,$y=\frac{3}{4}b^2$ 为最小值,

∴$\frac{3}{4}b^2=21$,

解得 $b_1=-2\sqrt{7}$(舍去),$b_2=2\sqrt{7}$(舍去);

③当 $-\frac{b}{2}>b+3$,即 $b<-2$ 时,

在自变量 x 的值满足 $b\leqslant x\leqslant b+3$ 的情况下,y 随 x 的增大而减小,

故当 $x=b+3$ 时,$y=(b+3)^2+b(b+3)+b^2=3b^2+9b+9$ 为最小值,

∴$3b^2+9b+9=21$,

解得 $b_1=1$(舍去),$b_2=-4$.

∴当 $b=\sqrt{7}$时,解析式为 $y=x^2+\sqrt{7}x+7$;

当 $b=-4$ 时,解析式为 $y=x^2-4x+16$.

综上可得,此时二次函数的解析式为

$y=x^2+\sqrt{7}x+7$ 或 $y=x^2-4x+16$.

*1.3 不共线三点确定二次函数的表达式

课前预习

2.(1)$y=ax^2+bx+c$ (2)$y=a(x-h)^2+k$

课堂探究

【例1】思路导引:1.ax^2+bx+c 2.0 0

解:(1)设二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

根据题意得$\begin{cases}a+b+c=3,\\16a-4b+c=-12,\\9a+3b+c=-5,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-1,\\b=0,\\c=4,\end{cases}$

所以抛物线的解析式为 $y=-x^2+4$.

(2)把 $x=0$ 代入 $y=-x^2+4$ 得 $y=4$,

所以抛物线与 y 轴的交点的坐标为$(0,4)$.

把 $y=0$ 代入 $y=-x^2+4$ 得 $-x^2+4=0$,

解得 $x_1=-2,x_2=2$.

所以抛物线与 x 轴的交点坐标为$(2,0)$和$(-2,0)$.

变式训练 1-1:2

变式训练 1-2:**解**:(1)设这个二次函数的表达式为 $y=ax^2+bx+c$.

∵二次函数的图象经过点$(0,0),(1,-3),(2,-8)$,

∴$\begin{cases}c=0,\\a+b+c=-3,\\4a+2b+c=-8,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=-1,\\b=-2,\\c=0,\end{cases}$

∴这个二次函数的表达式为 $y=-x^2-2x$.

(2)∵$y=-x^2-2x=-(x+1)^2+1$,

∴对称轴为直线 $x=-1$,顶点坐标为$(-1,1)$.

【例2】思路导引:$y=a(x-2)^2+3$

解:已知顶点坐标为$(2,3)$,

∴设该函数的解析式为$y=a(x-2)^2+3$.

∵经过点$(3,1)$,∴$a(3-2)^2+3=1$,解得 $a=-2$.

∴函数解析式为 $y=-2(x-2)^2+3=-2x^2+8x-5$.

变式训练 2-1:**B**

变式训练 2-2:**解**:设抛物线的解析式为 $y=a(x+2)^2+3$,

把点$(-1,5)$的坐标代入得 $a(-1+2)^2+3=5$,

解得 $a=2$,

∴抛物线的解析式为 $y=2(x+2)^2+3=2x^2+8x+11$.

课堂达标

1. **C**　2. **A**　3. $y=2x^2-1$(答案不唯一)　4. $y=-x^2+2x+3$

5. **解**:(1)根据题意设二次函数解析式为 $y=a(x-1)^2+2$,

将(2,3)代入得 $a+2=3$,即 $a=1$,

则二次函数解析式为 $y=x^2-2x+3$.

(2)设二次函数解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

将$(1,-1)$,$(0,1)$,$(-1,13)$三点代入得

$\begin{cases}a+b+c=-1,\\c=1,\\a-b+c=13,\end{cases}$ 解得 $a=5,b=-7,c=1$,

则二次函数解析式为 $y=5x^2-7x+1$.

(3)根据题意设二次函数解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

将$(1,0)$,$(3,0)$,$(0,-3)$三点代入得

$\begin{cases}a+b+c=0,\\9a+3b+c=0,\\c=-3,\end{cases}$ 解得 $a=-1,b=4,c=-3$,

则二次函数解析式为 $y=-x^2+4x-3$.

6. **解**:由题意可得出,抛物线的顶点坐标为$(20,10)$,

故设函数关系式为 $y=a(x-20)^2+10$,

将$(0,0)$代入得出 $0=400a+10$,解得 $a=-\frac{1}{40}$,

则 y 关于 x 的函数关系式为 $y=-\frac{1}{40}(x-20)^2+10$.

课后提升

【基础达标】

1. **B**　2. **A**　3. **D**　4. **D**　5. **D**　6. $y=-\frac{3}{8}x^2+\frac{3}{4}x+3$

7. $y=\frac{1}{4}x^2-x+1$　8. $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{8}{3}x+\frac{7}{3}$　16

9. **解**:(1)设二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过 P,Q,R 三点,则

$\begin{cases}a+b+c=6,\\4a+2b+c=11,\\a-b+c=14,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=3,\\b=-4,\\c=7,\end{cases}$

因此,二次函数 $y=3x^2-4x+7$ 的图象经过 P,Q,R 三点.

(2)设二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过 P,Q,R 三点,则

$\begin{cases}a+b+c=6,\\4a+2b+c=11,\\a-b+c=-4,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=0,\\b=5,\\c=1,\end{cases}$

因此,一次函数 $y=5x+1$ 的图象经过 P,Q,R 三点,没有一个二次函数的图象能同时经过 P,Q,R 三点.

10. **解**:(1)由题意得$\begin{cases}1-b+c=0,\\\frac{b}{2}=2,\end{cases}$

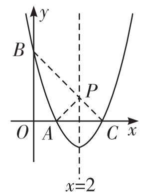
解得 $b=4,c=3$,

∴抛物线的解析式为 $y=x^2-4x+3$.

(2)存在.

∵点 A 与点 C 关于直线 $x=2$ 对称,

∴如图,连接 BC 与直线 $x=2$ 交于点 P,则点 P 即为所求.



根据抛物线的对称性可知,点 C 的坐标为$(3,0)$,易得抛物线 $y=x^2-4x+3$ 与 y 轴的交点为 $B(0,3)$.

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+t$,

由题意得$\begin{cases}3k+t=0,\\t=3,\end{cases}$

解得 $k=-1,t=3$,

∴直线 BC 的解析式为 $y=-x+3$,

∴直线 BC 与 $x=2$ 的交点坐标为$(2,1)$,

∴符合题意的点 P 的坐标为$(2,1)$.

【能力提升】

11. $y=\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{4}x+2$ 或 $y=-\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{4}x+2$

12. **解**:(1)由已知得 $C(0,4)$,$B(4,4)$,

把 B 与 C 的坐标代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 中得$\begin{cases}4b+c=12,\\c=4,\end{cases}$

解得 $b=2,c=4$,

则抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+4$.

(2)∵$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+4=-\frac{1}{2}(x-2)^2+6$,

∴抛物线顶点 D 的坐标为$(2,6)$.

$S_{四边形ABDC}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle BCD}$

$=\frac{1}{2}\times4\times4+\frac{1}{2}\times4\times2$

$=8+4$

$=12$.

1.4　二次函数与一元二次方程的联系

课前预习

1. 0　x_0

2. (1)>　(2)=　(3)<

课堂探究

【例1】思路导引:1. >0　2. 系数

解:(1)因为 $\Delta=m^2+16>0$,所以一元二次方程 $x^2-mx-4=0$有两个不相等的实数根,

因而函数 $y=x^2-mx-4$ 的图象一定与 x 轴有两个不同的交点.

(2)因为该函数的图象与 x 轴的两个交点坐标分别为$(x_1,0)$,$(x_2,0)$,

所以 x_1,x_2 是方程 $x^2-mx-4=0$ 的两个实数根,

所以 $x_1+x_2=m$,$x_1x_2=-4$.

由$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$,得$\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{m}{-4}=-1$,

因此 $m=4$.

所以二次函数的解析式为 $y=x^2-4x-4=(x-2)^2-8$，因此顶点坐标为 $(2,-8)$.

变式训练 1-1：**C**

变式训练 1-2：-1

【例2】思路导引：1. x^2+2x-2

2. -3　-2　0　1

解：(1)作出二次函数 $y=x^2+2x-2$ 的图象.

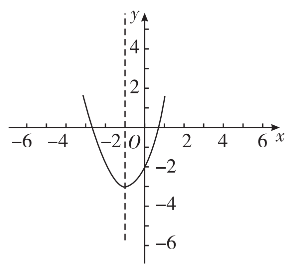
$\because y=x^2+2x-2=(x+1)^2-3$，

$\therefore$ 顶点坐标为 $(-1,-3)$，对称轴为直线 $x=-1$.

列表：

x	-3	-2	-1	0	1
y	1	-2	-3	-2	1

描点作出图象，如图所示.



由图象可知方程有两根，一个在 -3 和 -2 之间，另一个在 0 和 1 之间.

(2)求出在 -3 和 -2 之间的根，利用计算器进行探索.

x	-2.9	-2.8	-2.7	-2.6
y	0.61	0.24	-0.11	-0.44

因此，$x=-2.7$ 是方程的一个近似根.

(3)求出在 0 和 1 之间的根，利用计算器进行探索.

x	0.9	0.8	0.7	0.6
y	0.61	0.24	-0.11	-0.44

因此 $x=0.7$ 是方程的一个近似根.

变式训练 2-1：**C**

变式训练 2-2：-1　0　2　3

课堂达标

1. **A**　2. **B**　3. **D**　4. $x_1=0.8$，$x_2=3.2$(合理即可)

5. **解**：(1)$\because$ 二次函数的图象与 x 轴有两个交点，

$\therefore \Delta=2^2+4m>0$，$\therefore m>-1$.

(2)$\because$ 二次函数的图象过点 $A(3,0)$，

$\therefore 0=-9+6+m$，$\therefore m=3$，

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.

令 $x=0$，则 $y=3$，$\therefore B(0,3)$.

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$，

$\therefore \begin{cases}0=3k+b,\\3=b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=3,\end{cases}$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-x+3$.

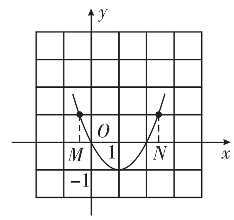
$\because$ 抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 的对称轴为直线 $x=1$，

把 $x=1$ 代入 $y=-x+3$ 得 $y=2$，

$\therefore P(1,2)$.

6. **解**：(1)$y=x^2-2x=(x-1)^2-1$，

作出顶点 $(1,-1)$，作出与 x 轴的交点 $(0,0)$ 和 $(2,0)$，用平滑的曲线连接，图象如图所示.



(2)图中的点 M，N 为所求.

(3)由图象可得，方程的近似根为 $x_1=-0.4$，$x_2=2.4$.

课后提升

【基础达标】

1. **B**　2. **C**　3. **A**　4. **A**　5. **D**

6. $x_1=-2$，$x_2=1$　7. -1 或 2 或 1　8. $-\frac{9}{4}<a<-2$

9. **解**：由函数 $y=x^2-3x-4$ 的图象知，抛物线开口向上，和 x 轴的交点为 $(-1,0)$，$(4,0)$.

(1)方程 $x^2-3x-4=0$ 的解为 $x_1=-1$，$x_2=4$.

(2)不等式 $x^2-3x-4>0$ 对应的是抛物线在 x 轴上方的部分，

$\therefore x^2-3x-4>0$ 的解集是 $x<-1$ 或 $x>4$.

(3)不等式 $x^2-3x-4<0$ 对应的是抛物线在 x 轴下方的部分，

$\therefore x^2-3x-4<0$ 的解集是 $-1<x<4$.

10. **解**：(1)$y=(x-m)^2-(x-m)$

$=x^2-(2m+1)x+m^2+m$.

$\because \Delta=(2m+1)^2-4(m^2+m)=1>0$，

$\therefore$ 不论 m 为何值，该抛物线与 x 轴一定有两个公共点.

(2)①$\because x=-\frac{-(2m+1)}{2}=\frac{5}{2}$，$\therefore m=2$，

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=x^2-5x+6$.

②设抛物线沿 y 轴向上平移 k 个单位长度后，得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点，

则平移后抛物线的解析式为 $y=x^2-5x+6+k$.

$\because$ 抛物线 $y=x^2-5x+6+k$ 与 x 轴只有一个公共点，

$\therefore \Delta=5^2-4(6+k)=0$，$\therefore k=\frac{1}{4}$，

即把该抛物线沿 y 轴向上平移 $\frac{1}{4}$ 个单位长度后，得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点.

【能力提升】

11. **D**

12. **解**：(1)$\Delta=[-(m-3)]^2-4\times(-m)$

$=m^2-2m+9$

$=(m-1)^2+8$.

$\because (m-1)^2\geqslant 0$，$\therefore \Delta=(m-1)^2+8>0$，

$\therefore$ 原方程总有两个不相等的实数根.

(2)存在最小值.

由题意知 x_1，x_2 是原方程的两根，

$\therefore x_1+x_2=m-3$，$x_1x_2=-m$.

$\because AB=|x_1-x_2|$，

$\therefore AB^2=(x_1-x_2)^2$

$=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2$

$=(m-3)^2-4\times(-m)$

$=(m-1)^2+8$，

$\therefore$ 当 $m=1$ 时，AB^2 有最小值 8，

∴当 $m=1$ 时,AB 有最小值为$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

即 A,B 两点间的距离有最小值,为 $2\sqrt{2}$.

1.5 二次函数的应用

第1课时 利用二次函数解决图形问题

课前预习

1.(1)平面直角坐标系 (4)待定系数法

2.(2)小 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ 大 $\frac{4ac-b^2}{4a}$

课堂探究

【例1】思路导引:1.$a(x-4)^2+2.5$ (0,0.5) 2.0

解:(1)设抛物线的解析式为 $y=a(x-4)^2+\frac{5}{2}$.

∵抛物线经过 $A(0,0.5)$,

∴$0.5=a(0-4)^2+\frac{5}{2}$,

解得 $a=-\frac{1}{8}$,

∴抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{8}(x-4)^2+\frac{5}{2}$.

(2)当 $y=0$ 时,$0=-\frac{1}{8}(x-4)^2+\frac{5}{2}$,

解得 $x_1=4+2\sqrt{5}$,$x_2=4-2\sqrt{5}$(舍去).

∴这个同学推出的铅球有$(4+2\sqrt{5})$ m远.

变式训练 1-1:**B**

变式训练 1-2:**解**:由题意可得出图象过点(0,0),

故 $0=a(0-4)^2+3.2$,解得 $a=-0.2$,

∴函数解析式为 $y=-0.2(x-4)^2+3.2$.

当 $x=6$ 时,$y=-0.2\times(6-4)^2+3.2=2.4<2.44$,

∴此球有进门的可能.

【例2】思路导引:1.$2t$ $6-t$ 2.顶点

解:(1)$AP=2t$,$AQ=6-t$,

$S=\frac{1}{2}AP\cdot AQ=\frac{1}{2}\times2t\times(6-t)=-t^2+6t(0<t\leqslant4)$.

(2)$S=-t^2+6t=-(t-3)^2+9$,

当 $t=3$ 时,$\triangle APQ$ 的面积最大,最大面积是 9 cm^2.

变式训练 2-1:150

变式训练 2-2:**解**:(1)∵三块矩形区域的面积相等,

∴矩形 $AEFD$ 的面积是矩形 $BCFE$ 的面积的 2 倍,

∴$AE=2BE$.

设 $BE=a$,则 $AE=2a$,∴$8a+2x=80$,

∴$a=-\frac{1}{4}x+10$,∴$2a=-\frac{1}{2}x+20$,

∴$y=\left(-\frac{1}{2}x+20\right)x+\left(-\frac{1}{4}x+10\right)x=-\frac{3}{4}x^2+30x$.

∵$a=-\frac{1}{4}x+10>0$,∴$x<40$,

∴$y=-\frac{3}{4}x^2+30x(0<x<40)$.

(2)∵$y=-\frac{3}{4}x^2+30x=-\frac{3}{4}(x-20)^2+300(0<x<40)$,

且二次项系数为$-\frac{3}{4}<0$,

∴当 $x=20$ 时,y 有最大值,最大值为 300.

课堂达标

1.**D** 2.**C** 3.3.5

4.**解**:(1)苗圃园垂直于墙的一边的长为 x m,则平行于墙的一边的长为$(30-2x)$ m.

根据题意得,$(30-2x)x=72$,解得 $x=3$ 或 $x=12$.

∵$30-2x\leqslant18$,∴$x=12$.

(2)设苗圃园的面积为 y m^2,

则 $y=(30-2x)x=-2x^2+30x$.

∵$a=-2<0$,∴苗圃园的面积 y 有最大值,

且当 $x=-\frac{b}{2a}=7.5$ 时,$y_{最大值}=112.5$,

此时 $30-2x=15>8$,符合要求.

∵$8\leqslant30-2x\leqslant18$,∴$6\leqslant x\leqslant11$,

比较两端距对称轴的距离可知,当 $x=11$ 时,$y_{最小值}=88$.

(3)由题意得,$-2x^2+30x\geqslant100$,

解方程$-2x^2+30x=100$,得 $x_1=5$,$x_2=10$,

∴根据抛物线的图象与性质可知,

$-2x^2+30x\geqslant100$ 的解集为 $5\leqslant x\leqslant10$.

又∵$6\leqslant x\leqslant11$,∴$6\leqslant x\leqslant10$.

课后提升

【基础达标】

1.**B** 2.**D** 3.**D** 4.**B** 5.**C** 6.3 2

7.0.5 8.15,12

9.**解**:(1)∵这个菱形的两条对角线的长度之和恰好为 60 cm,其中一条对角线的长为 x cm,

∴另一条对角线的长为$(60-x)$cm,

∴$S=\frac{1}{2}x(60-x)=-\frac{1}{2}x^2+30x$.

(2)∵$S=-\frac{1}{2}x^2+30x$,$a=-\frac{1}{2}<0$,

∴S 有最大值,

当 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{30}{2\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=30$ 时,

S 的最大值为$\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{-30^2}{4\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=450$,

∴当 x 为 30 cm 时,菱形风筝的面积最大,最大面积是450 cm^2.

10.**解**:(1)$y=-\frac{3}{5}x^2+3x+1=-\frac{3}{5}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{19}{4}$.

∵$-\frac{3}{5}<0$,∴当 $x=\frac{5}{2}$时,y 的最大值是$\frac{19}{4}$.

∴演员弹跳时离地面的最大高度是$\frac{19}{4}$ m.

(2)这次表演成功.

理由:当 $x=4$ 时,$y=-\frac{3}{5}\times4^2+3\times4+1=3.4=BC$,

∴这次表演成功.

【能力提升】

11.**C**

12.**解**:(1)根据题意得 $B(0,4)$,$C\left(3,\frac{17}{2}\right)$,

把 $B(0,4)$,$C\left(3,\frac{17}{2}\right)$ 代入 $y=-\frac{1}{6}x^2+bx+c$ 得 $\begin{cases}c=4,\\-\frac{1}{6}\times3^2+3b+c=\frac{17}{2},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=2,\\c=4.\end{cases}$

所以抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{6}x^2+2x+4$，

则 $y=-\frac{1}{6}(x-6)^2+10$，

所以 $D(6,10)$，

所以拱顶 D 到地面 OA 的距离为 10 m.

