初中数学

深度学习

七年级 下册

深度学习就是为迁移而学习的过程，能够让学生将从一个情境中习得的知识应用到其他情境中。

——美国国家研究理事会《面对生活和工作的教育：培养21世纪可迁移的知识与技能》

如果我们的教学还只是让学生浅层学习、机械学习，把人变成机器，人类势必面临被机器取代的危险。因此，时代对人才培养的需求更要求人类进行深度学习。

——教育部基础教育课程教材发展中心 副主任 刘月霞

深度学习是全新教育理念与学习方式变革的标志。

——北京师范大学未来教育高精尖创新中心博士生导师 何克抗

ISBN 978-7-5539-3677-2

9 787553 936772 >

定价：30.00元

初中数学深度学习

七年级 下册

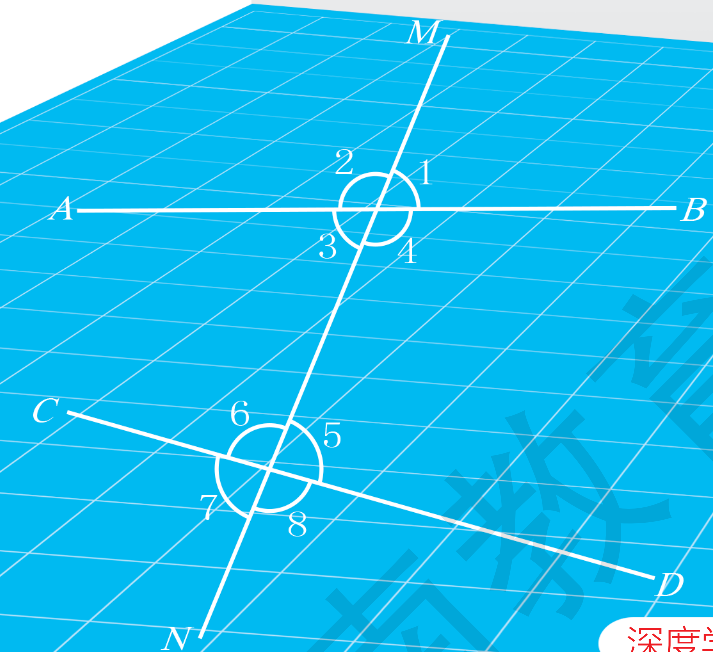
湖南教育出版社

湘教版初中数学教科书配套使用

初中数学 深度学习

丛书主编 / 赵雄辉　本册主编 / 王青生

七年级 下册



深度学习帮你：

夯实基础学新课，举一反三会迁移，

提高效率增信心，领悟数学精气神！

湖南教育出版社

湖南省教育科学“十三五”规划立项课题“初中数学‘自主·深度’教学的实践研究”阶段性成果

湘教版初中数学教科书配套使用

初中数学深度学习

七年级
下册

主　　编　赵雄辉
本册主编　王青生
编　　者　王青生　张家乐　林清平　何　英
　　　　　易　婷　黎振炯　熊　平　黄颖峰

湖南教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

初中数学深度学习．七年级．下册/赵雄辉等编写．—长沙：湖南教育出版社，2020.1
ISBN 978-7-5539-3677-2

Ⅰ．①初…　Ⅱ．①赵…　Ⅲ．①中学数学课－初中—教学参考资料　Ⅳ．①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2019）第 257298 号

初中数学深度学习　七年级下册
CHUZHONG SHUXUE SHENDU XUEXI
赵雄辉等编写

责任编辑：甘　哲
责任校对：刘　源
出版发行：湖南教育出版社（长沙市韶山北路 443 号）
网　　址：www.bakclass.com
微 信 号：贝壳导学
电子邮箱：hnjycbs@sina.com
客服电话：0731-85486979
经　　销：湖南省新华书店
印　　刷：湖南雅嘉彩色印刷有限公司
开　　本：787 mm×1092 mm　16 开
印　　张：14.5
字　　数：290 000
版　　次：2020 年 1 月第 1 版
印　　次：2020 年 1 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5539-3677-2
定　　价：30.00 元

使用说明

本章学习指南 1

简明扼要地从“为何学”“学什么”“怎么学”三个角度，介绍本章知识的来龙去脉、学习的意义、学习的内容及学习方法，目的是让你“学前”对本章知识有所了解，“学中”能回顾总结学法，“学后”梳理本章知识体系。因此，学习新课前可以初读，学习新课时宜常看看，学完新课后可适当回头对照。

2 前置夯实

为每课时学习新课做好准备，一定要在课前完成。“前置诊断”让你自查是不是具备了学习新课的基础，激活你学习新课的经验和方法。如果你不能全部做对，一定要按照“前置巩固”查漏补缺。

深度理解 3

从三个途径让你深度学习本课时内容，建议在课后完成。

追根溯源 为你揭示新知识的产生过程，提炼隐含的思想方法，帮你全面理解数学知识，领会“数学精气神”，因此要慢慢精读，细细思考，不要急于去做题目。

变式训练 着力于知识和方法的灵活运用，要先试着做，再核对答案。要想想题目中变了哪些条件、情境或数据，解题的要领有什么相通之处，学会举一反三，由此实现“解一题得一法而通一串”。

反思迁移 帮你归纳重点知识，总结解题规律和方法，理顺本课时知识的内在联系，实现“少刷题、得高分”的目标。要细细读，用心体会。

使用说明

4 效果检测

全方位覆盖本课时内容。做题过程中如果碰到困难，可回头看看“深度理解”。要全部做完再去对答案，并及时纠正错误，补齐学习短板。

5 本章整理提升

“知识框架”助你梳理本章知识，“融会贯通”对重点难点作进一步理解提升，让你学会综合运用不同的知识，或从不同解法中找到最优的方法。

6 达标测试

每章末的“本章达标测试”，全书末的“七年级下册达标测试”，帮你检测每一阶段的学习效果。一定要在规定时间内认真完成，并对照书后答案自己评分，及时纠错总结。

c o n t e n t s 目 录

第1章 二元一次方程组

本章学习指南

为何学

在七年级上册，我们学习了一元一次方程的解法及应用，感受到现实生活中存在大量的未知和已知，体会了方程工具的实用性，体验到方程模型的魅力. 在学习了含有一个未知数的一元一次方程以后，我们自然就会想：方程中未知数有没有可能是两个、三个，甚至更多呢？那这样的方程叫什么呢？怎么来解呢？如何运用这样的方程解决实际问题呢？这些问题都值得我们去探讨.

本章的学习内容是今后进一步学习方程、函数的重要基础，特别是初中阶段运用待定系数法求一次函数、二次函数的解析式都需要使用本章的内容.

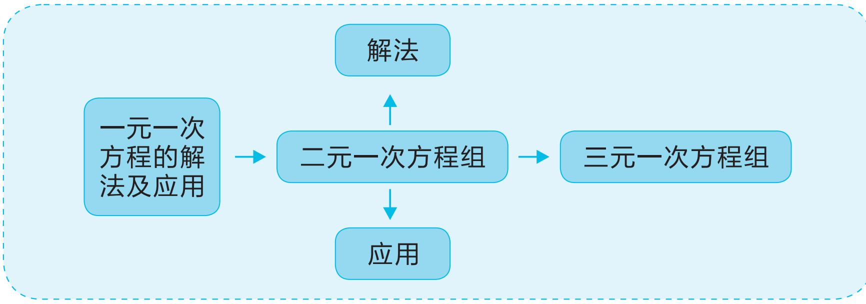
学什么

本章首先通过实例引入二元一次方程、二元一次方程组，学会解二元一次方程组之后，运用所学方法建立二元一次方程组模型解决实际问题. 此外还可以选学三元一次方程组，学会三元一次方程组的解法.

本章的重点是用代入消元法和加减消元法解二元一次方程组，难点是如何根据实际问题建立二元一次方程组. 通过二元一次方程组解决实际问题，当然要先掌握好二元一次方程组的解法.

掌握了消元法解二元一次方程组，再来学解三元一次方程组就不难了，因为解三元一次方程组同样要用到代入消元法和加减消元法，只不过多了一步，先将三元消元至二

元，变成我们已学的二元一次方程组，进而继续求解.



怎么学

1. 回顾一元一次方程的相关知识.

我们已经学习了一元一次方程、方程的解、解方程的概念，对方程有了一定的理解，会用去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 的步骤解一元一次方程，还能通过审题、设未知数、列方程、解方程、检验、作答等步骤建立一元一次方程解决实际问题，这些都为学习二元一次方程组打下了坚实的基础.

2. 分析一元一次方程和二元一次方程组的联系与区别.

一元一次方程和二元一次方程组的区别在于未知数的个数从一个到二个，方程的个数从一个到二个. 在实际问题中，我们要注意分析问题中未知量和已知量之间的关系，根据两个等量关系，列出两个二元一次方程，从而建立二元一次方程组. 而二元一次方程组通过消元可以化为一元一次方程，这就是它们的联系与区别.

3. 注重转化思想的学习.

代入消元法和加减消元法都是解一次方程组的基本方法，这两种方法的核心都是消元，即通过消去未知数把“三元”转化“二元”，再把“二元”转化“一元”，继而转化成一元一次方程求解，这体现了化复杂为简单，化未学为已学的转化思想.

本章的学习要特别注重解题的步骤和格式，要熟练掌握代入消元法和加减消元法解方程组，领悟把“多元”逐个“消元”的思想，为后续多元方程的学习奠定基础.

1.1 建立二元一次方程组

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础，助力新课学习.

1. 方程 $2x-1=5$ 的解是 ( )

A. $x=2$　　B. $x=-2$　　C. $x=3$　　D. $x=-3$

2. 若代数式 $\frac{1}{2}x+2$ 的值为 1，则 x 等于 ( )

A. 1　　B. -2　　C. 3　　D. -3

3. A 种饮料比 B 种饮料每瓶价格少 1 元，小峰买了 2 瓶 A 种饮料和 3 瓶 B 种饮料，一共花了 13 元，如果设 B 种饮料的价格为 x 元/瓶，那么下面所列方程正确的是 ( )

A. $2(x-1)+3x=13$　　B. $2(x+1)+3x=13$

C. $2x+3(x+1)=13$　　D. $2x+3(x-1)=13$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确，务必回顾复习.

1. 一元一次方程的概念

在一个方程中，只含有一个未知数，且未知数的次数是 1，这样的方程叫做一元一次方程.

2. 方程的解的概念

使方程左、右两边的值相等的未知数的值，叫做方程的解.

你可以开始今天的新课学习了！

在七年级第一个学期，我们学习了只含有一个未知数的一元一次方程的概念、解法及应用，如果方程的未知数和个数不止一个，而是两个呢，那么我们应该怎么办？这就是下面要学习的二元一次方程组.

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 二元一次方程组和它的解.

有的问题可以列一元一次方程,也可以列二元一次方程组.

例 1 李明家 1 月份的天然气费和水费一共 100 元,其中天然气费比水费多 40 元,你知道天然气费和水费各是多少元吗?

方法 1:列一元一次方程并求解.

设天然气费为 x 元,那么水费为$(x-40)$元,列方程得 $x+(x-40)=100$,解得 $x=70$,因此,天然气费为 70 元,水费为 30 元.

方法 2:列二元一次方程组.

设天然气费为 x 元,水费为 y 元,根据问题中的两个等量关系"天然气费+水费=100 元,天然气费-水费=40 元",可列方程组$\begin{cases}x+y=100,\\x-y=40.\end{cases}$

像这样,把两个含有相同未知数的二元一次方程(或者一个二元一次方程,一个一元一次方程)联立起来组成的方程组,称为二元一次方程组.

把 $x=70$,$y=30$ 代入方程组$\begin{cases}x+y=100,\\x-y=40\end{cases}$的每一个方程中,方程左、右两边的值相等吗?

$70+30=100$,$70-30=40$,每一个方程左、右两边的值都相等. 像这样在一个二元一次方程组中,使每一个方程的左、右两边的值都相等的一组未知数的值就是方程组的一个解. 判断一组未知数的值是否为二元一次方程组的解,应将其代入方程组,看这两个方程是否都成立,而不是只在其中一个方程中成立.

2. 建立模型关键是分析数量关系,找出等量关系.

实际问题中有两个未知量时,要找出问题中的两个等量关系,列出两个二元一次方程,组成一个二元一次方程组.

例 2 七年级(2)班的一个综合实践活动小组去 A,B 两个超市调查去年和今年五一期间的销售情况. 图 1.1-1 是调查后小敏与其他两名同学进行交流的情景,根据他们的对话,为了求出 A,B 两个超市去年五一期间的销售额,你能列出相应的方程组吗?

图 1.1-1

不妨设去年五一期间 A 超市的销售额为 x 万元,B 超市的销售额为 y 万元,题中有两个等量关系,一个是 A,B 超市去年五一期间的销售额之和为 150 万元,还有一个

是 A，B 超市今年五一期间的销售额之和为 170 万元，根据题意可列方程组 $\begin{cases}x+y=150,\\1.15x+1.1y=170.\end{cases}$

〖变式训练〗

1. 方程组 $\begin{cases}3x+2y=7,\\4x-y=13\end{cases}$ 的解是 （　　）

A. $\begin{cases}x=-1,\\y=3\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=3,\\y=-1\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=-3,\\y=-1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=-1,\\y=-3\end{cases}$

2. 甲、乙两人练习跑步，如果乙先跑 10 m，则甲跑 5 s 就可追上乙；如果乙先跑 2 s，则甲跑 4 s 就可追上乙. 若设甲的速度为 x m/s，乙的速度为 y m/s，所列方程组是________________.

3. 甲种铅笔每支 0.2 元，乙种铅笔每支 0.5 元，现在某人买了 x 支甲种铅笔，y 支乙种铅笔，共花了 7 元.

(1)列出关于 x，y 的二元一次方程.

(2)如果 $x=5$，那么 y 的值是多少?

(3)如果乙种铅笔买了 10 支，那么甲种铅笔买了多少支?

〖反思迁移〗

1. 二元一次方程一定都是整式方程，与一元一次方程非常类似，只是未知数的个数为两个.

2. 方程组的解一定要使两个方程都成立，所以不能只验算一个方程.

3. 根据实际问题列二元一次方程组时，一定要设两个未知数，要依据题意找到两个等量关系，列出两个方程. 方程组前面一定要用大括号括起来，它们是一个整体.

4. 根据实际问题构建方程组模型求解问题的过程如下：

实际问题 → 建立方程组模型 → 解决实际问题

三、效果检测

1. 方程组$\begin{cases}x-y=2,\\2x+y=4\end{cases}$的解是 ( )

A. $\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}$ B. $\begin{cases}x=3,\\y=1\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=0,\\y=-2\end{cases}$ D. $\begin{cases}x=2,\\y=0\end{cases}$

2. 某中学某年级学生共有 128 人,其中男生人数比女生人数的 2 倍少 2 人,设女生有 x 人,男生有 y 人,则下面所列方程组中正确的是 ( )

A. $\begin{cases}x+y=128,\\2y=x-2\end{cases}$ B. $\begin{cases}x+y=128,\\y=2x+2\end{cases}$

C. $\begin{cases}x+y=128,\\2y=x+2\end{cases}$ D. $\begin{cases}x+y=128,\\2x=y+2\end{cases}$

3. 请写出一个解为$\begin{cases}a=1,\\b=2\end{cases}$的二元一次方程组.

4. 如果$\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$是方程 $6x+by=30$ 的一个解,则 $b=$________.

5. 若方程 $x^{2m-1}+5y^{3n-2}=7$ 是二元一次方程,求 m,n 的值.

6. 列方程组:用 16 元买了 60 分、80 分两种邮票共 22 枚,60 分与 80 分的邮票各买了多少枚?

1.2 二元一次方程组的解法(1)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础,助力新课学习.

1. 在方程 $x-y=6$ 中,用含有 x 的代数式表示 y,得 ( )

A. $y=x-6$ B. $y=-x-6$ C. $y=x-2$ D. $y=-x+2$

2. 在方程 $2x-3y=0$ 中,用含有 y 的代数式表示 x,得 ( )

A. $x=3y$ B. $x=2y$ C. $x=\frac{3}{2}y$ D. $x=\frac{2}{3}y$

3. 方程 $y+40+y=100$ 的解是 ( )

A. $y=20$ B. $y=30$ C. $y=40$ D. $y=50$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确,务必回顾复习.

1. 解一元一次方程的一般步骤是:去分母,去括号,移项,合并同类项,系数化 1. 特别要注意移项要变号.

2. 在二元一次方程中,可以通过恒等变形,将一个未知数用含另一个未知数的代数式表示,一般步骤是:将要表示的这个未知数移到方程的左边,其他的项都移到方程的右边,合并同类项后,将左边未知数系数化 1 即可.

你可以开始今天的新课学习了!

七年级上册我们学习了一元一次方程的解法,上一节课我们学习了二元一次方程组的有关概念,那我们如何求出二元一次方程组的解呢?

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 代入消元法的解题过程.

在二元一次方程组中,将其中一个方程中的一个未知数用含另一个未知数的式子表示出来,再代入另一个方程,就可以消去一个未知数,得到一个一元一次方程,进而求得这个二元一次方程组的解,这种方法叫做代入消元法,简称代入法.

二元一次方程组中有两个未知数,如果消去其中一个未知数,将二元一次方程组转

化为一元一次方程，就可以先解出一个未知数，然后再设法求另一个未知数，这种将未知数的个数由多化少，逐一简化的思想方法，就是消元的思想.

二元一次方程组$\xrightarrow{\text{消元}}$形如 $ax=b$(a，b 为已知数)的方程.

2. 用代入消元法解二元一次方程组的两种情形.

(1)至少有一个未知数的系数是 1.

例 1 解方程组：$\begin{cases}2x-y=5,\\ x-1=\dfrac{1}{2}(2y-1).\end{cases}$

分析：把第一个方程变形，用 x 表示 y，再代入化简后的第二个方程，消去一个未知数，将二元一次方程组转化为一元一次方程来求解.

解：原方程组可化为$\begin{cases}y=2x-5, & ①\\ 2x-2y=1, & ②\end{cases}$

将①代入②，得 $2x-2(2x-5)=1$，解得 $x=\dfrac{9}{2}$.

将 $x=\dfrac{9}{2}$代入①，得 $y=4$.

所以方程组的解为$\begin{cases}x=\dfrac{9}{2},\\ y=4.\end{cases}$

(2)未知数的系数都不是 1.

例 2 解方程组：$\begin{cases}2x-3y=1, & ①\\ 3x+2y=8. & ②\end{cases}$

分析：把第一个方程变形，用 y 表示 x，再代入第二个方程，消去一个未知数，将二元一次方程组转化为一元一次方程来求解.

解：由①得 $x=\dfrac{1}{2}(3y+1)$. ③

将③代入②，得 $3\times\dfrac{1}{2}(3y+1)+2y=8$，解得 $y=1$.

将 $y=1$ 代入③，得 $x=2$.

所以方程组的解为$\begin{cases}x=2,\\ y=1.\end{cases}$

〖变式训练〗

1. 如果 $2x-7y=8$，那么用含 y 的代数式表示 x 正确的是 ( )

A. $y=\dfrac{8-2x}{7}$　B. $y=\dfrac{2x+8}{7}$　C. $x=\dfrac{8+7y}{2}$　D. $x=\dfrac{8-7y}{2}$

2. 已知方程 $5x+3y-4=0$，用含 x 的代数式表示 y，则 $y=$__________.

3. 用代入消元法解方程组：$\begin{cases}2x-y=5,\\ 7x-3y=20.\end{cases}$

〖反思迁移〗

1. 用代入法解二元一次方程组的基本思路是：选取其中一个二元一次方程，将它的一个未知数用另一个未知数来表示，再代入另一个方程，消去一个未知数，将方程转化为一元一次方程求解，即化“二元”为“一元”，这就是消元的思想.

2. 用代入法解二元一次方程组时应注意：

(1)用一个未知数表示另一个未知数时，一定要注意移项要变号，未知数系数一定要化成 1.

(2)把一个方程代入另一个方程时，千万不要漏乘系数.

(3)最后一定要把两个未知数的值用大括号联立起来，这才是方程组的解.

3. 一般地，当方程组中有一个未知数已经用另一个未知数表示时，直接用代入消元法；当方程组中两个未知数的系数均不为 1 时，一般选择用系数较为复杂的未知数表示系数较为简单的未知数，再用代入消元法.

