# 狭义与广义相对论浅说

爱因斯坦

·

# 第一部分　狭义相对论

## 1．几何命题的物理意义

阅读本书的读者，大多数在做学生的时候就熟悉欧几里得几何学的宏伟大厦。你们或许会以一种敬多于爱的心情记起这座伟大的建筑。在这座建筑的高高的楼梯上，你们曾被认真的教师追迫了不知多少时间。凭着你们过去的经验，谁要是说这门科学中的那怕是最冷僻的命题是不真实的，你们都一定会嗤之以鼻。但是，如果有人这样问你们，“你们说这些命题是真实的，你们究竟是如何理解的呢？”那么你们这种认为理所当然的骄傲态度或许就会马上消失。让我们来考虑一下这个问题。

几何学是从某些象“平面”、“点”和“直线”之类的概念出发的，我们可以有大体上是确定的观念和这些要领相联系；同时，几何学还从一些简单的命题（公理）出发，由于这些观念，我们倾向于把这些简单的命题当作“真理”接受下来。然后，根据我们自己感到不得不认为是正当的一种逻辑推理过程，阐明其余的命题是这些公理的推论，也就是说这些命题已得到证明。于是，只要一个命题是以公认的方法从公理中推导出来的，这个命题就是正确的（就是“真实的”）。这样，各个几何命题是否“真实”的问题就归结为公理是否“真实”的问题。可是人们早就知道，上述最后一个问题不仅是用几何学的方法无法解答的，而且这个问题本身就是完全没有意义的。我们不能问“过两点只有一直线”是否真实。我们只能说，欧几里得几何学研究的是称之为“直线”的东西，它说明每一直线具有由该直线上的两点来唯一地确定的性质。“真实”这一概念有由该直线上的两点来唯一地确定的性质。“真实”这一概念与纯几何这的论点是不相符的，因为“真实”一词我们在习惯上总是指与一个“实在的”客体相当的意思；然而几何学并不涉及其中所包含的观念与经验客体之间的关系，而只是涉及这些观念本身之间的逻辑联系。

不难理解，为什么尽管如些我们还是感到不得不将这些几何命题称为“真理”。几何观念大体上对应于自然界中具有正确形状的客体，而这些客体无疑是产生这些观念的唯一渊源。几何学应避免遵循这一途径，以便能够使其结构获得

最大限度的逻辑一致性。例如，通过位于一个在实践上可视为刚性的物体上的两个有记号的位置来查看“ 距离 ”的办法，在我们的思想习惯中是根深蒂固的。如果我们适当地选择我们的观察位置，用一只眼睛观察而能使三个点的视位置相互重合，我们也习惯于认为这三个点位于一条直线上。

如果，按照我们的思想习惯，我们现在在欧几里得几何学的命题中补充一个这样的命题，即在一个在实践上可视为刚性的物体上的两个点永远对应于同一距离（直线间隔），而与我们可能使该物体的位置发生的任何变化无关，那么，欧几里得几何学的命题就归结为关于各个在实践上可以视为刚性的物体的所有相对位置的命题。作了这样补充的几何学可以看作物理学的一个分支。现在我们就能够合法地提出经过这样解释的几何命题是否“ 真理 ”的问题；因为我们有理由问，对于与我们的几何观念相联系的那些实在的东西来说，这些命题是否被满足。用不大精确的措词来表达，上面这句话可以说成为，我们把此种意义的几何命题的“ 真实性 ”理解为这个几何命题对于用圆规和直尺作图的有效性。

当然，以此种意义断定的几何命题的“ 真实性 ”，是仅仅以不大完整的经验为基础的。目下，我们暂先认定几何命题的“ 真实性 ”。然后我们在后一阶段（在论述广义相对论时）将会看到，这种“ 真实性 ”是有限的，那时我们将讨论这种有限性范围的大小。

## 2．坐标系

根据前已说明的对距离的物理解释，我们也能够用量度的方法确立一刚体上两点间的距离。为此目的，我们需要有一直可用来作为量度标准的一个“ 距离 ”（杆 S）。如果 A 和 B 是一刚体上的两点，我们可以按照几何学的规则作一直线连接该两点：然后以上为起点，一次一次地记取距离 S，直到到达 B 点为止。所需记取的次数就是距离 AB 的数值量度，这是一切长度测量的基础。

描述一事件发生的地点或一物体在空间中的位置，都是以能够在一刚体（参考物体）上确定该事件或该物体的相重点为根据的，不仅科学描述如此，对于日常生活来说亦如此如果我来分析一下“ 北京天安门广场 ”这一位置标记，我就得出下列结果。地球是该位置标记所参照的刚体；“ 北京天安门广场 ”是地球上已明确规定的一点，已经给它取上了名称，而所考虑的事件则在空间上与该点

是相重合的。

这种标记位置的原始方法只适用于刚体表面上的位置，而且只有在刚体表面上存在着可以相互区分的各个点的情况下才能够使用这种方法。但是我们可以摆脱这两种限制，而不致改变我们的位置标记的本质。譬如有一块白云飘浮在天安门广场上空，这时我们可以在天安门广场上垂直地竖起一根竿子直抵这块白云，来确定这块白云相对于地球表面的位置，用标准量杆量度这根竿于的长度，结合对这根竿子下端的位置标记，我们就获得了关于这块白云的完整的位置标记。根据这个例子，我们就能够看出位置的概念是如何改进提高的。

（1）我们设想将确定位置所参照的刚体加以补充，补充后的刚体延伸到我们需要确定其位置的物体。

（2）在确定物体的位置时，我们使用一个数（在这里是用量杆量出来的竿于长度），而不使用选定的参考点。

（3）即使未曾把高达云端的竿子竖立起来，我们也可以讲出云的高度，我们从地面上各个地方，用光学的方法对这块云进行观测，并考虑光传播的特性，就能够确定那需要把它升上云端的竿子的长度。

从以上的论述我们看到，如果在描述位置时我们能够使用数值量度，而不必考虑在刚性参考物体上是否存在着标定的位置（具有名称的），那就会比较方便。在物理测量中应用笛卡儿坐标系达到了这个目的。

笛卡儿坐标系包含三个相互垂直的平面，这三个平面与一刚体牢固地连接起来。在一个坐标系中，任何事件发生的地点（主要）由从事件发生的地点向该三个平面所作垂线的长度或坐标(x,y,z)来确定，这三条垂线的长度可以按照欧几里得几何学所确立的规则和方法用刚性量杆经过一系列的操作予以确定。

在实际上，构成坐标系的刚性平面一般来说是用不着的；还有，坐标的大小不是用刚杆结构确定的，而是用间接的方法确定的如果要物理学和天文学所得的结果保持其清楚明确的性质，就必须始终按照上述考虑来寻求位置标示的物理意义。

由此我们得到如下的结果：事件在空间中的位置的每一种描述都要使用为描述这些事件而必须参照的一个刚体。所得出的关系系以假定欧几里得几何学的定理适用于“距离”为依据；“距离”在物理上一般习惯是以一刚体上的两个标记

来表示。

## 3．经典力学中的空间和时间

力学的目的在于描述物体在空间中的位置如何随“ 时间 ”而改变。如果我未经认真思考、不如详细的解释就来表述上述的力学的目的，我的良心会承担违背力求清楚明确的神圣精神的严重过失。让我们来揭示这些过失。

这里。“ 位置 ”和“ 空间 ”应如何理解是不清楚的。设一列火车正在匀速地行驶，我站在车厢窗口松手丢下（不是用力投掷）一块石头到路基上。那么，如果不计空气阻力的影响，我看见石头是沿直线落下的。从人行道上观察这一举动的行人则看到石头是沿抛物线落到地面上的。现在我问，石头所经过的各个“ 位置 ”是“ 的确 ”在一条直线上，还是在一条抛物线上的呢，还有，所谓“ 在空间中 ”的运动在这里是什么意思呢？根据前一节的论述，就可以作出十分明白的答案。首先，我们要完全避开“ 空间 ”这一模糊的字眼，我们必须老实承认，对于“ 空间 ”一同，我们无法构成丝毫概念；因此我们代之以“ 相对于在实际上可看作刚性的一个参考物体的运动 ”。关于相对于参考物体（火车车厢或铁路路基）的位置，在前节中已作了详细的规定。如果我们引人“ 坐标系 ”这个有利于数学描述的观念来代替“ 参考物体 ”，我们就可以说，石块相对于与车厢牢固地连接在一起的坐标系走过了一条直线，但相对于与地面（路基）牢固地连接在一起的坐标系，则石块走过了一条抛物线借助于这一实例可以清楚地知道不会有独立存在的轨线（字面意义是“ 路程——曲线 ”）；而只有相对于特定的参考物体的轨线。

为了对运动作完整的描述，我们必须说明物体如何随时间而改变其位置；亦即对于轨线上的每一个点必须说明该物体在什么时刻位于该点上。这些数据必须补充这样一，个关于时间的定义，依靠这个定义，这些时间值可以在本质上看作可观测的量（即测量的结果）。如果我们从经典力学的观点出发，我们就能够举出下述方式的实例来满足这个要求。设想有两个构造完全相同的钟；站在车厢窗口的人拿着其中的一个，在人行道上的人拿着另一个。两个观察者各自按照自己所持时钟的每一声滴咯刻划下的时间来确定石块相对于他自已的参考物体所占据的位置。在这里我们没有计入因光的传播速度的有限性而造成的不准确性。对于这一点以及这里的另一个主要困难，我们将在以后详细讨论。

## 4．伽利略坐标系

如所周知，伽利略-牛顿力学的基本定律（称为惯性定律）可以表述如下：一物体在离其他物足够远时，一直保持静止状态或保持匀速直线运动状态。这个定律不仅谈到了物体的运动，而且指出了不违反力学原理的、可在力学描述中加以应用的参考物体或坐标系。相对于人眼可见的恒星那样的物体，惯性定律无疑是在相当高的近似程度上能够成立的。现在如果我们使用一个与地球牢固地连接在一起的坐标系，那么，相对于这一坐标系，每一颗恒星在一个天文日当中都要描画一个具有莫大的半径的圆，这个结果与惯性定律的陈述是相反的。因此，如果我们要遵循这个定律，我们就只能参照恒星在其中不作圆周运动的坐标系来考察物体的运动。若一坐标系的运动状态使惯性定律对于该坐标系而言是成立的，该坐标系即称为“ 伽利略坐标系 ”。伽利略-牛顿力学诸定律只有对于伽利略坐标系来说才能认为是有效的。