(2)由题意得，货运汽车最外侧与地面 OA 的交点为(2,0)或(10,0)，

当 $x=2$ 或 $x=10$ 时，$y=\frac{22}{3}>6$，

所以这辆货车能安全通过.

(3)令 $y=8$，则 $-\frac{1}{6}(x-6)^2+10=8$，

解得 $x_1=6+2\sqrt{3}$，$x_2=6-2\sqrt{3}$，

则 $x_1-x_2=4\sqrt{3}$，

所以两排灯的水平距离最小是 $4\sqrt{3}$ m.

第2课时　利用二次函数解决利润最大问题

课前预习

1.(1)售价　(2)商品数量

课堂探究

【例1】思路导引:2.每个许愿瓶的利润　$(x-6)y$

解:(1)由图象可知 y 是 x 的一次函数，

设 $y=kx+b$.

∵图象过点(10,300),(12,240)，

$\therefore\begin{cases}10k+b=300,\\12k+b=240,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-30,\\b=600.\end{cases}$

$\therefore y=-30x+600$.

当 $x=14$ 时，$y=180$. 当 $x=16$ 时，$y=120$.

即点(14,180),(16,120)均在函数 $y=-30x+600$ 的图象上，

∴y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-30x+600$.

(2)由题意得 $w=(x-6)(-30x+600)$

$=-30x^2+780x-3\,600$，

即 w 与 x 之间的函数关系式为

$w=-30x^2+780x-3\,600$.

(3)由题意得 $6(-30x+600)\leqslant 900$，解得 $x\geqslant 15$.

$\because w=-30x^2+780x-3\,600$，

$a=-30<0$，

对称轴为直线 $x=13$，

∴抛物线开口向下，当 $x\geqslant 15$ 时，w 随 x 的增大而减小，

∴当 $x=15$ 时，$w_{最大值}=1\,350$.

即以15元/个的价格出售这批许愿瓶可获得最大利润1 350元.

变式训练 1-1:**C**

变式训练 1-2:**解**:(1)根据题意得$\begin{cases}2a+b=80,\\3a+2b=135,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=25,\\b=30.\end{cases}$

(2)①由题意得 $y=(x-20)[100-5(x-30)]$

$=-5x^2+350x-5\,000$.

②$\because y=-5x^2+350x-5\,000$

$=-5(x-35)^2+1\,125$，

∴当 $x=35$ 时，$y_{最大值}=1\,125$，

∴销售单价为35元时，B 商品每天的销售利润最大，最大利润是1 125元.

【例2】思路导引:2.纵

解:(1)∵二次函数 $y=x^2+bx+c$ 过点 $A(1,0)$，$C(0,-3)$，

$\therefore\begin{cases}1+b+c=0,\\c=-3,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=2,\\c=-3,\end{cases}$

∴二次函数的解析式为 $y=x^2+2x-3$.

(2)∵当 $y=0$ 时，$x^2+2x-3=0$，

解得 $x_1=-3$，$x_2=1$.

$\therefore A(1,0)$，$B(-3,0)$，$\therefore AB=4$.

设 $P(m,n)$，

∵$\triangle ABP$ 的面积为10，

$\therefore\frac{1}{2}AB\cdot|n|=10$，解得 $n=\pm5$.

当 $n=5$ 时，$m^2+2m-3=5$，解得 $m=-4$ 或2，

$\therefore P(-4,5)$ 或 $P(2,5)$；

当 $n=-5$ 时，$m^2+2m-3=-5$，方程无解.

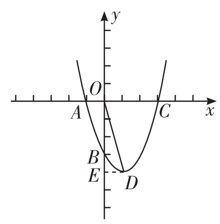
故点 P 的坐标为(-4,5)或(2,5).

变式训练 2-1:**D**

变式训练 2-2:**解**:(1)由已知得

$\begin{cases}a-b+c=0,\\c=-3,\\9a+3b+c=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=1,\\b=-2,\\c=-3,\end{cases}$

所以抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$.



(2)如图所示，过 D 作 $DE\perp y$ 轴于点 E，垂足为 E.

抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

则抛物线的顶点坐标为 $D(1,-4)$，

则 $OE=4$，$DE=1$.

在 Rt△ODE 中，根据勾股定理即可得到

$OD=\sqrt{OE^2+DE^2}=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$，

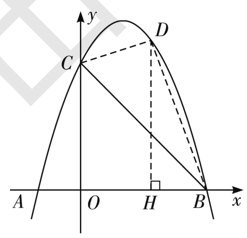
则 $\sin\angle BOD=\frac{DE}{OD}=\frac{\sqrt{17}}{17}$.

课堂达标

1.**B**　2.**D**　3.1.6

4.**解**:(1)由题意得$\begin{cases}-1-b+c=0,\\-9+3b+c=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=2,\\c=3,\end{cases}$

则抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.



(2)设 $D(t,-t^2+2t+3)(0<t<3)$，过点 D 作 $DH\perp x$ 轴于点 H，如图所示.

由 $y=-x^2+2x+3$ 知 $C(0,3)$，

则 $S_{\triangle BCD}=S_{梯形OCDH}+S_{\triangle BDH}-S_{\triangle BOC}$

$=\frac{1}{2}(-t^2+2t+3+3)t+\frac{1}{2}(3-t)(-t^2+2t+3)-\frac{1}{2}\times3\times3$

$=-\frac{3}{2}t^2+\frac{9}{2}t$.

$\because-\frac{3}{2}<0$，

$\therefore$ 当 $t=-\dfrac{\frac{9}{2}}{2\times\left(-\frac{3}{2}\right)}=\dfrac{3}{2}$ 时，$\triangle BCD$ 的面积最大，为 $\dfrac{27}{8}$.

此时 D 点的坐标为 $\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{15}{4}\right)$.

课后提升

【基础达标】

1. **D**　2. **D**　3. **B**　4. **C**　5. 60　2 400　6. 27　7. 1

8. $\left(-1,\dfrac{4}{3}\right)$

9. **解**：(1)设该函数的表达式为 $y=kx+b$，根据题意，

得 $\begin{cases}40=30k+b,\\36=32k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=100.\end{cases}$

故该函数的表达式为 $y=-2x+100$.

(2)根据题意得，

$(-2x+100)(x-30)=150$，

解这个方程得，$x_1=35$，$x_2=45$，

故每件商品的销售价定为 35 元或 45 元时，每天获得的利润为 150 元.

(3)根据题意，得

$w=(-2x+100)(x-30)$

$\quad=-2x^2+160x-3\ 000$

$\quad=-2(x-40)^2+200$.

$\because a=-2<0$，$\therefore$ 抛物线开口向下，函数有最大值，

即当 $x=40$ 时，w 的值最大，

$\therefore$ 当销售单价定为 40 元时获得的利润最大.

【能力提升】

10. **解**：(1)由 $y=-x-6$ 可得 $A(-6,0)$，$C(0,-6)$.

$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A，B，顶点 D 的横坐标为 -2，

$\therefore B(2,0)$.

把 A，B，C 三点的坐标分别代入 $y=ax^2+bx+c$，

得 $\begin{cases}36a-6b+c=0,\\4a+2b+c=0,\\c=-6,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{2},\\b=2,\\c=-6.\end{cases}$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=\dfrac{1}{2}x^2+2x-6$.

(2)$\triangle ACD$ 是直角三角形. 理由如下：

$\because y=\dfrac{1}{2}x^2+2x-6=\dfrac{1}{2}(x+2)^2-8$，

$\therefore$ 顶点 D 的坐标是 $(-2,-8)$.

$\because A(-6,0)$，$C(0,-6)$，$\therefore AC^2=6^2+6^2=72$，

$CD^2=2^2+(-8+6)^2=8$，$AD^2=(-2+6)^2+8^2=80$，

$\therefore AC^2+CD^2=AD^2$，

$\therefore \triangle ACD$ 是直角三角形，$\angle ACD=90°$.

(3)假设在线段 AD 上存在一点 P，使 $\angle ADC=\angle PCF$，

设直线 AD 的解析式为 $y=mx+n$，

$\because A(-6,0)$，$D(-2,-8)$，

$\therefore \begin{cases}-6m+n=0,\\-2m+n=-8,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=-2,\\n=-12,\end{cases}$

$\therefore$ 直线 AD 的解析式为 $y=-2x-12$，

$\therefore F$ 点坐标为 $(0,-12)$.

设点 P 的坐标为 $(x,-2x-12)(-6<x<-2)$.

$\because \angle ADC=\angle DCF+\angle DFC$，$\angle PCF=\angle DCF+\angle PCD$，

$\angle ADC=\angle PCF$，

$\therefore \angle DFC=\angle PCD$，$\therefore \triangle CPD\backsim\triangle FPC$，

$\therefore \dfrac{CP}{FP}=\dfrac{CD}{FC}$，$\therefore \dfrac{x^2+(-2x-12+6)^2}{x^2+(2x)^2}=\dfrac{8}{6^2}$，

整理得，$35x^2+216x+324=0$，

解得 $x_1=-\dfrac{18}{7}$，$x_2=-\dfrac{18}{5}$(舍去).

当 $x=-\dfrac{18}{7}$ 时，$-2x-12=-2\times\left(-\dfrac{18}{7}\right)-12=-\dfrac{48}{7}$，

故所求点 P 的坐标为 $\left(-\dfrac{18}{7},-\dfrac{48}{7}\right)$.

第 1 章　基础巩固与训练

1. **A**　2. **D**　3. **A**　4. **D**　5. **D**　6. **A**　7. **D**　8. **D**

9. $y=x^2+2$　10. $x_1=-1$，$x_2=5$

11. $P>Q$　12. $<$　13. 2 080　14. 48

15. **解**：(1)$\because y=-\dfrac{1}{2}x^2+x+\dfrac{3}{2}=-\dfrac{1}{2}(x-1)^2+2$，

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为 $(1,2)$，对称轴为直线 $x=1$.

(2)图象略.

(3)当 $-1<x<3$ 时，$y>0$；

当 $x<-1$ 或 $x>3$ 时，$y<0$.

(4)当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而增大；

当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而减小.

16. **解**：(1)$\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过 $A(2,0)$，$B(0,-1)$ 和 $C(4,5)$ 三点，

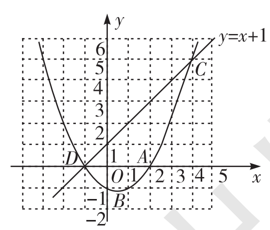
$\therefore \begin{cases}4a+2b+c=0,\\c=-1,\\16a+4b+c=5.\end{cases}$　$\therefore a=\dfrac{1}{2}$，$b=-\dfrac{1}{2}$，$c=-1$，

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}x-1$.

(2)当 $y=0$ 时，得 $\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}x-1=0$，

解得 $x_1=2$，$x_2=-1$，$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(-1,0)$.

(3)图象如图，当一次函数的值大于二次函数的值时，x 的取值范围是 $-1<x<4$.



17. **解**：设底面的宽为 x cm，根据题意，得 $y=20x\left(\dfrac{180}{2}-x\right)$，

$=-20x^2+1\ 800x$.

$=-20(x^2-90x+2\ 025)+40\ 500$

$=-20(x-45)^2+40\ 500$.

$\because -20<0$，

$\therefore$ 当 $x=45$ 时，函数有最大值，最大值为 40 500，

即当底面的宽为 45 cm 时，抽屉的体积最大，最大为 40 500 cm^3.

18. **解**：(1)根据题中等量关系：利润＝(售价－进价)×销售量，

得 $y=(x-8)[20-4(x-9)]$，

即 $y=-4x^2+88x-448(9\leqslant x\leqslant 14)$.

(2)$y=-4x^2+88x-448=-4(x-11)^2+36$，

$\therefore$ 当 $x=11$ 时，$y_{最大值}=36$.

∴当每件售价为 11 元时，一天所得的利润最大，最大利润是 36 元.

19. **解**：(1)①当 $k=0$ 时，方程为 $x+2=0$，

解得 $x=-2$，∴方程有实数根.

②当 $k\neq0$ 时，

∵$\Delta=(2k+1)^2-4k\times2=(2k-1)^2\geqslant0$，

∴无论 k 取任何实数，方程总有实数根.

(2)令 $y=0$，则 $kx^2+(2k+1)x+2=0$，

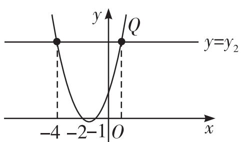
解关于 x 的一元二次方程，

得 $x_1=-2$，$x_2=-\dfrac{1}{k}$.

∵二次函数的图象与 x 轴的两个交点的横坐标均为整数，且 k 为正整数，

∴$k=1$.

∴该抛物线的解析式为 $y=x^2+3x+2$.



由图象得到，当 $y_1>y_2$ 时，$a>1$ 或 $a<-4$.

(3)对于定点，依题意得 $kx^2+(2k+1)x+2-y=0$ 恒成立，

即 $k(x^2+2x)+x-y+2=0$ 恒成立，

则 $\begin{cases}x^2+2x=0,\\x-y+2=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=0,\\y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-2,\\y=0.\end{cases}$

所以该抛物线恒过定点 $(0,2)$，$(-2,0)$.

20. **解**：(1)根据题意，$A(-4,2)$，$D(4,2)$，$E(0,6)$.

设抛物线的解析式为 $y=ax^2+6(a\neq0)$，

把 $D(4,2)$ 代入得 $16a+6=2$，得 $a=-\dfrac{1}{4}$.

∴抛物线的解析式为 $y=-\dfrac{1}{4}x^2+6$.

(2)根据题意，把 $x=\pm1.2$ 代入解析式，

得 $y=5.64$.

∵$5.64>4.5$，∴货运卡车能通过.

(3)根据题意，把 $x=\pm2.6$ 代入解析式，

得 $y=4.31$.

∵$4.31<4.5$，∴货运卡车不能通过.

21. **解**：(1)设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$，把 $A(-1,0)$，$B(3,0)$，$C(0,3)$ 三点代入上式得

$\begin{cases}a-b+c=0,\\9a+3b+c=0,\\c=3,\end{cases}$ ∴$\begin{cases}a=-1,\\b=2,\\c=3.\end{cases}$

∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.

(2)设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$，把 $B(3,0)$，$C(0,3)$ 代入得 $\begin{cases}3k+b=0,\\b=3,\end{cases}$ ∴$\begin{cases}k=-1,\\b=3.\end{cases}$

∴直线 BC 的解析式为 $y=-x+3$，

∴$M(m,-m+3)$.

由题意知 $MN\perp x$ 轴，

∴$N(m,-m^2+2m+3)$.

∴$MN=(-m^2+2m+3)-(-m+3)$

$=-m^2+3m(0<m<3)$.

(3)$S_{\triangle BNC}=S_{\triangle CMN}+S_{\triangle MNB}=\dfrac{1}{2}MN\cdot OB$，

∴当 MN 最大时，$\triangle BNC$ 的面积最大.

又∵$MN=-m^2+3m$

$=-\left(m^2-3m+\dfrac{9}{4}\right)+\dfrac{9}{4}$

$=-\left(m-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}$，

∴当 $m=\dfrac{3}{2}$ 时，$\triangle BNC$ 的面积最大.

22. **解**：(1)根据题意得

$\begin{cases}9a-3b+c=2,\\c=-2,\\-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{5}{2},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{6},\\b=-\dfrac{5}{6},\\c=-2.\end{cases}$

所以抛物线的解析式为 $y=\dfrac{1}{6}x^2-\dfrac{5}{6}x-2$.

(2)作 $EP\parallel y$ 轴交 AD 于 P，如图 1 所示.

设直线 AD 的解析式为 $y=mx+n$，

把 $A(-3,2)$，$C\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 分别代入得

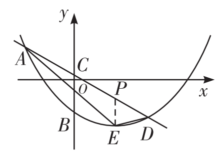


图1

$\begin{cases}-3m+n=2,\\n=\dfrac{1}{2},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=-\dfrac{1}{2},\\n=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

∴直线 AD 的解析式为 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$.

解方程组 $\begin{cases}y=\dfrac{1}{6}x^2-\dfrac{5}{6}x-2,\\y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2},\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-3,\\y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=5,\\y=-2.\end{cases}$

∴$D(5,-2)$.

设 $E\left(x,\dfrac{1}{6}x^2-\dfrac{5}{6}x-2\right)(-3<x<5)$，

∴$P\left(x,-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}\right)$，

∴$PE=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}-\left(\dfrac{1}{6}x^2-\dfrac{5}{6}x-2\right)$

$=-\dfrac{1}{6}x^2+\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{2}$，

∴$S_{\triangle ADE}=S_{\triangle AEP}+S_{\triangle DEP}$

$=\dfrac{1}{2}\times(5+3)\times\left(-\dfrac{1}{6}x^2+\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{2}\right)$

$=-\dfrac{2}{3}(x-1)^2+\dfrac{32}{3}$，

∴当 $x=1$ 时，$\triangle ADE$ 的面积最大，最大面积为 $\dfrac{32}{3}$，此时 E 点坐标为 $\left(1,-\dfrac{8}{3}\right)$.

(3)存在.

设 $F\left(\dfrac{5}{2},t\right)$，如图 2 所示.

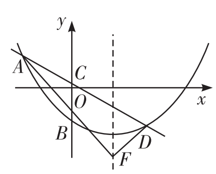


图2

∵$A(-3,2)$，$D(5,-2)$，

∴$AD^2=(5+3)^2+(-2-2)^2=80$，

$AF^2=\left(\dfrac{5}{2}+3\right)^2+(t-2)^2$，

$DF^2=\left(5-\dfrac{5}{2}\right)^2+(-t-2)^2$.

①当 $AD^2+AF^2=DF^2$ 时，$\triangle ADF$ 是直角三角形，

则 $80+\left(\frac{5}{2}+3\right)^2+(t-2)^2=\left(5-\frac{5}{2}\right)^2+(-t-2)^2$，

解得 $t=13$，此时 F 点坐标为 $\left(\frac{5}{2},13\right)$；

②当 $AD^2+DF^2=AF^2$ 时，$\triangle ADF$ 是直角三角形，

则 $80+\left(5-\frac{5}{2}\right)^2+(-t-2)^2=\left(\frac{5}{2}+3\right)^2+(t-2)^2$，

解得 $t=-7$，

此时 F 点坐标为 $\left(\frac{5}{2},-7\right)$；

③当 $DF^2+AF^2=AD^2$ 时，$\triangle ADF$ 是直角三角形，

则 $\left(\frac{5}{2}+3\right)^2+(t-2)^2+\left(5-\frac{5}{2}\right)^2+(-t-2)^2=80$，

解得 $t=\pm\frac{\sqrt{71}}{2}$，

此时 F 点坐标为 $\left(\frac{5}{2},\frac{\sqrt{71}}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{5}{2},-\frac{\sqrt{71}}{2}\right)$.