三、效果检测

1. 用代入法解方程组 $\begin{cases} x=2y, & ① \\ y-x=3, & ② \end{cases}$ 下列说法正确的是（　　）

A. 直接把①代入②，消去 y　　B. 直接把①代入②，消去 x

C. 直接把②代入①，消去 y　　D. 直接把②代入①，消去 x

2. 用代入法解方程组 $\begin{cases} y=1-x, \\ x-2y=4 \end{cases}$ 时，代入正确的是（　　）

A. $x-2-x=4$　　B. $x-2-2x=4$　　C. $x-2+2x=4$　　D. $x-2+x=4$

3. 方程组 $\begin{cases} x+y=12, \\ y=2 \end{cases}$ 的解为__________.

4. 方程组 $\begin{cases} x+y=5, \\ 2x-y=4 \end{cases}$ 的解为__________.

5. 解方程组：

(1) $\begin{cases} y=2x-4, & ① \\ 3x+y=1. & ② \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} y=3-x, & ① \\ 2x+3y=7. & ② \end{cases}$

6. 解方程组：

(1) $\begin{cases} 3m=5n, & ① \\ 2m-3n=1. & ② \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3x+2y=19, & ① \\ 2x-y=1. & ② \end{cases}$

1.2 二元一次方程组的解法(2)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础，助力新课学习.

1. 下列结果不是 0 的是 (　　)

A. $3x-3x$　　B. $2y+(-2y)$

C. $2y-(-2y)$　　D. $\frac{1}{2}y+\left(-\frac{1}{2}y\right)$

2. 二元一次方程组$\begin{cases}x+y=6,\\x-3y=-2\end{cases}$的解是 (　　)

A. $\begin{cases}x=5,\\y=1\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=4,\\y=2\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=-5,\\y=-1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=-4,\\y=-2\end{cases}$

3. 方程 $2x-1=3x+2$ 的解为 (　　)

A. $x=1$　　B. $x=-1$　　C. $x=3$　　D. $x=-3$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确，务必回顾复习.

1. 合并同类项法则：系数相加减，字母和字母的次数不变. 当两个同类项的系数相反时，合并后的结果为 0.

2. 用代入消元法解二元一次方程组的基本步骤：

(1)变形：将方程组中的一个方程变形，使得一个未知数用含有另一个未知数的代数式表示；

(2)代入：将变形后的关系式代入另一个方程，消去一个未知数，得到一个一元一次方程；

(3)求解：解这个一元一次方程，求出一个未知数的值，再把这个未知数的值代入变形后的方程中，求得另一个未知数的值；

(4)写解：写出方程组的解.

你可以开始今天的新课学习了！

我们上节课学习了用代入消元法来解二元一次方程组，那么还有没有其他的方法解方程组呢？今天我们就来学习另一种解二元一次方程组的方法——加减消元法.

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 解方程组的基本思路是消元，即将“二元”转化为“一元”. 当方程组的两个二元一次方程中同一个未知数的系数相反或相等时，将两个方程的两边分别相加或相减，就能

消去这个未知数，得到一个一元一次方程，这种方法叫做加减消元法，简称加减法.

2. 当方程组的两个二元一次方程中同一个未知数的系数相同时，直接将两个方程相减，就可以消去一个未知数，得到一个一元一次方程；当方程组的两个二元一次方程中同一个未知数的系数相反时，直接将两个方程相加，也可以消去一个未知数，得到一个一元一次方程；当方程组的两个二元一次方程中同一个未知数的系数是倍数关系时，把系数较小的方程左右两边都乘以倍数，将系数扩大成相同或相反，再进行加减消元，同样可以得到一个一元一次方程.

例 1　解方程组：$\begin{cases} x+3y=8, & ① \\ 5x-3y=4. & ② \end{cases}$

分析：因为未知数 y 的系数互为相反数，如果将两个方程相加即可消去未知数 y，化成一元一次方程，进而求得 x 的值，然后将 x 的值代入其中一个方程即可求得 y 的值.

解：①＋②，得 $6x=12$，解得 $x=2$.

把 $x=2$ 代入①，得 $2+3y=8$，解得 $y=2$.

因此，方程组的解是 $\begin{cases} x=2, \\ y=2. \end{cases}$

例 2　解方程组：$\begin{cases} x-2y=3, & ① \\ 3x+y=2. & ② \end{cases}$

分析：未知数 y 的系数为 -2 和 1，与例 1 中直接互为相反数不同，但我们可以把方程②×2，再与方程①相加，这样也可以消去未知数 y. 当然，选择将未知数 x 的系数化成相同的数，再将方程相减，也可以消去一个未知数. 不过两者比较，我们一般会选择消去系数更为简单的未知数.

解：②×2，得 $6x+2y=4$，　③

①＋③，得 $7x=7$，解得 $x=1$.

将 $x=1$ 代入②，得 $y=-1$.

因此，方程组的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1. \end{cases}$

〖变式训练〗

1. 用加减消元法解方程组 $\begin{cases} 2x+y=3, & ① \\ x-y=4 & ② \end{cases}$ 适合的方法是　（　　）

A. ①－②　　B. ①＋②　　C. ①×2＋②　　D. ②×1＋①

2. 定义运算“$*$”，规定 $x*y=ax^2+by$，其中 a,b 为常数，且 $1*2=5$，$2*1=6$，则 $2*3=$________.

3. 用加减消元法解方程组 $\begin{cases} 4x-3y=-17, \\ 5x-9y=-37. \end{cases}$

〖反思迁移〗

1. 用加减法解二元一次方程组时，如果某一未知数的系数相等或互为相反数，可以把两个方程直接相减或相加；如果某一未知数的系数成倍数关系，先把这一未知数的系数化为相等或互为相反数，再相加减.

2. 加减消元法解二元一次方程组的一般步骤是：

(1)把一个方程或者两个方程的两边乘以适当的数，使方程组的两个方程中一个未知数的系数互为相反数或相等；

(2)把两个方程的两边分别相加或相减，消去一个未知数，得到一个一元一次方程；

(3)解这个一元一次方程，求得一个未知数的值；

(4)把求得的未知数的值代入原方程组中系数比较简单的一个方程中，求出另一个未知数的值；

(5)把求出的未知数的值写成$\begin{cases}x=a,\\y=b\end{cases}$的形式.

三、效果检测

1. 方程组$\begin{cases}x-y=1,\\2x+y=5\end{cases}$的解是 (　　)

A. $\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$　B. $\begin{cases}x=-1,\\y=2\end{cases}$　C. $\begin{cases}x=-2,\\y=-1\end{cases}$　D. $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$

2. 解方程组$\begin{cases}3x+3y=2, & ①\\2x-6y=6, & ②\end{cases}$用加减法消去 y，需要 (　　)

A. ①×2－②　B. ①×3＋②×2

C. ①×2－②×3　D. ①×2＋②

3. 解下列方程组：

①$\begin{cases}y=3x,\\2x-5y=2;\end{cases}$　②$\begin{cases}2x-3y=6,\\2x-5y=1;\end{cases}$　③$\begin{cases}3x+2y=8,\\3x-2y=-2;\end{cases}$　④$\begin{cases}x=-y,\\2x-7y=-3.\end{cases}$

其中________适宜用代入消元法，________适宜用加减消元法(填序号).

4. 已知 a，b 满足$\begin{cases}a+5b=12,\\3a-b=-4,\end{cases}$则 $a+b=$________.

5. 解方程组：

(1)$\begin{cases}4x+y=6,\\6x+y=8;\end{cases}$　(2)$\begin{cases}3x+y=8,\\x-y=4.\end{cases}$

6. 解方程组：

(1)$\begin{cases}2x+y=2,\\3x-2y=10;\end{cases}$　(2)$\begin{cases}2x+y=1,\\x-2y=3.\end{cases}$

1.2 二元一次方程组的解法(3)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础，助力新课学习.

1. 二元一次方程组$\begin{cases}x+y=5,\\2x+y=8\end{cases}$的解是 (　　)

A. $\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=1,\\y=4\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=4,\\y=1\end{cases}$

2. 用加减法解方程组$\begin{cases}3x-2y=3, & ①\\4x+y=15 & ②\end{cases}$时，如果消去 y，最简捷的方法是 (　　)

A. ①×4－②×3　　B. ①×4＋②×3

C. ②×2－①　　D. ②×2＋①

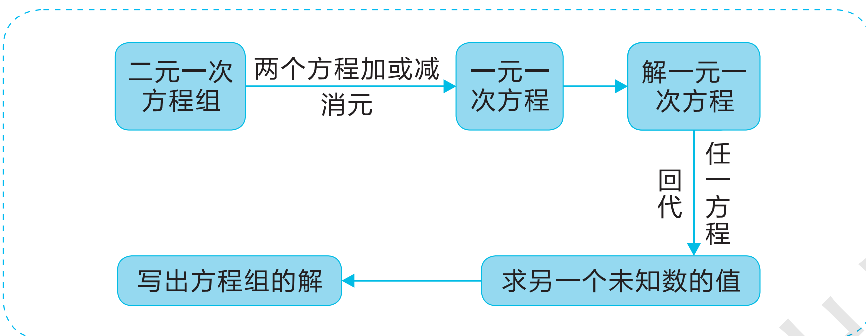
3. 3 和 4 的最小公倍数是 (　　)

A. 3　　B. 4　　C. 12　　D. 24

〖前置巩固〗如果你没有全部正确，务必回顾复习.

1. 用加减法解较简单系数的方程组的思路：将同一未知数的系数化成互为相反数或相等的数，再把两个方程直接相加或相减，化为一元一次方程再求解.

2. 用加减消元法解二元一次方程组的步骤：



3. 几个正整数共有的倍数叫做这几个数的公倍数，其中最小的一个公倍数，叫做这几个数的最小公倍数.

你可以开始今天的新课学习了！

上节课我们学习了用加减消元法解系数较为简单的二元一次方程组，如果系数更为复杂一些，你能想到解决的方法吗？

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 二元一次方程组中同一个未知数的系数相同或相反时，可以直接进行加减，如果同一个未知数的系数成倍数时，我们可以将较小的系数扩大至较大的系数，从而将系数转化成相同(或相反)的数，再利用加减消元法即可解决.

如果方程中的系数不相同(或相反)，也不成倍数，我们该怎么办呢？这时我们就应该想到将这两个系数扩大成它的最小公倍数了，这样既可以将系数变成相同(或相反)，同时系数也不会太复杂，算是最佳方案了.这时有两个小技巧：一是选择系数较为简单的未知数进行变形，二是分别变形两个方程使某一未知数的系数相同(或相反)，再进行加减消元，可以提高正确率.

2. 当方程组比较复杂时，应先将二元一次方程整理成形如 $ax+by=c$ 的形式，整理方程时要特别注意：一是去分母时应该将方程的每一项都乘以同一个非零数，二是要注意去括号和移项的法则.

例 1　解方程组：$\begin{cases}3x-2y=6, & ① \\ 2x+3y=17. & ②\end{cases}$

分析：可把 x 的系数化为相等，①×2，②×3；也可把 y 的系数化为相反数，①×3，②×2.

解：①×3，得 $9x-6y=18$，　③

②×2，得 $4x+6y=34$.　④

③+④，得 $13x=52$，解得 $x=4$.

把 $x=4$ 代入①，得 $12-2y=6$，解得 $y=3$.

所以方程组的解是 $\begin{cases}x=4, \\ y=3.\end{cases}$

解二元一次方程组的关键是消元，即把“二元”化为“一元”.用加减消元法解二元一次方程组时，如果方程组中未知数的系数不成倍数关系，可选定一个未知数，把两个方程分别乘以一个适当的数，使这个未知数的系数化为相同或互为相反数，再用加减法求解.

例 2　解方程组：$\begin{cases}\dfrac{7}{3}x+\dfrac{y}{2}=4, \\ \dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y+9}{3}.\end{cases}$

分析：这个方程组中的方程比较复杂，可通过去分母等步骤把方程化简，再用加减法解方程组.

解：原方程组可化为 $\begin{cases}14x+3y=24, & ① \\ 3x-5y=39. & ②\end{cases}$

①×5，得 $70x+15y=120$.　③

②×3，得 $9x-15y=117$.　④

③+④，得 $79x=237$，解得 $x=3$.

把 $x=3$ 代入②，得 $9-5y=39$，解得 $y=-6$.

所以原方程组的解是 $\begin{cases}x=3,\\y=-6.\end{cases}$

解方程组时，如果系数为分数，一般先化为整数系数，并把方程整理为一般形式，然后再根据方程组的特点求解.

〖变式训练〗

1. 用加减法解方程 $\begin{cases}2x+3y=1,\\3x-2y=8\end{cases}$ 时，要使两个方程中同一未知数的系数相等或相反，有以下四种变形的结果：

① $\begin{cases}6x+9y=1,\\6x-4y=8;\end{cases}$ ② $\begin{cases}4x+6y=1,\\9x-6y=8;\end{cases}$ ③ $\begin{cases}6x+9y=3,\\6x-4y=16;\end{cases}$ ④ $\begin{cases}4x+6y=2,\\9x-6y=24.\end{cases}$

其中变形正确的是 ( )

A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ②④

2. 已知关于 x,y 的二元一次方程组 $\begin{cases}2x+3y=k-3,\\x-2y=2k+1\end{cases}$ 的解互为相反数，则 k 的值是________.

3. 已知方程组 $\begin{cases}4x+y=5,\\3x-2y=1\end{cases}$ 和 $\begin{cases}ax+by=3,\\ax-by=1\end{cases}$ 有相同的解，求 $a^2-2ab+b^2$ 的值.

〖反思迁移〗

1. 解二元一次方程组的关键是消元，即把“二元”化为“一元”. 用加减消元法解二元一次方程组时：

(1)如果相同未知数的系数不成倍数关系：可选定一个未知数，把两个方程分别乘以一个适当的数，使这个未知数的系数的绝对值相等，再用加减法求解.

(2)如果未知数的系数是分数：先化为整数系数，并把方程整理为一般形式，然后根据方程组的特点求解.

2. 求解二元一次方程(组)中字母的值，一般有以下方法：

(1)将解代入方程(组)，得到关于字母的方程(组)，求解即可；

(2)先消去一个未知数，再求另一个未知数和字母组成的方程组的解.

3. 两个方程组同解求字母系数的值，有两种常见的类型：

(1)字母系数只出现在一个方程组中，解另一个方程组，把求得的解代入含字母系数的方程(组)，再解之即可.

(2)字母系数包含在两个方程组中，把两个方程组重新组合，把不含字母系数的方程放在一起求解，再把求得的解代入含字母系数的方程(组)中求解即可.

三、效果检测

1. 若方程 $mx+ny=6$ 的两个解是 $\begin{cases}x=1,\\y=1,\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\y=-1,\end{cases}$ 则 m,n 的值分别为 (　　)

A. 4,2　　B. 2,4　　C. $-4,-2$　　D. $-2,-4$

2. 方程 $y=kx+b$ 中，当 $x=1$ 时 $y=2$，当 $x=2$ 时 $y=4$，则 k,b 的值是 (　　)

A. $\begin{cases}k=0,\\b=0\end{cases}$　　B. $\begin{cases}k=2,\\b=0\end{cases}$　　C. $\begin{cases}k=3,\\b=1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}k=0,\\b=2\end{cases}$

3. 如果 $\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$ 是方程 $6x+by=32$ 的一个解，则 $b=$________.

4. 当 $x=2,-2$ 时，代数式 $kx+b$ 的值分别是 2,4，则 $k=$________，$b=$________.

5. 解方程组：$\begin{cases}3x-4y=14,\\2x+3y=-2.\end{cases}$

6. 解方程组：

(1) $\begin{cases}2x-3y=1,\\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y-1}{3}=-\dfrac{1}{2};\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}3(y+2)=x-1,\\5y-2(x-1)=8.\end{cases}$

1.3 二元一次方程组的应用(1)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础，助力新课学习.

1. 一件商品按成本价提高 50%后标价，再打八折销售，售价为 240 元. 设这件商品的成本价为 x 元，根据题意所列方程为（　　）

A. $x\cdot 50\%\times 80\%=240$　　B. $(1+50\%)x\cdot 80\%=240$

C. $x=240\times 50\%\times 80\%$　　D. $x\cdot 50\%=240\times 80\%$

2. 某旅游景点门票价格为：成人票每张 70 元，儿童票每张 35 元. 小明买门票共花了 1 225元. 设其中成人票有 x 张，儿童票有 y 张，根据题意，下列方程正确的是（　　）

A. $35x+70y=1\ 225$　　B. $70x+35y=1\ 225$

C. $70x-35y=1\ 225$　　D. $35x-70y=1\ 225$

3. 方程组 $\begin{cases}3x+2y=7,\\4x-y=13\end{cases}$ 的解是（　　）

A. $\begin{cases}x=-1,\\y=3\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=-3,\\y=-1\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=3,\\y=-1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=-1,\\y=-3\end{cases}$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确，务必回顾复习.

1. 解二元一次方程组，用代入消元法和加减消元法，将“二元”转化为“一元”，再解一元一次方程，将其解再代回原方程组的一个方程，求出另一个未知数的值，这组值就是方程组的解.

2. 在实际问题中找到等量关系，将等量关系中各项用含未知数的代数式表示出来，这个过程就是根据等量关系列方程，是建立方程(组)解应用题的重要步骤.

3. 常见的关系式：路程＝速度×时间，利润＝进价×利润率，利润＝售价－成本，单价×数量＝总价.

你可以开始今天的新课学习了！

我们已经学习了如何求解二元一次方程组，现在我们来让二元一次方程组在实际问题中发挥作用吧. 同学们一定要有信心哦，不要觉得应用题就一定很难.

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 列二元一次方程组和列一元一次方程解应用题的联系与区别.

如果实际问题中有两个要求的量，有两个等量关系，一般就设两个未知数，根据两个等量关系列两个二元一次方程联立成一个二元一次方程组. 如果实际问题中只有一个要求的量，一个等量关系，一般设一个未知数，列一元一次方程解决. 一般情况下，可以列二元一次方程组解决的问题往往也可以列一元一次方程来解决，只是等量关系要复杂很多，不太方便，所以能列二元一次方程组来解决就尽量列方程组来解决.

例 1 如图 1.3-1，某校组织学生从学校(点 A)出发，沿 $A\rightarrow B\rightarrow C\rightarrow D\rightarrow A$ 的路线参加总路程为 14 km 的绿色行走活动，其中路线 $A\rightarrow B$ 段、$D\rightarrow A$ 段是市区公路，$B\rightarrow C$ 段、$C\rightarrow D$ 段是景区山路. 已知学生队伍在市区公路的行进速度为 6 km/h，在景区山路的行进速度为2 km/h，本次行走共用 3.5 h. 问本次行走活动中市区公路、景区山路各多少千米?

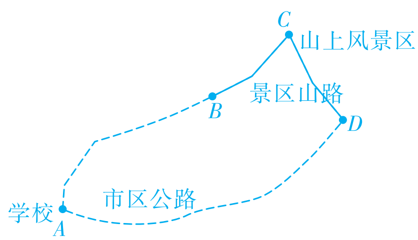


图 1.3-1

解法一：列一元一次方程.

设本次行走活动中市区公路有 x km，则景区山路有$(14-x)$ km.

根据在市区行进时间＋在景区行进时间＝3.5 h，

可得$\frac{x}{6}+\frac{14-x}{2}=3.5$，解得 $x=10.5$，则 $14-x=3.5$.

答：本次行走活动中市区公路 10.5 km，景区山路 3.5 km.

解法二：设本次行走活动中市区公路有 x km，景区山路有 y km.

根据市区公路＋景区山路＝14 km，在市区行进时间＋在景区行进时间＝3.5 h，

可得方程组$\begin{cases}x+y=14,\\ \frac{x}{6}+\frac{y}{2}=3.5,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=10.5,\\ y=3.5.\end{cases}$

答：本次行走活动中市区公路 10.5 km，景区山路 3.5 km.

对比两种方法，我们能感受到建立二元一次方程组虽然需要设两个未知数，找两个等量关系，列出两个方程，但对于含两个未知量的实际问题而言，这样的方法能更清晰地表达数量关系，用起来也更为简便.

2. 实际问题中常见的含百分比的数量关系.

现在的量＝原来的量×(1＋增长率)，或现在的量＝原来的量×(1＋降低率)，利息＝本金×利率×期数等.

例 2　今年五一小长假期间，某市外来与外出旅游的总人数为 226 万人次，分别比去年同期增长 30%和 20%，去年同期外来旅游比外出旅游的人数多 20 万人次. 求该市今年外来和外出旅游的人数.

解：设该市去年外来旅游的人数为 x 万人次，外出旅游的人数为 y 万人次，

由题意得，$\begin{cases} x-y=20, \\ (1+30\%)x+(1+20\%)y=226, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=100, \\ y=80. \end{cases}$

今年外来旅游的人数为 $100\times(1+30\%)=130$(万人次)，

今年外出旅游的人数为 $80\times(1+20\%)=96$(万人次).

答：该市今年外来旅游的人数为 130 万人次，外出旅游的人数为 96 万人次.