## 5．相对性原理（狭义）

为了使我们的论述尽可能地清楚明确，让我们回到设想为匀速行驶中的火车车厢这个实例上来。我们称该车厢的运动为一种匀速平移运动（称为“ 匀速 ”是由于速度和方向是恒定的；称为“ 平移 ”是由于虽然车厢相对于路基不断改变其位置，但在这样的运动中并无转动）。设想一只大乌鸦在空中飞过，它的运动方式从路基上观察是匀速直线运动。用抽象的方式来表述，我们可以说：若一质量 M 相对于一坐标系 K 作匀速直线运动，只要第二个坐标系 K’相对于 K 是在作匀速平移运动，则该质量相对于第二个坐标系 K’亦作匀速直线运动。根据上节的论述可以推出：

若 K 为一伽利略坐标系，则其他每一个相对于 K 作匀速平移运动的坐标系 K’亦为一伽利略坐标系。相对于 K’，正如相对于 K 一样，伽利略-牛顿力学定律也是成立的。

如果我们把上面的推论作如下的表述，我们在推广方面就前进了一步：K’是相对于 K 作匀速运动而无转动的坐标系，那么，自然现象相对于坐标系 K’的实际演变将与相对于坐标系 K 的实际演变一样依据同样的普遍定律。这个陈述

称为相对性原理（狭义）。

只要人们确信一切自然现象都能够借助于经典力学来得到完善的表述，就没有必要怀疑这个相对性原理的正确性。但是由于晚近在电动力学和光学方面的发展，人们越来越清楚地看到，经典力学为一切自然现象的物理描述所提供的基础还是不够充分的。到这个时候，讨论相对性原理的正确性问题的时机就成熟了，而且当时看来对这个问题作否定的签复并不是不可能的。

然而有两个普遍事实在一开始就给予相对性原理的正确性以很有力的支持。虽然经典力学对于一切物理现象的理论表述没有提供一个足够广阔的基础，但是我们仍然必须承认经典力学在相当大的程度上是“ 真理 ”，因为经典力学对天体的实际运动的描述，所达到的精确度简直是惊人的。因此，在力学的领域中应用相对性原理必然达到很高的准确度。一个具有如此广泛的普遍性的原理，在物理现象的一个领域中的有效性具有这样高的准确度，而在另一个领域中居然会无效，这从先验的观点来看是不大可能的。

现在我们来讨论第二个论据，这个论据以后还要谈到。如果相对性原理（狭义）不成立，那么，彼此作相对匀速运动的 K、K’、K ” 等一系列伽利略坐标系，对于描述自然现象就不是等效的。在这个情况下我们就不得不相信自然界定律能够以一种特别简单的形式来表述，这当然只有在下列条件下才能做到，即我们已经从一切可能有的伽利略坐标系中选定了一个具有特别的运动状态的坐标系（K）作为我们的参考物体。这样我们就会有理由（由于这个坐标系对描述自然现象具有优点）称这个坐标系是“ 绝对静止的 ”，而所有其他的伽利略坐标系 K 都是“ 运动的 ”，举例来说，设我们的铁路路基是坐标系 $K_0$，那么我们的火车车厢就是坐标系 K，相对于坐标系 K 成立的定律将不如相对于坐标系 $K_0$ 成立的定’律那样简单。定律的简单性的此种减退是由于车厢 K 相对于 $K_0$ 而言是运动的（亦即“ 真正 ” 是运动的）。在参照 K 所表述的普遍的自然界定律中，车厢速度的大小和方向必然是起作用的。例如，我们应该预料到，一个风琴的大小和方向必然是起作用的。例如，我们应该预料到，一个风琴管当它的轴与运动的方向平行时所发出的音调将不同于当它的轴与运动的方向垂直时所发出的音调。由于我们的地球是在环绕太阳的轨道上运行，因而我们可以把地球比作以每秒大约 30 公里的速度行驶的火车车厢。如果相对性原理是不正确 3。的，我们就应该预料到，

地球在任一时刻的运动方向将会在自然界定律中表现出来，而且物理系统的行为将与其相对于地球的空间取向有关。因为由于在一年中地球公转速度的方向的变化，地球不可能在全年中相对于假设的坐标系 $K_0$ 处于静止状态。但是，最仔细的观察也从来没有显示出地球物理空间的这种各向异性（即不同方向的物理不等效性）。这是一个支持相对性原理的十分强有力的论据。

## 6．经典力学中所用的速度相加定理

假设我们的旧相识，火车车厢，在铁轨上以恒定速度 v 行驶；并假设有一个人在车厢里沿着车厢行驶的方向以速度 w 从车厢一头走到另一头。那么在这个过程中，对于路基而言，这个人向前走得有多快呢？换句话说，这个人前进的速度 W 有多大呢？唯一可能的解答似乎可以根据下列考虑而得：如果这个人站住不动一秒钟，在这一秒钟里他就相对于路基前进了一段距离 v，在数值上与车厢的速度相等。但是，由于他在车厢中向前走动，在这一秒钟里他相对于车厢向前走了一段距离儿也就是相对于路基又多走了一段距离 w，这段距离在数值上等于这个人在车厢里走动的速度。这样，在所考虑的这一秒钟里他总共相对于路基走了距离 W=v+w。我们以后将会看到，表述了经典力学的速度相加定理的这一结果，是不能加以支持的;换句话说，我们刚才写下的定律实质上是不成立的。但目前我们暂时假定这个定理是正确的。

## 7．光的传播定律与相对性原理的表面抵触

在物理学中几乎没有比真空中光的传播定律更简单的定律了，学校里的每个儿童都知道，或者相信他知道，光在真空中沿直线以速度 c=300，000 公里／秒传播。无论如何我们非常精确地知道，这个速度对于所有各色光线都是一样的。用力如果不是这样，则当一颗恒星为其邻近的黑暗星体所掩食时，其各色光线的最小发射值就下会同时被看到。荷兰天文学家德西特（De Sitter）根据对双星的观察，也以相似的理由指出，光的传播速度不能依赖于发光物体的运动速度。关于光的传播速度与其“ 在空间中 ”的方向有关的假定即就其本身而言也是难以成立的。

总之，我们可以假定关于光（在真空中）的速度 c 是恒定的这一简单的定律

已有充分的理由为学校里的儿童所确信。谁会想到这个简单的定律竟会使思想周密的物理学家陷入智力上的极大的困难呢？让我们来看看这些困难是怎样产生的。

当然我们必须参照一个刚体（坐标系）来描述光的传播过程（对于所有其他的过程而言确实也都应如此）。我们再次选取我们的路基作为这种参考系。我们设想路基上面的空气已经抽空。如果沿着路基发出一道光线，根据上面的论述我们可以看到，这道光线的前端将相对于路基以速度 c 传播现在我们假定我们的车厢仍然以速度 v 在路轨上行驶，其方向与光线的方向同，不过车厢的速度当然要比光的速度小得多。我们来研究一下这光线相对于车厢的传播速度问题。显然我们在这里可以应用前一节的推论，因为光线在这晨就充当了相对于车厢走动的人。人相对于路基的速度 W 在这晨由光相对于路基的速度代替。W 是所求的光相对于车厢的速度。我们得到：

$$w=c-v$$

于是光线相对于车厢的传播速度就出现了小于的情况。

但是这个结果是与第 5 节所阐述的相对性原理相抵触的。因为，根据相对性原理，真空中光的传播定律，就象所有其他普遍的自然界定律一样，不论以车厢作为参考物体还是以路轨作为物体，都必须是一样的。但是，从我们前面的论述看来，这一点似乎是不可能成立的。如果所有的光线相对于路基都以速度 c 传播，那么由于这个理由似乎光相对于车厢的传播就必然服从另一定律——这是一个与相对性原理相抵触的结果。

由于这种抵触，除了放弃相对性原理或放弃真空中光的传播的简单定律以外，其他办法似乎是没有的。仔细地阅读了以上论述的读者几乎都相信我们应该保留相对性原理，这是因为相对性原理如此自然而简单，在人们的思想中具有很大的说服力。因而真空中光的传播定律就必须由一个能与相对性原理一致的比较复杂的定律所取代。但是，理论物理学的发展径。具有划时代意义的洛伦兹对于与运动物体相关的电动力学和光学现象的理论研究表明，在这个领域中的经验无可争辩地导致了关于电磁现象的一个理论，而真空中光速恒定定律是这个理论的必然推论。因此，尽管不曾发现与相对性原理相抵触的实验数据，许多著名的理论物理学家还是比较倾向于舍弃 相对性原理。

相对论就是这个关头产生的。由于分析了时间和空间的物理概念，人们开始清楚地看到，相对性原理和光的传播定律实际上丝毫没有抵触之处，如果系统地贯彻这两个定律，就能够得到一个逻辑严谨的理论。这个理论已称为狭义相对论，以区别于推广了的理论，对于广义理论我们将留待以后再去讨论。下面我们将叙述狭义相对论的基本观念。

## 8．物理学的时间观

在我们的铁路路基上彼此相距相当远的两处 A 和 B，雷电击中了铁轨。我再补充一句，这两处的雷电闪光是同时发生的。如果我问你这句话有没有意义，你会很肯定地口答说，“ 有 ”。但是，如果我接下去请你更确切地向我解释一下这句话的意义，那么你在考虑一下以后就会感到回答这个问题并不象乍看起来那样容易。

经过一些时间的考虑之后，你或许会想出如下的回答：“ 这句话的意义本来就是清楚的，无需再加解释；当然，如果要我用观测的方法来确定在实际情况中这两个事件是否同时发生的，我就需要考虑考虑。” 对于这个答复我不能感到满意，理由如下，假定有一位能干的气象学家经过巧妙的思考发现闪电必然总是同时击中 A 处和 B 处的话，那么我们就面对着这样的任务，即必须检验一下这个理论结果是否与实际相符。在一切物理陈述中凡是含有“ 同时 ”概念之处，我们都遇到了同样的困难。对于物理学家而言，在他有可能判断一个概念在实际情况中是否真被满足以前，这概念就还不能成立。因此我们需要有这样一个同时性定义，这定义必须能提供一个方法，以便在本例中使物理学家可以用这个方法通过实验来确定那两处雷击是否真正同时发生。如果在这个要求还没有得到满足以前，我就认为我能够赋予同时性这个说法以某种意义，那么作为一个物理学家，这就是自欺欺人（当然，如果我不是物理学家也是一样）。（请读者完全搞通这一点之后再继续读下去，〕