综上所述，F 点的坐标为 $\left(\frac{5}{2},13\right)$ 或 $\left(\frac{5}{2},-7\right)$ 或 $\left(\frac{5}{2},\frac{\sqrt{71}}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{5}{2},-\frac{\sqrt{71}}{2}\right)$.

第 2 章　圆

2.1　圆的对称性

课前预习

1. (1)定点　定长　(2)定点

2. (1)<　(2)=　(3)>

4. (1)中心对称　(2)任意一条直径所在的直线

课堂探究

【例1】思路导引：1. 圆心　半径

2. 圆心　不一定　3. 直径　优　劣

解：(1)不正确. 圆是一条封闭的曲线.

(2)正确. 直径是经过圆心的弦，是特殊的弦，是圆中最长的弦.

(3)不正确. 弦的两端点都在圆上，但不一定过圆心.

(4)正确. 弧分优弧、劣弧和半圆，半圆是特殊的弧.

(5)不正确. 必须在同圆或等圆中才能说优弧大于劣弧.

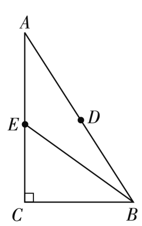
变式训练 1-1：**B**

变式训练 1-2：(1)OA，OB，OC　AB，AC，BC　AC　$\overset{\frown}{AB}$和$\overset{\frown}{BC}$　$\overset{\frown}{BAC}$和$\overset{\frown}{ACB}$　(2)40°　80°

【例2】思路导引：1. 5　<　>

2. >3　<5

解：(1)如图.



$\because \angle C=90°$，$BC=3$，$AC=4$，

$\therefore AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=5$.

$\because D$ 为 AB 的中点，

$\therefore BD=2.5<3$，

$\therefore$ 点 D 在 $\odot B$ 内.

$\because BE>BC$，即 $BE>3$，

$\therefore$ 点 E 在 $\odot B$ 外.

(2)设 $\odot B$ 的半径为 r，

当 $3<r<5$ 时，点 A 和点 C 有且只有一个点在 $\odot B$ 内.

变式训练 2-1：**A**

变式训练 2-2：**解**：$OA=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$OB=\sqrt{(-3)^2+(-3)^2}=3\sqrt{2}$，

$OC=\sqrt{4^2+(-\sqrt{10})^2}=\sqrt{26}$.

$OA=5$，故 A 点在 $\odot O$ 上.

$OB=3\sqrt{2}<5$，故 B 点在 $\odot O$ 内.

$OC=\sqrt{26}>5$，故 C 点在 $\odot O$ 外.

课堂达标

1. **C**　2. **D**　3. 2

4. **证明**：$\because OA$，OB 是 $\odot O$ 的两条半径，

$\therefore AO=BO$.

$\because C$，D 分别是半径 OA，OB 的中点，

$\therefore OC=OD$.

在 $\triangle ODA$ 和 $\triangle OCB$ 中，

$\because \begin{cases} AO=BO, \\ \angle O=\angle O, \\ OD=OC, \end{cases}$

$\therefore \triangle ODA \cong \triangle OCB$，

$\therefore AD=BC$.

5. **解**：$AO=\sqrt{OD^2+AD^2}=6\sqrt{2}$，

$BO=\sqrt{OD^2+BD^2}=10$，

$CO=\sqrt{OD^2+CD^2}=\sqrt{111}$.

$\because \odot O$ 的半径 $r=10$，

$\therefore$ 点 A 在 $\odot O$ 内，点 B 在 $\odot O$ 上，点 C 在 $\odot O$ 外.

课后提升

【基础达标】

1. **C**　2. **C**　3. **D**　4. **B**　5. **B**　6. **C**　7. $\frac{\pi}{4}$　8. $5\sqrt{3}$

9. **解**：$\because$ 方程 $x^2-2x+d=0$ 有实数根，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=4-4d\geqslant 0$，

$\therefore d\leqslant 1$，$\therefore d\leqslant r$.

当 $d<r$ 时，点 P 在 $\odot O$ 内；

当 $d=r$ 时，点 P 在 $\odot O$ 上.

$\therefore$ 点 P 在 $\odot O$ 内或 $\odot O$ 上.

10. **证明**：$\because OA=OB$，$\therefore \angle A=\angle B$.

在 $\triangle OAC$ 和 $\triangle OBD$ 中，

$\because \begin{cases} OA=OB, \\ \angle A=\angle B, \\ AC=BD, \end{cases}$

$\therefore \triangle OAC \cong \triangle OBD$，

$\therefore OC=OD$.

【能力提升】

11. **解**：在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\because AB=13$，$AC=5$，

$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=12$.

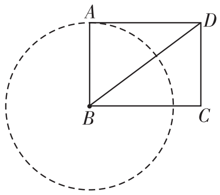
$\because \frac{1}{2}CD\cdot AB=\frac{1}{2}BC\cdot AC$，

$\therefore CD=\frac{BC\cdot AC}{AB}=\frac{5\times 12}{13}=\frac{60}{13}$.

$\because BC>CD$，$AC>CD$，

$\therefore$ 点 A 和点 B 在以点 C 为圆心，$\frac{60}{13}$ 为半径的圆外，点 D 在以点 C 为圆心，$\frac{60}{13}$ 为半径的圆上.

12. **解**：如图.



∵$AB=15$，$BC=20$，

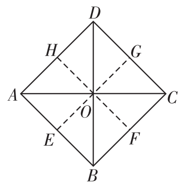
∴$BD=25$.

∵至少有一点在⊙B内，且至少有一点在⊙B外，

∴A在圆内，D在圆外，

∴$15<r<25$.

13. **解**：在同一个圆上.



如图，连接OE，OF，OG，OH.

∵四边形$ABCD$为菱形，

∴$AB=BC=CD=DA$，

且$BD\perp AC$.

∵E，F，G，H分别为AB，BC，CD，DA的中点，

∴$OE=OF=OG=OH=\frac{1}{2}AB$，

∴E，F，G，H四点在以O为圆心，$\frac{1}{2}AB$为半径的圆上.

2.2 圆心角、圆周角

2.2.1 圆心角

课前预习

1. 圆心　相交
2. (1)弧　弦　(2)相等

课堂探究

【例1】思路导引：1. OA　OB　2. 等边

B

变式训练 1-1：**D**

变式训练 1-2：**A**

【例2】思路导引：1. 60　2. 等边

A

变式训练 2-1：60°

变式训练 2-2：**解**：$\triangle ABC\cong\triangle DCB$. 理由如下：

∵$AB=DC$，∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{DC}$，

∴$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{DC}+\overset{\frown}{BC}$，即$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{DB}$，

∴$AC=DB$.

又∵$AB=DC$，$BC=CB$，

∴$\triangle ABC\cong\triangle DCB$.

课堂达标

1. **A**　2. **A**　3. **C**　4. **C**　5. 30°

6. **证明**：∵$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CE}$，∴$AC=CE$.

∵$\angle AOC=\angle BOD$，∴$AC=BD$，

∴$BD=CE$.

课后提升

【基础达标】

1. **B**　2. **B**　3. **A**　4. **D**　5. **B**　6. $CD=CE$　7. 6　8. 8

9. **解**：(1)∵$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$，

∴$\angle AOC=\angle COD=60°$.

又∵$OA=OC$，

∴$\triangle AOC$是等边三角形.

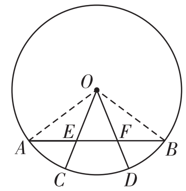
(2)由(1)知$\angle AOC=\angle COD=\frac{1}{2}\angle AOD$，

又∵$\angle B=\frac{1}{2}\angle AOD$.

∴$\angle AOC=\angle B$，

∴$OC\parallel BD$.

10. **证明**：如图，连接OA，OB.



∵$OA=OB$，

∴$\angle OAE=\angle OBF$.

又∵$AE=BF$，

∴$\triangle AOE\cong\triangle BOF$，

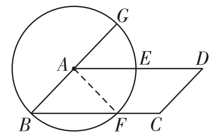
∴$\angle AOE=\angle BOF$，

∴$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$.

【能力提升】

11. **B**

12. **证明**：如图，连接AF.



∵$AB=AF$，

∴$\angle B=\angle AFB$.

在▱$ABCD$中，

∵$AD\parallel BC$，

∴$\angle GAE=\angle B$，

$\angle EAF=\angle AFB$，

∴$\angle GAE=\angle EAF$，

∴$\overset{\frown}{GE}=\overset{\frown}{EF}$.

2.2.2 圆周角

第1课时　圆周角定理

课前预习

1. 圆上　相交
2. (1)一半　(2)相等　相等

课堂探究

【例1】思路导引：1. $\angle BOC$　2. 等腰

A

变式训练 1-1：**C**

变式训练 1-2：**C**

【例2】思路导引：1. $\angle BAC$　2. 等边

解：∵$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BC}$，

∴$\angle BDC=\angle BAC$.

∵$\angle ABC=\angle BDC=60°$，

∴$\angle ABC=\angle BAC=60°$，

∴$\triangle ABC$为等边三角形.

∵$AC=3$ cm，

∴$\triangle ABC$的周长为$3\times3=9$(cm).

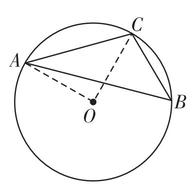
变式训练 2-1：**A**

变式训练 2-2：**C**

课堂达标

1. **D**　2. **A**　3. **D**　4. 28°　5. 15°

6. **解**：如图，连接AO，CO.



∵$\angle CBA=45°$，

∴$\angle COA=2\angle CBA=90°$.

∵⊙O的直径为8 cm，

∴$OA=OC=4$ cm.

在$Rt\triangle CAO$中，

$CA=\sqrt{OA^2+OC^2}=4\sqrt{2}$(cm).

课后提升

【基础达标】

1. **B**　2. **D**　3. **B**　4. **B**　5. **A**　6. 110°　7. $\sqrt{6}$　8. 28°

【能力提升】

9. 58°

10. **证明:**∵点 E 是$\overset{\frown}{BC}$的中点,即$\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{CE}$,

∴$\angle BAE=\angle CBE$.

∵$\angle AEB=\angle BED$,

∴$\triangle BDE\backsim\triangle ABE$,

∴$BE:AE=DE:BE$,

∴$BE^2=AE\cdot DE$.

11. **解:**(1)$\triangle ABC$ 是等边三角形.

理由:在⊙O 中,∵$\angle BAC$ 与$\angle CPB$ 是$\overset{\frown}{BC}$所对的圆周角,$\angle ABC$ 与$\angle APC$ 是$\overset{\frown}{AC}$所对的圆周角,

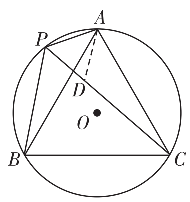
∴$\angle BAC=\angle CPB$,$\angle ABC=\angle APC$.

又∵$\angle APC=\angle CPB=60°$,

∴$\angle ABC=\angle BAC=60°$,

∴$\triangle ABC$ 为等边三角形.

(2)$PC=PA+PB$.



证明:在 PC 上截取 $PD=PA$,如图.

∵$\angle APC=60°$,

∴$\triangle APD$ 是等边三角形,

∴$AD=AP=PD$,$\angle ADP=60°$,即$\angle ADC=120°$.

又∵$\angle APB=\angle APC+\angle BPC=120°$,

∴$\angle ADC=\angle APB$.

在$\triangle APB$ 和$\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases}\angle APB=\angle ADC,\\ \angle ABP=\angle ACD,\\ AP=AD,\end{cases}$$

∴$\triangle APB\cong\triangle ADC$,

∴$BP=CD$.

又∵$PD=PA$,$PC=PD+DC$,

∴$PC=PA+PB$.

第 2 课时　圆内接四边形

课前预习

1. 直　直径

2. (1)顶点　外接圆　(2)互补

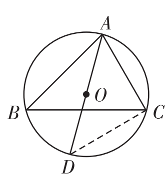
课堂探究

【例1】**思路导引:**1. 90°　2. $\angle D$

2

变式训练 1 - 1:**A**

变式训练 1 - 2:**解:**如图,连接 CD.



∵AD 是直径,

∴$\angle ACD=90°$.

∵$\angle ABC=\angle DAC$,

$\angle ADC=\angle ABC$,

∴$\angle ADC=\angle DAC=45°$.

∵$AD=4$,

∴$AC=AD\cdot\cos 45°=2\sqrt{2}$.

【例2】**思路导引:**1. 60°　2. 直径

C

变式训练 2 - 1:**C**

变式训练 2 - 2:**C**

课堂达标

1. **C**　2. **A**　3. **B**　4. 40°

5. **解:**(1)∵AB 是⊙O 的直径,

∴$\angle ACB=\angle ADB=90°$.

在 Rt$\triangle ACB$ 中,

$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$.

(2)∵CD 平分$\angle ACB$,

∴$\angle ACD=\angle BCD$,

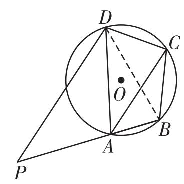
∴$AD=BD$,

∴$\angle ABD=\angle BAD=45°$.

∴在 Rt$\triangle ABD$ 中,

$BD=AB\cdot\sin 45°=10\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$.

6. **证明:**如图,连接 BD.



∵$DP\parallel AC$,∴$\angle PDA=\angle DAC$.

∵$\angle DAC=\angle DBC$,

∴$\angle PDA=\angle DBC$.

∵四边形 $ABCD$ 是圆内接四边形,

∴$\angle DCB+\angle DAB=180°$.

又∵$\angle DAP+\angle DAB=180°$,

∴$\angle DAP=\angle DCB$.

∴$\triangle PAD\backsim\triangle DCB$.

∴$PA:DC=AD:BC$,

即 $AD\cdot DC=PA\cdot BC$.

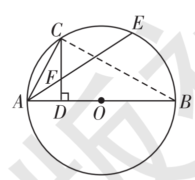
课后提升

【基础达标】

1. **D**　2. **B**　3. **D**　4. **B**　5. **B**

6. 50°　7. $AB\parallel CD$　8. 60°

9. **证明:**如图,连接 BC.



∵AB 是⊙O 的直径,

∴$\angle ACB=90°$,

即$\angle ACF+\angle BCD=90°$.

∵$CD\perp AB$,

∴$\angle B+\angle BCD=90°$.

∴$\angle ACF=\angle B$.

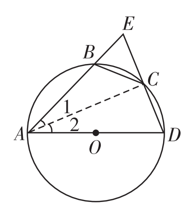
∵C 为$\overset{\frown}{AE}$的中点,∴$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CE}$,

∴$\angle B=\angle CAE$,

∴$\angle ACF=\angle CAE$,

∴$AF=CF$.

10. **证明:**如图,连接 AC.



∵AD 是⊙O 的直径,

∴$\angle ACD=90°$.

∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O,

∴$\angle D+\angle ABC=180°$.

又$\angle ABC+\angle EBC=180°$,

∴$\angle EBC=\angle D$.

∵C 是$\overset{\frown}{BD}$的中点,

∴$\angle 1=\angle 2$.

$\because \angle 1+\angle E=\angle 2+\angle D=90°$，

$\therefore \angle E=\angle D$，

$\therefore \angle EBC=\angle E$，$\therefore BC=EC$.

【能力提升】

11. **解**：(1)$\because BC=DC$，

$\therefore \angle CDB=\angle CBD=39°$.

$\because \angle BAC=\angle CDB=39°$，$\angle CAD=\angle CBD=39°$，

$\therefore \angle BAD=\angle BAC+\angle CAD=39°+39°=78°$.

(2)$\because EC=BC$，

$\therefore \angle CEB=\angle CBE$.

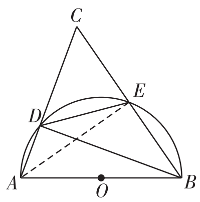
而$\angle CEB=\angle 2+\angle BAE$，$\angle CBE=\angle 1+\angle CBD$，

$\therefore \angle 2+\angle BAE=\angle 1+\angle CBD$.

$\because \angle BAE=\angle CBD=39°$，

$\therefore \angle 1=\angle 2$.

12. **解**：(1)$\triangle ABC$为等腰三角形.



理由如下：如图，连接AE.

$\because \overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BE}$，

$\therefore \angle DAE=\angle BAE$.

$\because AB$为直径，

$\therefore \angle AEB=\angle AEC=90°$，

$\therefore \angle ABC=\angle C$，

$\therefore \triangle ABC$为等腰三角形.

(2)$\because \triangle ABC$为等腰三角形，$AE\perp BC$，

$\therefore BE=CE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 12=6$.

在$Rt\triangle ABE$中，

$\because AB=10$，$BE=6$，

$\therefore AE=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

$\because AB$为直径，$\therefore \angle ADB=90°$，

$\therefore \frac{1}{2}AE\cdot BC=\frac{1}{2}BD\cdot AC$，

$\therefore BD=\frac{AE\cdot BC}{AC}=\frac{8\times 12}{10}=\frac{48}{5}$.

在$Rt\triangle ABD$中，$\because AB=10$，$BD=\frac{48}{5}$，

$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\frac{14}{5}$，

$\therefore \sin\angle ABD=\frac{AD}{AB}=\frac{\frac{14}{5}}{10}=\frac{7}{25}$.

*2.3　垂径定理

课前预习

平分　两条弧　BE　$\overset{\frown}{BD}$　$\overset{\frown}{BC}$

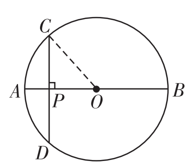
课堂探究

【例1】思路导引：1. $\frac{1}{2}CD$　2. 勾股

A

变式训练 1-1：**D**

变式训练 1-2：**解**：如图，连接CO.



设$AP=x$，则$PB=5x$，

$\therefore AO=\frac{1}{2}(x+5x)=\frac{1}{2}\times 6x=3x$，

$\therefore PO=3x-x=2x$.

$\because AB\perp CD$，$\therefore CP=\frac{1}{2}\times 10=5$，

在$\triangle CPO$中，$5^2+(2x)^2=(3x)^2$，

解得$x_1=\sqrt{5}$，$x_2=-\sqrt{5}$(舍去).

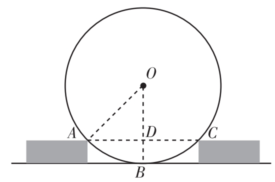
$\therefore AO=3\sqrt{5}$，即$\odot O$的半径为$3\sqrt{5}$.

【例2】思路导引：1. 垂直平分　2. 一条直径　圆心

10

变式训练 2-1：10或70

变式训练 2-2：**解**：根据题意可以建立圆中如图所示的模型，



$AC=60$ cm，$BD=10$ cm，设半径为r cm.

$\because OB\perp AC$，

$\therefore AD=\frac{1}{2}AC=30$ cm.

在$Rt\triangle ADO$中，$AD^2+OD^2=OA^2$，

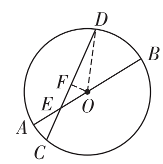
可得$30^2+(r-10)^2=r^2$，解得$r=50$.

答：大理石球的半径为50 cm.

课堂达标

1. **B**　2. **C**　3. **B**　4. 0.8

5. **解**：如图，过O作$OF\perp CD$，交CD于点F，连接OD，



$\therefore F$为CD的中点，即$CF=DF$.