〖变式训练〗

1. 李明同学早上骑自行车上学，中途因道路施工步行一段路，到学校共用时 15 min. 他骑自行车的平均速度是 250 m/min，步行的平均速度是 80 m/min. 他家离学校的距离是 2 900 m. 如果他骑车和步行的时间分别为 x min，y min，则列出的方程组是　（　　）

A. $\begin{cases} x+y=\dfrac{1}{4}, \\ 250x+80y=2\ 900 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} x+y=15, \\ 80x+250y=2\ 900 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y=\dfrac{1}{4}, \\ 80x+250y=2\ 900 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} x+y=15, \\ 250x+80y=2\ 900 \end{cases}$

2. A，B 两人到商场购物，A 购 3 件甲商品和 2 件乙商品共支付 16 元，B 购 5 件甲商品和 3 件乙商品共支付 25 元，求一件甲商品和一件乙商品各售多少元. 设甲商品的售价为 x 元/件，乙商品的售价为 y 元/件，则可列出方程组________________.

3. 甲、乙二人在一环形场地上从 A 点同时同向匀速跑步，甲的速度是乙的 2.5 倍，出发 4 min后两人首次相遇，此时乙还需要跑 300 m 才跑完第一圈，求甲、乙二人的速度及环形场地的周长.（列方程组求解）

〖反思迁移〗

1. 在列二元一次方程组解决实际问题中，常常用到的关系式有：路程＝速度×时间，利润＝进价×利润率，利润＝售价－成本，单价×数量＝总价. 相遇问题中，甲走的路程＋乙走的路程＝相距的路程；追及问题中，快者走的路程－慢者走的路程＝相距的路程等.

2. 实际问题 $\xrightarrow[\text{设两个未知数}]{\text{分析等量关系}}$ 列二元一次方程组 → 解方程组 → 检验解是否符合实际情况

三、效果检测

1. 甲、乙两地相距 170 km，一辆小汽车和一辆客车同时从甲、乙两地相向开出，经过 1 h 10 min 相遇，小汽车比客车多行驶 20 km. 设小汽车和客车的平均速度分别为 x km/h 和 y km/h，则下列方程组正确的是（　　）

A. $\begin{cases} x+y=20, \\ \frac{7}{6}x+\frac{7}{6}y=170 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} x-y=20, \\ \frac{7}{6}x+\frac{7}{6}y=170 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y=20, \\ \frac{7}{6}x-\frac{7}{6}y=170 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} \frac{7}{6}x-\frac{7}{6}y=20, \\ \frac{7}{6}x+\frac{7}{6}y=170 \end{cases}$

2. 为了研究吸烟是否对患肺癌有影响，某肿瘤研究所随机调查了 10 000 人，并进行统计分析. 结果显示：在吸烟者中患肺癌的比例是 2.5%，在不吸烟者中患肺癌的比例是 0.5%，吸烟者患肺癌的人数比不吸烟者患肺癌的人数多 22 人. 如果设这 10 000 人中，吸烟者患肺癌的人数为 x，不吸烟者患肺癌的人数为 y，根据题意，下面列出的方程组正确的是（　　）

A. $\begin{cases} x-y=22, \\ x\times 2.5\%+y\times 0.5\%=10\ 000 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} x-y=22, \\ \frac{x}{2.5\%}+\frac{y}{0.5\%}=10\ 000 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y=10\ 000, \\ x\times 2.5\%-y\times 0.5\%=22 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} x+y=10\ 000, \\ \frac{x}{2.5\%}-\frac{y}{0.5\%}=22 \end{cases}$

3. 某幼儿园用 100 元钱给小朋友买了甲、乙两种玩具共 30 个，单价分别为 2 元和 4 元，则该幼儿园购买的甲、乙两种玩具分别为________个、________个.

4. 我国古代数学名著《孙子算经》中有这样一题：今有鸡兔同笼，上有 35 头，下有 94 足，问鸡兔各几何？此题的答案是：鸡有 23 只，兔有 12 只. 现在小敏将此题改编为：今有鸡兔同笼，上有 33 头，下有 88 足，问鸡兔各几何？则此时的答案是：鸡有________只，兔有________只.

5. 夏季来临，天气逐渐炎热起来，某商店将某种碳酸饮料每瓶的价格上调了 10%，将某种果汁饮料每瓶的价格下调了 5%，已知调价前买这两种饮料各一瓶共花费 7 元，调价后买上述碳酸饮料 3 瓶和果汁饮料 2 瓶共花费 17.5 元，问这两种饮料在调价前每瓶各多少元？

6. 某学校的环形跑道长 400 m，甲、乙同时从同一起点分别以一定的速度慢跑和骑自行车. 如果反向而行，那么他们每隔 40 s 相遇一次；如果同向而行，那么每隔 80 s 乙就追上甲一次. 甲、乙的速度分别是多少？

1.3 二元一次方程组的应用(2)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础,助力新课学习.

1. 方程组$\begin{cases}x+y=60,\\x-2y=30\end{cases}$的解是 (　　)

A. $\begin{cases}x=70,\\y=-10\end{cases}$　B. $\begin{cases}x=90,\\y=-30\end{cases}$　C. $\begin{cases}x=50,\\y=10\end{cases}$　D. $\begin{cases}x=30,\\y=30\end{cases}$

2. 已知两数 x,y 之和是 10,x 比 y 的 3 倍大 2,则下面所列方程组正确的是 (　　)

A. $\begin{cases}x+y=10,\\y=2x+2\end{cases}$　B. $\begin{cases}x+y=10,\\y=3x-2\end{cases}$　C. $\begin{cases}x+y=10,\\x=3y+2\end{cases}$　D. $\begin{cases}x+y=10,\\x=3y-2\end{cases}$

3. 20 名同学在植树节这天共种了 52 棵树苗,其中男生每人种 3 棵,女生每人种 2 棵. 设男生有 x 人,女生有 y 人,根据题意,列方程组正确的是 (　　)

A. $\begin{cases}x+y=52,\\3x+2y=20\end{cases}$　B. $\begin{cases}x+y=52,\\2x+3y=20\end{cases}$　C. $\begin{cases}x+y=20,\\2x+3y=52\end{cases}$　D. $\begin{cases}x+y=20,\\3x+2y=52\end{cases}$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确,务必回顾复习.

1. 用代入法和加减法解二元一次方程组,关键是消元. 检验所求出的值是否为方程组的解,必须将这组值代入原来的两个方程中,均能成立才是方程组的解.

2. 在实际问题中建立二元一次方程组模型的方法:设两个未知数→找两个等量关系→列两个方程联立成方程组→解方程组→检验方程组的解是否符合题意.

你可以开始今天的新课学习了!

上一节课我们开始学习实际问题中如何建立二元一次方程组模型来解决问题,这一节课我们学习用二元一次方程组解决更多的实际问题.

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 分段计费问题的解决方法.

在日常生活中,出租车的起步价以及超过部分的计费问题,阶梯天然气费,阶梯水

费，电话费中涉及月租费和通话费等问题都属于分段计费问题. 在分段计费问题中，要特别注意的是，计算超过部分时，一定要减去基本部分.

例 1 假如某市的出租车是这样收费的：起步价所包含的路程为 0～1.5 km，超过 1.5 km 的部分按每千米另收费.

小刘说："我乘出租车走了 4.5 km，付车费 10.5 元."

小李说："我乘出租车走了 6.5 km，付车费 14.5 元."

问：(1)出租车的起步价是多少元？超过 1.5 km 后每千米收费多少元？

(2)小张乘坐出租车走了 10 km，应付车费多少元？

分析：题中，出租车费用＝起步价＋超出部分的费用. 在计算超出部分的路程时一定要减去起步价中已含的 1.5 km，如乘出租车走了 4.5 km，其中包含了起步价中的 1.5 km，所以超出部分的路程为 4.5－1.5＝3(km).

解：(1)设出租车的起步价是 x 元，超过 1.5 km 后每千米收费 y 元.

依题意得，$\begin{cases} x+(4.5-1.5)y=10.5, \\ x+(6.5-1.5)y=14.5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=4.5, \\ y=2. \end{cases}$

答：出租车的起步价为 4.5 元，超过 1.5 km 后每千米收费 2 元.

(2)$4.5+(10-1.5)\times 2=21.5$(元)，

故小张应付车费 21.5 元.

2. 和差倍分问题的解决方法.

在实际问题中，如果涉及两者的和或是差，两者之间存在倍数或几分之几关系，或百分比等问题，要认真分析两者之间的数量关系，从而找到等量关系解决问题.

例 2 某企业接到任务，须在规定时间内生产一批帐篷. 如果按原来的生产速度，每天生产 120 顶帐篷，那么在规定时间内只能完成任务的 90%. 为按时完成任务，该企业所有人员都支援到生产一线，这样，每天能生产 160 顶帐篷，刚好提前一天完成任务. 问规定时间是多少天？生产任务是多少顶帐篷？

解：设规定时间为 x 天，生产任务是 y 顶帐篷，

由题意得，$\begin{cases} 120x=90\%y, \\ 160(x-1)=y, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=6, \\ y=800. \end{cases}$

答：规定时间是 6 天，生产任务是 800 顶帐篷.

〖变式训练〗

1. 小明的妈妈用 280 元买了甲、乙两种药材. 甲种药材每公斤 20 元，乙种药材每公斤 60 元，且甲种药材比乙种药材多买了 2 公斤. 设买了甲种药材 x 公斤，乙种药材 y 公斤，小明列方程组求两种药材各买了多少公斤，正确的是 ( )

A. $\begin{cases} 20x+60y=280, \\ x-y=2 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} 60x+20y=280, \\ x-y=2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 20x+60y=280, \\ y-x=2 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} 60x+20y=280, \\ y-x=2 \end{cases}$

2. 如图 1.3－2，某工厂与 A，B 两地有公路、铁路相连. 这家工厂从 A 地购买一批每吨 1 000元的原料运回工厂，制成每吨 8 000 元的产品运到 B 地. 已知公路运输费用为 1.5 元/(吨 · 千米)，铁路运输费用为 1.2 元/(吨 · 千米)，且这两次运输共支出公路运输费 15 000 元，铁路运输费97 200元. 求该工厂从 A 地购买了多少吨原料，制成多少吨产品运往 B 地.

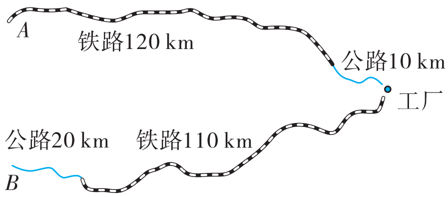


图 1.3－2

3. 设 P_n 表示 n 边形的对角线的交点个数(指落在其内部的交点)，如果这些交点都不重合，那么 P_n 与 n 的关系式是：$P_n=\dfrac{n(n-1)}{24}\cdot(n^2-an+b)$(其中 a，b 是常数，$n\geqslant4$)

(1)通过画图，可得：四边形时，$P_4=$________；五边形时，$P_5=$________.

(2)请根据四边形和五边形对角线交点的个数，结合关系式，求 a，b 的值.

〖反思迁移〗

1. 列二元一次方程组解应用题的一般步骤可概括为“审、设、列、解、验、答”六步.

①审：通过审题，把实际问题抽象成数学问题，找出能够表示题意的两个等量关系；

②设：分析已知量和未知量，并用字母表示其中的两个未知量；

③列：根据两个等量关系列出相应的方程，从而列出方程组；

④解：解这个方程组，求出两个未知数的值；

⑤验：检验未知数的值是不是方程组的解，检验方程组的解是否符合题意；

⑥答：在对求出的方程组的解做出是否合理判断的基础上，写出答案.

2. 在解决分段计费问题时，怎么分段是关键，一定要分清楚，每一段要合理地用含未知数的方程准确表示出来. 在解决和差倍分问题时，表达二者之间的关系是关键，一定要准确，谁比谁多，谁比谁少，谁是谁的几倍，谁是谁的几分之几，这些关系式用含未知数的方程表达时不能出现错误.

三、效果检测

1. 为了丰富同学们的课余生活，体育委员小强到体育用品商店购买羽毛球拍和乒乓球拍，已知购1副羽毛球拍和1副乒乓球拍共需50元，小强用320元购买了6副同样的羽毛球拍和10副同样的乒乓球拍．若设每副羽毛球拍为x元，每副乒乓球拍为y元，所列二元一次方程组为（　　）

A. $\begin{cases}x+y=50,\\6(x+y)=320\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x+y=50,\\6x+10y=320\end{cases}$

C. $\begin{cases}x+y=50,\\6x+y=320\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x+y=50,\\10x+6y=320\end{cases}$

2. 《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题："今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等．交易其一，金轻十三两．问金、银一枚各重几何？"意思是：甲袋中装有黄金9枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银11枚（每枚白银重量相同），两袋重量相等．两袋互相交换1枚后，甲袋比乙袋轻了13两（袋子重量忽略不计）．问黄金、白银每枚各重多少两？设每枚黄金重x两，每枚白银重y两，根据题意得（　　）

A. $\begin{cases}11x=9y,\\(10y+x)-(8x+y)=13\end{cases}$　　B. $\begin{cases}10y+x=8x+y,\\9x+13=11y\end{cases}$

C. $\begin{cases}9x=11y,\\(8x+y)-(10y+x)=13\end{cases}$　　D. $\begin{cases}9x=11y,\\(10y+x)-(8x+y)=13\end{cases}$

3. 某单位组织34名共产党员分别到井冈山和瑞金接受革命传统教育，到井冈山的人数比到瑞金的人数的2倍还多1人，求到两地的人数各是多少．设到井冈山的人数为x，到瑞金的人数为y，满足题意的方程组是________________．

4. 某宾馆有单人间和双人间两种房间，入住3个单人间和6个双人间共需1 020元，入住1个单人间和5个双人间共需700元，求入住单人间和双人间各5个共需多少钱．

5. 在水果店里，小李买了 5 kg 苹果，3 kg 梨，老板少要 2 元，收了 50 元；老王买了 11 kg 苹果，5 kg 梨，老板按九折收钱，收了 90 元. 该店苹果和梨的价格各是多少？

6. （选作题）为鼓励居民节约用电，某市对家庭用电收费实行阶梯电价，即每月每户居民的用电量分为三个档级收费.

第一档为用电量在 180 千瓦时（含 180 千瓦时）以内的部分，执行基本价格；

第二档为用电量在 180 千瓦时到 450 千瓦时（含 450 千瓦时）的部分，实行提高电价；

第三档为用电量超出 450 千瓦时的部分，执行市场调节价格.

该市一同学家今年 2 月份用电 330 千瓦时，电费为 213 元；3 月份用电 240 千瓦时，电费为 150 元. 已知该市的一户家庭今年 6、7 月份的用电量分别为 160 和 410 千瓦时，请你依据该同学家的缴费情况，计算这户家庭 6、7 月份的电费分别为多少元？

*1.4 三元一次方程组

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础，助力新课学习.

1. 方程组$\begin{cases}x=1-y,\\2x-y=5\end{cases}$的解是 （　　）

A. $\begin{cases}x=-1,\\y=2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=-2,\\y=3\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$

2. 方程组$\begin{cases}3x+2y=7,\\4x-y=13\end{cases}$的解是 （　　）

A. $\begin{cases}x=-1,\\y=3\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=3,\\y=-1\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=-3,\\y=-1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=-1,\\y=-3\end{cases}$

3. 若关于 x,y 的二元一次方程组$\begin{cases}x+y=5k,\\x-y=9k\end{cases}$的解也是二元一次方程 $2x+3y=6$ 的解，则 k 的值为 （　　）

A. $-\dfrac{3}{4}$　　B. $\dfrac{3}{4}$　　C. $\dfrac{4}{3}$　　D. $-\dfrac{4}{3}$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确，务必回顾复习.

1. 用代入消元法解二元一次方程组的基本步骤：

用一个未知数表示另一个未知数 → 代入消元，求出一个未知数的值 → 代入求出另一未知数的值，写出解

2. 用加减消元法解二元一次方程组的基本步骤：

将同一个未知数的系数化成相同或相反 → 通过加减消去一个未知数，求出另一个未知数的值 → 代入求出另一未知数的值，写出解

你可以开始今天的新课学习了！

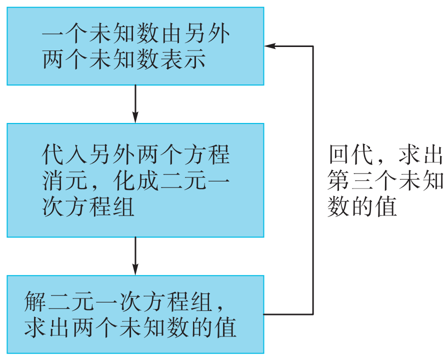
如果方程组中未知数有两个，且未知数的次数为 1，这样的方程组称为二元一次方程组，可以用消元法解出未知数的值. 如果方程组中未知数有三个，且未知数的次数为 1，我们有没有办法可以解出来呢？

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 用代入消元法解三元一次方程组.

若三元一次方程组中，有一个方程的某个未知数是由另外两个未知数表示，我们可以考虑用代入消元法解这个三元一次方程组，过程如下：



例 1 解方程组：$\begin{cases} z=y+x, & ① \\ 2x-3y+2z=5, & ② \\ x+2y+z=13. & ③ \end{cases}$

分析： 方程①中未知数 z 是用另外两个未知数表示的，把方程①代入方程②和方程③中，就可以将未知数 z 消掉，这样就可以将三元一次方程组转化为我们已经学过的二元一次方程组了.

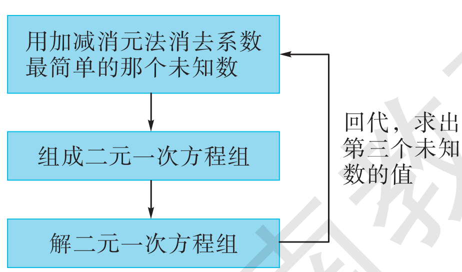
解： (1)将①代入②、③，消去 z，得 $\begin{cases} 4x-y=5, \\ 2x+3y=13. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=2, \\ y=3. \end{cases}$

把 $x=2$，$y=3$ 代入①，得 $z=5$.

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=2, \\ y=3, \\ z=5. \end{cases}$

2. 用加减消元法解三元一次方程组.

若三元一次方程组中，三个未知数中有一个未知数的系数较为简单，我们可以选择运用加减消元法来解，其步骤如下：



例 2　解方程组：$\begin{cases} 2x+3y+z=11, & ① \\ x+y+z=0, & ② \\ 3x-y-z=-2. & ③ \end{cases}$

分析：三个方程中未知数 z 的系数最为简单，如果运用加减消元法先消去未知数 z，就可以将其转化为二元一次方程组了.

解：①－②，得 $x+2y=11$.　　④

①＋③，得 $5x+2y=9$.　　⑤

④与⑤组成方程组 $\begin{cases} x+2y=11, \\ 5x+2y=9. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}, \\ y=\dfrac{23}{4}. \end{cases}$

把 $x=-\dfrac{1}{2}$，$y=\dfrac{23}{4}$ 代入②，得 $z=-\dfrac{21}{4}$.

所以原方程组的解是 $\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}, \\ y=\dfrac{23}{4}, \\ z=-\dfrac{21}{4}. \end{cases}$

〔变式训练〕

1. 三元一次方程组 $\begin{cases} 2x-3y+4z=3, \\ 3x-2y+z=7, \\ x+2y-3z=1 \end{cases}$ 的解为　　(　　)

A. $\begin{cases} x=-2, \\ y=1, \\ z=-3 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} x=-3, \\ y=-2, \\ z=1 \end{cases}$　　C. $\begin{cases} x=1, \\ y=-3, \\ z=-2 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} x=1, \\ y=-2, \\ z=-3 \end{cases}$

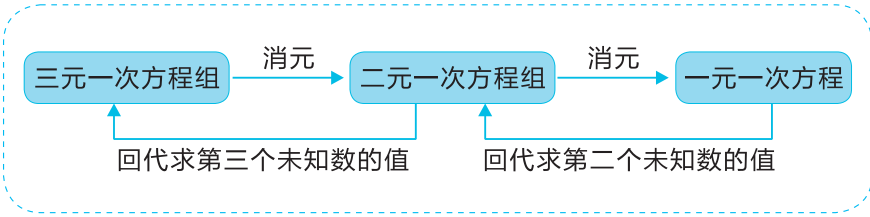
2. 由方程组 $\begin{cases} x+y=2, \\ y+z=3, \\ x+z=1 \end{cases}$ 可以得到 $x+y+z$ 的值是________.