在经过一些时间的思考之后，你提出下列建议来检验同时性，沿着铁轨测量就可以量出连线 AB 的长度，然后把一位观察者安置在距离 AB 的中点 M，这位观察者应备有一种装置（例如相互成 90 度的两面镜子），使他用目力一下于就能够既观察到且处又观察到 B 处。如果这位观察者的视神经在同一时刻感觉到这

两个雷电闪光，那么这两个雷电闪光就必定是同时的。

对于这个建议我感到十分高兴，但是尽管如此我仍然不能认为问题已经完全解决，因为我感到不得不提出以下的不同意见，“ 如果我能够知道，观察者站在 M 处赖以看到闪电的那些光，从且传播到 M 的速度与从日传播到 M 的速度确是相同，那么你的定义当然是对的。但是，要对这个假定进行验证，只有我们已经掌握测量时间的方法才存可能。因此从逻辑上看来我们好象尽是在这里兜圈子。”

经过进一步考虑后，你带着些轻蔑的神气瞟我一眼（这是无可非议的），并宣称，“ 尽管如此我仍然维持我先前的定义，因为实际上这个定义完全没有对光作过任何假定。对于同时性的定义仅有一个要求，那就是在每一个实际情况中这个定义必须为我们提供一个实验方法来判断所规定的概念是否真被满足。我的定义已经满足这个要求是无可争辩的。光从 A 传播到 M 与从 B 传播到 M 所需时间相同，这实际上既不是关于光的物理性质的假定，也不是关于光的物理性质的假说。而仅是为了得出同时性的定义我按照我自己的自由意志所能作出的一种规定。”

显然这个定义不仅能够对两个事件的同时性，而且能够对我们愿意选定的任意多个事件的同时性规定出一个确切的意义，而与这些事件发生的地点相对于参考物体（在这里就是铁路路基）的位置无关，由此我们也可以得出物理学的“ 时间 ” 定义。为此，我们假定把构造完全相同的钟放在铁路线（坐标系）上的 A、B 和 C 诸点上，并这样校准它们，使它们的指针同时（按照上述意义来理解）指着相同的位置。在这些条件下，我们把一个事件的“ 时间 ” 理解力放置在该事件的（空间）最邻近处的那个钟上的读数（指钵所指位置）。这样，每一个本质上可以观测的事件都有一个时间数值与之相联系。

这个规定还包含着另一个物理假说，如果没有相反的实验证据的话，这个假说的有效性是不大会被人怀疑的，这里已经假定，如果所有这些钟的构造完全一样，它们就以同样的时率走动。说得更确切些：如果我们这样校准静止在一个参考物体的不同地方的两个钟，使其中一个钟的指针指着某一个特定的位置的同时（按照上述意义来理解），另一个钟的指针也指着相同的位置，那么完全相同的“ 指针位置 ’ 就总是同时的（同时的意义按照上述定义来理解）。

## 9．同时性的相对性

到目前为止，我们的论述一直是参照我们称之为“铁路路基”的一个特定的参考物体来进行的，假设有一列很长的火车，以恒速 v 沿着图 1 所标明的方向在轨道上行驶。在这列火车上旅行的人们可以很方便地把火车当作刚性参考物体（坐标系）：他们参照火车来观察一切事件。因而，在铁路线上发生的每一个事件也在火车上某一特定的地点发生，而且完全和相对于路基所作的同时性定义一样，我们也能够相对于火车作出同时性的定义。但是，作为一个自然的推论，下述问题就随之产生：

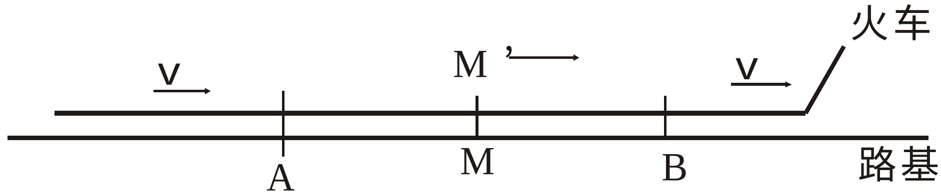


图 1

对于铁路路基来说是同时的两个事件（例如 A、B 两处雷击），对于火车来说是否也是同时的呢，我们将直接证明，回答必然是否定的。

当我们说 A、B 两处雷击相对于路基页言是同时的，我们的意思是：在发生闪电的 A 处和 B 处所发出的光，在路基 A→B 这段距离的中点 M 相遇。但是事件 A 和 B 也对应于火车上的 A 点和 B 点。令 M’为在行驶中的火车上 A→B 这段距离的中点。正当雷电闪光发生的时候，点 M’自然与 M 重合，但是点 M’以火车的速度 v 向图中的右方移动。如果坐在火车上 M’处的一个观察者并不具有这个速度，那么他就总是停留在 M 点，雷电闪光 A 和 B 所发出的光就同时到达他这里，也就是说正好在他所在的地方相遇。可是实际上（相对于铁路路基来考虑）之个观察者正在朝着来自 B 的光线急速行进，同时他又是在来自 A 的光线的前方向前行进。因此这个观察者将先看见自 B 发出的光线，后看见自 A 发出的光线。所以，把列车当作参考物体的观察者就必然得出这样的结论，即雷电闪光 B 先于雷电闪光 A 发生。这样我们就得出以下的重要结果：

对于路基是同时的若干事件，对于火车并不是同时的，反之亦然（同时性的相对性）。每一个参考物体（坐标系）都有它本身的特殊的时间；除非我们讲出关于时间的陈述是相对于哪一个参考物体的，否则关于一个事件的时间的陈述就

没有意义。

在相对论创立以前，在物理学中一直存在着一个隐含的假定，即时间的陈述具有绝对的意义，亦即时间的陈述与参考物体的运动状态无关。但是我们刚才看到，这个假定与最自然的同时性定义是不相容的；如果我们抛弃这个假定，那么真空中光的传播定律与相对性原理之间的抵触（详见第 7 节）就消失了。

这个抵触是根据第 6 节的论述推论出来的，这些论点现在已经站不住脚了。在该节我们曾得出这样的结论：在车厢里的人如果相对于车厢每秒走距离 w，那么在每一秒钟的时间里他相对于路基也走了相同的一段距离。但是，按照以上论述，相对于车厢发生一特定事件的需要的时间，决不能认为就等于从路基（作为参考物体）上判断的发生同一事件所需要的时间。因此我们不能硬说在车厢里走动的人相对于铁路线走距离 w 所需的时间从路基上判断也等于一秒钟。

此外，第 6 节的论述还基于另一个假定。按照严格的探讨看来，这个假定是任意的，虽然在相对论创立以前人们一直在物理学中隐藏着这个假定。

## 10．距离概念的相对性

我们来考虑火车上的两个特定的点，火车以速度 v 在铁路上行驶，现在要研究这两个点之间的距离。我们已经知道，测量一段距离，需要有一个参考物体，以便相对于这个物体量出这段距离的长度。最简单的办法是利用火车本身作为参考物体（坐标系）．在火车上的一个观察者测量这段间隔的方法是用他的量杆沿着一条直线（例如沿着车厢的地板）一下一下地量，从一个给定的点到另一个给定的点需要量多少下他就量多少下。那么告诉我们这个量杆需要量多少下的那个数字就是所求的距离。

如果火车上的这段距离需要从铁路线上来判断，那就是另一回事了，这里可以考虑使用下述方法。如果我们把需要求出其距离的火车上的两个点称为 A ’和 B ’，那么这两个点是以速度 v 沿着路基移动的。首先我们需要在路基上确定两个对应点 A 和 B，使其在一特定时刻，恰好各为 A ’和 B ’所通过（由路基判断）。路基上的且点和日点可以引用第 8 节所提出的时间定义来确定，然后再用量杆沿着路基一下一下地量取 A、B 两点之间的距离。

从先验的观点来看，丝毫不能肯定这次测量的结果会与第一次在火车车厢中

测量的结果完全一样。因此，在路基上量出的火车长度可能与在火车上量出的火车长度不同，这种情况使我们有必要对第 6 节中从表面上看来是明白的论述提出第二个不同意见。就是，如果在车厢里的人在单位时间内走了一段距离 w（在火车上测量的），那么这段距离如果在路基上测量并不一定也等于 w。

## 11．洛伦兹变换

上面最后三节的结果表明，光的传播定律与相对性原理的表面抵触（第 7 节）是根据这样一种考虑推导出来的，这种考虑从经典力学借用了两个不确当的假设；这两个假设就是：

（1）两事件的时间间隔（时间）与参考物体的运动状况无关。

（2）一刚体上两点的空间间隔（距离）与参考物体的运动

如果我们舍弃这两个假设，第 7 节中的两难局面就会消失，因为第 6 节所导出的速度相加定理就失效了，看来真空中光的传播定律与相对性原理是可以相容的，因此就产生这样的问题：我们必须如何修改第 6 节的论述以便消除这两个基本经验结果之间的表面矛盾，这个问题导致了一个普遍性问题。在第 6 节的讨论中，我们既要相对于火车又要相对于路基来谈地点和时间，如果我们已知一事件相对于铁路路基的地点和时间，如何求出该事件相对于火车的地点和时间呢？对于这个问题能否想出能使真空中光的传播定律与相对性原理不相抵触的解答，换言之：我们能否设想，在各个事件相对于一个参考物体的地点和时间与各该事件相对于另一个参考物体的地点和时间之间存在着这样一种关系，使得每一条光线无论相对于路基还是相对于火车，它的传播速度都是 c 呢？这个问题获得了一个十分明确的肯定解答，并且导致了用来把一个事件的空一时量值从一个参考物体变换到另一个参考物体的一个十分明确的变换定律。

在我们讨论这一点之前，我们将先提出需要附带考虑的下列问题。到目前为止，我们仅考虑了沿着路基发生的事件，这个路基在数学上必须假定它起一条直线的作用。如第 2 节所述，我们可以设想这个参考物体在横向和竖向各予补充一个用杆构成的框架，以便参照这个框架确定任何一处发生的事件的空间位置。同样，我们可以设想火车以速度 ”继续不断地横亘整个空间行驶着，这样，无论一事件有多远，我们也都能参照另一个框架来确定其空间位置。我们尽可不必考虑