$\because AE=2$，$EB=6$，

$\therefore AB=AE+EB=2+6=8$，

$\therefore OA=4$，$\therefore OE=OA-AE=4-2=2$.

在$Rt\triangle OEF$中，$\angle FEO=30°$，

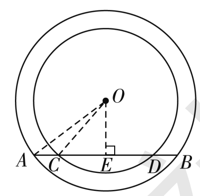
$\therefore OF=\frac{1}{2}OE=1$.

在$Rt\triangle ODF$中，$OF=1$，$OD=4$，

根据勾股定理得$DF=\sqrt{OD^2-OF^2}=\sqrt{15}$，

$\therefore CD=2DF=2\sqrt{15}$.

6. **解**：(1)如图，过O作$OE\perp AB$于点E，则$CE=DE$，$AE=BE$，



$\therefore AE-CE=BE-DE$，即$AC=BD$.

(2)由(1)可知，$OE\perp AB$且$OE\perp CD$，连接OC，OA，易知$OE=6$，

$\therefore CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$，

$AE=\sqrt{OA^2-OE^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

$\therefore AC=AE-CE=8-2\sqrt{7}$.

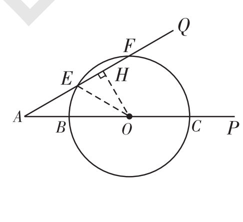
课后提升

【基础达标】

1. **D**　2. **A**　3. **B**　4. **B**　5. **D**　6. **C**

7. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　8. 50　9. 10

10. **解**：(1)如图，过点O作$OH\perp EF$，垂足为点H则$\angle AHO=90°$.



在$Rt\triangle AOH$中，

$\because \angle AHO=90°$，$\angle PAQ=30°$，

$\therefore OH=\frac{1}{2}AO$.

$\because BC=10$ cm，$\therefore BO=5$ cm.

$\because AO=AB+BO$，$AB=3$ cm，

$\therefore AO=3+5=8$(cm)，

$\therefore OH=4$ cm，即圆心 O 到 AQ 的距离为4 cm.

(2)连接 OE.

在 $Rt\triangle EOH$ 中，$EH^2+HO^2=EO^2$.

$\because EO=5$ cm，$OH=4$ cm，

$\therefore EH=\sqrt{EO^2-OH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$(cm).

$\because OH$ 过圆心 O，$OH\perp EF$，

$\therefore EF=2EH=6$ cm.

【能力提升】

11. **D**

12. **解**：(1)$\because AD$ 是直径，

$\therefore \angle ABD=\angle ACD=90°$.

在 $Rt\triangle ABD$ 和 $Rt\triangle ACD$ 中，

$\begin{cases}AB=AC,\\AD=AD,\end{cases}$

$\therefore Rt\triangle ABD\cong Rt\triangle ACD$(HL)，

$\therefore \angle BAD=\angle CAD$.

$\because AB=AC$，$\therefore BE=CE$.

(2)四边形 $BFCD$ 是菱形.

理由：$\because CF/\!/BD$，$\therefore \angle FCE=\angle DBE$.

在 $\triangle BED$ 和 $\triangle CEF$ 中，

$\begin{cases}\angle DBE=\angle FCE,\\BE=CE,\\\angle BED=\angle CEF,\end{cases}$

$\therefore \triangle BED\cong\triangle CEF$(ASA)，

$\therefore CF=BD$，

$\therefore$ 四边形 $BFCD$ 是平行四边形.

$\because \angle BAD=\angle CAD$，$\therefore BD=CD$，

$\therefore$ 平行四边形 $BFCD$ 是菱形.

(3)**解**：$\because AD$ 是直径，$AD\perp BC$，$BE=CE$，

$\therefore CE=\frac{1}{2}BC=4$，$\angle CED=\angle CEA=90°$.

又$\because \angle ACD=90°$，

$\therefore \angle ECD+\angle ACE=\angle ACE+\angle CAD=90°$，

$\therefore \angle CAD=\angle ECD$，$\therefore \triangle ACE\backsim\triangle CDE$，

$\therefore \frac{CE}{DE}=\frac{AE}{CE}$，即 $4^2=DE(10-DE)$，

解得 $DE=2$ 或 $DE=8$(舍去).

在 $Rt\triangle CED$ 中，$CD=\sqrt{CE^2+DE^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

2.4　过不共线三点作圆

课前预习

1. 不在同一直线上

2. (1)各顶点　内接三角形

(2)外接圆　三条边的垂直平分线

课堂探究

【例1】思路导引：1. 三　2. 垂直平分线

C

变式训练 1－1：**D**

变式训练 1－2：**A**

【例2】思路导引：1. 外接圆　2. 直径

$\sqrt{3}$

变式训练 2－1：**A**

变式训练 2－2：**B**

课堂达标

1. **D**　2. **B**　3. **D**　4. **C**　5. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

6. **解**：$\because \angle C=90°$，$\therefore a^2+b^2=c^2$.

$\because a,b$ 是方程 $x^2-4x+2=0$ 的两个实数根，

$\therefore a+b=4$，$ab=2$，

$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=4^2-2\times2=12$，

即 $c^2=12$，$\therefore c=2\sqrt{3}$，

$\therefore Rt\triangle ABC$ 的外接圆半径为 $\frac{1}{2}c=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$.

课后提升

【基础达标】

1. **B**　2. **A**　3. **C**　4. **C**　5. **C**　6. 40°　7. 5　8. $2\sqrt{3}$

9. **解**：**法一**　如图(1)所示，连接 OA，OB.

设$\odot O$的半径为 r.

$\because \angle C=45°$，

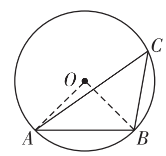
$\therefore \angle AOB=2\angle C=90°$.

$\therefore OA^2+OB^2=AB^2$，

$\therefore r^2+r^2=4^2$，

解得 $r_1=2\sqrt{2}$，$r_2=-2\sqrt{2}$(不合题意，舍去).

$\therefore \odot O$的半径为 $2\sqrt{2}$.



(1)

法二　如图(2)所示，作直径 AD，连接 BD，

设$\odot O$的半径为 r.

$\because AD$ 为直径，$\therefore \angle ABD=90°$.

又$\because \angle D=\angle C=45°$，

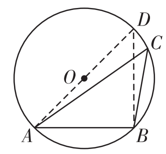
$\therefore BD=AB=4$.

由勾股定理得 $AB^2+BD^2=AD^2$，

$\therefore 4^2+4^2=(2r)^2$，

解得 $r_1=2\sqrt{2}$，$r_2=-2\sqrt{2}$(不合题意，舍去).

$\therefore \odot O$的半径为 $2\sqrt{2}$.



(2)

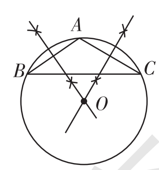
10. **解**：(1)作图如图(1)所示.

(2)如图(2)，在弦 BC 所对的优弧上任取一点 D，连接 BD，CD.

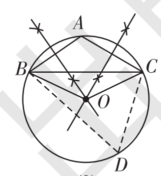
$\because \angle BOC=128°$，

$\therefore \angle BDC=\frac{1}{2}\angle BOC=64°$，

$\therefore \angle BAC=180°-\angle BDC=116°$.



(1)



(2)

【能力提升】

11. **解**：(1)作弦 AC 的垂直平分线与弦 AB 的垂直平分线交于 O 点，以 O 为圆心，OA 长为半径作圆，则$\odot O$就是此残片所在的圆，如图所示.

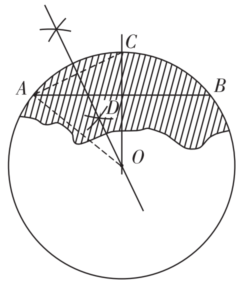
(2)连接 OA.

设 $OA=x$ cm，则 $AD=12$ cm，$OD=(x-8)$ cm，

根据勾股定理列方程：

$x^2=12^2+(x-8)^2$，解得 $x=13$.

即圆的半径为 13 cm.



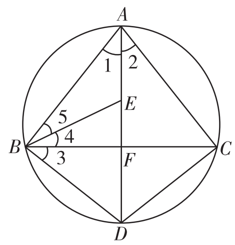
图(1)

12. **解:**(1)如图,∵AD 为直径,

$AD\perp BC$,

∴由垂径定理得$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$,

∴$BD=CD$.



(2)B,E,C 三点在以 D 为圆心,以 DB 为半径的圆上.

理由:由(1)知$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$,

∴$\angle 1=\angle 2$.

又∵$\angle 2=\angle 3$,∴$\angle 1=\angle 3$.

∵$\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E,

∴$\angle 5=\angle 4$.

∵$\angle DBE=\angle 3+\angle 4$,$\angle DEB=\angle 1+\angle 5$,

∴$\angle DBE=\angle DEB$,

∴$DB=DE$.

由(1)知 $BD=CD$,

∴$DB=DE=DC$.

∴B,E,C 三点在以 D 为圆心,以 DB 为半径的圆上.

2.5 直线与圆的位置关系

2.5.1 直线与圆的位置关系

课前预习

1. 两 一 2. < = >

课堂探究

【例1】思路导引:1. $\sqrt{2}$ 2. 1

解:由已知条件,得

$BO\perp AC$,$BO=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{2}$,

即点 B 到 AC 的距离为$\sqrt{2}$,与⊙B 的半径相等,

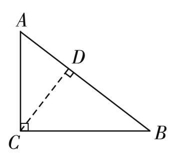
∴直线 AC 与⊙B 相切.

∵$EF/\!/AB$,$\angle ABC=90°$,

∴$BE\perp EF$,且 $BE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 2=1<\sqrt{2}$,

∴直线 EF 与⊙B 相交.

变式训练 1-1:B



变式训练 1-2:解:如图,作 $CD\perp AB$ 于 D,垂足为 D.

在 Rt△ABC 中,根据勾股定理得 $AB=5$,则

$CD=\frac{AC\cdot BC}{AB}=2.4$.

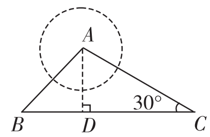
(1)当 $r=2$ 时,$2.4>2$,AB 和圆相离;

(2)当 $r=2.4$ 时,AB 和圆相切;

(3)当 $r=3$ 时,$2.4<3$,AB 和圆相交.

【例2】思路导引:1. 350 m 2. 300 m

解:过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D,垂足为 D.



∵$AC=700$ m,$\angle C=30°$,

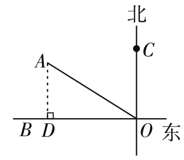
∴$AD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 700=350$(m).

∵350 m>300 m,

∴此公路不会穿过该公园.

变式训练 2-1:$\frac{17}{8}$

变式训练 2-2:解:过 A 作 $AD\perp OB$ 于 D,



则$\angle ADO=90°$,$\angle AOD=90°-60°=30°$,

$OA=60$ 海里,

∴$AD=\frac{1}{2}OA=30$ 海里.

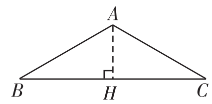
∵30>25,

∴渔船一直向正西方向航行,没有触礁的危险.

课堂达标

1. **A** 2. **C** 3. **B** 4. 相离 5. 4

6. **解:**直线 BC 与⊙A 相切.



证明如下:如图,作 $AH\perp BC$,垂足为 H.

∵△ABC 中,$\angle BAC=120°$,

$AB=AC$,$BC=4\sqrt{3}$,$AH\perp BC$,

∴$\angle AHB=90°$,$\angle B=30°$,$BH=2\sqrt{3}$.

在 Rt△AHB 中,$\tan B=\frac{AH}{BH}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

∴$AH=2$.

又知⊙A 以 A 为圆心,半径为 2,

∴AH 等于半径,

故直线 BC 与⊙A 相切.

课后提升

【基础达标】

1. **B** 2. **D** 3. **C** 4. **A** 5. **C** 6. **D**

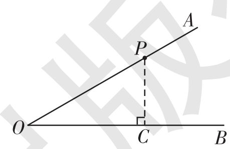
7. 相切 8. 2 或 8

【能力提升】

9. (1)1 (2)$1<d<3$

10. **解:**如图,过点 P 作 $PC\perp OB$,垂足为 C,

则$\angle OCP=90°$.



∵$\angle AOB=30°$,$OP=24$ cm,

∴$PC=\frac{1}{2}OP=12$ cm.

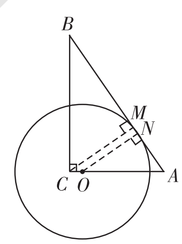
(1)当 $r=12$ cm 时,$r=PC$,

∴⊙P 与 OB 相切.

(2)当⊙P 与 OB 相离时,$r<PC$,

∴r 需满足的条件是 0 cm$<r<$12 cm.

11. **解:**(1)作 $CM\perp AB$,垂足为 M,如图所示.



在 Rt△ABC 中,

$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

∵$\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot CM$,

∴$CM=\frac{12}{5}$.

∵$\frac{12}{5}>2$,

∴此时⊙O 与直线 AB 相离.

(2)如图,作 $ON\perp AB$ 于 N,

$\therefore ON\parallel CM$,

$\therefore \triangle AON\backsim\triangle ACM$,

$\therefore \dfrac{AO}{AC}=\dfrac{ON}{CM}$.

设 $OC=x$,则 $AO=3-x$,

$\therefore \dfrac{3-x}{3}=\dfrac{2}{\frac{12}{5}}$,$\therefore x=0.5$,

$\therefore$当 $OC=0.5$ 时,$\odot O$ 与直线 AB 相切.

2.5.2 圆的切线

课前预习

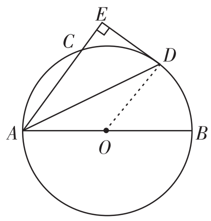
1.(1)外 垂直 (2)半径 (3)一

2.垂直

课堂探究

【例1】思路导引:1.垂直 2.$\angle BAD$

证明:如图,连接 OD.



$\because OA=OD$,

$\therefore \angle OAD=\angle ODA$.

$\because D$ 为 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点,$\therefore \overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BD}$,

$\therefore \angle CAD=\angle BAD$,

$\therefore \angle CAD=\angle ODA$,

$\therefore OD\parallel AE$.

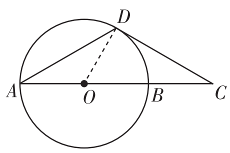
$\because DE\perp AE$,

$\therefore DE\perp OD$,

$\therefore DE$ 为$\odot O$ 的切线.

变式训练 1-1:**D**

变式训练 1-2:**证明:**如图,连接 OD.



$\because AD=CD$,$\angle C=30°$,

$\therefore \angle A=30°$,

$\therefore \angle DOB=2\angle A=60°$,

$\therefore \angle DOB+\angle C=90°$,

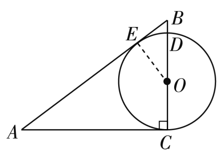
$\therefore \angle ODC=90°$,$\therefore DC$ 是$\odot O$ 的切线.

【例2】思路导引:1.$90°$ 2.$\angle BOC$

B

变式训练 2-1:**A**

变式训练 2-2:**解:**如图,连接 OE,则 $OE\perp AB$,$OE=OC$,



$\because AC\perp OC$,

$\therefore \triangle BEO\backsim\triangle BCA$,

$\therefore \dfrac{BO}{BA}=\dfrac{OE}{AC}$.

$\because \angle ACB=90°$,$AC=4$,$BC=3$,

$\therefore AB=5$,

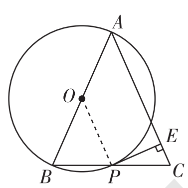
$\therefore \dfrac{3-OE}{5}=\dfrac{OE}{4}$,

$\therefore OE=\dfrac{4}{3}$,即$\odot O$ 的半径长为$\dfrac{4}{3}$.

课堂达标

1.**A** 2.**D** 3.$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ 4.$40°$

5.**证明:**如图,连接 OP.



$\because AB=AC$,$\therefore \angle B=\angle C$.

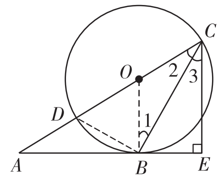
$\because OB=OP$,$\therefore \angle B=\angle OPB$.

$\therefore \angle OPB=\angle C$,$\therefore OP\parallel AC$.

$\because PE\perp AC$,$\therefore PE\perp OP$,

$\therefore PE$ 是$\odot O$ 的切线.

6.**解:**(1)如图,连接 OB.



$\because AB$ 是$\odot O$ 的切线,$\therefore OB\perp AB$.

$\because CE\perp AB$,$\therefore OB\parallel CE$,

$\therefore \angle 1=\angle 3$.

$\because OB=OC$,$\therefore \angle 1=\angle 2$,

$\therefore \angle 2=\angle 3$,$\therefore CB$ 平分$\angle ACE$.

(2)如图,连接 BD.

$\because CE\perp AB$,$\therefore \angle E=90°$,

$\therefore BC=\sqrt{BE^2+CE^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

$\because CD$ 是$\odot O$ 的直径,$\therefore \angle DBC=90°$,

$\therefore \angle E=\angle DBC$,$\therefore \triangle DBC\backsim\triangle BEC$,

$\therefore \dfrac{CD}{CB}=\dfrac{BC}{EC}$,

$\therefore CD=\dfrac{BC^2}{EC}=\dfrac{5^2}{4}=\dfrac{25}{4}$,

$\therefore OD=\dfrac{1}{2}CD=\dfrac{25}{8}$,

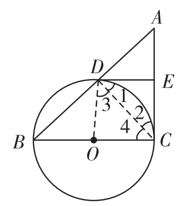
$\therefore \odot O$ 的半径为$\dfrac{25}{8}$.

课后提升

【基础达标】

1.**D** 2.**D** 3.**D** 4.**A** 5.**C** 6.**D** 7.$45°$ 8.16π

9.**解:**(1)如图,连接 CD.



$\because BC$ 是$\odot O$ 的直径,$\therefore \angle BDC=90°$,

即 $CD\perp AB$.

$\because AD=DB$,

$\therefore CD$ 是 AB 的垂直平分线,

$\therefore AC=BC=2OC=10$.

(2)如图,连接 OD.

由(1)易知$\angle ADC=90°$.

$\because E$ 为 AC 的中点,$\therefore DE=EC=\dfrac{1}{2}AC$,

$\therefore \angle 1=\angle 2$.

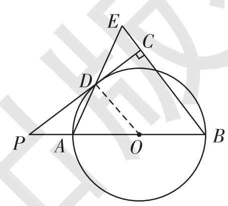
$\because OD=OC$,$\therefore \angle 3=\angle 4$.

$\because AC$ 切$\odot O$ 于点 C,$\therefore AC\perp OC$,

$\therefore \angle 1+\angle 3=\angle 2+\angle 4=90°$,即 $DE\perp OD$,

$\therefore ED$ 是$\odot O$ 的切线.

10.**解:**(1)如图,连接 OD.



$\because PD$ 切$\odot O$ 于点 D,$\therefore OD\perp PD$.

$\because BE\perp PC$,$\therefore OD\parallel BE$,

$\therefore \angle ADO=\angle E$.