3. 解方程组：

(1) $\begin{cases} x+y+z=1, & ① \\ x-2y-z=3, & ② \\ 2x-y+z=0; & ③ \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3x+4y+z=14, & ① \\ x+5y+2z=17, & ② \\ 2x+2y-z=3. & ③ \end{cases}$

〔反思迁移〕

1. 解三元一次方程组的思想方法还是“消元”，通过代入消元法或加减消元法将“三元”转化为“二元”，再将“二元”转化为“一元”，就达到了解方程组的目的.



2. 注意事项：

（1）三元一次方程组第一次消元时，一定要注意必须消去同一个未知数，否则得到的两个新方程虽然都只含两个未知数，但由它们组成的方程组仍含三个未知数，并未达到消元的目的.

（2）当方程组中各未知数的系数之和相等时，可以先将三个方程相加，再用这个方程去减原方程组中的方程，这样计算会较为简便.

三、效果检测

1. 三元一次方程组$\begin{cases}x-y=1,\\y-z=1,\\x+z=6\end{cases}$的解是（　　）

A. $\begin{cases}x=2,\\y=3,\\z=4\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=2,\\y=4,\\z=3\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=3,\\y=2,\\z=4\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=4,\\y=3,\\z=2\end{cases}$

2. 已知$\begin{cases}x=1,\\y=2,\\z=3\end{cases}$是方程组$\begin{cases}ax+by=2,\\by+cz=3,\\cx+az=7\end{cases}$的解，则 $a+b+c$ 的值是（　　）

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 无法确定

3. 如果$\begin{cases}x+2y=15,\\y+2z=16,\\z+2x=17,\end{cases}$那么 $x+y+z=$________.

4. 三元一次方程组$\begin{cases}x+y=5,\\y+z=9,\\z+x=8\end{cases}$的解是________.

5. 解方程组：

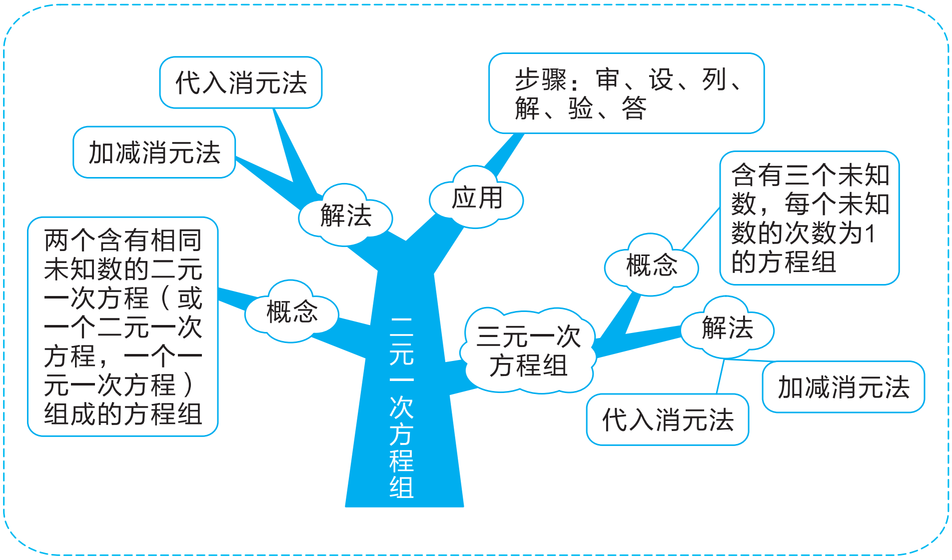
（1）$\begin{cases}3x+4z=7, & ①\\5x-9y+7z=8, & ②\\2x+3y+z=9; & ③\end{cases}$　　（2）$\begin{cases}2a-b-c=0, & ①\\a+c=5, & ②\\3a+b-2c=1. & ③\end{cases}$

6. 解方程组：

（1）$\begin{cases}x+y+z=12, & ①\\x+2y-z=6, & ②\\3x-y+z=10; & ③\end{cases}$　　（2）$\begin{cases}3x+y+z=2, & ①\\x-3y-z=3, & ②\\2x-y+z=2. & ③\end{cases}$

本章整理提升

知识框架



融会贯通

1. 二元或三元一次方程组的解法.

一元一次方程能通过去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化 1 等步骤进行解答. 解二元或三元一次方程组，要将多元方程通过消元最终转化成一元一次方程，可以通过代入消元法和加减消元法来实现.

例 1 解方程组：

(1) $\begin{cases} 6x+5y=16, \\ 5x+6y=17. \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} \dfrac{x-2}{4}-\dfrac{y+1}{5}=7, \\ \dfrac{x-2}{4}+\dfrac{y+1}{5}=3. \end{cases}$

分析：(1)题是一个常规的二元一次方程组，可以用代入消元法，也可以用加减消元法，还可以根据系数的特点作适当的变形后再解.

(2)题形式较复杂,可先将其化简,再选择解法,也可以根据其特点,将$\frac{x-2}{4}$和$\frac{y+1}{5}$看作一个整体,用整体思想来解.

解:(1)记$\begin{cases}6x+5y=16, & ①\\5x+6y=17. & ②\end{cases}$

方法1:由①得 $y=\frac{16-6x}{5}$. ③

把③代入②,得 $5x+6\times\frac{16-6x}{5}=17$,解得 $x=1$.

把 $x=1$ 代入③,得 $y=2$.

∴方程组的解为$\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

方法2:②×6-①×5,得 $11y=22$,所以 $y=2$.

把 $y=2$ 代入①,得 $x=1$.

∴方程组的解为$\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

方法3:①+②,并整理,得 $x+y=3$. ③

①-②,得 $x-y=-1$. ④

③④联立得方程组$\begin{cases}x+y=3,\\x-y=-1.\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

∴原方程组的解为$\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

(2)方法1:将原方程组化简,得$\begin{cases}5x-4y=154, & ①\\5x+4y=66. & ②\end{cases}$

由①得 $x=\frac{4}{5}y+\frac{154}{5}$. ③

把③代入②,得 $y=-11$.

把 $y=-11$ 代入③,得 $x=22$.

∴原方程组的解为$\begin{cases}x=22,\\y=-11.\end{cases}$

方法2:将原方程化简,得$\begin{cases}5x-4y=154, & ①\\5x+4y=66. & ②\end{cases}$

①+②,得 $10x=220$,$x=22$.

②-①,得 $8y=-88$,$y=-11$.

∴原方程组的解为$\begin{cases}x=22,\\y=-11.\end{cases}$

方法3:设$\frac{x-2}{4}=a$,$\frac{y+1}{5}=b$,则原方程组可化为$\begin{cases}a-b=7,\\a+b=3.\end{cases}$

解这个方程组，得$\begin{cases}a=5,\\b=-2.\end{cases}$

所以$\begin{cases}\dfrac{x-2}{4}=5,\\\dfrac{y+1}{5}=-2.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=22,\\y=-11.\end{cases}$

∴原方程组的解为$\begin{cases}x=22,\\y=-11.\end{cases}$

归纳提升：解二元或三元一次方程组的核心思想是“消元”，即将“三元”转化为“二元”，“二元”转化为“一元”，基本方法有代入消元法和加减消元法. 一般来说，当某个未知数的系数为 1 或 -1 时，用代入消元法解；当方程中某个未知数的系数的绝对值相等或成倍数关系，或容易变形使某个未知数的系数的绝对值相等时，用加减消元法解；对于一些比较复杂的方程组可先化简，也可根据方程的特点用整体思想(换元法)来解.

例 2 解三元一次方程组：$\begin{cases}2x+3y+z=6, & ①\\x-y+2z=-1, & ②\\x+2y-z=5. & ③\end{cases}$

分析：这个三元一次方程组中系数较为简单的为 x 和 z，考虑到 z 的系数中有个为负，更容易通过相加的方法消掉未知数，所以可以选择先消掉 z 化为二元一次方程组再解.

解：①+③得，$3x+5y=11$. ④

③×2+②得，$3x+3y=9$，即 $x+y=3$. ⑤

④⑤联立得方程组$\begin{cases}3x+5y=11,\\x+y=3,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$

将$\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$代入③得，$z=-1$.

所以原方程组的解为$\begin{cases}x=2,\\y=1,\\z=-1.\end{cases}$

归纳提升：不管解二元一次方程组还是三元一次方程组用的都是消元的思想.

三元一次方程组 $\xrightarrow{\text{消元}}$ 二元一次方程组 $\xrightarrow{\text{消元}}$ 一元一次方程

2. 列二元一次方程组解应用题.

列二元一次方程组解应用题与列一元一次方程解应用题的步骤相同，如果一个实际问题需要求解两个未知量，而实际问题中又有两个等量关系，那么我们就可以通过设两个未知数，列两个方程联立成二元一次方程组来解决实际问题.

例 3 一项工程甲单独做需 12 天完成，乙单独做需要 18 天完成，计划甲先做若干天后，再由乙单独做完. 实际上甲只做了计划时间的一半就因事离去，然后由乙单独承担并完成任务，而乙完成任务的时间恰好是乙计划时间的 2 倍，求原计划甲、乙各做多少天.

分析:由甲、乙单独完成所需的时间可以看出甲、乙两人的工作效率,设总工作量为 1,则甲每天完成$\frac{1}{12}$,乙每天完成$\frac{1}{18}$,利用"工作量=工作效率×工作时间"可以列出方程组.

解:设原计划甲做 x 天,乙做 y 天,则有

$$\begin{cases}\frac{1}{12}x+\frac{1}{18}y=1,\\ \frac{1}{12}\times\frac{1}{2}x+\frac{1}{18}\times 2y=1.\end{cases}$$

解得$\begin{cases}x=8,\\ y=6.\end{cases}$

答:原计划甲做 8 天,乙做 6 天.

归纳提升:列方程组解应用题要分清题目中的已知量和未知量,关键是找出题中的等量关系,再把等量关系用式子表示,从而列出方程组,通过解方程组解答实际问题. 求出解后一定要注意检验,不仅要满足是方程组的解,还要符合实际情况.

例 4 有大小两种船,1 艘大船与 4 艘小船一次可以载乘客 46 名,2 艘大船与 3 艘小船一次可以载乘客 57 名. 某旅游团坐了 3 艘大船与 6 艘小船,且每条船均载满乘客那么这个旅游团一共有多少人?

分析:可以设每艘大船一次可以载乘客 x 人,每艘小船一次可以载乘客 y 人,通过列方程组求出大小两种船一次可以载乘客的人数,再代入某旅游团坐了 3 艘大船与 6 艘小船即可求出旅游团的人数.

解:设每艘大船一次可以载乘客 x 人,每艘小船一次可以载乘客 y 人.

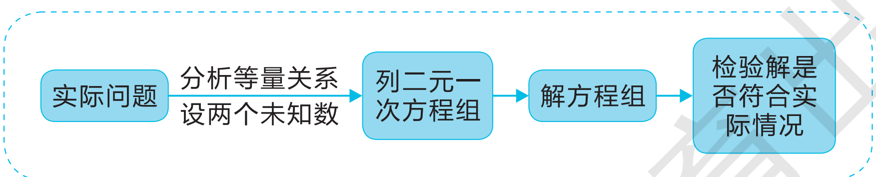
根据题意得$\begin{cases}x+4y=46,\\ 2x+3y=57.\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=18,\\ y=7,\end{cases}$

则 $3x+6y=3\times18+6\times7=96$.

答:这个旅游团一共有 96 人.

归纳提升:列二元一次方程组解应用题常涉及行程问题、工作问题、调配问题、数字问题、分段计费问题、和差倍分问题等,一般步骤如下:



本章达标测试

（时间 60 分钟，满分 100 分）

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 方程组$\begin{cases}x-y=1,\\2x+y=5\end{cases}$的解是（　　）

A. $\begin{cases}x=-1,\\y=2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$

2. 用加减法解方程组$\begin{cases}x-3y=9,&①\\x-4y=5&②\end{cases}$中，用方程①－②消去未知数后得到的是（　　）

A. $y=4$　　B. $-y=4$　　C. $-7y=14$　　D. $-y=14$

3. 下列方程组中，解为$\begin{cases}x=-1,\\y=-2\end{cases}$的是（　　）

A. $\begin{cases}x-y=1,\\3x+y=5\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x-y=1,\\3x+y=-5\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x-y=3,\\3x-y=1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x-y=-3,\\3x+y=5\end{cases}$

4. 若方程 $ax-3y=2x+6$ 是二元一次方程，则 a 必须满足（　　）

A. $a\neq2$　　B. $a\neq-2$　　C. $a=2$　　D. $a=0$

5. 若$\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$是下列某二元一次方程组的解，则这个方程组为（　　）

A. $\begin{cases}x+3y=5,\\x+y=1\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=y-3,\\y+2x=5\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=2y,\\x=3y+1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}2x-y=5,\\x+y=1\end{cases}$

6. 已知关于 x，y 的方程 $x^{2m-n-2}+4y^{m+n+1}=6$ 是二元一次方程，则 m，n 的值为（　　）

A. $m=1$，$n=-1$　　B. $m=-1$，$n=1$

C. $n=\frac{1}{3}$，$n=-\frac{4}{3}$　　D. $m=-\frac{1}{3}$，$n=\frac{4}{3}$

7. 二元一次方程 $5a-11b=21$（　　）

A. 有且只有一解　　B. 有无数解

C. 无解　　D. 有且只有两解

8. 已知方程组$\begin{cases}3x+2y=m+2,\\2x+3y=3m\end{cases}$中未知数 x，y 的和等于 2，则 m 的值是（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

9. 如果$|x+y-1|$和$2(2x+y-3)^2$互为相反数，那么x,y的值是 （　　）

A. $\begin{cases}x=-1,\\y=2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=-1,\\y=-2\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=-2,\\y=-1\end{cases}$

10. 现用190张铁皮做盒子，每张铁皮可做8个盒身或22个盒底，一个盒身与两个盒底配成一个完整的盒子. 设用x张铁皮做盒身，y张铁皮做盒底，则所列方程组为 （　　）

A. $\begin{cases}x+y=190,\\2\times 8x=22y\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x+y=190,\\2\times 22y=8x\end{cases}$　　C. $\begin{cases}2y+x=190,\\8x=22y\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x+2y=190,\\2\times 8x=22y\end{cases}$

二、填空题(每小题4分，共16分)

11. 如果$\begin{cases}x=5,\\y=7\end{cases}$满足$kx-2y=1$，那么$k=$________.

12. 已知$\begin{cases}x=3,\\y=1\end{cases}$和$\begin{cases}x=-2,\\y=11\end{cases}$都是$ax+by=7$的解，则$a=$________，$b=$________.

13. 已知a,b满足方程组$\begin{cases}2a-b=2,\\a+2b=5,\end{cases}$则$3a+b$的值为________.

14. 若$\begin{cases}2x+3y=5,\\3x-2y=-3,\end{cases}$则$2(2x+3y)+3(3x-2y)=$________.

三、解答题(本大题共6个小题，共44分)

15. (6分)解方程组：$\begin{cases}6x-3y=-3,\\5x-9y=4.\end{cases}$

16. (6分)解方程组：$\begin{cases}2m+3n=1,\\7m+6n=8.\end{cases}$

17. (6分)解方程组：$\begin{cases}\dfrac{x}{2}-\dfrac{y+1}{3}=1,\\3x+2y=10.\end{cases}$

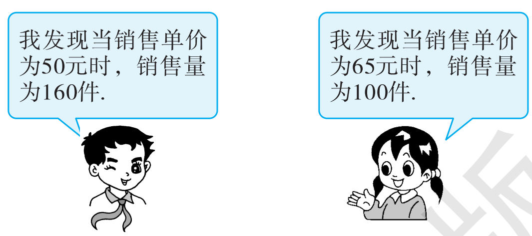
18. (6 分)解方程组：$\begin{cases} a-b-1=0, \\ b-2a+c=0, \\ 2c-b=0. \end{cases}$

19. (8 分)连接甲、乙两地的火车线路比汽车线路长 30 km，汽车从甲地先开出，速度为 40 km/h，开出半小时后，火车也从甲地开出，速度为 60 km/h，结果汽车仅比火车晚 1 h 到达乙地，求甲、乙两地的火车与汽车线路长.

20. (12 分)大学生小王积极响应“自主创业”的号召，准备投资销售一种进价为每件 40 元的小家电，通过试营销发现，当销售单价在 40 元至 90 元之间(含 40 元和 90 元)时，每月的销售量 y(件)与销售单价 x(元)之间满足等式 $y=ax+b$，其中 a，b 为常数.

(1)根据图中提供的信息，求 a，b 的值；

(2)求销售该款家电 120 件时所获利润是多少.(提示：利润=实际售价－进价)



第 2 章 整式的乘法

本章学习指南

为何学

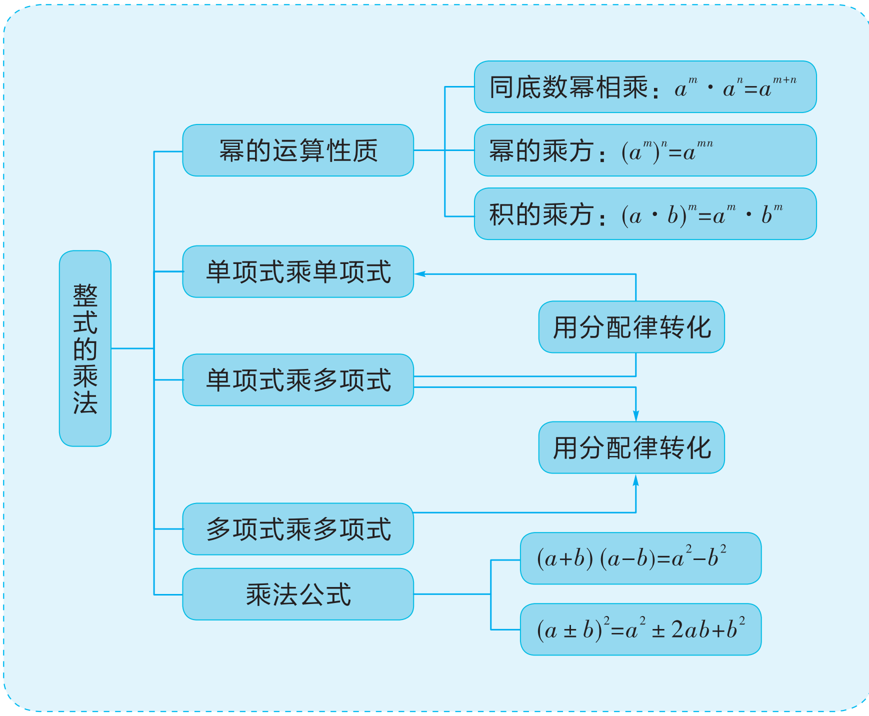
我们习惯把单项式和多项式统称为整式，学习了整式的加法和减法，知道可以通过去括号、合并同类项对整式进行加减运算，对整式进行化简或者计算，其中使用的运算律与有理数的计算一样，比如可以用加法交换律、结合律.

在学习有理数的运算时，学会加减运算以后，我们还学习了乘法、除法，那么，学习了整式的加减运算以后，也要问问：整式也可以像有理数一样进行乘除运算吗？如果可以，那要遵循什么运算法则呢？

本章只学习整式的乘法，它是将来学习因式分解、分式、二次根式及一元二次方程必不可少的基础.

学什么

本章的主要内容有幂的运算性质、单项式乘单项式、单项式乘多项式、多项式乘多项式、乘法公式，重点是整式的乘法及乘法公式，难点是如何灵活运用乘法公式及如何正确进行计算. 整式乘法与下一章的因式分解是一种互逆的关系.



怎么学

1. 本章的运算法则、公式比较多，要掌握同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方、整式的乘法法则及运算规律，要注重理解法则、公式的具体内容，重视对幂的运算法则、整式的乘法法则、乘法公式等有关符号演算的法则和性质的理解，不要死记硬背各种运算法则和公式.

2. 在具体运算中，注意转化思想的运用. 同底数幂的乘法运算转化为指数相加，幂的乘方运算转化为指数相乘，积的乘方转化为幂相乘；单项式与多项式相乘转化为单项式乘单项式，多项式乘多项式转化为单项式与多项式相乘.

3. 要重视公式、法则的推导过程和方法. 探索并理解同底数幂的乘法运算的过程，在乘法运算的基础上理解同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方的运算公式，从而熟练地掌握和应用整式的乘法.

2.1 整式的乘法(1)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础,助力新课学习.

1. 2^3 表示的意义是 ( )

A. 2 与 3 相乘　　B. 2 与 3 相加　　C. 3 个 2 相乘　　D. 3 个 2 相加

2. 计算 3^2 的结果是 ( )

A. 6　　B. 9　　C. 5　　D. 8

3. 计算 $2^4\times2^2$ 的结果表示正确的是 ( )

A. 2^6　　B. 2^8　　C. 32　　D. 12

〖前置巩固〗如果你没有全部正确,务必回顾复习.