这两套框架实际上会不会因固体的不可入性而不断地相互干扰的问题 ;这样做不致于造成任何根本性的错误，我们可以设想，在每一个这样的框架中，划出三个互相垂直的面，称之为“ 坐标平面 ”（在整体上这些坐标平面共同构成一个“ 坐标系 ”）。于是，坐标系 K 对应于路基，坐标系 K ’ 对应于火车。一事件无论在何处发生，它在空间中相对于 K 的位置可以由坐标平面上的三条垂线 x,y,z 来确定，时间则由一时间量值∶来确定，相对于 K'，此同一事件的空间位置和时间将由相应的量值 x',y',z',t'来确定，这些量值与 x,y,z,t 当然并不是全等的。关于如何将这些量值看作为物理测量的结果，上面已作了详细的叙述。

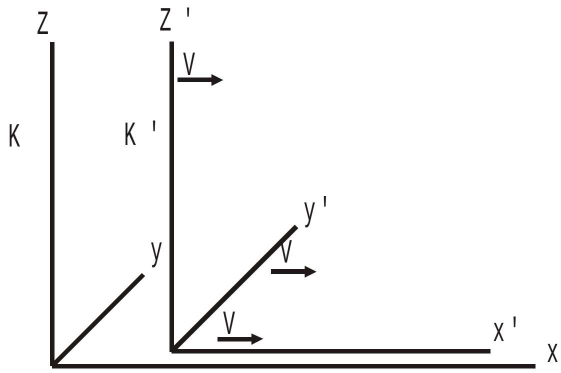


图 2

显然我们面临的问题可以精确地表述如下，若一事件相对于 K 的 x,y,z,t 诸量值为何？在选定关系式时，无论是相对于 K 或是相对于 K’，对于同一条光线而言（当然对于每一条光线都必须如此）真空中光的传播定律必须被满足。若这两个坐标系在空间中的相对取向如图 2 所示，这个问题就可以由下列议程组解出：

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{e^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} \cdot x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

这个议程组称为“ 洛伦兹变换 ”。

如果我们不根据光的传播定律，而根据旧力学中所隐含的时间和长度具有绝对性的假定，那么我们所得到的就不会是上述方程组，而是如下的方程组：

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

这个方程组称为“ 伽利略变换 ”，在洛伦兹变换方程中，我们如以无穷大值代换光速 c，就可以得到伽利略变换方程。

通过下述例示，我们可以很容易地看到，按照洛伦兹变换，无论对于参考物体 K 还是对于参考物体 K’，真空中光的传播定律都是被满足的。例如沿着正 x 轴发出一个光信号，这个光刺激按照下列方程前进

$$x = ct$$

亦即以速度 c 前进。按照洛伦兹变换方程，x 和 t 之间有了这个简单的关系，则在 x’和 t’之间当然也存在着一个相应的关系，事实也正是如此：把 x 的值 ct 代入洛伦兹变换的第一个和第四个方程中，我们就得到：

$$x' = \frac{(c - v)t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{(1 - \frac{v}{c})t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

这两方程相除，即直接得出下式：

$$x' = ct'$$

亦即参照坐标系 K’，光的传播应当按照此方程式进行，由此我们看到，光相对于参考物体 K’的传播速度同样也是等于 c。对于沿着任何其他方向传播的光线我们也得到同样的结果。当然，这一点是不足为厅的，因为洛伦兹变换议程就是依据这个观点推导出来的。

## 12．量杆和钟在运动时的行为

我沿着 K’的 x’轴放置一根米尺，令其一端（始端）与点 x’=0 重合，另一端（末端）与点 x’=1 重合。问米尺相对于参考系 K 的长度为何？要知道这个长度，我们只须求出在参考系 K 的某一特定时刻 t、米尺的始端和末端相对于 K 的位置。借助于洛伦兹变换第一方程，该两点在时刻 t=0 的值可表示为

$$x_{(米尺始端)}=0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$x_{(米尺始端)}=1\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

两点间的距离为 $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$。但米尺相对于 K 以速度度 v 运动。因此，沿着其本身长度的方向以速度 v 运动的刚性米尺的长度为 $\sqrt{1-v^2/c^2}$ 米。因此刚尺在运动时比在静止时短，而且运动得越快刚尺就越短。当速度 v=c，我们就有 $\sqrt{1-v^2/c^2}$ =0，对于较此更大的速度，平方根就变为虚值，由此我们得出结论：在相对论中，速度 c 具有极限速度的意义，任何实在的物体既不能达到也不能超出这个速度。

当然，速度 c 作为极限速度的这个特性也可以从洛伦兹变换方程中清楚地看到，因为如果我们选取比 c 大的 v 值，这些方程就没有意义。

反之，如果我们所考察的是相对于 K 静止在 x 轴上的一根米尺，我们就应该发现，当从 K’去判断时，米尺的 长度是 $\sqrt{1-v^2/c^2}$，这与相对性原理完全相合，而相对性原理是我们进行考察的基础。

从先验的观点来看，显然我们一定能够从变换方程中对量杆和钟的物理行为有所了解，因为 x,y,z,t 诸量不多也不少正是借助于量杆和钟所能获得的测量结果。如果我们根据伽利略变换进行考察，我们就不会得出量杆因运动而收缩的结果。

我们现在考虑永久放在 K’的原点（x’=0）上的一个按秒报时的钟。$t'=0$ 和 $t'=1$ 对应于该钟接连两声滴嗒。对于这两次滴嗒洛伦兹变换的第一和第四议程给出：

$$t = 0$$

和

$$t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

从 K 去判断，该钟以速度 v 运动；从这个参考物体去判断，该钟两次滴嗒之间所经过的时间不是 1 秒，而是 $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ 秒，亦即比 1 秒钟长一些。该钟因运动而比静止时走得慢了。速度 c 在这里也具有一种不可达到的极限速度的意义。

## 13．速度相加定理　　斐索实验

在实践上我们使钟和量杆运动所能达到的速度与光速相比是相当小的；因此我们不大可能将前节的结果直接与实在的情况比较。但是，另一方面，这些结果必然会使读者感到十分奇特；因此，我将从这个理论再来推出另外一个结论，这个结论很容易从前面的论述中推导出来，而且这个结论已十分完善地为实验所证实。

在第 6 节我们推导出同向速度相加定理，其所取形式也可以由经典力学的假设推出。这个定理也可以很容易地由伽利略变换（第 11 节）推演出来。我们引进相对于坐标系 K’按照下列方程运动的一个质点来代替在车厢里走动的人

$$x' = wt'$$

借助于伽利略变换的第一和第四方程，我们可以用 x 和 t 来表示 x’和 t’，我们得到其间的关系式

$$x = (v + w)t$$

这个方程所表示的正是该点相对于坐标系 K 的运动定律（人相对于路基的运动定律）。我们用符号 W 表示这个速度，象在第 6 节一样，我们得到

$$W = v + w$$

但是我们同样也可以根据相对论来进行这一探讨。在方程

$$x' = wt'$$

中我们必须引用洛伦兹变换的第一和第四方程借以用 x 和 t 来表示 x’和 t’。这样

我们得到的就不是方程（A），而是方程

$$w = \frac{v + w}{1 + \frac{vw}{c^2}}$$

这个方程对应于以相对论 为依据的另一个同向速度相加定理。现在引起的问题是这两个定理哪一个更好地与经验相符合。关于这个问题，我们可以从杰出的物理学家斐索在半个多世纪以前所做的一个极为重要的实验上得到启发，这个实验在后来曾由一些最优秀的实验上得到启发，这个实验在后来曾由一些最优秀的实验物理学家重新做过，因此，这个实验的结果是无可怀疑的。这个实验涉及下述问题。光以特定速度 w 在静止的液体中传播。现在如果上述液体以速度 v 在管 T 内流动，那么光在管内尚箭头（图 3）所指方向的传播速度有多快呢？

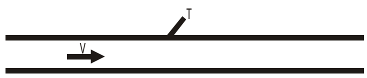


图 3

按照相对性原理，我们当然必须认定光相对于液体总是以同一速度 w 传播的，不论此液体相对于其他物体运动与否。因此，光相对于液体的速度和液体相对于管的速度皆为已知，我们需要要求出光相对于管的速度。

显然我们又遇到了第 6 节所论述的问题。管相当于铁路路基或坐标系 K，液体相当于车厢或坐标系 K’，而光则相当于沿着车厢走动的人或本节所引进的运动质点。如果我们用 W 表示光相对于管的速度，那么 W 就应按照方程（A）或方程(B)计算，视伽利略变换符合实际还是洛伦兹变换符合实际而定。实验①作出的决定是支持由相对论推出的方程(B)，而且其符合的程度的确是很精确的，根据塞曼最近所作的极其卓越的测量，液体流速 v 对光的传播的影响确实可以用公式（B）来表示，而且其误差恒在百分之一以内。

然而我们必须注意到这一事实，即早在相对论提出以前，洛伦兹就已经提出了关于这个现象的一个理论。这个理论纯属电动力学性质，并且是引用关于物质的电磁结构的特别假说而得出的。然而这种情况丝毫没有减弱这个实验作为支持相对论的判决试验的确实性，因为原始的理论是由麦克斯韦-洛伦兹电动力学建立起来的，而后者与相对论并无丝毫抵触之处。说得更恰当些，相对论是由电动力学发展而来的，是以前相互独立的用以组成电动力学本身的各个假说的一种异

常简明的综合和概括。

## 14．相对论的启发作用

我们在前面各节的思路可概述如下。经验导致这样的论断，即一方面相对性原理是正确的，另一方面光在真空中的传播速度必须认为等于恒量 c。把这两个公设结合起来我们就得到有关构成自然界过程诸事件的直角坐标 x,y,z 和时间 t 在量值上的变换定律，关于这一点，与经典力学不同，我们所得到的不是伽利略变换，而是洛伦兹变换。

在这个思考过程中，光的传播定律——这是根据我们的实际知识有充分理由加以接受的一个定律——起了重要的作用。然而一旦有了洛伦兹变换，我们就可以把洛伦兹变换和相对性原理结合起来，并将得出的理论总括如下：

每一个普遍的自然界定律必须是这样建立的，若我们引用新的坐标系 K’的空时变量 x',y',z',t'来代替原来的坐标系 K 的空时变量 x,y,z,t,则经过变换以后该定律仍将取与原来完全相同的形式。这里，不带撇的量和带撇的量之间的关系就由洛伦兹变换公式来决定。或简言之，普遍的自然界定律对于洛伦兹变换是协变的。