$\because OA=OD$,$\therefore \angle OAD=\angle ADO$,

$\therefore \angle OAD=\angle E$,$\therefore AB=BE$.

(2)由(1)知,$OD\parallel BE$,

$\therefore \angle POD=\angle B$,

$\therefore \cos\angle POD=\cos B=\dfrac{3}{5}$.

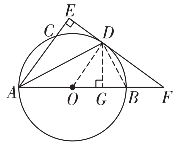
在 Rt$\triangle POD$ 中,$\cos\angle POD=\dfrac{OD}{OP}=\dfrac{OA}{2+OA}=\dfrac{3}{5}$,

$\therefore OA=3$,$\therefore \odot O$ 的半径为 3.

【能力提升】

11.**B**

12.**解:**(1)如图,连接 OD.



∵AD 平分$\angle CAB$，

∴$\angle OAD=\angle EAD$.

∵$OD=OA$，∴$\angle ODA=\angle OAD$.

∴$\angle ODA=\angle EAD$.

∴$OD/\!/AE$.

∴$\angle ODF=\angle AEF=90^\circ$.

又∵点 D 在⊙O 上，

∴EF 与⊙O 相切.

(2)连接 BD，作 $DG\perp AB$ 于 G.

∵AB 是⊙O 的直径，∴$\angle ADB=90^\circ$.

∵$AB=6$，$AD=4\sqrt{2}$，

∴$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=2$.

∵$OD=OB=3$，

设 $OG=x$，∴$BG=3-x$.

∵$OD^2-OG^2=BD^2-BG^2$，

∴$3^2-x^2=2^2-(3-x)^2$，解得 $x=\frac{7}{3}$，∴$OG=\frac{7}{3}$，

∴$DG=\sqrt{OD^2-OG^2}=\frac{4}{3}\sqrt{2}$.

∵AD 平分$\angle CAB$，$AE\perp DE$，$DG\perp AB$，

∴$DE=DG=\frac{4}{3}\sqrt{2}$，

∴$AE=\sqrt{AD^2-DE^2}=\frac{16}{3}$.

∵$OD/\!/AE$，∴$\triangle ODF\backsim\triangle AEF$，

∴$\frac{DF}{EF}=\frac{OD}{AE}$，即$\frac{EF-ED}{EF}=\frac{OD}{AE}$，

∴$\frac{EF-\frac{4}{3}\sqrt{2}}{EF}=\frac{3}{\frac{16}{3}}$，∴$EF=\frac{64}{21}\sqrt{2}$.

*2.5.3　切线长定理

课前预习

1. 切点

2. 相等　平分

课堂探究

【例1】思路导引：1. AD　BF　CD　2. OE　OD

2

变式训练 1－1：2

变式训练 1－2：**证明**：∵PA，PB 分别切⊙O 于 A，B，

∴$PA=PB$，$\angle APC=\angle BPC$.

又∵$PC=PC$，

∴$\triangle APC\cong\triangle BPC$.

∴$AC=BC$.

【例2】思路导引：1. AB　EC　2. 勾股

D

变式训练 2－1：44

变式训练 2－2：**C**

课堂达标

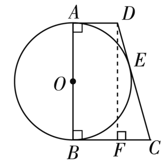
1. **D**　2. **D**　3. **B**　4. 65°　5. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

6. **解**：如图，过点 D 作 $DF\perp BC$ 于点 F.

∵AB 为⊙O 的直径，

$\angle DAB=\angle ABC=90^\circ$，

∴四边形 $ABFD$ 是矩形，AD 与 BC 是⊙O 的切线，



∴$DF=AB=2\sqrt{5}$，$BF=AD=2$.

∵DE 与⊙O 相切，

∴$DE=AD=2$，$CE=BC$.

设 $BC=x$，

则 $CF=BC-BF=x-2$，

$DC=DE+CE=2+x$.

在 Rt$\triangle DCF$ 中，$DC^2=CF^2+DF^2$，

即$(2+x)^2=(x-2)^2+(2\sqrt{5})^2$，

解得 $x=\frac{5}{2}$，即 $BC=\frac{5}{2}$.

课后提升

【基础达标】

1. **D**　2. **C**　3. **C**　4. **B**　5. **C**　6. $6\sqrt{3}$ cm　7. 99°　8. $\frac{2}{5}$

9. **解**：(1)∵PA，PB 是⊙O 的切线，

∴$AP=BP$.

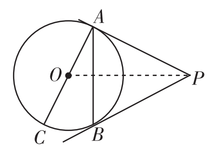
∵$\angle P=60^\circ$.

∴$\angle PAB=60^\circ$.

∵PA 是⊙O 的切线，

∴$\angle PAC=90^\circ$，

∴$\angle BAC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$.



(2)如图，连接 OP，则在 Rt$\triangle AOP$ 中，

$OA=2$，$\angle APO=30^\circ$，

∴$OP=4$，

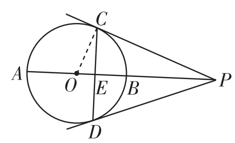
由勾股定理得 $AP=2\sqrt{3}$.

∵$AP=BP$，$\angle APB=60^\circ$，

∴$\triangle APB$ 是等边三角形，

∴$AB=AP=2\sqrt{3}$.

【能力提升】



10. **解**：如图，连接 OC.

∵PC，PD 分别切⊙O 于点 C，D，

∴$PC=PD$，

$\angle CPO=\angle DPO$，

∴$CD\perp AB$.

∵$CD=12$，

∴$DE=CE=\frac{1}{2}CD=6$.

∵$\tan\angle CPO=\frac{1}{2}$，

∴在 Rt$\triangle EPC$ 中，$PE=12$，

由勾股定理得 $CP=6\sqrt{5}$.

∵PC 切⊙O 于点 C，

∴$\angle OCP=90^\circ$.

在 Rt$\triangle OPC$ 中，

∵$\tan\angle CPO=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{OC}{PC}=\frac{1}{2}$，

∴$OC=3\sqrt{5}$，

∴$OP=\sqrt{OC^2+PC^2}=15$.

2.5.4　三角形的内切圆

课前预习

1. (1)相切　外切三角形　(2)内切圆

2. 角平分线　三条边

课堂探究

【例1】思路导引:$\angle CAB$　$\angle ABC$

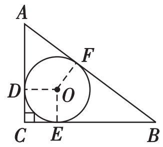
C

变式训练 1－1:**C**

变式训练 1－2:120°

【例2】思路导引:1.5　2.正方

解:由勾股定理得



$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$ cm.

如图,连接 OD,OE,OF.

∵⊙O 是△ABC 的内切圆,

∴$AD=AF$,$BE=BF$,$CD=CE$.

又 $OD=OE$,$\angle C=\angle ODC=\angle OEC=90°$,

∴四边形 $DCEO$ 是正方形,

∴$OD=OE=DC=CE$.

设⊙O 的半径是 r cm,

则 $AC-r+BC-r=AB$,

∴$3-r+4-r=5$,解得 $r=1$.

故内切圆的半径为 1 cm.

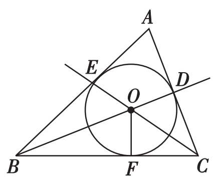
变式训练 2－1:2

变式训练 2－2:**B**

课堂达标

1.**B**　2.**C**　3.**C**　4.70°　5.2

6.**解**:如图,作出三角形的角平分线 BD,CE,交于点 O.



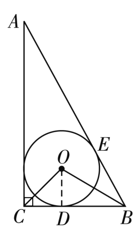
过 O 作 $OF\perp BC$ 于点 F,以 O 为圆心,OF 为半径作⊙O,即得所求的圆.

课后提升

【基础达标】

1.**D**　2.**B**　3.**B**　4.**D**　5.**A**　6.＜　7.5

8.**解**:如图,连接 OD,则 $OD=1$.



∵O 是△ABC 的内心,

∴CO 是 $\angle ACB$ 的平分线.

又∵$\angle ACB=90°$,

∴$\angle OCD=\frac{1}{2}\angle ACB=45°$.

∵OD 是过切点的半径,

∴$OD\perp BC$,

∴$\angle COD=\angle OCD=45°$,

∴$CD=OD=1$.

∵$\angle COB=105°$,

∴$\angle DOB=\angle COB-\angle COD=60°$.

在 Rt△OBD 中,

$\tan\angle BOD=\frac{DB}{OD}=\frac{DB}{1}=\sqrt{3}$,

∴$DB=\sqrt{3}$,

∴$BC=CD+DB=\sqrt{3}+1$.

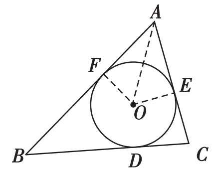
9.**解**:(1)∵△ABC 外切于⊙O,切点分别为点 D,E,F,

∴$BF=BD$,$CE=CD$,

∴$BF+CE=BD+CD=BC=7$.

(2)如图,连接 OE,OF,OA.

∵△ABC 外切于⊙O,切点分别为点 D,E,F,



∴$\angle OEA=90°$,

$\angle OAE=\frac{1}{2}\angle BAC=30°$,

∴$OA=2OE=2\sqrt{3}$.

由勾股定理得

$AE=AF=\sqrt{OA^2-OE^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=3$,

∴△ABC 的周长是

$AB+BC+AC=AF+AE+CE+BF+BC$

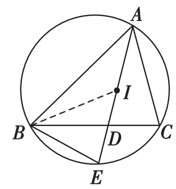
$=3+3+7+7=20$,

故△ABC 的周长是 20.

【能力提升】

10.**B**

11.**解**:(1)如图,连接 IB.



∵点 I 是△ABC 的内心,

∴$\angle BAD=\angle CAD$,

$\angle ABI=\angle IBD$.

又∵$\angle BIE=\angle BAD+\angle ABI=\angle CAD+\angle IBD=\angle DBE+\angle IBD=\angle IBE$,

∴$IE=BE$.

(2)在△BED 和△AEB 中,

$\angle EBD=\angle CAD=\angle DAB$,

$\angle BED=\angle AEB$.

∴△BED∽△AEB,

∴$\frac{BE}{AE}=\frac{DE}{BE}$.

∵$BE=IE=4$,$AE=8$,

∴$DE=\frac{BE^2}{AE}=2$.

2.6　弧长与扇形面积

课前预习

1.$\frac{n}{360}\cdot 2\pi r$　$\frac{n\pi r}{180}$

2.(2)$\frac{n\pi r^2}{360}$　$\frac{1}{2}lr$

课堂探究

【例1】思路导引:C　AC　$\angle ACA'$

D

变式训练 1－1:**B**

变式训练 1－2:6

【例2】思路导引:1.$S_{扇形OCD}$　2.120°

C

变式训练 2－1:**B**

变式训练 2－2:**D**

课堂达标

1.**C**　2.**B**　3.**D**　4.6π　5.4π

6.**解**:(1)∵四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形,

∴$\angle ABC+\angle D=180°$.

∵$\angle ABC=2\angle D$,

∴$\angle D+2\angle D=180°$,

∴$\angle D=60°$,

∴$\angle AOC=2\angle D=120°$.

∵$OA=OC$,

∴$\angle OCA=\angle OAC=30°$.

(2)∵$\angle COB=3\angle AOB$，

∴$\angle AOC=\angle AOB+3\angle AOB=120°$，

∴$\angle AOB=30°$，∴$\angle COB=90°$.

在 Rt△OCE 中，$OC=2\sqrt{3}$，

∴$OE=OC\cdot\tan\angle OCE=2\sqrt{3}\cdot\tan 30°=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2$，

∴$S_{\triangle OEC}=\frac{1}{2}OE\cdot OC=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$，

$S_{扇形OBC}=\frac{90\pi\times(2\sqrt{3})^2}{360}=3\pi$，

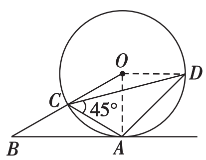
∴$S_{阴影}=S_{扇形OBC}-S_{\triangle OEC}=3\pi-2\sqrt{3}$.

课后提升

【基础达标】

1. **D**　2. **A**　3. **B**　4. **D**　5. **A**　6. **C**　7. $\frac{2\pi}{3}$　8. $\frac{3}{2}\pi$

9. **解**：如图，连接 OA，OD.



∵$\angle DCA=45°$，

∴$\angle AOD=90°$，

∴$\overset{\frown}{AD}$的长为$\frac{90\pi\times OA}{180}=\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$，

∴$OA=OD=\sqrt{2}$，

∴$AD=\sqrt{OA^2+OD^2}=\sqrt{4}=2$.

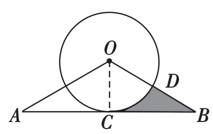
∵AB 为⊙O 的切线，

∴$OA\perp AB$，

∴C 为 Rt△AOB 斜边的中点.

∴$AC=OC=OA=\sqrt{2}$.

10. **解**：(1)如图，连接 OC，则 $OC\perp AB$.



又∵$OA=OB$，

∴$AC=BC=\frac{1}{2}AB$

$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$(cm).

在 Rt△AOC 中，

$OC=\sqrt{OA^2-AC^2}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=3$(cm).

∴⊙O 的半径为 3 cm.

(2)∵$OC=\frac{1}{2}OB$，

∴$\angle B=30°$，$\angle COD=60°$，

∴扇形 OCD 的面积为$\frac{60\times\pi\times3^2}{360}=\frac{3}{2}\pi$(cm²)，

∴阴影部分的面积为

$\frac{1}{2}OC\cdot CB-\frac{3}{2}\pi=\left(\frac{9\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}\pi\right)$(cm²).

【能力提升】

11. **解**：(1)∵AB 为直径，

∴$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ACD=90°$.

∵AD 为半圆 O 的切线，

∴$\angle BAD=90°$，

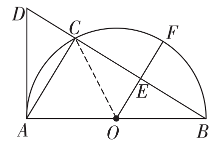
∴$\angle ACD=\angle BAD$.

又∵$\angle ADC=\angle BDA$，

∴△ADC∽△BDA.

(2)如图，连接 OC.

∵$OE/\!/AC$，



∴$OE\perp BC$，

∴$BE=EC=\sqrt{3}$.

在 Rt△OBE 中，设 $OB=x$，

则有 $x^2=(\sqrt{3})^2+(x-1)^2$，

∴$x=2$，

∴$OE=1$，

∴$\angle OBE=30°$，∴$\angle AOC=60°$，

∴$\overset{\frown}{AC}$的长为$\frac{60\pi\times2}{180}=\frac{2\pi}{3}$.

12. **解**：(1)∵直径 $AB\perp DE$，

∴$CE=\frac{1}{2}DE=\sqrt{3}$.

∵DE 平分 AO，

∴$CO=\frac{1}{2}AO=\frac{1}{2}OE$.

又∵$\angle OCE=90°$，

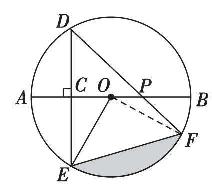
∴$\sin\angle CEO=\frac{CO}{EO}=\frac{1}{2}$，

∴$\angle CEO=30°$.

在 Rt△COE 中，$OE=\frac{CE}{\cos 30°}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2$，

∴⊙O 的半径为 2.

(2)如图，连接 OF.



在 Rt△DCP 中，

∵$\angle DPC=45°$，

∴$\angle D=90°-45°=45°$.

∴$\angle EOF=2\angle D=90°$.

∴$S_{扇形OEF}=\frac{90}{360}\times\pi\times2^2=\pi$.

∵$\angle EOF=90°$，$OE=OF=2$，

∴$S_{Rt\triangle OEF}=\frac{1}{2}OE\cdot OF=2$.

∴$S_{阴影}=S_{扇形OEF}-S_{Rt\triangle OEF}=\pi-2$.

2.7　正多边形与圆

课前预习

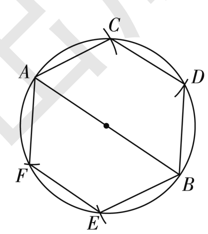
1. (1)相等　相等　(2)等分点　外接　(3)外接圆

2. (1)轴对称　n　中心　(2)偶　中心

课堂探究

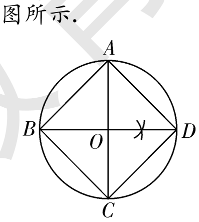
【例1】思路导引：1. 直径　2. $\frac{1}{2}AB$

解：如图所示，首先以 AB 为直径作圆，再以 AB 的一半为半径在圆上截取相等的弧，然后顺次连接六个等分点即可.



变式训练 1－1：4　90°

变式训练 1－2：**解**：如图所示.



【例2】思路导引：1. 30°　2. 一半

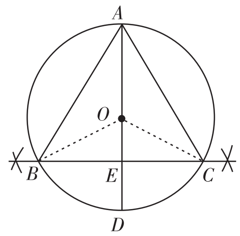
B

变式训练 2－1:**B**
变式训练 2－2:**C**

课堂达标

1. **A**　2. **A**　3. $\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$　4. $\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{3}$

5. **解**:两位同学的方法正确,如图所示.

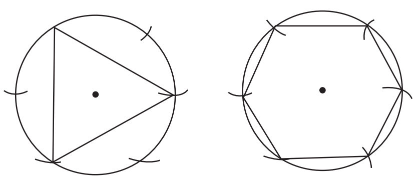


证明:连接 BO,CO.
∵BC 垂直平分 OD,
∴Rt△OEB 中,
$\cos\angle BOE=\frac{OE}{OB}=\frac{1}{2}$,
∴$\angle BOE=60°$.
由垂径定理得
$\angle COE=\angle BOE=60°$.
∵AD 为直径,
∴$\angle AOB=\angle AOC=120°$,
∴$AB=BC=CA$,
即△ABC 为等边三角形.

课后提升

【基础达标】

1. **B**　2. **A**　3. **D**　4. **B**　5. **D**　6. **C**
7. 72°　8. $\sqrt{2}:1$
9. **解**:如图所示(答案不唯一).



边长为 $\sqrt{3}r$　　边长为 r

【能力提升】

10. **B**
11. **解**:(1)如图 1,过点 D 作 $DF\perp AE$ 于点 F.

在 Rt△ADP 中,$AP=\sqrt{AD^2+DP^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

∵$S_{\triangle ADP}=\frac{1}{2}AD\cdot DP=\frac{1}{2}AP\cdot DF$,

∴$DF=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

∵$\overset{\frown}{AD}$的度数为 90°,

∴$\angle DEA=45°$,

∴$DE=\sqrt{2}DF=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

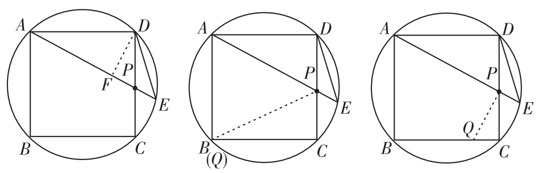


图1　　图2　　图3

(2)如图 2.

当 Rt△ADP∽Rt△QCP 时,由$\frac{AD}{QC}=\frac{DP}{CP}$,得$QC=1$.

即点 Q 与点 B 重合,∴$BQ=0$.