1. 求 n 个相同因数的乘积的运算,叫做乘方.在 a^n 中,a 叫做底数,n 叫做指数.

2. 正数的任何正整数幂都是正数;负数的奇次幂是负数,负数的偶次幂是正数.

特别强调:互为相反数的两个数的偶次幂相等,奇次幂仍然互为相反数.

你可以开始今天的新课学习了!

$2^3\times2^2$ 表示 5 个 2 相乘,所以 $2^3\times2^2=2^5$,那么,$a^m\cdot a^n$ 的结果如何表示呢?

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 同底数幂的乘法法则中,幂的概念是基础.

a^n 表示 a 的 n 次幂,或者 a 的 n 次方,意思是 n 个 a 相乘,其中 a 是底数,n 是指数.

2. 同底数幂相乘,前提是"同底",这里的"底"可以是一个具体的数或字母,也可以是一个单项式或多项式.

3. 同底数幂的乘法运算,底数不变,指数相加,即 $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$(m,n 都是正整数).目前指数都是正整数,指数是 1 时往往省略不写,计算时不要忽略.

4. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$(m,n 都是正整数)这个法则可以推广到三个或三个以上的同底数幂相乘.

5. 同底数幂的乘法不要与整式加法相混淆,只要底数相同则可用同底数幂的乘法法则计算,即底数不变,指数相加.

例 1　计算:

(1)$10^5 \times 10^3$;　　(2)$y \cdot y^2 \cdot y^4$;

(3)$(-a) \cdot (-a)^3$;　　(4)$x^n \cdot x^{n+1}$(n 为正整数).

分析:这里都是同底数幂的计算,直接根据法则计算.

解:(1)$10^5 \times 10^3 = 10^{5+3} = 10^8$.

(2)$y \cdot y^2 \cdot y^4 = y^{1+2+4} = y^7$.

(3)$(-a) \cdot (-a)^3 = (-a)^{1+3} = (-a)^4 = a^4$.

(4)$x^n \cdot x^{n+1} = x^{n+(n+1)} = x^{2n+1}$.

例 2　已知 $a^3 \cdot a^x = a^5$,求 x 的值.

分析:根据同底数幂的乘法法则,$a^3 \cdot a^x = a^{3+x}$,由已知 $a^3 \cdot a^x = a^5$,得 $a^{3+x} = a^5$,即 $3+x=5$,从而求出 x.

解:因为 $a^3 \cdot a^x = a^{3+x}$,所以 $a^{3+x} = a^5$,则 $x+3=5$,解得 $x=2$.

〖变式训练〗

1. 下列计算正确的是　　(　　)

A. $b^3 \cdot b^2 = b^6$　　B. $2 \times 2^3 \times 2^5 = 2^8$

C. $(-a)^4 \cdot (-a)^2 = -a^6$　　D. $x^{m+1} \cdot x^{m-1} = x^{2m}$($m>1$)

2. 已知 $x^m = 5$,$x^{m+n} = 10$(m,n 是正整数),求 x^n 的值.

〖反思迁移〗

1. 要记住公式与法则:$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$(m,n 都是正整数),即同底数幂相乘,底数不变,指数相加.

2. 进行同底数幂的乘法运算时,首先要判断是不是同底数幂相乘,或转化为同底数幂相乘.

3. 同底数幂的乘法公式可以反过来用,即 $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$(m,n 都是正整数).

三、效果检测

1. 计算 $a^m \cdot a^2$（m 为正整数）的结果是（　　）

A. a^{m+2}　　B. a^{2m}　　C. a^m+a^2　　D. $2a^{m+2}$

2. 算式 81×27 的结果可记为（　　）

A. 9^3　　B. 3^7　　C. 3^6　　D. 3^{12}

3. $(-a)^3 \cdot a^2=$________.

4. $(x-y)^3 \cdot (y-x)^2=$________.

5. 计算：

(1) $-2^4\times(-2)^3\times(-2)^2$；　　(2) $(-a)^3 \cdot (-a)^2 \cdot (-a)$.

6. 已知 $9\times3^{x+1}=3\times81$，求 x 的值.

2.1 整式的乘法(2)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础,助力新课学习.

1. a^m 表示的意义是 ( )

A. a 与 m 相乘　B. a 与 m 相加　C. m 个 a 相乘　D. m 个 a 相加

2. 计算 $a^3 \cdot a^2$ 的结果是 ( )

A. a^5　B. a^6　C. $6a$　D. $5a$

3. 若把 2^3 看作一个整体,则对式子 $(2^3)^2$ 的理解正确的是 ( )

A. $2^3 \times 2$　B. $2^3 \times 2^3$　C. $2^3 \times 2^2$　D. $2^3 + 2^2$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确,务必回顾复习.

1. 乘方的定义:求 n 个相同因数 a 的乘积的运算,叫做乘方,记作 a^n.

2. 同底数幂的乘法法则:$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$(m,n 都是正整数),即同底数幂相乘,底数不变,指数相加.

你可以开始今天的新课学习了!

n 个 a 相乘可以记为 a^n,如果 2 个 a^n 相乘如何记呢? 3 个 a^n 相乘如何记呢? m 个 a^n 相乘如何记呢?

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 理解幂的意义是学习幂的乘方计算法则的基础.

2. 幂的乘方,底数不变,指数相乘,即 $(a^m)^n = a^{mn}$(m,n 都是正整数).

与同底数幂的乘法相同的是底数都不变,不同的是,同底数幂的乘法指数相加,幂的乘方指数相乘.

3. 幂的乘方中底数可以是一个数字、一个字母,也可以是一个式子.

例 1 计算:(1) $(10^5)^2$;　(2) $-(m^4)^3$;　(3) $(a^2)^3 + (a^3)^2$.

分析:(1)题和(2)题是幂的乘方计算,直接运用法则计算;(3)题是混合运算,要先算乘方,再合并同类项.

解:(1) $(10^5)^2 = 10^{5\times2} = 10^{10}$.

(2) $-(m^4)^3=-m^{4\times3}=-m^{12}$.

(3) $(a^2)^3+(a^3)^2=a^6+a^6=2a^6$.

例 2 已知 $(a^n)^3=a^{21}$，求 n 的值.

分析： 根据幂的乘方法则，$(a^n)^3=a^{3n}$，题目已知 $(a^n)^3=a^{21}$，所以 $a^{3n}=a^{21}$，即 $3n=21$，从而求出 n 的值.

解： 因为 $(a^n)^3=a^{3n}$，所以 $a^{3n}=a^{21}$，则 $3n=21$，解得 $n=7$.

〖变式训练〗

1. 下列算式中，计算结果正确的是 (　　)

A. $y^2+y^2=y^4$　　B. $z^4\cdot z=z^4$　　C. $(a^3)^5=a^8$　　D. $(a^3)^2=a^6$

2. 计算：$(x^6)^2+[(-x)^3]^4$.

3. 若 $8^n=2^{18}$，求 n 的值.

〖反思迁移〗

幂的乘方法则可以由同底数幂的乘法法则和乘方的意义推导得到，在幂的乘方运算中，指数运算降一级，即幂的乘方运算时指数相乘.

幂的乘方公式 $(a^m)^n=a^{mn}$ (m，n 都是正整数) 可以反过来用，即 $a^{mn}=(a^m)^n=(a^n)^m$ (m，n 都是正整数).

三、效果检测

1. 计算 $(x^3)^2$ 的结果是 (　　)

A. x^5　　B. x^6　　C. x^8　　D. x^9

2. 计算 $(x^2)^{n-1}$ 的结果是 (　　)

A. x^{n+1}　　B. x^{2n-1}　　C. x^{2n-2}　　D. x^{2n}

3. 计算：$(-x^3)^4+(x^4)^3=$________.

4. 若 $2^n=16$，则 $n=$________.

5. 已知 $a^m=2$，求 a^{3m}.

6. 若 $2^x=4^{y+1}$，$27^y=3^{x-1}$，求 x 与 y 的值.

2.1 整式的乘法(3)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础,助力新课学习.

1. 计算$(x^2)^4$ 的结果是 ( )

A. x^5　　B. x^9　　C. x^8　　D. x^6

2. 算式 $ab\cdot ab\cdot ab$ 可表示为 ( )

A. $3a\times 3b$　　B. $3a+3b$　　C. $a^3\cdot b^3$　　D. a^3+b^3

3. 下列选项中,与$(-2\times 3)^2$ 的计算结果相同的是 ( )

A. $(-2)^2+3^2$　　B. $(-2)^2\times 3^2$　　C. $(-2)\times 3^2$　　D. $(-2)^2\times 3$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确,务必回顾复习.

1. 乘法的交换律:$a\times b=b\times a$.
2. 幂的定义:n 个相同因数 a 的乘积记作 a^n.
3. 幂的乘方公式:$(a^m)^n=a^{mn}$(m,n 都是正整数),即幂的乘方,底数不变,指数相乘.

你可以开始今天的新课学习了!

前面我们已学过了同底数幂的乘法公式 $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$(m,n 都是正整数),及幂的乘方公式$(a^m)^n=a^{mn}$(m,n 都是正整数),那么,如何计算$(ab)^n$ 呢?

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 在积的乘方运算中,注意把积的每一个因式分别乘方,不要漏掉某一个因式,特别是系数,即$(ab)^n=a^nb^n$(n 是正整数).

2. 运用法则计算时,要与同底数幂的乘法运算、幂的乘方运算加以区分.

3. 当积的系数为负数时要先确定结果的符号.

4. 三个或三个以上的积的乘方运算,此法则同样适用.

例 1 计算：

(1) $(-2x)^3$；　(2) $(xy^2)^3$；　(3) $2(a^2b^2)^3-3(a^3b^3)^2$.

分析： (1)题和(2)题是积的乘方计算，直接运用法则即可；(3)题是混合运算，要先算积的乘方，再合并同类项.

解： (1) $(-2x)^3=(-2)^3\cdot x^3=-8x^3$.

(2) $(xy^2)^3=x^3\cdot(y^2)^3=x^3y^6$.

(3) $2(a^2b^2)^3-3(a^3b^3)^2=2a^6b^6-3a^6b^6=-a^6b^6$.

例 2 计算：

(1) $(-0.125)^{20}\times(-8)^{21}$；　(2) $(-9)^4\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^3$.

分析： 这两题都可以进行简便计算，(1)题中 -0.125 与 -8 互为倒数，$(-8)^{21}=(-8)^{20}\times(-8)$，可以根据 $a^nb^n=(ab)^n$ 先算 $(-0.125)^{20}\times(-8)^{20}$；(2)题先算 $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^3$.

解： (1) $(-0.125)^{20}\times(-8)^{21}=(-0.125)^{20}\times(-8)^{20+1}=[(-0.125)\times(-8)]^{20}\times(-8)=1^{20}\times(-8)=-8$.

(2) $(-9)^4\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=9^4\times\left[\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\left(\dfrac{1}{3}\right)\right]^3=9^4\times\left(-\dfrac{2}{9}\right)^3=9\times\left[9\times\left(-\dfrac{2}{9}\right)\right]^3=9\times(-8)=-72$.

〖变式训练〗

1. 下列算式中，计算结果正确的是　　（　　）

A. $x^3+x^5=x^8$　　B. $y^3\cdot(y^2)^3=y^8$

C. $(-a^2b^3)^3=-a^6b^9$　　D. $(-3a^2b^3)^3=27a^6b^9$

2. 计算：$2(-a)^2\cdot(b^2)^3-3(ab^3)^2$.

3. 已知 $a^m=3$，$b^m=5$，求 $(a^2b)^m$ 的值.

〖反思迁移〗

进行几个数的积的乘方运算时，在解决有些问题的过程中，要把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘. 即$(ab)^n=a^nb^n$（n 是正整数）. 可以将积的乘方公式反过来用，即$a^nb^n=(ab)^n$（n 是正整数）. 运用积的乘方法则计算时，要注意灵活运用. 在次幂相同的情况下，如果底数互为倒数，可适当变形，如：$\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\cdot 2^{10}=\left(\frac{1}{2}\times 2\right)^{10}=1$.

三、效果检测

1. 计算$(-2x^2y)^2$ 的结果是（　　）

A. $-2x^4y^2$　　B. $-4x^2y$　　C. $4x^4y^2$　　D. $4x^4y$

2. 下列运算正确的是（　　）

A. $a^2\cdot a^3=a^6$　　B. $(a^4)^3=a^{12}$

C. $(-2a)^3=-6a^3$　　D. $a^4+a^5=a^9$

3. 计算：$\left(-\frac{1}{2}a^2b^3\right)^4=$________.

4. 计算：$(3a^3)^2+(-2a^2)^2\cdot a^2=$________.

5. 已知 $a^x=4$，$b^x=5$，求$(ab)^{2x}$的值.

6. 若$(2a^mb^{m+n})^3=8a^9b^{15}$成立，求 m，n 的值.

2.1 整式的乘法(4)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础,助力新课学习.

1. 单项式 $2a$ 的系数是 ( )

A. 2　　B. $2a$　　C. 1　　D. a

2. 下列计算正确的是 ( )

A. $-3x^2\cdot 4x^3=-12x^6$　　B. $a\cdot(a^3)^2\cdot a^2=a^8$

C. $(-x)^4\cdot(-x)^2=-x^6$　　D. $a^{m+1}\cdot a^{m-1}=a^{2m}(m>1)$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确,务必回顾复习.

1. 像 $-3x^2y$ 这种由数与字母的积组成的代数式叫做单项式.单项式中,与字母相乘的数叫做单项式的系数,如 $-3x^2y$ 的系数是 -3.

2. 同底数幂的乘法公式:$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$(m,n 都是正整数).

你可以开始今天的新课学习了!

前面我们已经认识了单项式,如何计算两个或两个以上的单项式的乘积呢?让我们一起进入今天的学习吧!

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 单项式与单项式相乘,结果的系数等于各因式系数的积,要先确定积的符号,再进行绝对值的运算.

2. 单项式与单项式相乘,相同字母相乘,运用同底数幂的乘法法则进行运算.

3. 单项式与单项式相乘时,只在一个单项式里含有的字母,要连同它的指数作为积的一个因式.

4. 单项式乘以单项式,结果仍是一个单项式.

例　计算:$4xy\cdot(-3xy^2)$.

解:$4xy\cdot(-3xy^2)$

$=[4\times(-3)](x\cdot x)(y\cdot y^2)$

$=-12x^2y^3$.

〖变式训练〗

1. 计算：$3a^2b \cdot 2ab^2 \cdot (-5a^2b^2)$.

2. $(-2x^3y^4)^3 \cdot (-x^2yz)^2$ 等于 （　　）

A. $-8x^{13}y^{14}z^2$　　B. $8x^{13}y^{14}z^2$　　C. $-8x^{36}y^{24}z^2$　　D. $8x^{36}y^{24}z^2$

〖反思迁移〗

在许多单项式乘法的题目中，都包含有幂的乘方、积的乘方等，解题时要注意综合运用所学的知识，运算顺序是先乘方，后乘法，最后加减，做每一步运算时都要有理有据，也就是避免知识上的混淆及符号等错误.

三、效果检测

1. 计算 $2xy \cdot \left(\frac{1}{2}x^2y^2z\right) \cdot (-3x^3y^3)$的结果是 （　　）

A. $3x^6y^6z$　　B. $-3x^6y^6z$　　C. $3x^5y^5z$　　D. $-3x^5y^5z$

2. 下列计算错误的是 （　　）

A. $(a^2)^3 \cdot (-a^3)^2 = a^{12}$

B. $(-ab^2)^2 \cdot (-a^2b^3) = a^4b^7$

C. $2xy^n \cdot (-3x^ny)^2 = 18x^{2n+1}y^{n+2}$

D. $(-xy^2)(-yz^2)(-zx^2) = -x^3y^3z^3$

3. 计算：$15x^ny \cdot 2x^{n-1} \cdot y^{n-1} =$______________.

4. 计算：$1.2 \times 10^3 \times 2.5 \times 10^{11} \times 4 \times 10^9 =$________.

5. 计算：$5a^3b \cdot (-3b)^2 + (-6ab)^2 \cdot (-ab) - ab^3 \cdot (-4a)^2$.

6. 已知 $x=4, y=-\frac{1}{8}$，求代数式$\frac{1}{7}xy^2 \cdot 14(xy)^2 \cdot \frac{1}{4}x^5$ 的值.

2.1 整式的乘法(5)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础,助力新课学习.

1. 计算$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\times(-24)$,去括号得 ( )

A. $\frac{1}{2}\times24-\frac{1}{3}\times24$

B. $\frac{1}{2}\times24+\frac{1}{3}\times24$

C. $-\frac{1}{2}\times24-\frac{1}{3}\times24$

D. $-\frac{1}{2}\times24+\frac{1}{3}\times24$

2. 计算 $4x^2-x^2$ 的结果是 ( )

A. $3x^2$　　B. $3x^4$　　C. 4　　D. 3

3. 下列计算正确的是 ( )

A. $6x^2\cdot3xy=9x^3y$

B. $2ab^2\cdot(-3ab)=-a^2b^3$

C. $m^2n^2\cdot(-m^2n)=-m^3n^3$

D. $(-3x^2y)\cdot(-3xy)=9x^3y^2$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确,务必回顾复习.

1. 乘法对加法的分配律:$a(b+c)=ab+ac$,一个数乘两个数相加的和,等于把这个数分别同两个加数相乘,再把两个积相加.

2. 同底数幂的乘法法则:$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$(m,n 都是正整数),即同底数幂相乘,底数不变,指数相加.

3. 单项式的乘法:单项式与单项式相乘,把它们的系数、同底数幂分别对应相乘.

4. 合并同类项法则:合并同类项时,把同类项的系数相加减,字母和各字母的指数不变.

你可以开始今天的新课学习了!

前面我们已经学过了单项式的乘法运算,那么怎么计算单项式与多项式的乘法,多项式与多项式的乘法呢?

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

2. 多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

3. 单项式与多项式相乘的实质是乘法的分配律，运算时要注意：

(1)利用分配律将单项式与多项式相乘转化为单项式乘以单项式时，每一项均要带着该项的符号进行分配计算，然后进行整式的加减运算.

(2)单项式乘以多项式，其结果的项数与多项式的项数相同.

(3)注意运算中的符号问题.

4. 多项式与多项式相乘，要注意以下几点：

(1)运算时按照一定顺序进行，防止漏项，积的项数在没有合并同类项以前，应是两个多项式项数的积.

(2)运算结果有同类项的要先合并同类项，并按某个字母的降幂或者升幂排列.

(3)注意运算时的符号.

例 1　计算：

(1)$3x^2\cdot\left(xy-\frac{1}{3}x-1\right)$；　　(2)$\left(\frac{1}{2}b^2-4a\right)\cdot(-4ab)$.

分析：这两道题都是单项式与多项式相乘，实质是根据乘法的分配律，用单项式去乘多项式的每一项，然后进行整式的加减运算.

解：(1)$3x^2\cdot\left(xy-\frac{1}{3}x-1\right)$

$=3x^2\cdot xy-3x^2\cdot\frac{1}{3}x-3x^2\cdot 1$

$=3x^3y-x^3-3x^2$.

(2)$\left(\frac{1}{2}b^2-4a\right)\cdot(-4ab)$

$=\frac{1}{2}b^2\cdot(-4ab)-4a\cdot(-4ab)$

$=-2ab^3+16a^2b$.

例 2　计算：

(1)$(2x+y)(2x-3y)$；　　(2)$(2x+1)(3x^2-x-5)$.

分析：这两道题都是多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式，转化为单项式与多项式相乘.

解：(1)$(2x+y)(2x-3y)=2x(2x-3y)+y(2x-3y)$

$=2x\cdot 2x+2x\cdot(-3y)+y\cdot 2x+y\cdot(-3y)$

$=4x^2-6xy+2xy-3y^2$

$=4x^2-4xy-3y^2$.

(2) $(2x+1)(3x^2-x-5)$

$=2x(3x^2-x-5)+1\cdot(3x^2-x-5)$

$=6x^3-2x^2-10x+3x^2-x-5$

$=6x^3+x^2-11x-5$.

〖变式训练〗

1. 化简 $x(y-z)-y(z-x)+z(x-y)$ 的结果是 ( )

A. $2xy$ B. $2xy+2yz+3xz$

C. $2xy-2yz$ D. $-2yz$

2. 若 $(x-m)(x+2)=x^2-6x-16$，则 $m=$________.

3. 先化简，再求值：$a(b-4a)+(2a+b)(2a-b)$，其中 $a=\frac{3}{4}$，$b=-4$.