这是相对论对自然界定律所要求的一个明确的数学条件。因此，相对论在帮助探索普遍的自然界定律中具有宝贵的启发作用。反之，如果发现一个具有普遍性的自然界定律并不满足这个条件的话，就证明相对论的两个基本假定之中至少有一个是不正确的。现在让我们来看一看到目前为止相对论已确立了哪些普遍性结果。

## 15．狭义相对论的普遍性结果

我们前面的论述清楚地表明，（狭义）相对论是从电动力学和光学发展出来的。在电动力学和光学的领域中，狭义相对论对理论的预断并未作多少修改；但狭义相对论大大简化了理论的结构，亦即大大简化了定律的推导，而且更加重要得多的是狭义相对论大大减少了构成理论基础的独立假设的数目. 狭义相对论使得麦克斯韦一洛伦兹理论看来好象很合理，以致即使实验没有明显地予以支持，这个理论也能力物理学家普遍接受。

经典力学需要经过修改才能与狭义相对论的要求取得一致。但是此种修改大

$x'$ 体上只对物质的速度。比光速小得不多的高速运动定律有影响。我们只有在电子和离于的问题上才能遇到这种高速运动；对于其他运动则狭义相对论所得结果与经典力学定律相差极微，以致在实践中此种差异未能明确地表现出来。在我们未开始讨论广义相对论以前，将暂不考虑星体的运动。按照相对论，具有质量 m 的质点的动能不能再由众所周知的公式

$$m\frac{v^2}{2}$$

来表达，而是应由另一公式

$$\frac{mv^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

来表达。当速度 v 趋近于光速 c 时，此式趋近于无穷大。因此，无论用于产生加速度的能量有多大，速度 v 必然总是小于 c。若将动能的表示式以级数形式展开，即得

$$mc^2+m\frac{v^2}{2}+\frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2}+....$$

若 $\frac{v^2}{c^2}$ 与 1 相比时相当微小，上式第三项与第二项相比也总是相当微小，所以在经典力学中一般不予计入而只考虑其中的第二项。第一项 $mc^2$ 并不包含速度 v，若我们只讨论质点的能量如何依速度而变化的问题，这一项也就无需加以考虑。我们将在以后再叙述它的本质上的意义。

狭义相对论导致的具有普遍性的最重要的结果是关于质量的概念。在相对论创立前，物理学确认两个具有基本重要性的守恒定律，即能量守恒定律和质量守恒定律；过去这两个基本定律看来好象是完全相互独立的。借助于相对论，这两个定律己结合为一个定律。我们将简单地考察一下此种结合是如何实现的，并且会具有什么意义。

按照相对性原理的要求，能量守恒定律不仅对于坐标系 K 是成立的，而且对于每一个相对于 K 作匀速平移运动的坐标系 K’也应当是成立的，或简言之，对于每一个“伽利略”坐标系都应该能够成立，与经典力学不同，从一个这样的坐标系过渡到另一个这样的坐标系时，洛伦兹变换是决定性的因素。

通过较为简单的探讨，我们就可以根据这些前提并结合麦克斯韦电动力学的基本方程得出以下结论，若一物体以速：度 v 运动，以吸收辐射的形式吸收了相当的能量 $E_0$，在此过程中并不变更它的速度，则该物体国吸收而增加的能量将为

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

考虑上述的物体动能表示式，就得到所求的物体的能量为

$$\frac{\left(m+\frac{E_0}{c^2}\right)c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

这样，该物体所具有的能量就与一个质量为$\left(m+\frac{E_0}{c^2}\right)$、并以速度 U 运动的物体所具有的能量一样。因此我们可以说。若一物体吸收能量 $E_0$，则其惯性质量亦应增加一个的量；可见物体的惯性质量并不是一个恒量，而是随物体的能量的改变而改变的。甚至可以认为一个物系的惯性质量就是它的能量的量度，于是一个物系的质量守恒定律与能量守恒定律就成为同一的了，而且这质量守恒定律只有在该物系既不吸收也下放出能量的情况下才是正确的。现在将能量的表示式写成如下形式

$$\frac{mc^2+E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

我们看到，一直在吸引我们注意的只不过是物体在吸收能量 $E_0$ 以前原来具有的能量。

目前（指 1920 年；见本节末尾附注）要将这个关系式与实验直接比较是不可能的，因为我们还不能够使一个物系发生的能量变化 $E_0$ 大到足以使所引起的惯性质量变化达到可以观察的程度。与能量发生变化前已存在的质量 m 相比，$\frac{E_0}{c^2}$ 是太小了。由于这种情况，经典力学才能够将质量守恒确立为一个具有独立有效性的定律。

最后让我就一个基本问题再说几句话。电磁超距作用的法拉第-麦克斯韦解

释所获得的成功使物理学家确信，象牛顿万有引力定律类型的那种（不涉及中介媒质的）瞬时超距作用是没有的。按照相对论，我们总是用以光速传播的超距作用来代替瞬时超距作用（亦即以无限大速度传播的超距作用）。这点与速度 c 在相对论中起着重要作用的事实有关，在本书第二部分我们将会看到广义相对论如何修改了这一个结果。

## 16．经验和狭义相对论

狭义相对论在多大的程度上得到经验的支持呢？这个问题是不容易回答的，不容易回答的理由已经在叙述斐索的重要实验时讲过了。狭义相对论是从麦克斯韦和洛伦兹关于电磁现象的理论中衍化出来的。因此，所有支持电磁理论的经验事实也都支持相对论。在这里我要提一下具有特别重要意义的一个事实，即相对论使我们能够预示地球对恒星的相对运动对于从恒星传到我们这里的光所产生的效应，这些结果是以极简单的方式获得的，而所预示的效应已判明是与经验相符合的。我们所指的是地球绕日运动所引起的恒星视位置的周年运动（光行差），以及恒星对地球的相对运动的径向分量对于从这些恒星传到我们这里的光的颜色的影响。后一个效应表现为，从恒星传播到我们这里的光的光谱线的位置与在地球上的光源所产生的相同的光谱线的位置相比确有微小的移动（多普勒原理）。支持麦克斯韦-洛伦兹理论同时也是支持相对论的实验论据多得不胜枚举。实际上这些论据对理论的可能性的限制已达到了只有麦克斯韦和洛伦兹的理论才能经得起经验的检验的程度。

但是有两类已获得的实验事实直到现在为止只有在引进一个辅助假设后才能用麦克斯韦-洛伦兹的理论来表示，而这个辅助假设就其本身而论（亦即如果不引用相对论的话）似乎是不能与麦克斯韦-洛伦兹理论联系在一起的。

大家知道，阴极射线和放射性物质发射出来的所谓β射线是由惯性很小速度相当大的带负电的粒于（电子）构成的。考察一下此类射线在电场和磁场影响下的偏斜，我们就能够很精确地研究这些粒子的运动定律。

在对这些电子进行理论描述时，我们遇到了困难，即电动力学理论本身不能解释电子的本性。因为由于同号的电质量相互排斥，构成电子的负的电质量在其本身相互排斥的影响下就必然会离散，否则一定存在着另外一种力作用于它们之

间，但这种力的本性到目前为止我们还未清楚。如果我们假定构成电子的电质量相互之间的相对距离在电于运动的过程中保持不变（即经典力学中所说的刚性连接），那么我们就会得出一个与经验不相符合的电子运动定律。洛伦兹是根据纯粹的形式观点引进下述假设的第一人，他假设电子的外形由于电子运动的缘故而在运动的方向发生收缩，收缩的长度与$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$成正比这个没有被任何电动力学事实所证明的假设却给了我们一个在近年来以相当高的精确度得到证实的特别的运动定律。

相对论也导致了同样的运动定律，而无需借助于关于电子的结构和行为的任何特别假设。我们在第 13 节叙述斐索的实验时也得出了相似的结论，相对论预言了这个实验的结果，而无需引用关于液体的物理本性的假设。

我们所指的第二类事实涉及这样的问题，即地球在空间中的运动能否用在地球上所做的实验来观察。我们已在第 5 节谈过，所有这类企图都导致了否定的结果。在相对论提出以前，人们很难接受这个否定的结果，我们现在来讨论一下难以接受的原因。对于时间和空间的传统偏见不容许对伽利略变换在从一个参考物体变换到另一个参考物体中所占有的首要地位产生任何怀疑。设麦克斯韦一洛伦兹方程对于一个参考物体 K 是成立的，那么如果假定坐标系 K 和相对于 K 作匀速运动的坐标系 K ’之间存在着伽利略变换关系，我们就会发现这些方程对于 K ’不能成立。由此看来，在所有的伽利略坐标系中。必然有一个对应于一种特别运动状态的坐标系（K）具有物理的唯一性，过去对这个结果的物理解释是，K 相对于假设的空间中的以太是静止的，另一方面，所有相对于 K 运动着的坐标系 K ’就被认为都是在相对于以太运动着，因此，曾假定为对于 K'够成立的运动定律所以比较复杂是由于 K'相对于以太运动（相对于 K ’的“以大漂移”）之故。严格他说，应该假定这样的以大漂移相对于地球也是存在的。因此，长期以来，物理学家们对于企图探测地球表面上是否存在着以太漂移的工作曾付出很大努力。

这些企图中最值得注意的一种是迈克耳孙听设计的方法，看来这方法好象必然会具有决定性的意义。设想在一个刚体上安放两面镜子，使这两面镜子的反光面相互面对如果整个系统相对于以大保持静止，那么光线从一面镜子射到另一面镜子然后再返回就需要一个完全确定的时间 T。但根据计算推出，如果该刚体连

同镜子相对于以太是在运动着的话，则上述过程就需要一个略微不同的时间 T'。还有一点：计算表明，若相对于以太运动的速度规定力同一速度 v，则物体垂直于镜子平面运动时的 T'又将与运动平行于镜子平面对的 T'不相同. 虽然计算出来的这两个时间的差别极其微小。不过在迈克耳孙和莫雷所作的利用光的干涉的实验中，这两个时间的差别应该还是能够清楚地观察得到的，但是他们的实验却得出了完全否定的结果。这是一件使物理学家感到极难理解的事情。洛伦兹和斐兹杰惹曾经从这种困难的局面中把理论解救出来：他们的解法是假定物体相对于以大的运动能使物体沿运动的方向发生收缩，而其收缩量恰好足以补偿上面提到的时间上的差别。若与第 12 节的论述相比较，可以指出：从相对论的观点来看，这种解决困难的方法也是对的。但是若以相对论为基础，则其解释的方法远远要更为令人满意。按照相对论，并没有“特别优越的”（唯一的）坐标系这样的东西可以用来作为引进以太观念的理由，因此不可能有什么以大漂移，也不可能有用以演示以太漂移的任何实验，在这里运动物体的收缩是完全从相对论的两个基本原理推出来的，并不需要引进任何特定假设；至于造成这种收缩的首要因素，我们发现，并不是运动本身（对于运动本身我们不能赋予任何意义），而是对于参考物体的相对运动——这一参考物体是在具体实例中适当选定的。例如，对于一个与地球一起运动的坐标系而言，迈克耳孙和莫雷的镜子系统并没有缩短，但是对于一个相对于太阳保持静止的坐标系而言，这个镜子系统确是缩短了。