如图 3,当 Rt△ADP∽Rt△PCQ 时,

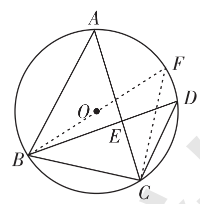
由$\frac{AD}{PC}=\frac{PD}{QC}$,得$QC=\frac{1}{4}$,

即 $BQ=BC-CQ=\frac{3}{4}$.

∴当 $BQ=0$ 或 $BQ=\frac{3}{4}$ 时,△ADP 与以点 Q,C,P 为顶点的三角形相似.

第 2 章　基础巩固与训练

1. **C**　2. **A**　3. **C**　4. **C**　5. **B**　6. **A**　7. **B**　8. **B**
9. 22.5°　10. 1　11. 81°　12. 3π　13. 105°
14. $4\pi-3\sqrt{3}$
15. **解**:(1)∵直径 $AB\perp CD$,
∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$,
∴$\angle BCD=\angle BAC=30°$.
(2)∵直径 $AB\perp CD$,$CD=6$ cm,
∴$CE=3$ cm.
在 Rt△ACE 中,$\angle A=30°$,
∴$AC=6$ cm.
∵AB 是直径,∴$\angle ACB=90°$.
在 Rt△ACB 中,$AB=\frac{AC}{\cos\angle A}$
$=\frac{6}{\cos 30°}$
$=4\sqrt{3}$(cm).
即⊙O 的直径为 $4\sqrt{3}$ cm.
16. **解**:(1)结论:△ABE∽△DCE.
证明:在△ABE 和△DCE 中,
∵$\angle A=\angle D$,$\angle AEB=\angle DEC$,
∴△ABE∽△DCE.
(2)如图,作⊙O 的直径 BF,连接 CF,



∴$\angle F=\angle D=45°$,$\angle BCF=90°$.
∴△BCF 是等腰直角三角形.
∴$FC=BC=2$,
∴$BF=2\sqrt{2}$.
∴$OB=\sqrt{2}$.
∴$S_{\odot O}=OB^2\cdot\pi=2\pi$.
17. **解**:(1)∵PA 为圆 O 的切线,且 AB 为直径,
∴$\angle PAO=90°$,$\angle C=90°$,
∴$\angle PAC+\angle BAC=90°$,$\angle B+\angle BAC=90°$,
∴$\angle PAC=\angle B$.
(2)在 Rt△ACB 中,根据勾股定理得
$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=8$.
由(1)得$\angle PAC=\angle B$.
∵$OP\perp AC$,∴$\angle ADP=\angle C=90°$,
∴△PAD∽△ABC,
∴$PA:AB=AD:BC$.
∵$AC\perp OD$,∴$AD=CD=4$,
∴$PA=\frac{AB\cdot AD}{BC}=\frac{10\times 4}{6}=\frac{20}{3}$.
18. **解**:(1)BC 与⊙O 相切.理由如下:
∵$OA=OB$,∴$\angle A=\angle OBA$.
∵$PC=BC$,
∴$\angle CBP=\angle BPC$.

$\because \angle OPA=\angle BPC$，$\angle A+\angle OPA=90^\circ$，

$\therefore \angle OBP+\angle CBP=90^\circ$，即 $\angle OBC=90^\circ$.

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) $\because \tan A=\dfrac{OP}{OA}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore$ 设 $OP=x$，则 $OA=3x$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle OBC$ 中，$(x+8)^2=(3x)^2+8^2$.

解得 $x=2$，则 $OA=6$.

$\therefore \odot O$ 的半径是 6.

19. **解**：(1) $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

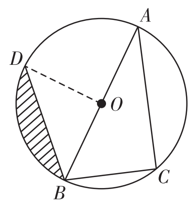
$\therefore \angle ACB=90^\circ$.

$\because BC=6\text{ cm}$，$AC=8\text{ cm}$，

$\therefore AB=10\text{ cm}$.

$\therefore OB=5\text{ cm}$.

连接 OD，如图所示.



$\because OD=OB$，

$\therefore \angle ODB=\angle ABD=45^\circ$.

$\therefore \angle BOD=90^\circ$.

$\therefore BD=\sqrt{OB^2+OD^2}=5\sqrt{2}\,(\text{cm})$.

(2) $S_{阴影}=S_{扇形}-S_{\triangle OBD}$

$=\dfrac{90}{360}\pi\times 5^2-\dfrac{1}{2}\times 5\times 5$

$=\dfrac{25\pi-50}{4}\,(\text{cm}^2)$.

20. **解**：(1) $\because \angle ACB=90^\circ$，且 $\angle ACB$ 为 $\odot O$ 的圆周角，

$\therefore AD$ 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AED=90^\circ$.

又 AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线，

$\therefore \angle CAD=\angle EAD$，

$\therefore CD=DE$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ACD$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle AED$ 中，

$\begin{cases} CD=ED, \\ AD=AD, \end{cases}$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ACD\cong \mathrm{Rt}\triangle AED\,(\mathrm{HL})$，

$\therefore AC=AE$.

(2) $\because \triangle ABC$ 为直角三角形，且 $AC=5$，$CB=12$，

$\therefore$ 根据勾股定理得

$AB=\sqrt{5^2+12^2}=13$.

由(1)得到 $\angle AED=90^\circ$，

则有 $\angle BED=90^\circ$.

设 $CD=DE=x$，

则 $DB=BC-CD=12-x$，$EB=AB-AE=AB-AC=13-5=8$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BED$ 中，根据勾股定理得

$BD^2=BE^2+ED^2$，

即 $(12-x)^2=x^2+8^2$，

解得 $x=\dfrac{10}{3}$，

$\therefore CD=\dfrac{10}{3}$，又 $\because AC=5$，$\triangle ACD$ 为直角三角形，

$\therefore$ 根据勾股定理得

$AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\dfrac{5\sqrt{13}}{3}$.

21. **解**：(1) 如图 1，连接 OD，OE，ED.

$\because BC$ 与 $\odot O$ 相切于点 D，

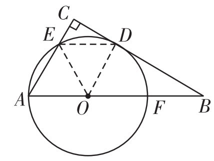


图1

$\therefore OD\perp BC$，

$\therefore \angle ODB=90^\circ=\angle C$，

$\therefore OD\parallel AC$.

$\because \angle B=30^\circ$，

$\therefore \angle A=60^\circ$.

$\because OA=OE$，

$\therefore \triangle AOE$ 是等边三角形.

$\therefore AE=AO=OD$，

$\therefore$ 四边形 $AODE$ 是平行四边形，

$\because OA=OD$，

$\therefore$ 四边形 $AODE$ 是菱形.

(2) 如图 2，连接 OD，DF.

设 $\odot O$ 的半径为 r.

$\because OD\parallel AC$，

$\therefore \triangle OBD\backsim\triangle ABC$.

$\therefore \dfrac{OD}{AC}=\dfrac{OB}{AB}$，即 $10r=6(10-r)$.

解得 $r=\dfrac{15}{4}$，

$\therefore \odot O$ 的半径为 $\dfrac{15}{4}$.

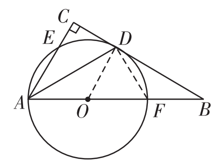


图2

$\because OD\parallel AC$，

$\therefore \angle DAC=\angle ADO$.

$\because OA=OD$，

$\therefore \angle ADO=\angle DAO$，

$\therefore \angle DAC=\angle DAO$.

$\because AF$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADF=90^\circ=\angle C$，

$\therefore \triangle ADC\backsim\triangle AFD$，

$\therefore \dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AF}{AD}$，

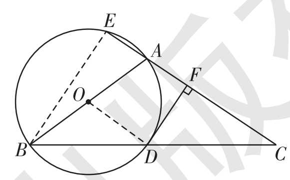
$\therefore AD^2=AC\cdot AF$.

$\because AC=6$，$AF=\dfrac{15}{4}\times 2=\dfrac{15}{2}$，

$\therefore AD^2=\dfrac{15}{2}\times 6=45$，

$\therefore AD=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$.

22. **解**：(1) 如图，连接 OD.



$\because OB=OD$，

$\therefore \angle OBD=\angle ODB$.

$\because AB=AC$，$\therefore \angle OBD=\angle C$，

$\therefore \angle ODB=\angle C$，$\therefore OD\parallel AC$.

$\because DF\perp AC$，$\therefore OD\perp DF$，

$\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 如图，连接 BE.

$\because AB$ 是直径，$\therefore \angle AEB=90^\circ$.

$\because AB=AC$，$AC=3AE$，$\therefore AB=3AE$，$CE=4AE$，

$\therefore BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=2\sqrt{2}AE$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle BEC$ 中，$\tan C=\dfrac{BE}{CE}=\dfrac{2\sqrt{2}AE}{4AE}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

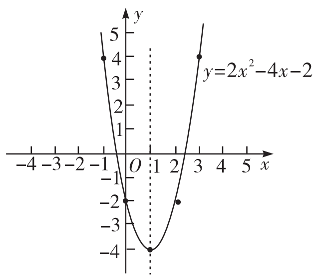
综合训练一　第 1～2 章

1. **D**　2. **C**　3. **D**　4. **A**　5. **B**　6. **A**　7. **C**　8. **B**　9. **B**　10. **A**

11. -2　12. -2　13. 29°　14. 16　15. $y=-x^2+2x+3$

16. 2　17. 10　18. $2\pi+6$

19. **解**:(1)作出函数图象如图所示.



(2)$\because y=2x^2-4x-2$

$=2(x^2-2x+1)-4$

$=2(x-1)^2-4$,

$\therefore$对称轴为直线 $x=1$,

顶点坐标为$(1,-4)$.

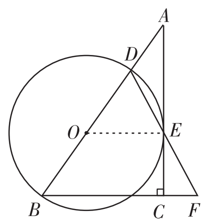
令 $y=0$,

则 $2x^2-4x-2=0$,

解得 $x_1=1+\sqrt{2}$,$x_2=1-\sqrt{2}$,

$\therefore$与 x 轴的交点坐标为$(1+\sqrt{2},0)$,$(1-\sqrt{2},0)$.

20. **证明**:如图,连接 OE.



$\because$以 BD 为直径的$\odot O$ 与边 AC 相切于点 E,

$\therefore OE\perp AC$,

$\therefore \angle AEO=90^\circ$.

$\because \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore OE/\!/BC$,

$\therefore \angle OED=\angle F$.

又$\because OD=OE$,

$\therefore \angle OED=\angle ODE$,

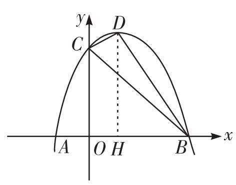
$\therefore \angle ODE=\angle F$,$\therefore BD=BF$.

21. **解**:(1)根据题意得

$\begin{cases}a-b+c=0,\\9a+3b+c=0,\\c=3,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-1,\\b=2,\\c=3,\end{cases}$

$\therefore$抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.

(2)如图,作 $DH\perp x$ 轴于点 H.



$\because y=-x^2+2x+3$

$=-(x-1)^2+4$,

$\therefore$顶点 D 的坐标为$(1,4)$,

$\therefore S_{\triangle BCD}=S_{四边形OCDB}-S_{\triangle OBC}$

$=S_{\triangle BDH}+S_{梯形OCDH}-S_{\triangle OBC}$

$=\frac{1}{2}\times(3-1)\times4+\frac{1}{2}\times(3+4)\times1-\frac{1}{2}\times3\times3$

$=3$.

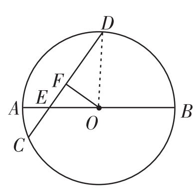
22. **解**:(1)$\because BO=\frac{1}{2}(AE+BE)=\frac{1}{2}\times(1+5)=3$,

$\therefore OE=3-1=2$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle EFO$ 中,

$\because \angle OEF=30^\circ$,$\therefore OF=1$,

即点 O 到 CD 的距离为 1.



(2)连接 OD,如图.

在 $\mathrm{Rt}\triangle DFO$ 中,$OD=3$,

$\therefore DF=\sqrt{OD^2-OF^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$.

$\because OF\perp CD$,

$\therefore CD=2DF=4\sqrt{2}$,

$\therefore CD$ 的长为 $4\sqrt{2}$.

23. **解**:(1)由题意得 $BC=36-2x$,

$\therefore S=x(36-2x)=-2x^2+36x$.

由$\begin{cases}36-2x>x,\\36-2x\leqslant20,\end{cases}$解得 $8\leqslant x<12$.

$\therefore S=-2x^2+36x(8\leqslant x<12)$.

(2)若 $-2x^2+36x=154$,

则 $2x^2-36x+154=0$,

$\therefore x^2-18x+77=0$,$(x-7)(x-11)=0$,

解得 $x_1=7$,$x_2=11$.

$\because 8\leqslant x<12$,$\therefore x=11$.

故所围花圃的面积能是 154 m^2,x 的值为 11.

24. **解**:(1)$\because\triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore AC=BC$.

又$\because AC=CD$,

$\therefore AC=BC=CD$,

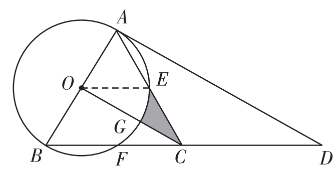
$\therefore$点 A,B,D 在以 C 为圆心,BD 为直径的圆上,

$\therefore\triangle ABD$ 为直角三角形,且 $AB\perp AD$.

$\because AB$ 为直径,

$\therefore AD$ 是$\odot O$ 的切线.

(2)如图,连接 OE.



$\because OA=OE$,

$\angle BAC=60^\circ$,

$\therefore\triangle OAE$ 是等边三角形,

$\therefore \angle AOE=60^\circ$.

$\because CB=CA$,$OA=OB$,

$\therefore CO\perp AB$,

$\therefore \angle AOC=90^\circ$,

$\therefore \angle EOC=30^\circ$.

$\because\triangle ABC$ 是边长为 4 的等边三角形,

$\therefore AO=2$,由勾股定理得:$OC=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$.

同理,等边三角形 AOE 边 AO 上的高是 $\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$,

$S_{阴影}=S_{\triangle AOC}-S_{\triangle AOE}-S_{扇形EOG}$

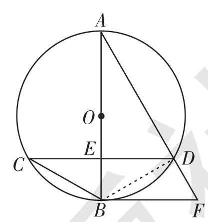
$=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}-\frac{30\pi\times2^2}{360}$

$=\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$.

25. **解**:(1)$\because BF$ 是$\odot O$ 的切线,$\therefore AB\perp BF$.

$\because AB\perp CD$,$\therefore CD/\!/BF$.

(2)如图,连接 BD.



$\because AB$ 是直径,$\therefore \angle ADB=90^\circ$.

$\because \angle BCD=\angle BAD$,$\cos\angle BCD=\frac{3}{4}$,

$\therefore \cos\angle BAD=\frac{AD}{AB}=\frac{3}{4}$.

又$\because AD=3$,$\therefore AB=4$,

$\therefore\odot O$ 的半径为 2.

(3)$\because \angle BCD=\angle DAE$,

$\therefore \cos\angle BCD=\cos\angle DAE=\frac{AE}{AD}=\frac{3}{4}$.

$\because AD=3$,

$\therefore AE=3\times\frac{3}{4}=\frac{9}{4}$,

$\therefore ED=\sqrt{3^2-\left(\frac{9}{4}\right)^2}=\frac{3\sqrt{7}}{4}$,

$\therefore CD=2ED=\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

26. **解**:(1)当 $x=0$ 时,$y=-\frac{1}{4}\times0+4=4$,

$\therefore$隧道的最大高度为 6 m.

当 $y=0$ 时,$-\frac{1}{4}x^2+4=0$,解得 $x=\pm4$,

$\therefore$隧道的宽度为 8 m.

(2)$\because$卡车高 4 m,矩形的宽是 2 m,

∴货车有 2 m 在矩形上面.

当 $y=2$ 时,$2=-\frac{1}{4}x^2+4$,解得 $x=\pm2\sqrt{2}$,

∴此时可通过物体的宽度为

$2\sqrt{2}-(-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}>2$,

∴该卡车能通过.

(3)由(2)可知,当 $y=2$ 时,$x=\pm2\sqrt{2}$.

∵$2\sqrt{2}>2$,∴该卡车能通过.

第 3 章　投影与视图

3.1　投　影

课前预习

1.(1)投影　(3)平面

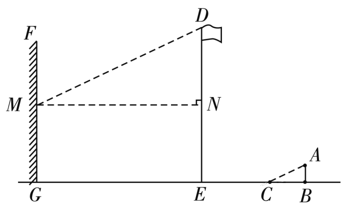
2.(1)平行　正投影　(2)一点

课堂探究

【例1】思路导引:2.平行线

解:(1)如图,连接 AC,过点 D 作 $DM/\!/AC$,

则线段 MG 和 GE 就表示旗杆在阳光下形成的影子.



(2)过点 M 作 $MN\perp DE$ 于点 N,

设旗杆的影子落在墙上的长度为 x m,

由题意得$\triangle DMN\backsim\triangle ACB$,

∴$\frac{DN}{AB}=\frac{MN}{CB}$.

又∵$AB=1.6$,$BC=2.4$,$DN=DE-NE=15-x$,

∴$\frac{15-x}{1.6}=\frac{16}{2.4}$,解得 $x=\frac{13}{3}$.

答:旗杆的影子落在墙上的长度为$\frac{13}{3}$ m.

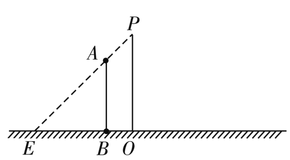
变式训练 1－1:**B**

变式训练 1－2:**B**

【例2】思路导引:短　长

解:(1)当小亮由 B 处沿 BO 所在方向行走到达 O 处的过程中,他在地面上的影子长度变短.

(2)如图所示,BE 即为所求.



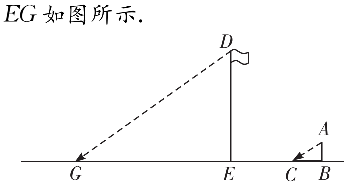
变式训练 2－1:**B**

变式训练 2－2:1.8

课堂达标

1.**A**　2.**C**　3.6

4.**解**:(1)影子 EG 如图所示.



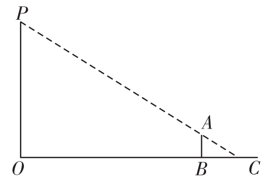
(2)∵$DG/\!/AC$,∴$\angle DGE=\angle ACB$.

又∵$\angle DEG=\angle ABC=90°$,∴$\triangle ABC\backsim\triangle DEG$,

∴$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EG}$,即$\frac{1.6}{DE}=\frac{2.4}{16}$,解得 $DE=\frac{32}{3}$,

∴旗杆的高度为$\frac{32}{3}$ m.

5.**解**:(1)如图所示,线段 BC 即为所求.



(2)∵$PO/\!/AB$,

∴$\triangle CAB\backsim\triangle CPO$,

∴$\frac{CB}{CO}=\frac{AB}{PO}$.

设 BC 的长为 x m,则$\frac{x}{x+12}=\frac{1.5}{9}$,

∴$x=2.4$.

答:小丽的影子的长度是 2.4 m.