〖反思迁移〗

多项式与多项式相乘的问题是通过把它转化为单项式与多项式相乘的问题来解决，渗透了转化的数学思想，$(a+b)(m+n)=(a+b)m+(a+b)n=am+bm+an+bn$，计算时首先把 $a+b$ 看作一个整体，利用单项式与多项式相乘的法则计算.

三、效果检测

1. 计算 $-2x(3x^2-1)$ 的结果是 ( )

A. $-6x^2+2x$ B. $6x^3+1$ C. $-6x^3+2x$ D. $-6x^3-2x$

2. 计算 $(3a+5)(-3a-5)$ 的结果是 ( )

A. $3a^2-25$ B. $-9a^2-25$

C. $-9a^2-30a-25$ D. $-9a^2+30a-25$

3. 计算：$-\frac{1}{2}a^2bc(2ab^2-6a+1)=$________________.

4. 观察下列各式：

$(x-1)(x+1)=x^2-1$，

$(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$，

$(x-1)(x^3+x^2+x+1)=x^4-1$，

….

猜想：$(x-1)(x^n+x^{n-1}+\cdots+x+1)=$________.（$n$ 为正整数）

5. 计算：$3(x^2+2)-3(x+1)(x-1)$.

6. 若 $(x+8)(x-4)=x^2+px+q$，求 p，q 的值.

2.2 乘法公式(1)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础,助力新课学习.

1. 计算 $2a^2\cdot(-ab)$的结果为 ( )

A. $2a^3b$ B. $-2a^3b$ C. $2a^2b$ D. a^3b

2. 下列式子正确的是 ( )

A. $3a+2b=5ab$ B. $xy-yx=0$

C. $x+x=2x^2$ D. $2x^2-x^2=1$

3. 计算$(x-1)(2x+3)$的结果是 ( )

A. $2x^2-x-3$ B. $2x^2+x-3$

C. $2x^2-x+3$ D. x^2-2x-3

〖前置巩固〗如果你没有全部正确,务必回顾复习.

1. 单项式与单项式相乘的法则:单项式与单项式相乘,把它们的系数、同底数幂分别对应相乘.

2. 多项式与多项式相乘的法则:多项式与多项式相乘,先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项,再把所得的积相加.

3. 合并同类项法则:合并同类项时,把同类项的系数相加减,字母和各字母的指数不变.

你可以开始今天的新课学习了!

前面我们已学过了多项式的乘法运算法则,有些题目有特殊性,比如$(a+1)(a-1)$,$(a+2)(a-2)$,这些特殊的多项式乘以多项式,总结成公式,能使我们的运算快捷一些.

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 平方差公式及其几何意义.

如图 2.2-1(1),将一个长为$a+b$,宽为$a-b$的长方形沿虚线剪去一个长为$a-b$,宽为b的小长方形,并将它们拼成如图 2.2-1(2)所示的几何图形,若补一个边长为b的小

正方形，则得到一个边长为 a 的大正方形.

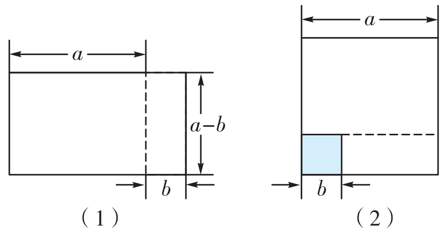


图 2.2－1

图(1)长方形的面积为 $(a+b)(a-b)$，图(2)几何图形的面积为 a^2-b^2，两次计算的面积相等，因此有 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

2. 平方差公式是由乘法法则直接计算得来的，即 $(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2$，弄清其来源，自然易记. 它的左边为两数和与这两数差的积的形式，右边为这两数的平方的差的形式，这也是该公式被叫做平方差公式的原因.

3. 公式中的字母 a，b 既可以表示数，也可以表示代数式，无论 a，b 表示数还是代数式，只要符合公式的结构特征，都可以运用这一公式计算.

例 1 计算：

(1) $(2x+1)(2x-1)$；　　(2) $(4a+b)(-b+4a)$.

分析：(1)题可把"$2x$"看作 a，把"1"看作 b，运用平方差公式计算；(2)题中，因为 $(4a+b)(-b+4a)=(4a+b)(4a-b)$，这里可把"$4a$"看作 a，把"b"看作 b，再运用平方差公式计算.

解：(1) $(2x+1)(2x-1)=(2x)^2-1^2=4x^2-1$.

(2) $(4a+b)(-b+4a)=(4a+b)(4a-b)=(4a)^2-b^2=16a^2-b^2$.

例 2 计算：

(1) $\left(-2x-\frac{1}{2}y\right)\left(-2x+\frac{1}{2}y\right)$；　　(2) $1\ 003\times997$.

分析：(1)题可把"$-2x$"看作 a，把"$\frac{1}{2}y$"看作 b，直接运用平方差公式计算；(2)题中，$1\ 003\times997$ 可以写成 $(1\ 000+3)(1\ 000-3)$，于是可以运用平方差公式简便计算.

解：(1) $\left(-2x-\frac{1}{2}y\right)\left(-2x+\frac{1}{2}y\right)=(-2x)^2-\left(\frac{1}{2}y\right)^2=4x^2-\frac{1}{4}y^2$.

(2) $1\ 003\times997=(1\ 000+3)(1\ 000-3)=1\ 000^2-3^2=999\ 991$.

〖变式训练〗

1. 下列多项式相乘，不能用平方差公式计算的是　　(　　)

A. $(x-2y)(x+2y)$

B. $(x-2y)(-x-2y)$

C. $(-2y-x)(x+2y)$

D. $(2y-x)(-x-2y)$

2. 运用平方差公式计算：$2\ 016^2-2\ 017\times2\ 015-1$.

〖反思迁移〗

运用平方差公式进行计算时，要熟悉公式的各种变化形态：

(1) 位置变化：$(b+a)(-b+a)=a^2-b^2$.

(2) 符号变化：$(a-b)(-a-b)=-(a-b)(a+b)=-(a^2-b^2)=-a^2+b^2$.

(3) 复杂变化：$(a+b-c)(a-b+c)=[a+(b-c)][a-(b-c)]=a^2-(b-c)^2$.

(4)公式的反向运用，即 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

三、效果检测

1. 计算$(2a+b)(2a-b)$的结果是　　(　　)

A. $4a^2-b^2$　　B. b^2-4a^2　　C. $2a^2-b^2$　　D. b^2-2a^2

2. 三个连续的奇数，若设中间的数为 x，则它们的积是　　(　　)

A. x^3+x　　B. x^3+2x　　C. x^3-4x　　D. x^3-x

3. 填空：$(x+3y)($________$-$________$)=x^2-9y^2$

4. 若 $m-n=2$，$m+n=5$，则 $m^2-n^2=$________.

5. 计算：$(x-y)(-y-x)$.

6. 用简便方法计算：$998\times1\ 002$.

2.2 乘法公式(2)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础,助力新课学习.

1. $-(x-y)$去括号之后的结果是 ( )

A. $-x-y$　　B. $-x+y$　　C. $x-y$　　D. $x+y$

2. 下列运算正确的是 ( )

A. $2a+3a=5a^2$　　B. $5a^2b-3ab^2=2ab$

C. $3x^2-2x^2=x^2$　　D. $6m^2-5m^2=1$

3. 计算$(a-1)(a-1)$的结果是 ( )

A. a^2-1　　B. a^2+1　　C. a^2-2a+1　　D. a^2-a+1

〖前置巩固〗如果你没有全部正确,务必回顾复习.

1. 去括号法则:括号前是加号,去掉括号,括号里的各项不变号;括号前是减号,去掉括号,括号里各项都要变号.

2. 合并同类项法则:合并同类项时,把同类项的系数相加减,字母和各字母的指数不变.

3. 多项式与多项式相乘,先用一个多项式的每一项分别乘另一个多项式的每一项,再把所得的积相加.

你可以开始今天的新课学习了!

前面我们已经推导了$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$,其中相乘的两个式子之间只能差一个符号,那么$(a+b)^2$的结果是什么呢?

二、深度理解

〖追根溯源〗

1. 数形结合理解完全平方公式的意义.

把一个边长为$a+b$的正方形分成4块,如图2.2-2.

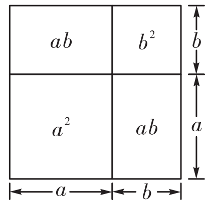


图 2.2－2

大正方形的面积为$(a+b)^2$，

大正方形的面积又可以用四个长方形面积之和表示：$ab+b^2+a^2+ab=a^2+2ab+b^2$，

所以$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

同样可说明：$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.

即两数的和(或差)的平方，等于它们的平方和，加(或减)它们的积的 2 倍.

2. 理解完全平方公式的结构特征：公式左边是一个二项式的平方，右边是一个二次三项式，如果二项式各项分别用“首项”和“尾项”来表示，那么右边可以记忆为“首平方，尾平方，2 倍乘积放中央，中间符号是一样”.

3. 明确公式中“两数”的意义：在公式中 a，b 可以表示具体的数，也可以表示单项式或多项式.

例 1 计算：

(1)$(3m+n)^2$；　　(2)$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$.

分析：(1)题可以把“$3m$”看作 a，把“n”看作 b，直接运用完全平方公式进行计算；(2)题可以把“x”看作 a，把“$\frac{1}{2}$”看作 b，直接运用完全平方公式进行计算.

解：(1)$(3m+n)^2=(3m)^2+2\cdot 3m\cdot n+n^2=9m^2+6mn+n^2$.

(2)$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=x^2-x+\frac{1}{4}$.

例 2 计算：

(1)$(-x+1)^2$；　　(2)$(-2x-3)^2$.

分析：(1)题可以把“$-x$”看作 a，把“1”看作 b，直接运用完全平方公式进行计算，即$(-x+1)^2=(-x)^2+2(-x)\cdot 1+1^2$；也可以把“1”看作 a，把“x”看作 b，即$(-x+1)^2=(1-x)^2$，再运用完全平方公式进行计算.

(2)题可以先将原式进行变形，$(-2x-3)^2=[-(2x+3)]^2=(2x+3)^2$，再运用完全平方公式进行计算；也可以把“$-2x$”看作 a，把“3”看作 b，直接运用完全平方公式进行计算，即$(-2x-3)^2=(-2x)^2-2\cdot(-2x)\cdot 3+3^2$.

一般地，利用关系$(b-a)^2=(a-b)^2$，$(-a-b)^2=(a+b)^2$，或用加法交换律将第一项系数化为正的再计算.

解：(1)$(-x+1)^2=(-x)^2+2(-x)\cdot 1+1^2=x^2-2x+1$，

或$(-x+1)^2=(1-x)^2=1-2x+x^2$.

(2)$(-2x-3)^2=[-(2x+3)]^2=(2x+3)^2=4x^2+12x+9$.

〖变式训练〗

计算：

(1)$(a+b+1)^2$；　　　　(2)104^2.

〖反思迁移〗

记住完全平方公式的特征，除了能按照公式进行简单、直接的套用外，有时可以将公式进行变形，从而灵活运用，使某些问题的求解变得简单、快捷.

完全平方公式$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ 的常见变形有：

(1)$a^2+b^2=(a\pm b)^2\mp 2ab$；

(2)$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$.

熟悉完全平方公式及其变形式，是熟练进行整体代值计算的关键.

三、效果检测

1. 运用乘法公式计算$(x+3)^2$ 的结果是　　(　　)

A. x^2+9　　B. x^2-6x+9　　C. x^2+6x+9　　D. x^2+3x+9

2. 计算$(2x-1)(1-2x)$结果正确的是　　(　　)

A. $4x^2-1$　　B. $1-4x^2$　　C. $-4x^2+4x-1$　　D. $4x^2-4x+1$

3. 填空：$(-3x-1)^2=$________.

4. 已知 $a+b=3$，$ab=2$，求$(a-b)^2$ 的值.

5. 计算：$(x+2y-1)^2$.

6. 先化简，再求值：$(a+b)(a-b)+(a-b)^2$，其中 $a=-1$，$b=\frac{1}{2}$.

2.2 乘法公式(3)

一、前置夯实

〖前置诊断〗检测你的基础,助力新课学习.

1. 下列计算正确的是 ( )

A. $(ab^2)^3=ab^6$

B. $(3xy)^3=9x^3y^3$

C. $(-2a^2)^2=-4a^4$

D. $(-xyz^2)^3=-x^3y^3z^6$

2. 下列多项式相乘,不能用平方差公式计算的是 ( )

A. $(x-2y)(x+2y)$

B. $(x-2y)(-x-2y)$

C. $(-2y-x)(x+2y)$

D. $(2y-x)(-x-2y)$

3. 计算$(2a+1)(-2a-1)$的结果是 ( )

A. $4a^2-1$　　B. $-4a^2-1$

C. $-4a^2-4a-1$　　D. $-4a^2-4a+1$

〖前置巩固〗如果你没有全部正确,务必回顾复习.

1. 幂的乘方法则:$(a^m)^n=(a^n)^m=a^{mn}$(m,n 是正整数),幂的乘方,底数不变,指数相乘.

2. 积的乘方法则:$(ab)^n=a^nb^n$(n 是正整数),积的乘方,等于把积的每一个因式分别乘方,再把所得的幂相乘.

3. 平方差公式:$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

4. 完全平方公式:$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$,$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.

你可以开始今天的新课学习了!

前面我们已学过了单项式、多项式的乘法以及它的两种特殊情况:平方差公式和完全平方公式.如果出现了多个因式相乘,如两个三项式相乘,我们怎么利用前面所学来简化运算呢?

二、深度理解

〖追根溯源〗

在有些计算过程中，运用乘法公式能起到简化运算的作用，而选用哪个乘法公式的关键是认真观察所需计算的式子的特征，分析它满足哪个乘法公式的条件再选择合理的运算顺序，有时还需要先用整体思想、乘法交换律等对所需计算的式子进行变形处理.

当我们遇到多项式的乘法时，要先观察式子的特征，看能否运用乘法公式（如平方差公式、完全平方公式），以达到简化运算的目的.

例 计算：

(1) $(a+2)^2(a-2)^2$；　　(2) $(a-b+c)(a+b-c)$.

分析：(1)先用平方差公式计算 $(a+2)(a-2)$，再用完全平方公式计算，这样就比较简便.

(2)因为 $-b+c=-(b-c)$，可以把 a 看作相同项，$b-c$ 看作相反项，再用平方差公式计算，这样比较简便.

解：(1)
$$\begin{aligned}(a+2)^2(a-2)^2&=[(a+2)(a-2)]^2\\&=(a^2-4)^2\\&=a^4-8a^2+16.\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}(a-b+c)(a+b-c)&=[a-(b-c)][a+(b-c)]\\&=a^2-(b-c)^2\\&=a^2-(b^2-2bc+c^2)\\&=a^2-b^2+2bc-c^2.\end{aligned}$$

〖变式训练〗

1. 运用乘法公式计算：$(a+b+c)^2$.

2. 计算：$(x+1)(x^2+1)(x-1)$.

〖反思迁移〗

运用乘法公式进行计算，首先应认真观察式子的特征，看是否满足运用乘法公式（如平方差公式、完全平方公式）的条件.

在计算三项式乘三项式时，只要满足平方差公式、完全平方公式的特征，就可以先用整体思想将其转化为二项式乘二项式，再用乘法公式计算.

三、效果检测

1. 化简$(a+1)^2-(a-1)^2$ 的结果是 （　　）

A. $2a$　　B. 4　　C. $4a$　　D. $2a^2+2$

2. 利用平方差公式计算$(x+2y-1)(x-2y+1)$时，下列变形正确的是 （　　）

A. $[x-(2y+1)]^2$　　B. $[x-(2y-1)][x+(2y-1)]$

C. $[(x-2y)+1][(x-2y)-1]$　　D. $[x+(2y+1)]^2$

3. $(x-2)(x+2)(x^2+4)=$________.

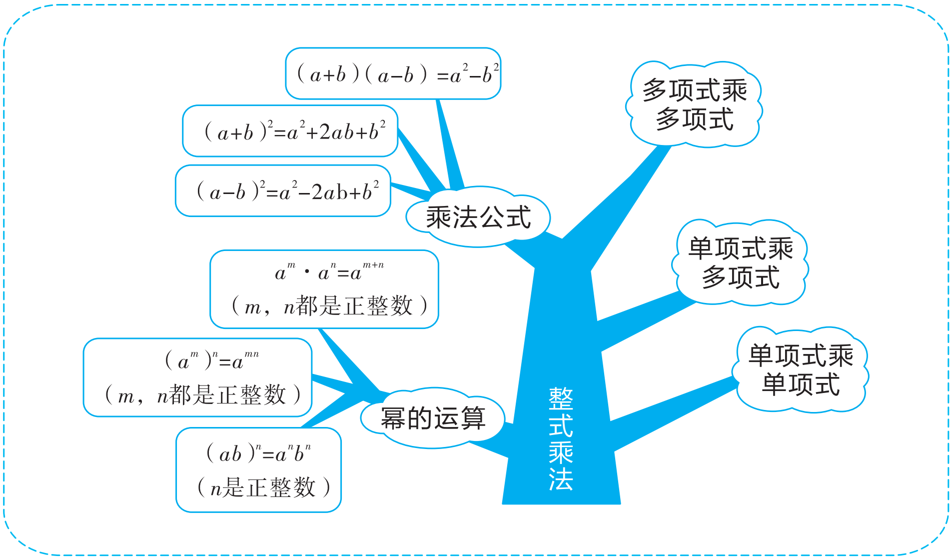
4. $(a-b-c)^2=$________________.

5. 先化简，后求值：$(2x+y)(4x^2+y^2)(2x-y)$，其中$x=\frac{1}{2}$，$y=\frac{1}{3}$.

6. 一个正方形的边长增加 2 cm，它的面积就增加 16 cm，求这个正方形原来的边长和现在的边长.

本章整理提升

知识框架



融会贯通

1. 完全平方式与配方法.

本章我们认识了完全平方式，即形如 $a^2\pm2ab+b^2$ 的式子，它可以写成平方形式，即 $(a\pm b)^2$ 的形式，而平方具有非负性，因此，我们通常将一个二次式配方成完全平方式，然后利用平方的非负性来解决问题.

例 1 已知 a,b,c 为三角形的三边长，且满足 $a^2+b^2+c^2+50=6a+8b+10c$，求三角形三边的长.

分析：将 50 拆成 9，16，25 的和，然后运用完全平方公式将其配成三个完全平方式的和的形式，再利用非负数性质化为方程的解.

解：因为 $a^2+b^2+c^2+50=6a+8b+10c$，

所以 $(a^2-6a+9)+(b^2-8b+16)+(c^2-10c+25)=0$，

即 $(a-3)^2+(b-4)^2+(c-5)^2=0$.

又因为 $(a-3)^2\geqslant0$，$(b-4)^2\geqslant0$，$(c-5)^2\geqslant0$，

所以 $(a-3)^2=0$，$(b-4)^2=0$，$(c-5)^2=0$.

所以 $a=3,b=4,c=5$.

变式训练 试说明：x,y 不论是什么实数，多项式 $x^2+y^2-4x+8y+25$ 的值总是正数，并求出它的最小值.

分析：将 25 拆成 4，16，5 的和，然后运用完全平方公式配得两个完全平方式及一个正数的和的形式，再利用非负数性质分析代数式的值.

解：$x^2+y^2-4x+8y+25$

$=(x^2-4x+4)+(y^2+8y+16)+5$

$=(x-2)^2+(y+4)^2+5$.

因为 $(x-2)^2\geqslant 0$，$(y+4)^2\geqslant 0$，

所以 $(x-2)^2+(y+4)^2+5\geqslant 5$，

即 $x^2+y^2-4x+8y+25$ 的值总是正数，并且当 $x=2,y=-4$ 时取最小值 5.

归纳提升：本题是一道利用完全平方式解决求值问题的题，这类问题除了要用到完全平方式等知识外，还要用到一些常见的数学思想，因此遇到这类题时，要大胆进行变形，再根据完全平方式的特征结合条件进行求值.

2. 完全平方公式的变形与应用.

完全平方公式是整式乘法中一个非常重要的公式，如果将两个公式适当加以变形，其用途更广泛，作用更大，常见的变形方式有：

(1)移项变形，即 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(a-b)^2+2ab$；

(2)两公式相加(减)变形，即 $(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$，$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$.

例 2 已知实数 a,b 满足 $(a+b)^2=10$，$ab=1$. 求下列各式的值：

(1)a^2+b^2；　　(2)$(a-b)^2$.

分析：本题若按常规思路先求 a,b 的值再代入计算，非常困难；仔细探究后可把这些条件同完全平方公式结合起来，运用完全平方公式的变形式来解决问题.

解：(1)因为 $(a+b)^2=10$，$ab=1$，

所以 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=10-2=8$.