## 17．闵可夫斯基四维空间

一个人如果不是数学家，当他听到“四维”的事物时，会激发一种象想起神怪事物时所产生的感觉而惊异起来。可是。我们所居住的世界是一个四维空时连续区这句话却是再平凡不过的说法。

空间是一个三维连续区，这句话的意思是，我们可以用三个数（坐标）x,y,z 来描述一个（静止的）点的位置，并且在该点的邻近处可以有无限多个点，这些点的位置可以用诸如 $x_1,y_1,z_1$ 的坐标来描述，这些坐标的值与第一个点的坐标 x,y,z,的相应的值要多么近就可以有多么近。由于后一个性质所以我们说这一整个区域是个“连续区”由于有三个坐标，所以我们说它是“三维”的。

与此相似，闵可夫斯基（Minkowski）简称为“世界”的物理现象的世界，

就空-时观而言，自然就是四维的。因为物理现象的世界是由各个事件组成的，而每一个事件又是由四个数来描述的，这四个数就是三个空间坐标 x,y,z 和一个时间坐标——时间量值 t。具有这个意义的“世界”也是一个连续区；因为对于每一个事件而言，其“邻近”的事件（已感觉到的或至少可设想到的）我们愿意选取多少就有多少，这些事件的坐标 $x_1,y_1,z_1,t_1$ 与最初考虑的事件的坐标 x,y,z,t 相差按照经典力学来看，时间是绝对的，亦即时间与坐标系的位置和运动状态无关，我们知道，这一点已在伽利略变换的最后一个方程中表示出来（t'=t）。

在相对论中，用四维方式来考察这个“世界”是很自然的，因为按照相对论时间已经失去了它的独立性。这已由洛伦兹变换的第四方程表明：

$$t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

还有，按照这个方程，甚至在两事件相对于 K 的时间差 $\Delta t$ 等于零的时候，该两事件相对于 K ’的时间差 $\Delta t'$ 一般也不等于零。两事件相对于 K 的纯粹的“空间距离”成为该两事件相对于 K'的“时间距离”。但是，对于相对论的公式推导具有重要作用的闵可夫斯基的发现并不在此。而是在他所认识到的这样的一个事实，即相对论的四维空时连续区在其最主要的形式性质方面与欧几里得几何空间的三维连续区有着明显的关系，但是，为了使这个关系所应有的重要地位得以表现出来，我们必须引用一个与通常的时间坐标：成正比的虚量 $\sqrt{-1}\cdot ct$ 来代换这个通常的时间坐标。在这种情况下，满足（狭义）相对论要求的自然界定律取这样的数学形式，其中时间坐标的作用与三个空间坐标的作用完全一样。在形式上。这四个坐标就与欧几里得几何学中的三个空间坐标完全相当。甚至不是数学家也必然会清楚地看到，由于补充了此种纯粹形式上的知识，使相对论能为人们明了的程度增进不少。

这些不充分的叙述只能使读者对于闵可夫斯基所贡献的重要观念有一个模糊的概念，没有这个观念，广义相对论（其基本观念将在本书下一部分加以阐述）恐怕就无法成长。闵可夫斯基的学说对于不熟悉数学的人来说无疑是难于接受的，但是，要理解狭义或广义相对论的基本观念并不需要十分精确地理解闵可夫斯基的学说，所以目前我就谈到这里为止。而只在本书第二部分将近结束的

地方再谈它一下。

# 第二部分　　广义相对论

## 18．狭义和广义相对性原理

作为我们以前全部论述的中心的一个基本原理是狭义相对性原理，亦即一切匀速运动具有物理相对性的原理。让我们再一次仔细地分析它的意义。

从我们由狭义相对性原理所接受的观念来看，每一种运动都只能被认为是相对运动，这一点一直是很清楚的。回到我们经常引用的路基和车厢的例子，我们可以用下列两种方式来表述这里所发生的运动，这两种表述方式是同样合理的：

（1）车厢相对于路基而言是运动的。

（2）路基相对于车厢而言是运动的。

我们在表述所发生的运动时，在以）中是把路基当作参考物体；在（2）中是把车厢当作参考物体。如果问题仅仅是要探侧或者描述这个运动而已，那么我们相对于哪一个参考物体来考察这一运动在原则上是无关重要的。前面已经提到，这一点是自明的，但是这一点决不可同我们已经用来作为研究的基础的。称之为“ 相对性原理 ”的更加广泛得多的陈述混淆起来。

我们所引用的原理不仅认为我们可以选取车厢也可以选取路基作为我们的参考物体来描述任何事件（因为这也是自明的）。我们的原理所断言的乃是：如果我们表述从经验得来的普遍的自然界定律时引用

（1）路基作为参考物体，

（2）车厢作为参考物体，

那么这些普遍的自然界定律（例如力学诸定律或真空中光的传播定律）在这两种情况中的形式完全一样。这一点也可以表述如下：对于自然过程的物理描述而言，在参考物体 K，K'中没有一个与另一个相比是唯一的（字面意义是“ 特别标出的 ”）．与第一个陈述不同，后一个陈述并下一定是根据推论必然成立的；这个陈述并不包含在“ 运动 ”和“ 参考物体 ”的概念中，也不能从这些概念推导出来：唯有经验才能确定这个陈述是正确的还是不正确的。

但是，到目前为止，我们根本没有认定所有参考物体 K 在表述自然界定律

方面具有等效性。我们的思路主要是沿着下列路线走的。首先我们从这样的假定出发，即存在着一个参考物体 K，它所具有的运动状态使伽利略定律对于它而言是成立的：一质点若不受外界作用并离所有其他质点足够远。则该质点沿直线作匀速运动。参照 K（伽利略参考物体）表述的自然界定律应该是最简单的。但是除 K 以外，参照所有参考物体 K ’ 表述的自然界定律也应该是最简单的，而且，只要这些参考物体相对于 K 是处于匀速直线无转动运动状态。这些参考物体对于表述自然界定律应该与 K 完全等效；所有这些参考物体都应认为是伽利略参考物体，以往我们假定相对性原理只是对于这些参考物体才是有效的，而对于其他参考物体（例如具有另一种运动状态的参考物体）则是无效的。在这个意义上我们说它是狭义相对性原理或狭义相对论。

与此对比，我们把 “ 广义相对性原理 ” 理解为下述陈述：所有参考物体 K、K'等不论它们的运动状态如何，对于描述自然现象（表述普遍的自然界定律）都是等效的。但是在我们继续谈下去以前应该指出，这一陈述在以后必须代之以一个更力抽象的陈述，其理由要等到以后才会明白，

由于已经证明引进狭义相对性原理是合理的，因而每一个追求普遍化结果的人必然很想朝着广义相对性原理探索前进。但是从一种简单而表面上颇为可靠的考虑看来，似乎至少就目前而论这样一种企图是没有多少成功的希望的。让我们转回到我们的；日相识，匀速向前行驶的火车车厢，来设想一番。只要车厢作匀速运动，车厢里的人就不会感到车厢的运动。由于这个理由，他可以毫不勉强地作这样的解释，即这个例子表明车厢是静止的，而路基是运动的。而且，按照狭义相对性原理，这种解释从物理观点来看也是十分合理的。

如果车厢的运动变为非匀速运动，例如使用制动器猛然煞车，那么车厢里的人就经验到一种相应的朝向前方的猛烈冲动。这种减速运动由物体相对于车厢里的人的力学行为表现出来。这种力学行为与上述的例子里的力学行为是不同的；因此，对于静止的或作匀速运动的车厢能成立的力学定律，看来不可能对于作非匀速运动的车厢也同样成立。无论如何，伽利略定律对于作非匀速运动的车厢显然是不成立的。由于这个原因，我们感到在目前不得不暂时采取与广义相对性原理相反的做法而特别赋予非匀速运动以一种绝对的物理实在性。但是在下面我们不久就会看到，这个结论是不能成立的。

## 19．引力场

“如果我拾起一块石头，然后放开手，为什么石块会落到地上呢？”通常对于这个问题的回答是：“因为石块受地球吸引．”现代物理学所表述的回答则不大一样，其理由如下。对电磁现象更仔细地加以研究，使我们得出这样的看法，即如果没有某种中介媒质在其间起作用，超距作用这种过程是不可能的。例如，磁铁吸铁，如果认为这就是意味着磁铁通过中间的一无所有的空间直接作用于铁块，我们是不能感到满意的；我们不得不按照法拉第的方法，设想磁铁总是在其周围的空间产生某种具有物理实在性的东西，这种东西就是我们所称的“磁场”，而这个磁场又作用于铁块上，使铁块力求朝着磁铁移动；我们不在这里讨论这个枝节性的概念是否合理，这个概念的确是有些任意的。我们只提一下，借助于这个概念，电磁现象的理论表述要比不借助于这个概念满意得多，而对于电磁波的传播尤其如此。我们也可以用相似的方式来看待引力的效应

地球对石块的作用不是直接的。地球柱其周围产生一引力场，引力场作用于石块，引起石块的下落运动。我们从经验得知，当我们离地球越来越远时，地球对物体的作用的强度按照一个十分确定的定律减小，从我们的观点来看，这意味着：为了正确表述引力作用如何随着物体与受作用物体的距离的增加而减小，支配空间引力场的性质的定律必须是一个完全确定的定律。大体上可以这样说：物体（例如地球）在其最邻近处直接产生一个场；场在离开物体的各点的强度和方向就由支配引力场本身的空间性质的定律确定。

与电场和磁场对比，引力场显示出一种十分显著的性质，这种性质对于下面的论述具有很重要的意义。在一个引力场的唯一影响下运动着的物体得到了一个加速度，这个加速度与物体的材料和物理状态都毫无关系。例如，一块铅和一块木头在一个引力场中如果都是从静止状态或以同样的初速开始下落的，它们下落的方式就完全相同（在真空中）。这个非常精确的定律可以根据丁述考虑以一种不同的形式来表述。