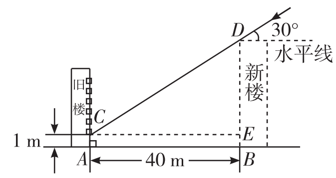
课后提升

【基础达标】

1.**D**　2.**A**　3.**B**　4.**B**　5.**D**　6.**D**

7.$4\sqrt{3}$　8.$\frac{\sqrt{5}}{5}$

9.**解**:如图,过点 C 作 $CE\perp BD$ 于点 E.



∵$AB=40$ m,

∴$CE=40$ m.

∵阳光入射角为 30°,

∴$\angle DCE=30°$.

在 Rt$\triangle DCE$ 中,$\tan\angle DCE=\frac{DE}{CE}$,∴$\frac{DE}{40}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

∴$DE=\frac{40\sqrt{3}}{3}$ m.

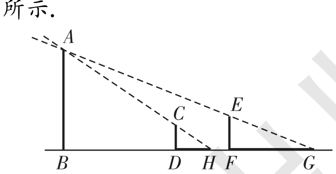
∵$AC=BE=1$ m,

∴$DB=BE+ED=1+\frac{40\sqrt{3}}{3}=\frac{3+40\sqrt{3}}{3}$(m).

答:新建楼房最高为$\frac{3+40\sqrt{3}}{3}$ m.

【能力提升】

10.**解**:(1)如图所示.



(2)由 $EF/\!/AB$,可得$\triangle GEF\backsim\triangle GAB$,

所以$\frac{EF}{AB}=\frac{FG}{BG}$,

可得 $AB=\frac{EF\cdot BG}{FG}=\frac{1.6\times(8+4)}{4}=4.8$(m).

答:灯杆 AB 的长是 4.8 m.

3.2　直棱柱、圆锥的侧面展开图

课前预习

1.(1)底面　矩　侧面

(2)边数　四

(3)矩形　底面周长　侧棱长

2.(1)圆　高　母线

(2)扇形　母线长　周长

课堂探究

【例1】思路导引:1. 长×宽×高

2. $(x+4)$　$\frac{14-2x}{2}$或$\frac{13-(x+4)}{2}$

解:设长方体盒子的宽为 x cm,则长为$(x+4)$ cm,

由题图可得 $14-2x=13-(x+4)$,

解得 $x=5$,

则长为 $5+4=9$(cm),高为$\frac{14-2\times5}{2}=2$(cm),

体积为 $5\times9\times2=90(\text{cm}^3)$.

故长方体的体积为 90 cm^3.

变式训练 1-1:**C**

变式训练 1-2:长方体　6

【例2】思路导引:1. 40　20π　底面积　2. 两点之间线段最短

解:(1)由题意,可得圆锥的母线 $SA=\sqrt{AO^2+SO^2}=40$ cm,

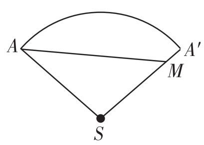
圆锥的侧面展开扇形的弧长 $l=2\pi\cdot OA=20\pi$ cm.

$\therefore S_{侧}=\frac{1}{2}l\cdot SA=400\pi\ \text{cm}^2$,

$S_{底}=\pi\cdot AO^2=100\pi\ \text{cm}^2$,

$\therefore S_{全}=S_{侧}+S_{底}=(400+100)\pi=500\pi\ \text{cm}^2$.

(2)沿母线 SA 将圆锥的侧面展开,如图,则线段 AM 的长就是蚂蚁所走的最短距离.



由(1)知,$SA=40$ cm,

$\overset{\frown}{AA'}$的长为 20π cm,

设$\angle S=n°$,

$\therefore\frac{n\pi\times40}{180}=20\pi$,

$\therefore n=90$,即$\angle S=90°$.

$\because SA'=SA=40$ cm,$SM=3A'M$,

$\therefore SM=30$ cm.

在 Rt△ASM 中,由勾股定理得 $AM=50$ cm,

∴蚂蚁所走的最短距离是 50 cm.

变式训练 2-1:**B**

变式训练 2-2:$6\sqrt{2}$

课堂达标

1. **D**　2. 圆锥　3. 88

4. 解:设长方体的高为 x cm,

则长为$(13-2x)$ cm,宽为$\frac{1}{2}(14-2x)$ cm.

由题意得,

$\left[(13-2x)\times\frac{1}{2}(14-2x)+\frac{1}{2}(14-2x)x+x(13-2x)\right]\times2=146$,

整理得,$x^2+7x-18=0$

解得 $x_1=2$,$x_2=-9$(舍去),

∴长为 9 cm,宽为 5 cm.

长方体的体积为 $9\times5\times2=90(\text{cm}^3)$.

答:这个包装盒的体积为 90 cm^3.

5. 解:设该纸杯的底面半径为 R,圆锥的高度为 h,由题意可得

$2\pi R=\frac{120\pi\times24}{180}$,

解得 $R=8$ cm.

$\therefore h=\sqrt{24^2-8^2}=16\sqrt{2}$(cm),

∴该纸杯的底面半径为 8 cm,高为$16\sqrt{2}$ cm.

课后提升

【基础达标】

1. **A**　2. **A**　3. **C**　4. **C**

5. $8\sqrt{2}\pi$　6. 144 或 384π　7. 6　8. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

9. 解:(1)长方体.

(2)由展开图可知,这个长方体的长、宽、高是 $2a$,a,b,

∴表面积 $S=2ab\times2+2\times2a\times a+2\times a\times b$

$=4ab+4a^2+2ab=6ab+4a^2$.

当 $a=1$,$b=4$ 时,$S=6\times1\times4+4\times1^2=28$.

10. 解:设圆锥的底面半径为 r,母线长为 l,

$\therefore2\pi r=\frac{180\pi l}{180}$,即 $2r=l$,

∴在 Rt△AOB 中,$AB=2OB$,

$\therefore\angle BAO=30°$.

【能力提升】

11. 解:(1)$\because\angle A=60°$,$\angle ADB=90°$,

$\therefore\angle ABD=30°$.

$\because\angle ABC=90°$,

$\therefore\angle CBD=60°$.

$\because CB=CD$,

∴△CBD 为等边三角形,$\angle C=60°$.

∵Rt△ADB 中,$\angle ABD=30°$,$AD=\sqrt{3}$,

$\therefore AB=2\sqrt{3}$,$BD=3$.

$\therefore CD=CB=3$,

∴扇形的面积为$\frac{60}{360}\times\pi\times3^2=\frac{3}{2}\pi$.

△BCD 的面积为$\frac{1}{2}\times3\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

$\therefore S_{阴影}=S_{扇形}-S_{\triangle BCD}=\frac{3}{2}\pi-\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

(2)设圆锥底面半径为 r,$\therefore2\pi r=\frac{60\pi\times3}{180}$,$\therefore r=\frac{1}{2}$.

12. 解:(1)设圆心角为 $n°$,

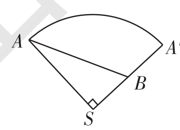
则 $2\pi\times10=\frac{n\pi\times40}{180}$,解得 $n=90$,

表面积=侧面积+底面积

$=\frac{90\pi\times40^2}{360}+\pi\times10^2=500\pi(\text{cm}^2)$,

即圆心角等于 90°,表面积等于 500π cm^2.

(2)由圆锥的侧面展开图可知,甲虫从 A 点出发沿着圆锥侧面绕行到母线 SA 的中点 B 所走的最短路线长是线段 AB 的长,



在 Rt△ASB 中,$SA=40$ cm,$SB=20$ cm,

$\therefore AB=20\sqrt{5}$ cm,

∴甲虫走的最短路线的长度是 $20\sqrt{5}$ cm.

3.3　三视图

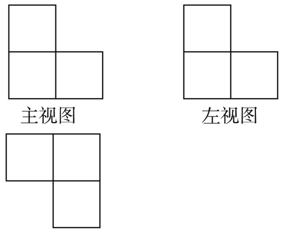
课前预习

1. (1)前往后　(2)左往右　(3)上往下

课堂探究

【例1】思路导引:2,1　2,1　1,2

解:如图所示.



主视图　左视图　俯视图

变式训练 1－1:**B**

变式训练 1－2:$\frac{875}{3}\pi$

【例2】思路导引:1. 圆锥　2 cm　$2\sqrt{3}$ cm　4 cm

2. 侧面积　底面积

解:由三视图可知,该几何体是圆锥,

圆锥的高为$2\sqrt{3}$ cm,底面半径为2 cm,

∴圆锥的母线长为 4 cm,

∴圆锥的全面积$=\pi\times2^2+\frac{1}{2}\times4\pi\times4=12\pi\approx37.7$(cm²).

变式训练 2－1:**D**

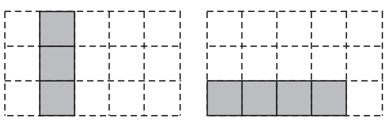
变式训练 2－2:**D**

课堂达标

1. **D**　2. **D**　3. **C**　4. 0.65

5. 解:(1)该几何体的表面积(含下底面)为 26 cm².

(2)如图所示.



左视图　俯视图

6. 解:该几何体的形状是直四棱柱.

由三视图可知,棱柱底面菱形的对角线长分别为 4 cm 和 3 cm,

∴菱形的边长为$\frac{5}{2}$ cm.

棱柱的侧面积$=\frac{5}{2}\times4\times8=80$(cm²),

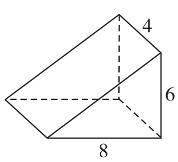
棱柱的体积$=\frac{1}{2}\times3\times4\times8=48$(cm³).

课后提升

【基础达标】

1. **B**　2. **B**　3. **A**　4. **C**　5. **C**　6. 8π　7. $4\sqrt{2}$　8. 19　48

9. 解:根据三视图可以得出此物体是三棱柱,如图所示.



所以 $S_{表}=6\times8+4\times6+4\times8+4\times10$
$=144$(cm²),

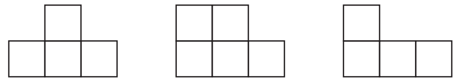
$V=\frac{1}{2}\times6\times8\times4=96$(cm³).

10. 解:(1)由俯视图易得最底层有 3 个小正方体,

第二层最少有 1 个小正方体,最多有 2 个小正方体,

所以组成这个物体的小正方体的个数是 4 或 5.

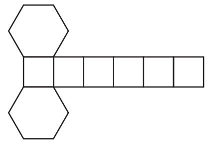
(2)从左面看得到从左往右 3 列正方形的个数依次为 2,2,1 或 2,1,1 或 1,2,1,此物体的左视图可能为:



【能力提升】

11. 解:(1)正六棱柱.

(2)如图所示.



(3)由三视图可知,正六棱柱的侧面是边长为 5 的正方形,上下底面是边长为 5 的正六边形,

侧面积:$6\times5\times5=150$(cm²),

底面积:$2\times6\times\frac{1}{2}\times\frac{5\sqrt{3}}{2}\times5=75\sqrt{3}$(cm²),

故制作这样一个纸盒所需纸板的面积为

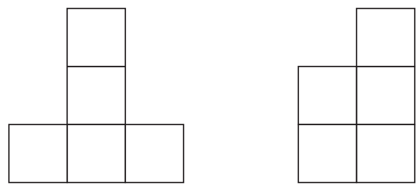
$150+75\sqrt{3}=75(2+\sqrt{3})\approx280$(cm²).

第 3 章　基础巩固与训练

1. **C**　2. **A**　3. **B**　4. **A**　5. **B**　6. **A**　7. **C**　8. **C**

9. 4　10. 5　11. $4\pi+4$　12. 6　13. 4π　14. $2\sqrt{5}$

15. 解:如图.



主视图　左视图

16. 解:设 AC 的宽为 x m 时,太阳光恰恰不能直接射入室内.

根据题意得:$\angle ACB=60^\circ$,且 $AB=1.5$ m,

∴$x=AC=\frac{AB}{\tan 60^\circ}=\frac{1.5}{\sqrt{3}}$,得 $x=\frac{\sqrt{3}}{2}\approx0.866$.

故 AC 的宽小于 0.866 m 时,太阳光这时能直接射入室内.

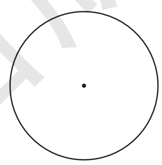
17. 解:有两种可能.

由主视图可得,这个几何体共有 3 层;由俯视图可得,第一层小立方块的个数为 4,由主视图可得第二层最少为 2 块,最多为 3 块,第三层只有 1 块.

故最多需要 3＋4＋1＝8 块小立方块,

最少需要 2＋4＋1＝7 块小立方块.

18. 解:(1)画出俯视图,如图所示.



(2)∵$EO_1=6$ m,$OO_1=4$ m,

∴$EO=EO_1-OO_1=6-4=2$(m).

∵$AD=BC=8$ m,

∴$OA=OD=4$ m.

在 Rt△AOE 中,

$\tan\angle EAO=\frac{EO}{OA}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$,

∴$\angle EAO\approx26.6^\circ$.

19. 解:小明的判断是正确的.

由题意可知 $AE=BF=DB=2$ m,$\angle D=45^\circ$,

$PD=PO$,$AC=1$ m,$AB=4$ m.

设 $PA=x$ m,则 $PC=(x+1)$m,$PO=PD=(6+x)$m.

∵$\triangle DBF\backsim\triangle DPO$,$\triangle CAE\backsim\triangle CPO$,

$\therefore \frac{BF}{PO}=\frac{DB}{DP}, \frac{AE}{PO}=\frac{CA}{CP}$.

又$\because BF=AE$,

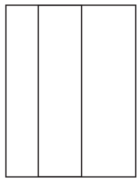
$\therefore \frac{DB}{DP}=\frac{CA}{CP}$,即$\frac{2}{6+x}=\frac{1}{x+1}$,解得 $x=4$,

$\therefore PO=6+x=10$ (m).

即路灯的高为 10 m.

20. **解**:(1)这个几何体是三棱柱.

(2)它的侧面展开图如图所示.



(3)这个几何体所有棱长之和为

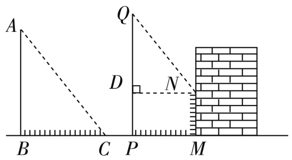
$(3+4+5)\times2+15\times3=69$(cm),

表面积为 $2\times\frac{1}{2}\times3\times4+(3+4+5)\times15=$

$192(cm^2)$,

体积为$\frac{1}{2}\times3\times4\times15=90(cm^3)$.

21. **解**:如图,过点 N 作 $ND\perp PQ$.



$\therefore \angle ABC=\angle QDN=90°$.

又$\angle A=\angle Q$,

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle QDN$,

$\therefore \frac{AB}{BC}=\frac{QD}{DN}$,即$\frac{2}{1.6}=\frac{QD}{1.2}$,

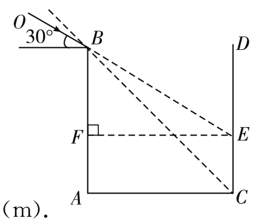
$\therefore QD=1.5$ m.

又 $PD=MN$,

$\therefore PQ=QD+PD=1.5+0.8=2.3$(m).

答:木杆 PQ 的长度为 2.3 m.

22. **解**:(1)如图,延长 OB 交 DC 于 E,作 $EF\perp AB$ 于点 F.



在 Rt$\triangle BEF$ 中,

$\because EF=AC=30$ m,

$\angle FEB=30°$,

$\therefore BF=EF\cdot\tan30°=10\sqrt{3}\approx17.3$(m).

因此,$EC\approx30-17.3=12.7$(m).

(2)当甲楼的影子刚好落在点 C 处时,$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

因此,当太阳光与水平线的夹角为 45°时,甲楼的影子刚好不落在乙楼的墙上.

第 4 章　概　率

4.1　随机事件与可能性

课前预习

1. 必然　不可能

2. 大小　不同

课堂探究

【例1】思路导引:必然　不可能　随机

D

变式训练 1-1:**D**

变式训练 1-2:必然

【例2】思路导引:1. <　2. <

解:分数减小的可能性大

变式训练 2-1:**D**

变式训练 2-2:一样

课堂达标

1. **C**　2. **A**　3. $\frac{1}{2}$　4. 随机

5. **解**:题图中共有 24 个方格,其中黑色方格 9 个,白色方格 15 个,白色方格的数量大于黑色方格的数量,所以停在白色方格上的可能性较大.

课后提升

【基础达标】

1. **B**　2. **D**　3. **D**　4. **C**　5. **C**　6. 随机事件

7. (1)(3)(5)　(2)(4)(6)(7)　8. 5　9. (1)(3)(4)

【能力提升】

10. **解**:(1)由题意分析可得,要使他两次数字之和为 100,则第二次必须转到 95,因为总共有 20 个数字,所以他两次数字之和为 100 的可能性为$\frac{1}{20}$.

(2)由题意分析可得,转到数字 35 以上就会"爆掉",共有 13 种情况,因为总共有 20 个数字,所以"爆掉"的可能性为$\frac{13}{20}$.

4.2　概率及其计算

4.2.1　概率的概念

课前预习

1. 可能性大小

2. (1)相等　$\frac{m}{n}$　事件 A　所有可能出现的　(2)1　0

课堂探究

【例1】思路导引:5　2　$\frac{2}{5}$

B

变式训练 1-1:**B**

变式训练 1-2:**C**

【例2】思路导引:1. 中心　面积

2. 阴影部分　平行四边形

C

变式训练 2-1:**D**

变式训练 2-2:**B**

课堂达标

1. **D**　2. **C**　3. **D**　4. $\frac{1}{4}$

5. **解**:(1)根据题意分析可得:转盘被等分成 8 个扇形,并在上面依次标有数字 1,2,3,4,5,6,7,8;正好能被 8 整除的有 1 个,故自由转动转盘,当它停止转动时,指针指向的数正好能被 8 整除的概率是$\frac{1}{8}$.

(2)根据随机事件概率的求法,要使自由转动的转盘停止时,指针指向的区域的概率为$\frac{3}{4}$,只需满足条件的区域有 6 个即可;如当自由转动转盘停止时,指针指向区域的数小于 7 的概率(答案不唯一).

课后提升

【基础达标】

1. **C**　2. **A**　3. **C**　4. **C**　5. **B**　6. $\frac{4}{15}$　7. 15　8. $\frac{1}{3}$

9. **解**:(1)∵共 10 个球,有 2 个黄球,

∴P(摸出一个球是黄球)$=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$.

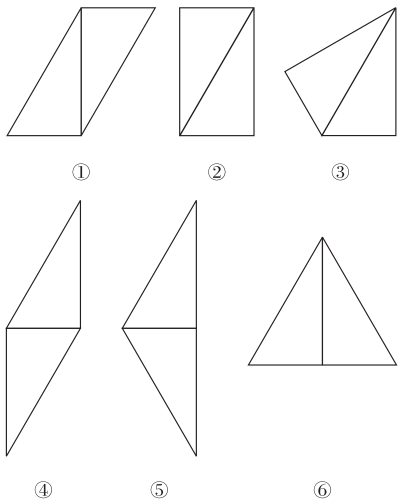
(2)设后来放入袋中 x 个红球,

根据题意得$\frac{5+x}{10+x}=\frac{2}{3}$,解得 $x=5$.

故后来放入袋中的红球有 5 个.

【能力提升】

10. **解**:(1)如图所示.