(2)因为 $(a+b)^2=10$，$ab=1$，

所以 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2=(a+b)^2-4ab=10-4=6$.

变式训练

(1)若 $x+y=3$，$xy=1$，则 $x^2+y^2=$________.

(2)已知 $a+b=6$，$a-b=4$，求 a^2+b^2 的值.

解：(1)因为 $x+y=3$，$xy=1$，所以 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=9-2=7$.

(2)因为 $a+b=6$，$a-b=4$，所以 $a^2+b^2=\dfrac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2}=\dfrac{36+16}{2}=26$.

归纳提升：根据完全平方公式的变形，一般情况下，在 a^2+b^2，$a+b$，$a-b$，ab 四个代数式中，知道其中任意两个代数式的值，就能求出另外两个代数式的值，常用的变形关系有：$a^2+b^2=(a\pm b)^2\mp 2ab$，$(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$，$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$.

本章达标测试

（时间 60 分钟，满分 100 分）

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 计算下列各式，结果等于 $5x^4$ 的是（　　）

A. $5x^2 \cdot x^2$　　B. $5x^2+x^2$

C. $5x^3+x$　　D. $5x^4+3x$

2. 下列运算正确的是（　　）

A. $(-a-b)(a-b)=b^2-a^2$　　B. $(-x^2)^3=x^6$

C. $3a^2 \cdot 4a^3=12a^6$　　D. $-(-3a)^2=9a^2$

3. 若 $4^a \cdot 8^a \cdot 16^a=2^{18}$，则 a 的值是（　　）

A. 1　　B. 3　　C. 2　　D. 4

4. 化简 $a^4 \cdot a^2+(a^3)^2$ 的结果正确的是（　　）

A. a^8+a^6　　B. a^8+a^5　　C. $2a^6$　　D. a^{12}

5. $(x-1)(2x+3)$ 的计算结果是（　　）

A. $2x^2-x-3$　　B. $2x^2+x-3$

C. $2x^2-x+3$　　D. x^2-2x-3

6. 下列各式中能用完全平方公式计算的是（　　）

A. $(2x+1)(2x-1)$　　B. $(2x-3y)(3y+2x)$

C. $(a-b)(-a-b)$　　D. $\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y\right)\left(-\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)$

7. 若 $(x-4)(x+8)=x^2+mx+n$，则 m,n 的值分别是（　　）

A. 4，32　　B. 4，-32　　C. -4，32　　D. -4，-32

8. 已知 $x^2+16x+k$ 是完全平方式，则常数 k 等于（　　）

A. 64　　B. 48　　C. 32　　D. 16

9. 有一块长为 a，宽为 b 的长方形铁片，四角各截去一个边长都为 x 的正方形，折起来做成一个没有盖的盒子，则此盒子的容积的表达式应是（　　）

A. $V=x^2(a-x)(b-x)$　　B. $V=x(a-x)(b-x)$

C. $V=\frac{1}{3}(a-2x)(b-2x)$　　D. $V=x(a-2x)(b-2x)$

10. a 与 b 互为相反数且都不为 0，n 为正整数，则下列两数一定互为相反数的是（　　）

A. a^n 与 b^n　　B. a^{2n} 与 b^{2n}

C. a^{2n-1} 与 b^{2n-1}　　D. a^{2n+1} 与 $-b^{2n+1}$

二、填空题(每小题 3 分,共 12 分)

11. 已知 $2^m=2$,$4^n=6$,则 $2^{3m+2n}=$________.

12. 若 $|a-2|+b^2-2b+1=0$,则 $a=$________,$b=$________.

13. 若 $a+b=5$,$ab=3$,则 $a^2+b^2=$____________.

14. 若 $x^2+mx+36$ 是一个完全平方式,则 $m=$____________.

三、解答题(本大题共 6 个小题,共 58 分)

15. (12 分)计算:

(1)$(2x-3y)^2$;

(2)$-5a^2(3ab^2-6a^3)$;

(3)$(x+2)(x-6)$;

(4)$(a+2b)(a-2b)(a^2+4b^2)$.

16. (6 分)用简便方法计算:

(1)$99^2+101^2+202\times99$;

(2)$2\,013^2-2\,012\times2\,014$.

17. (12 分)(1)先化简,再求值:$(2a-b)^2-(2a+b)(2a-b)$,其中 $a=-2$,$b=3$.

(2)已知 $x^2-2x=3$,先化简,再求值:$(x-1)^2+(x+3)(x-3)+(x-3)(x-1)$.

18. (6 分)若 $(x^2-x+m)(x-8)$ 的展开式中不含 x 的一次项,求 m 的值.

19. (10 分)请观察下列算式,再填空:

①$4^2-1=3\times5=15$.

②$5^2-2^2=3\times7=21$.

③$6^2-3^2=3\times$________$=$________.

④(________$)^2-4^2=3\times$________$=33$.

(1) ________________________________.(请完整写出第 5 个式子)

通过观察,你知道上述规律的一般形式吗?请用含一个字母的等式把你的猜想写出来:______________________________________.

(2)请运用本章学过的知识来说明你的猜想的正确性.

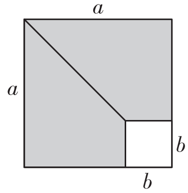
20. (12 分)如图,在边长为 a 的正方形中,剪去一个边长为 b 的小正方形($a>b$),将余下部分拼成一个梯形,根据两个图形阴影部分面积的关系,解决下列问题:

(1)如图①所示,阴影部分的面积为____________________(写成平方差形式).

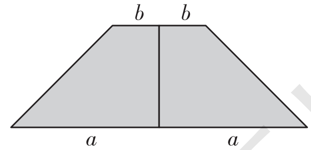
(2)如图②所示,梯形的上底是________,下底是________,高是__________,根据梯形面积公式可以算出面积是____________________(写成多项式乘法的形式).

(3)根据前面两问,可以得到公式__________________________.

(4)运用你所得到的公式计算:252^2-248^2.



①



②

参考答案

第1章　二元一次方程组

1.1　建立二元一次方程组

〖前置诊断〗

1. C　**2.** B

3. A　由题意知，A 种饮料的价格为$(x-1)$元，小峰买 2 瓶 A 种饮料和 3 瓶 B 种饮料花了 13 元，所以列出的方程为 $2(x-1)+3x=13$.

〖变式训练〗

1. B

2. 第一个等量关系是“甲跑 5 s 的路程＝乙跑 5 s 的路程＋10 m”，第二个等量关系是“甲跑 4 s 的路程＝乙跑 4 s 的路程＋乙跑 2 s 的路程”，故所列方程组为$\begin{cases}5x=5y+10,\\4x=4y+2y.\end{cases}$

3. 本题的等量关系为：甲种铅笔费用＋乙种铅笔费用＝总费用. 答案为：

(1)$0.2x+0.5y=7$.

(2)当 $x=5$ 时，$0.2\times5+0.5y=7$，解得 $y=12$.

(3)当 $y=10$ 时，$0.2x+0.5\times10=7$，解得 $x=10$，故甲种铅笔买了 10 支.

〖效果检测〗

1. D　**2.** D

3. 本题为开放题，答案不唯一，要满足两个方程均含有 a，b 两个未知数，且 $a=1$，$b=2$. 如$\begin{cases}a+b=3,\\2a+b=4.\end{cases}$

4. 将$\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$代入方程得 $6\times3+2b=30$，解得 $b=6$.

5. 根据二元一次方程的概念，得方程 $2m-1=1$，$3n-2=1$. 解得 $m=1$，$n=1$. 本题主要涉及二元一次方程的概念及列方程.

6. 设 60 分的邮票买了 x 枚，80 分的邮票买了 y 枚，列方程组$\begin{cases}x+y=22,\\0.6x+0.8y=16.\end{cases}$

1.2　二元一次方程组的解法（1）

〖前置诊断〗

1. A　**2.** C　**3.** B

〖变式训练〗

1. C

2. 由 $5x+3y-4=0$，移项得 $3y=-5x+4$，两边都除以 3 得：$y=-\frac{5}{3}x+\frac{4}{3}$.

3. 由第一个方程得 $y=2x-5$，代入第二个方程得，$7x-3(2x-5)=20$，解这个方程得，$x=5$. 将 $x=5$ 代入 $y=2x-5$，得 $y=5$. 所以$\begin{cases}x=5,\\y=5.\end{cases}$

〖效果检测〗

1. B　**2.** C

3. $\begin{cases}x=10,\\y=2\end{cases}$　**4.** $\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$

5. (1)把方程①代入方程②，得 $3x+2x-4=1$.

解得 $x=1$.

把 $x=1$ 代入①，得 $y=-2$.

∴方程组的解为$\begin{cases}x=1,\\y=-2.\end{cases}$

(2)把①代入②，得 $2x+3(3-x)=7$.

解得 $x=2$.

把 $x=2$ 代入①，得 $y=1$.

∴方程组的解是$\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$

6. (1)将①变形为 $m=\frac{5n}{3}$.　③

把③代入②，得 $2\times\frac{5n}{3}-3n=1$. 解得 $n=3$.

把 $n=3$ 代入③，得 $m=\frac{5\times3}{3}=5$.

∴方程组的解为 $\begin{cases}m=5,\\n=3.\end{cases}$

(2)由②，得 $y=2x-1$. ③

将③代入①，得 $3x+4x-2=19$. 解得 $x=3$.

将 $x=3$ 代入③，得 $y=5$.

∴方程组的解为 $\begin{cases}x=3,\\y=5.\end{cases}$

1.2　二元一次方程组的解法（2）

〖前置诊断〗

1. C　**2.** B　**3.** D

〖变式训练〗

1. B

2. 根据题意，得 $\begin{cases}a+2b=5,\\4a+b=6,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=2,\end{cases}$

∴$x*y=x^2+2y$,

∴$2*3=2^2+2\times3=10$，故答案为 10.

3. (1)记 $\begin{cases}4x-3y=-17, & ①\\5x-9y=-37. & ②\end{cases}$

①×3−②得，$7x=-14$，解得 $x=-2$. 把 $x=-2$ 代入①得，$y=3$. 故方程组的解为 $\begin{cases}x=-2,\\y=3.\end{cases}$

〖效果检测〗

1. A　**2.** D

3. ①④　②③

4. 将两个方程直接相加得 $4a+4b=8$，所以 $a+b=2$. 此题宜用整体思想来解答，观察它们的特点，发现两个方程相加后，a，b 的系数相同，所以可以变形成 $a+b$ 的式子. 当然，通过解方程组求出 a，b 后再相加也是可以的.

5. (1)记 $\begin{cases}4x+y=6, & ①\\6x+y=8. & ②\end{cases}$

②−①得，$2x=2$，解得 $x=1$.

把 $x=1$ 代入①得，$y=2$.

∴方程组的解为 $\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}3x+y=8, & ①\\x-y=4. & ②\end{cases}$

①+②，可得 $4x=12$，解得 $x=3$.

把 $x=3$ 代入②，解得 $y=-1$.

∴方程组的解是 $\begin{cases}x=3,\\y=-1.\end{cases}$

6. (1) $\begin{cases}2x+y=2, & ①\\3x-2y=10. & ②\end{cases}$

①×2+②得，$7x=14$，即 $x=2$.

把 $x=2$ 代入①得，$y=-2$.

∴方程组的解为 $\begin{cases}x=2,\\y=-2.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}2x+y=1, & ①\\x-2y=3. & ②\end{cases}$

①×2+②得，$5x=5$，解得 $x=1$.

将 $x=1$ 代入①，得 $y=-1$.

∴方程组的解为 $\begin{cases}x=1,\\y=-1.\end{cases}$

1.2　二元一次方程组的解法（3）

〖前置诊断〗

1. C　**2.** D　**3.** C

〖变式训练〗

1. B

2. 因为关于 x，y 的二元一次方程组 $\begin{cases}2x+3y=k-3,\\x-2y=2k+1\end{cases}$ 的解互为相反数，则 $x=-y$. 把 $x=-y$ 代入原方程组中，得 $\begin{cases}-2y+3y=k-3,\\-y-2y=2k+1,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}y=k-3, & ①\\-3y=2k+1. & ②\end{cases}$

把①代入②中，得 $-3(k-3)=2k+1$，解得 $k=\frac{8}{5}$.

3. 解方程组 $\begin{cases}4x+y=5,\\3x-2y=1,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=1,\\y=1.\end{cases}$ 把 $\begin{cases}x=1,\\y=1\end{cases}$ 代入方程组 $\begin{cases}ax+by=3,\\ax-by=1,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}a+b=3,\\a-b=1.\end{cases}$ 解此方程组得 $\begin{cases}a=2,\\b=1,\end{cases}$ 所以 $a^2-2ab+b^2=1$.

〖效果检测〗

1. A　将 $\begin{cases}x=1,\\y=1,\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$ 分别代入 $mx+ny=6$

中，得$\begin{cases}m+n=6, & ①\\ 2m-n=6, & ②\end{cases}$①＋②得，$3m=12$，即$m=4$，将$m=4$代入①得，$n=2$.

2. B　将$\begin{cases}x=1,\\ y=2,\end{cases}\begin{cases}x=2,\\ y=4\end{cases}$代入$y=kx+b$中，得$\begin{cases}k+b=2,\\ 2k+b=4.\end{cases}$解得$\begin{cases}k=2,\\ b=0.\end{cases}$

3. 将$\begin{cases}x=3,\\ y=2\end{cases}$代入方程$6x+by=32$得，$18+2b=32$，解得$b=7$.

4. 将$x=2,-2$分别代入$kx+b$得，$\begin{cases}2k+b=2,\\ -2k+b=4,\end{cases}$

解方程组得$\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2},\\ b=3.\end{cases}$

5. 记$\begin{cases}3x-4y=14, & ①\\ 2x+3y=-2. & ②\end{cases}$

②×4＋①×3得，$17x=34$，∴$x=2$.

把$x=2$代入①得，$y=-2$.

故方程组的解为$\begin{cases}x=2,\\ y=-2.\end{cases}$

6. (1)方程组整理得$\begin{cases}2x-3y=1, & ①\\ 3x+2y=-1. & ②\end{cases}$

①×2＋②×3得，$13x=-1$，解得$x=-\dfrac{1}{13}$.

把$x=-\dfrac{1}{13}$代入①得，$y=-\dfrac{5}{13}$.

故原方程组的解为$\begin{cases}x=-\dfrac{1}{13},\\ y=-\dfrac{5}{13}.\end{cases}$

(2)方程组整理得$\begin{cases}x=3y+7, & ①\\ 5y-2x=6, & ②\end{cases}$

把①代入②得，$5y-2(3y+7)=6$，解得$y=-20$.

把$y=-20$代入①得，$x=-20\times3+7=-53$.

故原方程组的解为$\begin{cases}x=-53,\\ y=-20.\end{cases}$

1.3　二元一次方程组的应用（1）

〖前置诊断〗

1. B　**2.** B　**3.** C

〖变式训练〗

1. D

2. $\begin{cases}3x+2y=16,\\ 5x+3y=25\end{cases}$

3. 设乙的速度为x m/min，则甲的速度为$2.5x$ m/min，环形场地的周长为y m，由题意得$\begin{cases}2.5x\times4-4x=y,\\ 4x+300=y,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=150,\\ y=900.\end{cases}$

∴甲的速度为$2.5\times150=375$(m/min).

答：甲、乙的速度分别为375 m/min，150 m/min，环形场地的周长为900 m.

〖效果检测〗

1. D

2. B　因为吸烟者患肺癌的人数比不吸烟者患肺癌的人数多22人，所以$x-y=22$. 又因为在吸烟者中患肺癌的比例是2.5%，在不吸烟者中患肺癌的比例是0.5%，总人数为10 000人，所以$\dfrac{x}{2.5\%}+\dfrac{y}{0.5\%}=10\ 000$.

3. 设甲玩具购买了x个，乙玩具购买了y个，由题意得$\begin{cases}x+y=30,\\ 2x+4y=100,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=10,\\ y=20.\end{cases}$

故甲玩具购买了10个，乙玩具购买了20个.

4. 设鸡有x只，兔有y只，由题意得$\begin{cases}x+y=33,\\ 2x+4y=88,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=22,\\ y=11.\end{cases}$

故鸡有22只，兔有11只.

5. 设碳酸饮料和果汁饮料在调价前每瓶分别为x元、y元，根据题意得$\begin{cases}x+y=7,\\ 3(1+10\%)x+2(1-5\%)y=17.5,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=3,\\ y=4.\end{cases}$

答：调价前碳酸饮料每瓶的价格为3元，果汁饮料每瓶的价格为4元.

6. 设甲的速度是x m/s，乙的速度是y m/s，

根据题意得$\begin{cases}40(x+y)=400,\\ 80(y-x)=400,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=2.5,\\ y=7.5.\end{cases}$

答：甲的速度是2.5 m/s，乙的速度是7.5 m/s.

1.3　二元一次方程组的应用（2）

〖前置诊断〗

1. C　**2.** C　**3.** D

〖变式训练〗

1. A

2. 设工厂从 A 地购买了 x 吨原料，制成产品 y 吨运往 B 地，根据题意得 $\begin{cases}1.5(10x+20y)=15\ 000,\\1.2(120x+110y)=97\ 200,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=400,\\y=300.\end{cases}$

答：工厂从 A 地购买了 400 吨原料，制成产品 300 吨运往 B 地.

3. (1)1　5

(2)将(1)中的数值代入关系式，

得 $\begin{cases}1=\dfrac{4\times(4-1)}{24}\cdot(4^2-4a+b),\\5=\dfrac{5\times(5-1)}{24}\cdot(5^2-5a+b),\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=5,\\b=6.\end{cases}$

〖效果检测〗

1. B　**2.** D

3. $\begin{cases}x+y=34,\\x=2y+1\end{cases}$

4. 设一个单人间需要 x 元，一个双人间需要 y 元，根据题意得 $\begin{cases}3x+6y=1\ 020,\\x+5y=700,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=100,\\y=120.\end{cases}$

$\therefore 5(x+y)=1\ 100.$

答：入住单人间和双人间各 5 个，共需 1 100 元.

5. 设苹果的价格是每千克 x 元，梨的价格是每千克 y 元，由题意得

$\begin{cases}5x+3y-2=50,\\(11x+5y)\times 90\%=90,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=5,\\y=9.\end{cases}$

答：该店苹果的价格是每千克 5 元，梨的价格是每千克 9 元.

6. 设基本电价为 x 元/千瓦时，提高电价为 y 元/千瓦时，由题意得

$\begin{cases}180x+(330-180)y=213,\\180x+(240-180)y=150,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=0.6,\\y=0.7.\end{cases}$

这户家庭 6 月份的电费为 $160\times0.6=96$(元)，7 月份的电费为 $180\times0.6+(410-180)\times0.7=108+161=269$(元).

答：这户家庭 6 月份的电费为 96 元，7 月份的电费为 269 元.

*1.4　三元一次方程组

〖前置诊断〗

1. D　**2.** B

3. B　关于 x，y 的二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=5k,\\x-y=9k\end{cases}$ 的解是 $\begin{cases}x=7k,\\y=-2k,\end{cases}$ 再代入二元一次方程 $2x+3y=6$ 中，得 $14k-6k=6$，解得 $k=\dfrac{3}{4}$.

〖变式训练〗

1. C

2. 将三个方程直接相加得 $2(x+y+z)=6$，所以 $x+y+z$ 的值是 3.

3. (1)由①+②，得 $2x-y=4$.　④

由②+③，得 $3x-3y=3$，即 $x-y=1$.　⑤

④⑤联立得方程组 $\begin{cases}2x-y=4,\\x-y=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3,\\y=2.\end{cases}$

把 $x=3$，$y=2$ 代入①，得 $z=-4$.

所以原方程组的解是 $\begin{cases}x=3,\\y=2,\\z=-4.\end{cases}$

(2)由①+③，②+2×③消去 z 得 $\begin{cases}5x+6y=17,\\5x+9y=23.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

把 $x=1$，$y=2$ 代入①得 $z=3$.

所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=1,\\y=2,\\z=3.\end{cases}$

〖效果检测〗

1. D

2. A　将三个方程相加得 $(a+c)x+2by+(a+c)z=12$，将 $\begin{cases}x=1,\\y=2,\\z=3\end{cases}$ 代入上式得 $4(a+b+c)=12$，所以 $a+b+c=3$.

3. 将三个方程相加得 $3(x+y+z)=48$，所以 $x+y+z=16$.