按照牛顿运动定律，我们有

（力）=（惯性质量）×（加速度）

其中“惯性质量”是被加速的物体的一个特征恒量。如果引力是加速度的起因，我们就有

$$（力）=（引力质量）\times（引力场强度）$$

其中“ 引力质量 ” 同样是物体的一个特征恒量。从这两个关系式得出。

$$（加速度）=\frac{（引力质量）}{（惯性质量）}\times（引力场强度）$$

如果正如我们从经验中所发现的那样，加速度是与物体的本性和状况无关的，而且在同一个引力场强度下，加速度总是一样的，那么引力质量与惯性质量之比对于一切物体而言也必然是一样的。适当地选取单位，我们就可以使这个比等于一。因而我们就得出下述定律：物体的引力质量等于其惯性质量。

这个重要的定律过去确实已经记载在力学中，但是并没有得到解释。我们唯有承认一个事实才能得到满意的解释，这个事实就是：物体的同一个性质按照不同的处境或表现为“ 惯性 ”，或表现力“ 重量 ”（字面意义是“ 重性 ”）。在下节我们将说明这个情况真实到如何程度，以及这个问题与广义相对性公设是如何联系起来的。

## 20．惯性质量和引力质量相等是广义相对性公设的一个论据

我们设想在一无所有的空间中有一个相当大的部分，这里距离众星及其他可以感知的质量非常遥远，可以说我们已经近似地有了伽利略基本定律所要求的条件，这样就有可能力这部分空间（世界）选取一个伽利略参考物体，使对之处于静止状态的点继续保持静止状态，而对之作相对运动的点永远继续作匀速直线运动，我们设想把一个象一向房子似的极宽大的箱子当作参考物体，里面安置一个配备有仪器的观察者。对于这个观察者而言引力当然并不存在，他必须用绳子把自己拴在地板上，否则他只要轻轻碰一下地板就会朝着房子的天花板慢慢地浮起来。

在箱于盖外面的当中，安装了一个钩子，钩上系有缆索。现在又设想有一“ 生物 ”（是何种生物对我们来说无关重要）开始以恒力拉这根缆索。于是箱于连同观察者就要开始作匀加速运动“ 上升 ”。经过一段时间，它们的速度将会达到前所未闻的高值——倘若我们从另一个未用绳牵的参考物体来继续；观察这一切的话。

但是箱子里的人会如何看待这个过程呢？箱子的加速度要通过箱子地板的

反作用才能传给他。所以，如果他不愿意整个人卧倒在地板上，他就必须用他的腿来承受这个压力。因此，他站立在箱于里实际上与站立在地球上的一个房间里完全一样。如果他松手放开原来拿在手里的一个物体，箱子的加速度就不会再传到这个物体上，因而这个物体就必然作加速相对运动而落到箱于的地板上，观察者将会进一步断定。物体朝向箱于的地板的加速度总是有相同的量值。不论他碰巧用来做实验的物体为何，

依靠他对引力场的知识（如同在前节所讨论的），箱子里的人将会得出这样一个结论：他自己以及箱于是处在一个引力场中，而且该引力场对于时间而言是恒定不变的，当然他会一时感到迷惑不解为什么箱子在这个引力场中并不降落但是正在这个时候他发现箱盖的当中有一个钩子，钩上系着缆索；国此他就得出结论，箱于是静止地悬挂在引力场中的。

我们是否应该讥笑这个人，说他的结论错了呢，如果我们要保持前后一致的话，我认为我们不应该这样说他；我们反而必须承认，他的思想方法既不违反理性，也不违反已知的力学定律。虽然我们先认定为箱子相对于“ 伽利略空间 ”在作加速运动，但是也仍然能够认定箱于是在静止中。口此我们确有充分理由可以将相对性原理推广到把相互作加速运动的参考物体也能包括进去的地步，因而对于相对性公设的推广也就获得了一个强有力的论据。

我们必须充分注意到，这种解释方式的可能性是以引力场使一切物体得到同样的加速度这一基本性质为基础的；这也就等于说，是以惯性质量和引力质量相等的这一定律力基础的。如果这个自然律不存在，处在作加速运动的箱于里的人就不能先假定出一个引力场来解释他周围物体的行为，他就没有理由根据经验假定他的参考物体是“ 静止的 ”　　假定箱子里的人在箱子盖内面系一根绳子，然后在绳子的自由端拴上一个物体，结果绳子受到伸张，“ 竖直地 ”悬垂着该物体。如果我们问一下绳子上产生张力的原因，箱子里的人就会说：“ 悬垂着的物体在引力场中受到一向下的力，此力为绳子的张力所平衡；决定绳子张力的大小的是悬垂着的物体的引力质量。” 另一方面，自由地稳定在空中的一个观察者将会这样解释这个情况：“ 绳于势必参与箱子的加速运动，并将此运动传给拴在绳于上的物体。绳子的张力的大小恰好足以引起物体的加速度。决定绳子的张力的大小的是物体的惯性质量，” 我们从这个例子看到，我们对相对性原理的推广隐含着

惯性质量和引力质量相等这一定律的必然性。这样我们就得到了这个定律的一个物理解释。

根据我们对作加速运动的箱子的讨论，我们看到，一个广义的相对论必然会对引力诸定律产生重要的结果。事实上。对广义相对性观念的系统研究已经补充了好些定律为引力场所满足。但是，在继续谈下去以前，我必须提醒读者不要接受这些论述中所隐含的一个错误概念。对于箱子里的人而言存在着一个引力场，尽管对于最初选定的坐标系而言并没有这样的场。于是我们可能会轻易地假定，引力场的存在永远只是一种表观的存在。我们也可能认为，不论存在着什么样的引力场，我们总是能够这样选取另外一个参考物体，使得对于该参考物体而言没有引力场存在，这绝对不是对于所有的引力场都是真实的，这仅仅是对于那些具有十分特殊的形式的引力场才是真实的。例如，我们不可能这样选取一个参考物体，使得由该参考物体来判断地球的引力场（就其整体而言）会等于；

现在我们可以认识到，为什么我们在第 18 节末尾所叙述的观察者由于煞车而经验到一种朝向前方的冲动，并由此察觉车厢的非匀速运动（阻滞），这一点当然是真实的。但是谁也没有强迫他把这种冲动归因于车厢的“ 实在的 ”加速度（阻滞）. 他也可以这样解释他的经验 :“ 我的参考物体（车厢）一直保持静止。但是，对于这个参考物体存在着（在煞车期间）一个方向向前而且对于时间而言是可变的引力场，在这个场的影响下，路基连同地球以这样的万率作非匀速运动，即它们的向后的原有速度是在不断地减小下去。”

## 21．经典力学的基础和狭义相对论的基础在哪些方面不能令人满意

我们已经说过几次，经典力学是从下述定律出发的 :离其他质点足够远的质点继续作匀速直线运动或继续保持静止状态。我们也曾一再强调，这个基本定律只有对于这样一些参考物体 K 才有效，这些参考物体具有某些特别的运动状态并相对作匀速平移运动。相对于其他参考物体 K’，这个定律就失效。所以我们的经典力学中和在狭义相对论中都把参考物体 K 和参考物体 K’区分开；相对于参考物体 K，公认的“ 自然界定律 ”可以说 是成立的，而相对于参考物体 K’则这些定律并不成立。

但是，凡是思想方法合乎逻辑的人谁也不会满足于此种情形。他要问 :“ 为

什么要认定某些参考物体（或它们的运动状态）比其他参考物体（或它们的运动状态）优越呢，此种偏爱的理由何在？”为了讲清楚我提出这个问题是什么意思，我来打一个比方。

比方我站在一个煤气灶前面。灶上并排放着两个平底锅。这两个锅非常相象，常常会认错。里面都盛着半锅水。我注意到一个锅不断冒出蒸气，而另一个锅则没有蒸气冒出。即使我以前从来没有见过煤气灶或者平底锅，我也会对这种情况感到奇怪。但是如果在这个时候我注意到在第一个锅底下有一种蓝色的发光的东西，而在另一个锅底下则没有，那么我就下会再感到惊奇，即使以前我来没有见过煤气的火焰。因为我只要说是这种蓝色的东西使得锅里冒出蒸气，或者至少可以说有这种可能，但是如果我注意到这两个锅底下都没有什么蓝色的东西，而且如果我还观察到其中一个锅不断冒出蒸气，而另外一个锅则没有蒸气，那么我就总是感到惊奇和不满足，直到我发现某种情况能够用来说明为什么这两个锅有不同的表现为止。与此类似，我在经典力学中（或在狭义相对论中）找下到什么实在的东西能够用来说明为什么相对于参考系 K 和 K'来考虑时物体会有不同的表现。牛顿看到了这个缺陷，并曾试图消除它，但没有成功。只有马赫对它看得最清楚，由于这个缺陷他宣称必须把力学放在一个新的基础上，只有借助于与广义相对性原理一致的物理学才能消除这个缺陷，因为这样的理论的方程，对于一切参考物体，不论其运动状态如何，都是成立的。

## 22．广义相对性原理的几个推论

第 20 节的论述表朗，广义柑对性原理能够使我们以纯理论方式推出引力场的性质。例如，假定我们已经知道任一自然过程在伽利略区域中相对于一个伽刊略参考物体 K 如何发生，亦即已经知道该自然过程的空时“进程”，借助于纯理论运算（亦即单凭计算），我们就能够断定这个已知自然过程从一个相对于 K 作加速运动的参考物体 K’去观察，是如何表现的，但是由于对字这个薪的参考物体 K’而言存在着一个引力场，所以以上的考虑也告诉我们引力场如何影响所研究的过程。

例如，我们知道，相对于 K（按照伽利略定律）作匀速直线运动的一个物体，它相对于作加速运动的参考物体 K’（箱子）是在作加速运动的，一般还是在作

曲线运动的。此种加速度或曲率相当于相对于 K ’存在的引力场对运动物体的影响。引力场以此种方式影响物体的运动是大家已经知道的，因此以上的考虑并没有为我们提供任何本质上新的结果。

但是，如果我们对一道光线进行类似的考虑就得到一个新的具有基本重要性的结果。相对于伽利略参考物体 K，这样的一道光线是沿直线以速度 c 传播的。不难证明，当我们相对于作加速运动的箱子（参考物体 K'）来考察这同一道光线时，它的路线就不再是一条直线。由此我们得出结论，光线在引力场中一般沿曲线传播。这个结果在两个方面具有重要意义。