(2)由题意得轴对称图形有图③,⑤,⑥,

故抽取的卡片上的平面图形为轴对称图形的概率为$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

4.2.2　用列举法求概率

课前预习

1.(1)只有有限个　可能性　(2)列表法　树状图法

2.(1)两个　三个

课堂探究

【例1】思路导引:1.3　1　$\frac{1}{3}$

解:(1)根据题意得:随机转动转盘一次,停止后,指针指向 1 的概率为$\frac{1}{3}$.

(2)列表得:

	1	2	3
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)

所有等可能的情况有 9 种,其中两数之积为偶数的情况有 5 种,两数之积为奇数的情况有 4 种,

∴P(小明获胜)$=\frac{5}{9}$,P(小华获胜)$=\frac{4}{9}$.

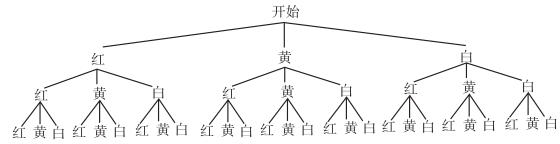
∵$\frac{5}{9}>\frac{4}{9}$,∴该游戏不公平.

变式训练 1-1:**A**

变式训练 1-2:**D**

【例2】思路导引:1.3　树状图　2.27　1

解:根据题意,画出树状图为:



由树状图知:三次摸球的所有可能结果共有 27 种,三次都摸到白球的结果只有 1 种,所以 P(三次都摸到白球)$=\frac{1}{27}$.

变式训练 2-1:**C**

变式训练 2-2:**B**

课堂达标

1.**C**　2.**C**　3.$\frac{1}{2}$　4.$\frac{1}{3}$

5.**解**:(1)P(第一位出场的是女选手)$=\frac{1}{4}$.

(2)列表得:

	女	男	男	男
女		(男,女)	(男,女)	(男,女)
男	(女,男)		(男,男)	(男,男)
男	(女,男)	(男,男)		(男,男)
男	(女,男)	(男,男)	(男,男)	

所有等可能的情况有 12 种,其中第一、二位出场的都是男选手的情况有 6 种,则 P(第一、二位出场的都是男选手)$=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

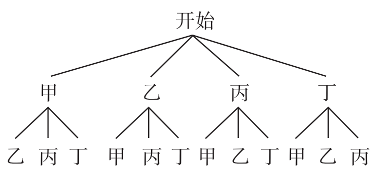
课后提升

【基础达标】

1.**C**　2.**A**　3.**B**　4.**B**　5.**D**　6.公平

7.$\frac{1}{5}$　8.$\frac{1}{4}$

9.**解**:(1)画树状图得



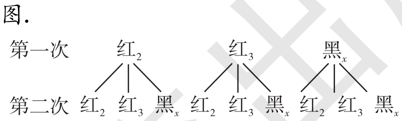
共有 12 种等可能的结果.

(2)∵恰好选派一男一女两位同学参赛的有 8 种情况,

∴恰好选派一男一女两位同学参赛的概率 $P=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

【能力提升】

10.**解**:(1)如图.



所有可能的结果有 9 种,两次抽得相同花色的可能性有 5 种,

∴P(两次抽得相同花色)$=\frac{5}{9}$.

(2)他们两次抽得的数字和是奇数的可能性大小一样.

若 x 为奇数,两次抽得的数字和是奇数的可能性有 4 种,

∴P(甲抽得的数字和是奇数)$=\frac{4}{9}$,

若 x 为偶数,两次抽得的数字和是奇数的可能性有 4 种,

∴P(乙抽得的数字和是奇数)$=\frac{4}{9}$,

∴P(甲抽得的数字和是奇数)$=P$(乙抽得的数字和是奇数),
∴他们两次抽得的数字和是奇数的可能性大小一样.

4.3　用频率估计概率

课前预习

1.(2)概率
2.随机　随机性

课堂探究

【例1】思路导引: 1.频数　2.25%

解:(1)因为出现黑桃的频率$=\frac{出现黑桃的频数}{试验次数}$,所以依次填23.3%,25.5%,25.7%.

(2)从试验的数据分析,出现黑桃的频率稳定在25%左右,所以出现黑桃牌的频率为$\frac{1}{4}$(或25%).

(3)利用试验得到的事件发生的频率可估计这一事件的概率是$\frac{1}{4}$,即从52张牌中抽出1张黑桃牌的概率是$\frac{1}{4}$.

变式训练 1-1:**D**
变式训练 1-2:20

【例2】思路导引: 1.8 000　0.75

解:(1)∵$20\times400=8\ 000$,
∴摸到红球的频率为$\frac{6\ 000}{8\ 000}=0.75$.
∵试验次数很大,大量试验时,频率接近于概率,
∴估计从袋中任意摸出一个球,恰好是红球的概率是0.75.

(2)设袋中红球有x个,根据题意得$\frac{x}{x+5}=0.75$,
解得$x=15$,
经检验$x=15$是原分式方程的解.
∴估计袋中的红球接近15个.

变式训练 2-1:7
变式训练 2-2:560

课堂达标

1.**D**　2.**D**　3.8

4.**解:**(1)P(取出白球)$=1-P$(取出红球)
$=1-\frac{1}{4}$
$=\frac{3}{4}$.

(2)设袋中的红球有x个,
则有$\frac{x}{x+18}=\frac{1}{4}$,解得$x=6$.
所以袋中的红球有6个.

5.**解:**(1)0.2
(2)不正确,因为在一次试验中频率并不等于概率,只有当试验次数很大时,频率才趋近于概率.在本试验中,出现1～6各点朝上的概率均为$\frac{1}{6}$.

课后提升

【基础达标】

1.**D**　2.**D**　3.**B**　4.**D**　5.0.95　6.0.45　7.100

【能力提升】

8.**C**

9.**解:**∵该种动物1 000只中有100只做过标记,
∴做过标记的动物占这种动物总数的$\frac{100}{1\ 000}=\frac{1}{10}$.
∵该种动物共1 200只做了标记,
∴保护区内这种动物有$1\ 200\div\frac{1}{10}=12\ 000$(只).

第4章　基础巩固与训练

1.**A**　2.**B**　3.**B**　4.**D**　5.**A**　6.**B**　7.**C**　8.**B**

9.随机　10.$\frac{2}{5}$　11.$\frac{1}{4}$　12.$\frac{1}{2}$　13.$\frac{3}{5}$　14.25

15.**解:**列表.

	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

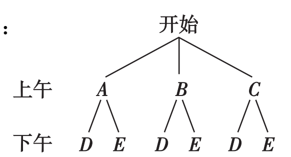
所有等可能的情况有16种,两次摸出的乒乓球上的数字和为5的情况有4种,则所求概率$P=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.

16.**解:**(1)当袋子中全为黑球,即摸出4个红球时,事件A是必然事件;
当摸出2个或3个红球时,事件A为随机事件.
(2)根据题意得$\frac{6+m}{10}=\frac{4}{5}$,解得$m=2$.

17.**解:**(1)列表得.

上午 下午	A	B	C
D	(A,D)	(B,D)	(C,D)
E	(A,E)	(B,E)	(C,E)

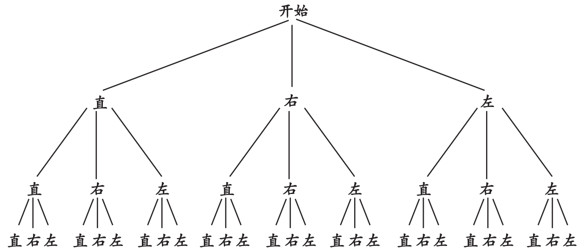
或画树状图:



∴小明一家所有可能选择的游玩方式有:(A,D),(A,E),(B,D),(B,E),(C,D),(C,E).
(2)小明一家整天在同一城市游玩的方式有(A,E),(B,D)两种,
∴小明一家整天在同一城市游玩的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

18.**解:**(1)∵转盘1整个圆被等分成了12个扇形,其中有6个扇形能享受优惠,
∴P(得到优惠)$=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.
(2)转盘1能获得的优惠为
$\frac{0.3\times300+0.2\times300\times2+0.1\times300\times3}{12}=25$(元),
转盘2能获得的优惠为$40\times\frac{2}{4}=20$(元),
∴选择转动转盘1更合算.

19.**解:**画树状图得:



共有 27 种等可能的情况.

(1)∵三辆汽车都继续直行的有 1 种情况,

∴三辆汽车都继续直行的概率为$\frac{1}{27}$.

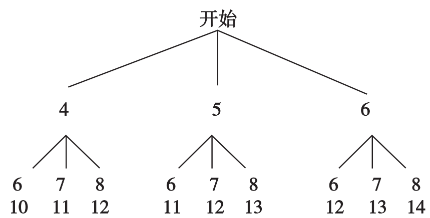
(2)两辆车向右转、一辆车向左转的有 3 种情况,

∴两辆车向右转、一辆车向左转的概率为$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$.

(3)至少有两辆车向左转的有 7 种情况,

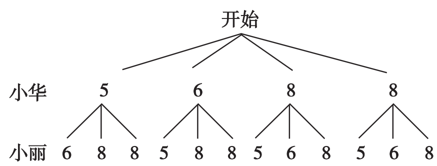
∴至少有两辆车向左转的概率为$\frac{7}{27}$.

20. **解**:游戏 A 的树状图如图①所示,所有可能出现的结果共有 9 种,其中两数之和为偶数的有 5 种,所以游戏 A 小华获胜的概率为$\frac{5}{9}$,而小丽获胜的概率为$\frac{4}{9}$,即游戏 A 对小华有利,小华获胜的可能性大于小丽.



图①

游戏 B 的树状图如图②所示,所有可能出现的结果共有 12 种,其中小华抽出的牌面上的数字比小丽大的有 5 种,根据游戏规则,小华获胜的概率为$\frac{5}{12}$,而小丽获胜的概率为$\frac{7}{12}$,即游戏 B 对小丽有利,获胜的可能性大于小华.



图②

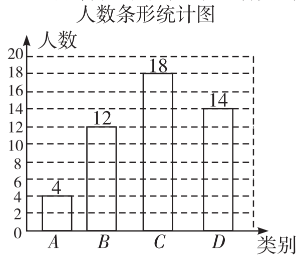
综上所述,小丽应选择游戏 B.

21. **解**:(1)∵七年级(1)班学生总人数为 12÷25%=48(人),

∴扇形统计图中 D 类所对应扇形的圆心角为 $360°\times\frac{14}{48}=105°$.

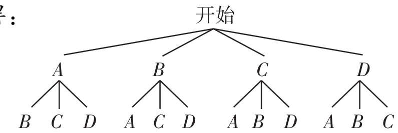
C 类人数为 48-4-12-14=18(人),补全条形统计图如图.

"我最喜欢的课外活动"各类别人数条形统计图



(2)分别用 A,B 表示两名擅长书法的学生,用 C,D 表示两名擅长绘画的学生,

画树状图得:



∵共有 12 种等可能的结果,抽到的两名学生恰好是一名擅长书法、另一名擅长绘画的有 8 种情况,

∴抽到的两名学生恰好是一名擅长书法、另一名擅长绘画的概率为$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

综合训练二　第 1～4 章

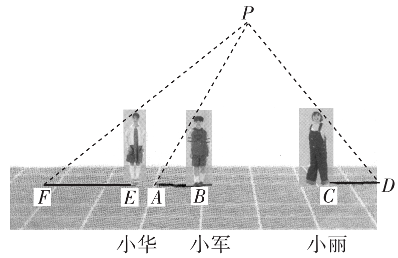
1. **C**　2. **D**　3. **D**　4. **D**　5. **A**　6. **A**　7. **A**　8. **A**　9. **B**

10. **C**　11. ①③④　12. $65\pi\ cm^2$　13. 30°　14. $\frac{1}{3}$

15. ①②④　16. 8π　17. $y_1>y_2$　18. $\frac{21\sqrt{3}}{4}-\pi$

19. **解**:如图所示:(1)点 P 就是所求的点;

(2)EF 就是小华此时在路灯下的影子.



20. **解**:(1)连接 OC.(图略)

∵$\angle AOB=120°$,C 是 $\overparen{AB}$ 的中点,

∴$\angle AOC=\angle BOC=60°$.

∵$OA=OC=OB$,

∴$\triangle OAC$ 及$\triangle BOC$ 都是等边三角形,

∴$OA=AC=BC=OB$,

∴四边形 $AOBC$ 是菱形,∴AB 平分$\angle OAC$.

(2)∵$\triangle OAC$ 是等边三角形,$OA=AC$,

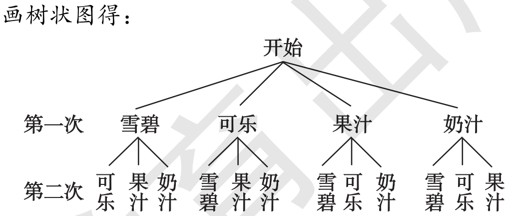
∴$OA=AP=AC$,∴$\angle P=\angle ACP$,$\angle ACO=\angle AOC$,

∴$\angle PCO=\frac{1}{2}\times180°=90°$,且$\angle P=30°$,

∴$\triangle OPC$ 是直角三角形,∴$PC=\sqrt{3}OC=\sqrt{3}$.

21. **解**:(1)∵商店只有雪碧、可乐、果汁、奶汁四种饮料,每种饮料数量充足,某同学去该店购买饮料,每种饮料被选中的可能性相同,∴他去买一瓶饮料,买到奶汁的概率是$\frac{1}{4}$.

(2)画树状图得:



共有 12 种等可能的结果,他恰好买到雪碧和奶汁的有 2 种情况,

∴他恰好买到雪碧和奶汁的概率为$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

22. **解**:(1)∵二次函数的图象与 x 轴交于$A(-3,0)$和 $B(1,0)$两点,

∴对称轴是 $x=\frac{-3+1}{2}=-1$.

又点 $C(0,3)$，点 C，D 是二次函数图象上的一对对称点，

∴$D(-2,3)$.

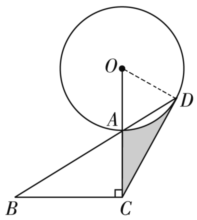
(2)设二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c(a\neq0,a,b,c$ 为常数)，

根据题意得$\begin{cases}9a-3b+c=0,\\a+b+c=0,\\c=3,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=-1,\\b=-2,\\c=3,\end{cases}$

所以二次函数的解析式为 $y=-x^2-2x+3$.

(3)一次函数值大于二次函数值的 x 的取值范围是 $x<-2$ 或 $x>1$.

23. **解**：(1)如图，连接 OD.



∵$\angle BCA=90°$，$\angle B=30°$，

∴$\angle OAD=\angle BAC=60°$，

∵$OD=OA$，∴$\triangle OAD$ 是等边三角形.

∴$AD=OA=AC$，$\angle ODA=60°$，

∴$\angle ADC=30°$，

∴$\angle ODC=90°$，

∴$OD\perp DC$，

∵OD 为半径，∴CD 是⊙O 的切线.

(2)∵$AD=AC$，$\angle ADC=30°$，

∴$\angle ACD=30°$.

∵在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle B=30°$，

∴$OD=OA=AC=\frac{1}{2}AB=2$.

∵CD 是⊙O 的切线，∴$\angle ODC=90°$，

∴$CD=\sqrt{3}OD=2\sqrt{3}$，

∴$S_{阴影}=S_{\triangle ODC}-S_{扇形AOD}$

$=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}-\frac{60\pi\times2^2}{360}$

$=2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi$.

24. **解**：(1)连接 OD.

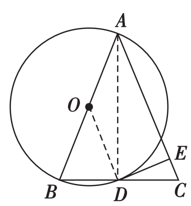
∵D 是 BC 的中点，$OA=OB$，

∴OD 是$\triangle ABC$ 的中位线，∴$OD/\!/AC$，

∵DE 是⊙O 的切线，∴$OD\perp DE$，

∴$DE\perp AC$.

(2)连接 AD.



∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle ADB=90°$.

∵$DE\perp AC$，

∴$\angle ADC=\angle DEC=\angle AED=90°$，

∴$\angle ADE=\angle DCE$.

在$\triangle DAE$ 和$\triangle CDE$ 中，

$\begin{cases}\angle AED=\angle DEC,\\\angle ADE=\angle DCE,\end{cases}$

∴$\triangle CDE\backsim\triangle DAE$，

∴$\frac{DE}{AE}=\frac{CE}{DE}$.

设 $\tan\angle C=x$，$CE=a$，

则 $DE=ax$，$AC=AB=3ax$，$AE=3ax-a$，

∴$\frac{ax}{3ax-a}=\frac{a}{ax}$，

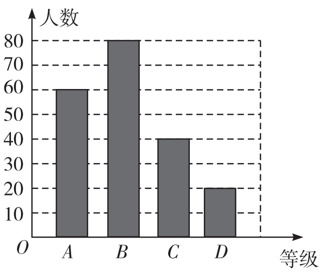
整理得 $x^2-3x+1=0$，解得 $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$，

∴$\tan\angle C=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$.

25. **解**：(1)共调查的学生数是 $80\div40\%=200$(人)，

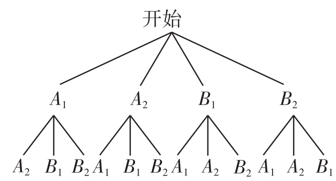
(2)C 类的人数是 $200-60-80-20=40$(人)，

补充的条形统计图如图所示：



(3)根据题意得 $\alpha=\frac{60}{200}\times360°=108°$.

(4)设甲班学生为 A_1，A_2，乙班学生为 B_1，B_2，



一共有 12 种等可能结果，其中 2 人来自不同班级的共有 8 种结果，

∴P(2 人来自不同班级)$=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

26. **解**：(1)∵抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$，

∴$C(0,3)$.

令 $y=0$，则 $-x^2+2x+3=0$，解得 $x=3$ 或 $x=-1$.

∴$A(-1,0)$，$B(3,0)$.

(2)设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$，则有

$\begin{cases}3k+b=0,\\b=3,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}k=-1,\\b=3,\end{cases}$

∴直线 BC 的解析式为 $y=-x+3$.

设 $P(x,-x+3)$，则 $M(x,-x^2+2x+3)$，

∴$PM=(-x^2+2x+3)-(-x+3)=-x^2+3x$.

∴$S_{\triangle BCM}=S_{\triangle PMC}+S_{\triangle PMB}$

$=\frac{1}{2}PM\cdot(x_P-x_C)+\frac{1}{2}PM\cdot(x_B-x_P)$

$=\frac{1}{2}PM\cdot(x_B-x_C)$

$=\frac{3}{2}PM$.

∴$S_{\triangle BCM}=\frac{3}{2}(-x^2+3x)=-\frac{3}{2}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{8}$.

∴当 $x=\frac{3}{2}$ 时，$\triangle BCM$ 的面积最大，此时 $P\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$，

∴$PN=ON=\frac{3}{2}$.

∴$BN=OB-ON=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$.

在 Rt$\triangle BPN$ 中，由勾股定理得 $PB=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

∴$\triangle BPN$ 的周长$=BN+PN+PB=3+\frac{3\sqrt{2}}{2}$.