4. 将三个方程相加得 $2(x+y+z)=22$，所以 $x+y+z=11$. 将其减去第一个方程得 $z=6$. 将其减去第二个方程得 $x=2$. 将其减去第三个方程得 $y=3$. 所以方程组的解是 $\begin{cases}x=2,\\y=3,\\z=6.\end{cases}$

5. (1)③×3+②得，$11x+10z=35$.　④
①×5−④×2 得，$-7x=-35$，解得 $x=5$.
把 $x=5$ 代入①得，$z=-2$.
把 $x=5$，$z=-2$ 代入③得，$y=\frac{1}{3}$.
故方程组的解为 $\begin{cases}x=5,\\y=\frac{1}{3},\\z=-2.\end{cases}$
(2)①+③得，$5a-3c=1$.　④
②×3+④得，$8a=16$，解得 $a=2$.
将 $a=2$ 代入②，得 $c=3$.
将 $a=2$，$c=3$ 代入①，得 $b=1$.
故方程组的解是 $\begin{cases}a=2,\\b=1,\\c=3.\end{cases}$

6. (1)①+②得，$2x+3y=18$.　④
②+③得，$4x+y=16$.　⑤
④⑤联立，得方程组 $\begin{cases}2x+3y=18,\\4x+y=16,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3,\\y=4.\end{cases}$
把 $x=3$，$y=4$ 代入①得，$3+4+z=12$，解得 $z=5$.
所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=3,\\y=4,\\z=5.\end{cases}$
(2)①+②得，$4x-2y=5$.　④
②+③得，$3x-4y=5$.　⑤
④⑤联立，得方程组 $\begin{cases}4x-2y=5,\\3x-4y=5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\y=-\frac{1}{2}.\end{cases}$
把 $x=1$，$y=-\frac{1}{2}$ 代入①，得 $z=-\frac{1}{2}$.
所以原方程组的解是 $\begin{cases}x=1,\\y=-\frac{1}{2},\\z=-\frac{1}{2}.\end{cases}$

本章达标测试

一、选择题

1. D　**2.** A　**3.** B　**4.** A　**5.** D　**6.** A　**7.** B　**8.** A　**9.** C　**10.** A

二、填空题

11. 3　**12.** 2　1　**13.** 7　**14.** 1

三、解答题

15. $\begin{cases}x=-1,\\y=-1\end{cases}$　**16.** $\begin{cases}m=2,\\n=-1\end{cases}$　**17.** $\begin{cases}x=3,\\y=\frac{1}{2}\end{cases}$

18. $\begin{cases}a=-3,\\b=-4,\\c=-2\end{cases}$

19. 设汽车线路长 x km，火车线路长 y km. 根据题意得 $\begin{cases}y-x=30,\\\frac{x}{40}-\frac{y}{60}=\frac{3}{2}.\end{cases}$
解得 $\begin{cases}x=240,\\y=270.\end{cases}$
答：汽车线路长 240 km，火车线路长 270 km.

20. (1)由题意列方程组 $\begin{cases}50a+b=160,\\65a+b=100.\end{cases}$
解得 $\begin{cases}a=-4,\\b=360.\end{cases}$
(2)把 $y=120$，$a=-4$，$b=360$ 代入 $y=ax+b$，得 $x=60$.
故所获利润为 $(60-40)\times120=2\,400$(元).

第 2 章　整式的乘法

2.1　整式的乘法（1）

〖前置诊断〗

1. C　**2.** B

3. A　2^4 表示 4 个 2 相乘，2^2 表示 2 个 2 相乘，$2^4\times2^2$ 表示 6 个 2 相乘，所以 $2^4\times2^2=2^6$.

〖变式训练〗

1. D.
2. 由 $a^{m+n}=a^m\cdot a^n$(m,n 都是正整数)可知 $x^{m+n}=x^m\cdot x^n=10$，而 $x^m=5$，代入可得 $x^n=2$.

〖效果检测〗

1. A
2. B　因为 $81=3^4,27=3^3$，所以 $81\times27=3^4\times3^3=3^{4+3}=3^7$.
3. $-a^5$
4. $(x-y)^5$ 或 $-(y-x)^5$.
5. (1) $-2^4\times(-2)^3\times(-2)^2=-2^4\times(-2^3)\times2^2=2^4\times2^3\times2^2=2^9$.
   (2) $(-a)^3\cdot(-a)^2\cdot(-a)=(-a)^{3+2+1}=(-a)^6=a^6$.
6. 因为 $9=3^2,81=3^4$，所以 $9\times3^{x+1}=3^2\times3^{x+1}=3^{x+3}$，$3\times81=3\times3^4=3^5$，所以 $3^{x+3}=3^5$，即 $x+3=5$，解得 $x=2$.

2.1　整式的乘法（2）

〖前置诊断〗

1. C　2. A
3. B　在 $(2^3)^2$ 中，把 2^3 看作一个整体，则 2^3 是底数，2 是指数，所以 $(2^3)^2$ 表示 2 个 2^3 相乘.

〖变式训练〗

1. D
2. 原式 $=x^{12}+x^{12}=2x^{12}$.
3. 因为 $8=2^3$，$8^n=(2^3)^n=2^{3n}$，所以由 $8^n=2^{18}$ 得 $2^{3n}=2^{18}$，即 $3n=18$，解得 $n=6$.

〖效果检测〗

1. B　2. C
3. $(-x^3)^4+(x^4)^3=x^{12}+x^{12}=2x^{12}$.
4. 因为 $16=2^4$，所以 $2^n=2^4$，$n=4$.
5. 因为 $a^m=2$，所以 $a^{3m}=(a^m)^3=2^3=8$.
6. 因为 $4^{y+1}=(2^2)^{y+1}=2^{2y+2}$，$27^y=(3^3)^y=3^{3y}$，所以 $2^x=2^{2y+2}$，$3^{3y}=3^{x-1}$，所以 $\begin{cases}x=2y+2,\\x-1=3y,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=4,\\y=1.\end{cases}$

2.1　整式的乘法（3）

〖前置诊断〗

1. C　2. C　3. B

〖变式训练〗

1. C
2. $2(-a)^2\cdot(b^2)^3-3(ab^3)^2=2a^2b^6-3a^2b^6=-a^2b^6$.
3. 因为 $a^m=3$，$b^m=5$，所以 $(a^2b)^m=a^{2m}b^m=(a^m)^2b^m=3^2\cdot5=45$.

〖效果检测〗

1. C　2. B　3. $\frac{1}{16}a^8b^{12}$.
4. $(3a^3)^2+(-2a^2)^2\cdot a^2=9a^6+4a^4\cdot a^2=13a^6$.
5. 因为 $a^x=4$，$b^x=5$，所以 $(ab)^{2x}=[(ab)^x]^2=(a^xb^x)^2=(4\times5)^2=400$.
6. 因为 $(2a^mb^{m+n})^3=8a^{3m}b^{3m+3n}$，
   所以 $8a^{3m}b^{3m+3n}=8a^9b^{15}$，
   因此 $\begin{cases}3m=9,\\3m+3n=15,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=3,\\n=2.\end{cases}$

2.1　整式的乘法（4）

〖前置诊断〗

1. A
2. D　四个选项都是同底数幂的乘法计算，A 选项错在将指数相乘；B 选项错在漏了第一个因式的指数“1”；C 选项错在符号的确定，负数的偶次幂是正数.

〖变式训练〗

1. $3a^2b\cdot2ab^2\cdot(-5a^2b^2)=(-3\times2\times5)(a^2\cdot a\cdot a^2)(b\cdot b^2\cdot b^2)=-30a^5b^5$.
2. A　$(-2x^3y^4)^3\cdot(-x^2yz)^2=(-8x^9y^{12})\cdot x^4y^2z^2=-8x^{13}y^{14}z^2$.

〖效果检测〗

1. B
2. B　$(a^2)^3\cdot(-a^3)^2=a^6\cdot a^6=a^{12}$，A 计算正

确；$(-ab^2)^2\cdot(-a^2b^3)=a^2b^4\cdot(-a^2b^3)=-a^4b^7$，B计算错误；$2xy^n\cdot(-3x^ny)^2=2xy^n\cdot 9x^{2n}y^2=18x^{2n+1}y^{n+2}$，C 计算正确；$(-xy^2)\cdot(-yz^2)(-zx^2)=-x^3y^3z^3$，D计算正确.

3. $15x^ny\cdot 2x^{n-1}\cdot y^{n-1}=(15\times 2)(x^n\cdot x^{n-1})(y\cdot y^{n-1})=30x^{2n-1}y^n$.

4. $1.2\times 10^3\times 2.5\times 10^{11}\times 4\times 10^9=(1.2\times 2.5\times 4)\times(10^3\times 10^{11}\times 10^9)=12\times 10^{23}$.

5. $5a^3b\cdot(-3b)^2+(-6ab)^2\cdot(-ab)-ab^3\cdot(-4a)^2=5a^3b\cdot 9b^2+36a^2b^2\cdot(-ab)-ab^3\cdot 16a^2=45a^3b^3-36a^3b^3-16a^3b^3=-7a^3b^3$.

6. $\frac{1}{7}xy^2\cdot 14(xy)^2\cdot\frac{1}{4}x^5$

$=\frac{1}{7}xy^2\cdot 14x^2y^2\cdot\frac{1}{4}x^5$

$=\frac{1}{7}\times 14\times\frac{1}{4}\cdot(x\cdot x^2\cdot x^5)(y^2\cdot y^2)$

$=\frac{1}{2}x^8y^4$.

把 $x=4,y=-\frac{1}{8}$代入上式，得

原式$=\frac{1}{2}\times 4^8\times\left(-\frac{1}{8}\right)^4=8$.

2.1 整式的乘法（5）

〖前置诊断〗

1. D　**2.** A

3. D　四个选项都是单项式乘以单项式，A 选项错在将系数相加，B选项错在漏了系数相乘，C 选项错在 m^2 与 m^2 相乘得 m^3.

〖变式训练〗

1. C　$x(y-z)-y(z-x)+z(x-y)=xy-xz-yz+xy+zx-zy=2xy-2yz$.

2. 因为$(x-m)(x+2)=x^2+2x-mx-2m=x^2+(2-m)x-2m$，所以$-2m=-16$，$m=8$.

3. $a(b-4a)+(2a+b)(2a-b)=ab-4a^2+4a^2-2ab+2ab-b^2=ab-b^2$.

将 $a=\frac{3}{4}$，$b=-4$ 代入上式得，原式$=\frac{3}{4}\times(-4)-(-4)^2=-19$.

〖效果检测〗

1. C

2. C　$(3a+5)(-3a-5)=3a\cdot(-3a)+3a\cdot(-5)+5(-3a)+5\cdot(-5)=-9a^2-30a-25$.

3. $-\frac{1}{2}a^2bc(2ab^2-6a+1)=-a^3b^3c+3a^3bc-\frac{1}{2}a^2bc$.

4. 观察给出式子的右边：第一个是 x^2-1，第二个是 x^3-1，…，我们发现结果的第一项 x 的次数比左边第 2 个括号内多项式的第一项的次数多 1，依此类推，第 n 个是 x^{n+1}，猜测右边为 $x^{n+1}-1$.

5. $3(x^2+2)-3(x+1)(x-1)=3x^2+6-3(x^2-x+x-1)=3x^2+6-3x^2+3=9$.

6. 因为$(x+8)(x-4)=x^2-4x+8x-32=x^2+4x-32$，所以 $p=4$，$q=-32$.

2.2 乘法公式（1）

〖前置诊断〗

1. B　**2.** B　**3.** B

〖变式训练〗

1. C

2. $2\,016^2-2\,017\times 2\,015-1=2\,016^2-(2\,016+1)(2\,016-1)-1=2\,016^2-(2\,016^2-1^2)-1=0$.

〖效果检测〗

1. A

2. C　三个连续的奇数相邻之间相差 2，所以它们依次为 $x-2,x,x+2$，则$(x-2)\cdot x\cdot(x+2)=x(x-2)(x+2)=x(x^2-4)=x^3-4x$.

3. x　$3y$

4. 因为 $m^2-n^2=(m+n)(m-n)$，把 $m-n=2$，$m+n=5$ 代入，可得 $m^2-n^2=10$.

5. $(x-y)(-y-x)=-(x-y)(x+y)=-(x^2-y^2)=y^2-x^2$.

6. $998\times 1\,002=(1\,000-2)\times(1\,000+2)=1\,000^2-2^2=999\,996$.

2.2 乘法公式（2）

〖前置诊断〗

1. B　**2.** C　**3.** C

〖变式训练〗

(1)运用整体思想,这里可以把“$a+b$”看作 a,把“1”看作 b,运用完全平方公式进行简便计算.
$(a+b+1)^2=[(a+b)+1]^2=(a+b)^2+2(a+b)+1=a^2+2ab+b^2+2a+2b+1$.

(2)$104^2=(100+4)^2=100^2+2\times4\times100+4^2=10\ 000+800+16=10\ 816$.

〖效果检测〗

1. C

2. C　$(2x-1)(1-2x)=-(2x-1)(2x-1)=-4x^2+4x-1$.

3. $(-3x-1)^2=[-(3x+1]^2=(3x+1)^2=9x^2+6x+1$,或$(-3x-1)^2=(-3x)^2-2\cdot(-3x)+1^2=9x^2+6x+1$.

4. 因为 $a+b=3$,所以$(a+b)^2=3^2$,即 $a^2+2ab+b^2=9$,所以 $a^2+b^2=9-2ab=9-2\times2=5$,$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2=5-2\times2=1$.

5. $(x+2y-1)^2=[(x+2y)-1]^2=(x+2y)^2-2(x+2y)+1=x^2+4xy+4y^2-2x-4y+1$.

6. $(a+b)(a-b)+(a-b)^2=a^2-b^2+a^2-2ab+b^2=2a^2-2ab$.

当 $a=-1,b=\dfrac{1}{2}$ 时,原式$=2\times(-1)^2-2\times(-1)\times\dfrac{1}{2}=2+1=3$.

2.2　乘法公式(3)

〖前置诊断〗

1. D　**2.** C　**3.** C

〖变式训练〗

1. $(a+b+c)^2=[(a+b)+c]^2=(a+b)^2+2c(a+b)+c^2=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$.

注:也可将 $b+c$ 看成一个整体.

2. $(x+1)(x^2+1)(x-1)$
$=(x+1)(x-1)(x^2+1)$
$=(x^2-1)(x^2+1)$
$=x^4-1$.

〖效果检测〗

1. C　$(a+1)^2-(a-1)^2=[(a+1)+(a-1)][(a+1)-(a-1)]=2a\times2=4a$.

2. B

3. x^4-16

4. $(a-b-c)^2=[(a-b)-c]^2=(a-b)^2-2c(a-b)+c^2=a^2-2ab+b^2-2ac+2bc+c^2$.

5. $(2x+y)(4x^2+y^2)(2x-y)=(4x^2-y^2)(4x^2+y^2)=16x^4-y^4$,将 $x=\dfrac{1}{2},y=\dfrac{1}{3}$ 代入上式得,原式$=16\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^4-\left(\dfrac{1}{3}\right)^4=\dfrac{80}{81}$.

6. 设正方形原来的边长为 x cm,现在的边长为$(x+2)$ cm,得$(x+2)^2-x^2=16$,解得 $x=3$.答:正方形原边长为 3 cm,现在边长为 5 m.

本章达标测试

一、选择题

1. A　**2.** A　**3.** C　**4.** C　**5.** B　**6.** D　**7.** B　**8.** A　**9.** D　**10.** C

二、填空题

11. 48　**12.** 2　1　**13.** 19　**14.** 12 或-12

三、解答题

15. (1)原式$=4x^2-12xy+9y^2$.
(2)原式$=-15a^3b^2+30a^5$.
(3)原式$=x^2-4x-12$.
(4)原式$=a^4-16b^4$.

16. (1)原式$=(99+101)^2=200^2=40\ 000$.
(2)原式$=2\ 013^2-(2\ 013-1)(2\ 013+1)=2\ 013^2-(2\ 013^2-1)=1$.

17. (1)$(2a-b)^2-(2a+b)(2a-b)=(4a^2-4ab+b^2)-(4a^2-b^2)=2b^2-4ab$,
把 $a=-2,b=3$ 代入上式得,原式$=2\times3^2-4\times(-2)\times3=42$.
(2)$(x-1)^2+(x+3)(x-3)+(x-3)(x-1)=x^2-2x+1+x^2-9+x^2-4x+3=3x^2-6x-5$,
因为 $x^2-2x=3$,所以 $3x^2-6x-5=3(x^2-2x)-5=3\times3-5=4$.

18. $(x^2-x+m)(x-8)=x^3-9x^2+(8+m)x-8m$.
因为结果中不含一次项,所以 $8+m=0$,解得 $m=-8$.

19. ③$6^2-3^2=3\times9=27$.④$7^2-4^2=3\times11=33$.
第 5 个式子为 $8^2-5^2=3\times13=39$.
猜想:$(n+3)^2-n^2=3\times(2n+3)$.
(2)$(n+3)^2-n^2=(n+3+n)(n+3-n)=3\times(2n+3)$.

20. (1)a^2-b^2

(2)$2b$　$2a$　$a-b$　$\frac{1}{2}(2b+2a)(a-b)$

(3)$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

(4)$252^2-248^2=(252+248)(252-248)=500\times4=2\ 000$.

第3章　因式分解

3.1　多项式的因式分解

〖前置诊断〗

1. C　A选项中的式子不是同类项,不能合并,所以错误;B选项中,$x^2\cdot x^3=x^5\neq x^6$,所以错误;C选项正确;D选项中$-x\cdot(x-5y)=-x^2+5xy\neq -x^2-5xy$,所以错误.
2. C　利用整式乘法计算知②③正确,而$(x+2y)(x-2y)=x^2-4y^2\neq x^2-2y^2$,所以①错误.
3. B　A选项中9不是质数,所以错误;C选项中1不是质数,所以错误;D选项中4不是质数,所以错误.

〖变式训练〗

1. B　A选项是整式的乘法,故A不符合题意;B选项结果是多项式乘积形式,且$(x-3)(x+3)=x^2-9$,故B符合题意;C选项没把一个多项式化为几个整式的乘积的形式,故C不符合题意;D选项不是恒等变形,故D不符合题意.
2. $\because (x+3)(x-4)=x^2-x-12=x^2+ax+b$,
$\therefore a=-1, b=-12$.
3. 因为$x=98, y=2$,所以$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=(98+2)^2=100^2=10\ 000$.

〖效果检测〗

1. C
2. C　$(x-2)(x-5)=x^2-7x+10\neq x^2-7x-10$,所以A错误;$m(m-1)=m^2-m\neq m^2-m+1$,所以B错误;$a(a^2-a)=a^3-a^2\neq a^3-a^2+a$,所以D错误.
3. 因为$6=3\times2, 12=3\times2\times2, 9=3\times3$,它们的最大公约数是3.
4. $\because x^2+ax+b=(x+1)(x-2)=x^2-2x+x-2=x^2-x-2$,
$\therefore a=-1, b=-2$,则$a+b=-3$.
5. 因为甲图中阴影部分的面积可以看作两个正方形面积之差,即a^2-b^2,乙图中阴影部分的面积是一个平行四边形,其底边为$a+b$,高可以理解为甲图中两个正方形边长之差,即$a-b$,所以它的面积为$(a+b)(a-b)$,所以这个图形验证了$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.
6. (1)方法一:他共花了$(ax+ay+az)$元;
方法二:他共花了$a(x+y+z)$元.
(2)方法一要做三次乘法运算,两次加法运算;方法二要做两次加法运算,一次乘法运算.方法二计算简便.
(3)利用因式分解可以大大地减少运算量.

3.2　提公因式法

〖前置诊断〗

1. B　2. D　3. C

〖变式训练〗

1. B　$(x-a)^3-(a-x)^2=(x-a)^3-(x-a)^2=(x-a)^2(x-a-1)$.
2. $\because$边长为a,b的长方形周长为12,面积为8,
$\therefore a+b=6, ab=8$,
$\therefore a^2b+ab^2=ab(a+b)=8\times6=48$.
3. $m^2(m-2)+m(2-m)$
$=m^2(m-2)-m(m-2)$
$=m(m-2)(m-1)$.

〖效果检测〗

1. C　$4x$与$10x^2$的公因式的系数为2,字母为x,字母的次数为1,所以公因式为$2x$.
2. D　$x^2y+5xy-y=y(x^2+5x-1)\neq y(x^2+5x)$,需特别注意的是多项式的第3项,将$y$提出后,括号里面的因式为1.
3. 因为$mx+A=m(x-y)=mx-my$,所以$A=-my$.
4. (1)$a^2x^2y-axy^2=axy(ax-y)$.
(2)$x(x-y)-y(y-x)=x(x-y)+y(x-y)=(x-y)(x+y)$.
(3)$x(y-3)-(2y-6)=x(y-3)-2(y-3)=(y-3)(x-2)$.
(4)$x(x^2-xy)-(4x^2-4xy)=x^2(x-y)-4x(x-y)=x(x-y)(x-4)$.