

1. 化下列 λ - 矩阵成标准形:

$$1) \begin{pmatrix} \lambda^3 - \lambda & 2\lambda^2 \\ \lambda^2 + 5\lambda & 3\lambda \end{pmatrix};$$

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

客服QQ: 1374599466。购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。

$$2) \begin{pmatrix} 1-\lambda & \lambda^2 & \lambda \\ \lambda & \lambda & -\lambda \\ 1+\lambda^2 & \lambda^2 & -\lambda^2 \end{pmatrix};$$

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

客服QQ: 1374599466。购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。

$$3) \begin{pmatrix} \lambda^2 + \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda + 1)^2 \end{pmatrix};$$

加群：783072579。加群：783072579。

教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。

客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。

教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。

加群：783072579。加群：783072579。

$$4) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \lambda^2 \\ 0 & 0 & \lambda^2 - \lambda & 0 \\ 0 & (\lambda - 1)^2 & 0 & 0 \\ \lambda^2 - \lambda & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

客服QQ: 1374599466。购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。

$$5) \begin{pmatrix} 3\lambda^2 + 2\lambda - 3 & 2\lambda - 1 & \lambda^2 + 2\lambda - 3 \\ 4\lambda^2 + 3\lambda - 5 & 3\lambda - 2 & \lambda^2 + 3\lambda - 4 \\ \lambda^2 + \lambda - 4 & \lambda - 2 & \lambda - 1 \end{pmatrix};$$

$$6) \begin{pmatrix} 2\lambda & 3 & 0 & 1 & \lambda \\ 4\lambda & 3\lambda + 6 & 0 & \lambda + 2 & 2\lambda \\ 0 & 6\lambda & \lambda & 2\lambda & 0 \\ \lambda - 1 & 0 & \lambda - 1 & 0 & 0 \\ 3\lambda - 3 & 1 - \lambda & 2\lambda - 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. 求下列 λ -矩阵的不变因子:

$$1) \begin{pmatrix} \lambda - 2 & -1 & 0 \\ 0 & \lambda - 2 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda - 2 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} \lambda & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & -1 \\ 5 & 4 & 3 & \lambda + 2 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} \lambda + \alpha & \beta & 1 & 0 \\ -\beta & \lambda + \alpha & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda + \alpha & \beta \\ 0 & 0 & -\beta & \lambda + \alpha \end{pmatrix};$$

加群：783072579。加群：783072579。

教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。

客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。

教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。

加群：783072579。加群：783072579。

$$4) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \lambda + 2 \\ 0 & 1 & \lambda + 2 & 0 \\ 1 & \lambda + 2 & 0 & 0 \\ \lambda + 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$5) \begin{pmatrix} \lambda + 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda + 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda - 2 \end{pmatrix}.$$

3. 证明：

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \\ -1 & \lambda & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} \\ 0 & -1 & \lambda & \cdots & 0 & a_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & \lambda + a_1 \end{pmatrix}$$

的不变因子是 $\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{n-1 \text{ 个}}, f(\lambda)$, 其中 $f(\lambda) = \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \lambda + a_n$.

加群：783072579。

教师QQ：1374599466。

客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。

教师QQ：1374599466。

加群：783072579。教师QQ：1374599466。

4. 设 A 是数域 P 上一个 $n \times n$ 矩阵, 证明: A 与 A' 相似.

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

客服QQ: 1374599466。购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。

5. 设

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 1 & \lambda & 0 \\ 0 & 1 & \lambda \end{pmatrix}, \quad \text{求 } \mathbf{A}^k.$$

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

客服QQ: 1374599466。购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。

6. 求下列复系数矩阵的若尔当标准形：

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 13 & 16 & 16 \\ -5 & -7 & -6 \\ -6 & -8 & -7 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

加群：783072579。加群：783072579。

教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。

客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。

教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。

加群：783072579。加群：783072579。

$$5) \begin{pmatrix} 3 & 7 & -3 \\ -2 & -5 & 2 \\ -4 & -10 & 3 \end{pmatrix};$$

$$6) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix};$$

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。

$$7) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix};$$

$$8) \begin{pmatrix} -4 & 2 & 10 \\ -4 & 3 & 7 \\ -3 & 1 & 7 \end{pmatrix};$$

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。

$$9) \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -1 & 8 & 6 \\ 2 & -14 & -10 \end{pmatrix};$$

$$10) \begin{pmatrix} 8 & 30 & -14 \\ -6 & -19 & 9 \\ -6 & -23 & 11 \end{pmatrix};$$

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。

$$11) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 2 & 1 \\ -7 & -6 & -1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$12) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$13) \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 \\ -2 & 6 & 0 & 13 \\ 0 & -3 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 & 8 \end{pmatrix};$$

$$14) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

7. 把习题 6 中各矩阵看成有理数域上矩阵, 试写出它们的有理标准形.

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

客服QQ: 1374599466。购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。

1. \mathcal{A} 是 n 维线性空间 V 上的线性变换. 证明:

1) 若 \mathcal{A} 在 V 的某基下矩阵 A 是某多项式 $d(\lambda)$ 的友矩阵, 则 \mathcal{A} 的最小多项式是 $d(\lambda)$;

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

客服QQ: 1374599466。购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。

加群：783072579。加群：783072579。

教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。

客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。

教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。

加群：783072579。加群：783072579。

2) 设 \mathcal{A} 的最高次的不变因子是 $d(\lambda)$, 则 \mathcal{A} 的最小多项式是 $d(\lambda)$.

加群: 783072579。加群: 783072579。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

客服QQ: 1374599466。购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。

教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。

加群: 783072579。加群: 783072579。