首先这个结果可以同实际比较，虽然对这个问题的详细。桥究表明，按照广义相对论，光线穿过我们在实践中能够加以利用的引力场时，只有极其微小的曲率；但是，以掠入射方式经过太阳的光线，其曲率的估计值达到 1.7 ”这应该以下述方式表现出来。从地球上观察，某些恒星看来是在太阳的邻近处，因此这些恒星能够在日全食时加以观测。这些恒星当日全食时在天空的视位置与它们当太阳位于天空的其他部位时的视位置相比较应该偏离太阳，偏离的数值如上所示。检验这个推断正确与否是一个极其重要的问题，希望天文学家能够早日予以解决。

其次，我们的结果表明，按照广义相对论，我们时常提到的作为狭义相对沦中两个基本假定之一的真空中光速恒定定律，就不能彼认为具有无限的有效性，光线的弯曲只有在光的传播速度随位置而改变时才能发生。我们或许会想，由于这种情况，狭义相对论以及随之整个相对论，都要化力灰烬了。但实际上并不是这样，我们只能作这样的结论：不能认为狭义相对论的有效性是无止境的；只有在我们能够不考虑引力场对现象（例如光的现象）的影响时，狭义相对论的结果才能成立。

由于反对相对论的人时常说狭义相对论被广义相对论推翻了，因此用一个适当的比方来把这个问题的实质弄得更清楚些也许是允当的。在电动力学发展前，静电学定律被看作是电学定律。现在我们知道，只有在电质量相互之间井相对于坐标系完全保持静止的情况下（这种情况是永远不会严格实现的），才能够从静电学的考虑出发正确地推导出电场。我们是否可以说，由于这个理由，静电学被电动力学的麦克斯韦场方程推翻了呢？绝对不可以。静电学作为一个极限情况包含在

电动力学中；在场不随时间而改变的情况下，电动力学的定律就直接得出静电学的定律。任何物理理论都不会获得比这更好的命运了，即一个理论本身指出创立一个更力全面的理论的道路，而在这个更为全面的理论中，原来的理论作为一个极限情况继续存在下去。

在刚才讨论的关于光的传播的例子中，我们已经看到，广义相对论使我们能够从理论上推导引力场对自然过程的进程的影响，这些自然过程的定律在没有引力场时是已知的。但是，广义相对论对其解决提供了钥匙的最令人注意的问题乃是关于对引力场本身所满足的定律的研究，让我们对此稍微考虑一下。

我们已经熟悉了经过适当选取参考物体后处于（近似地）“伽利略”形式的那种空时区域，亦即没有引力场的区域，如果我们相对于一个不论作何种运动的参考物体 K’来考察这样的一个区域，那么相对于 K’就存在着一个引力场，该引力场对于空间和时间是可变的。这个场的特性当然取决于为 K'。选定的运动。按照广义相对论；普遍的引力场定律对于所有能够按这一方式得到的引力场都必须被满足，虽然绝不是所有的引力场都能够如此产生，我们仍然可以希望普遍的引力定律能够从这样的一些特殊的引力场推导出来。这个希望已经以极其美妙的方式实现了，但是从认清这个目标到完全实现它，是经过克服了一个严重的困难之后才达到的，由于这个问题具有很深刻的意义，我不敢对读者略而下谈，我们需要进一步推广我们对于空时连续区的观念。

## 23．在转动的参考物体上的钟和量杆的行为

到目前为止，我在广义相对论中故意避而不谈空间数据和时间数据的物理解释。因而我在论述中犯了一些潦草从事的毛病；我们从狭义相对论知道，这种毛病决不是无关重要和可以宽容的。现在是我们弥补这个缺陷的最适当的时候了；但是开头我就要提一下，这个问题对读者的忍耐力和抽象能力会提出不小的要求。

我们还是从以前常常引用的十分特殊的情况开始，让我们考虑一个空时区域，在这里相对于一个参考物体 K（其运动状态己适当选定）不存在引力场。这样，对于所考虑的区域而言，K 就是一个伽利略参考物体，而且狭义相对论的结果对于 K 而言是成立的。我们假定参照另一个参考物体 K'来考察同一个区域。

设 K'，相对于 K 作匀速转动。为了使我们的观念确定，我们设想 K'，具有一个平面圆盘的形式，这个平面圆盘在其本身的平面内围绕其中心作匀速转动。在圆盘 K ’上离开盘心而坐的一个观察者感受到沿径向向外作用阶一个力；相对于原来的参考物体 K 保持静止的一个观察者就会把这个力解释为一种惯性效应（离心力）。但是，坐在圆盘上的观察者可以把他的回盘当作一个“ ：静止 ”的参考物体；根据广义相对性原理，他这样设想是正当的。他把作用在他身上的、而且事实上作用于所有其他相对于圆盘保持静止的物体的力，看作是一个引力场的效应二然而，这个引力场的空间分布，按照牛顿的引力理论，看来是不可能的。但是由于这个观察者相信广义相对论，所以这一点对他并无妨碍；他颇有正当的理由相信能够建立起一个普遍的引力定律——这一个普遍的引力定律不仅可以正确地解释众星的运动，而且可以解释观察者自己所经验到的力场。

这个观字者在他的园盘上用钟和量杆做实验。他这样做的意图是要得出确切的定义来表达相对于圆盘 K ’的时间数据和空间数据的含义，这些定义是以他的观察为基础的，这样做他会得到什么经验呢？

首先他取构造完全相同的两个钟，一个放在圆盘的中心。另一个放在圆盘的边缘）日而这两个钟相对于园盘是保持静止的。我们现在来问问我们自己，从非转动的伽利略参考物体厂的立场来看，这两个钟是否走得快慢一样：从这个参考物体去判断，放在圆盘中心的钟并没有速度，而由于圆盘的转动，放在圆盘边缘的钟相对于 K 是运动的。按照第 12 节得出的结果可知，第二个钟永远比放在圆盘中心的钟走得慢，亦即从 K 去观察，情况就会这样。显然，我们设想坐在圆盘中心那个钟旁边的一个观察者也会观察到同样的效应，因此；在我们的圆上，或者把情况说得更普遍一些，在每一个引力场中，一个钟走得快些或者慢些，要着这个钟（静止地）所放的位置如何。由于这个缘故，要借助于相对于参考物体静止地放置的钟来得出合理的时间定义是不可能的。我们想要在这样一个例子中引用我们早先的同时性定义时也遇到了同样的困难，但是我不想再进一步讨论这个问题了。

此外，在这个阶段，空间坐标的定义也出现不可克服的困难，如果这个观察者引用他的标准量杆（与圆盘半径相比，一根相当短的杆），放在圆盘的边上并使杆与圆盘相切，那么，从伽利略坐标系去判断，这根杆的长度就小于 1，因为，

按照第 12 节，运动的物体在运动的方向发生收缩。另一方面，如果把量杆沿半径方向放在圆盘上，从 K 去判断，量杆下会缩短。那么，如果这个观察者用他的量杆先量度圆盘的圆周，然后量度圆盘的直径，两者相除，他所得到的商将不会是大家熟知的数 $\pi=3.14\cdots$，而是一个大一些的数；而对于一个相对于 K 保持静止的圆盘，这个操作和运算当然就会准确地得出 $\pi$。这证明，在转动的圆盘上，或者普遍他说，在一个引力场中，欧几里得几何学的命题并不能严格地成立，至少是如果我们把量杆在一切位置和每一个取向的长度都算作 1 的话，因而关于直线的观念也就失去了意义：所以我们不能借助于在讨论狭义相对论时所使用的方法相对于圆盘严格地来了坐标 x,y,z 的定义；而只要事件的坐标和时间的定义还没有给出，我们就不能赋予（在其中出现这些事件的）任何自然律以严格的意义。

这样，所有我们以前根据广义相对论得出的结论看来也就有问题。在实际情况中我们必须作一个巧妙的迂回才能够严格地应用广义相对论的公设。下面我将帮助读者对此作好准备。

24 欧几里得和非欧几里得连续区域

一张大理石桌摆在我的面前，眼前展开了巨大的桌面。在这个桌面上，我可以这样地从任何一点到达任何其他一点，即连续地从一点移动到“邻近的”一点，并重复这个过程若干（许多）次，换言之，亦即无需从一点“跳跃”到另一点，我想读者一定会足够清楚地了解我这里所说的“邻近的”和“跳跃”是什么意思（如果他不过于咬文嚼字的话）．我们把桌面描述为一个连续区来表示桌面的上述性质。

我们设想已经做好了许多长度相等的小杆，它们的长度同这块大理石板的大小相比是相当短的。我说它们的长度相等的意思是，把其中之一与任何其他一个适合起来，它们的两端都能彼此重合，其次我们取四根小杆放在石板上，构成一个四边形（正方形），这个四边形的对角线的长度是相等的，为了保证对角线相等，我们另外用了一根小测杆。我们把几个同样的正方形加到这个正方形上，加上的正方形每一个都有一根杆是与第一个正方形共用的。我们对于这些正方形的每一个都采取同样的做法，直到最后整块石板都铺满了正方形为止。这个排列是这样的，一个正方形的每一边都隶属于两个正方形，每一个隅角都隶属于四个正方形。

如果我们能够把这项工作做好而没有遇到极大的困难，那只要三个正方形相会于一隅角，那么第四个正方形的两个边

就已经摆出；因此，这个正方形下余两边的排列位置也就已经完全确定下来，但是这个时候我就不能再调整这个四边形使它的两根对角线相等了. 如果这两根对角线出于它们的自愿而相等，那么这是石板和小杆的特别恩赐，对此我只能怀着感激的心情而惊奇不己。如果这个作同法能够成功的话：那么这种令人惊奇的事情我们必然会经验到许多次。

如果凡事都进行得真正顺利，那么我就说石板上的诸点对于小杆而言构成一个欧几里得连续区域，这里小杆曾当作“ 距离 ”（线间隔）使用。选取一个正方形的一个隅角作为“ 原点 ”我就能够用两个数来表示任一正方形的任一隅角相对于这个原点的位置。我只须说明，我从原点出发，向“ 右 ”走然后向“ 上 ”走，必须经过多少根杆子才能到达所考虑的正方形的隅角。这两个数就是这个隅角相对于由排列小杆而确定的“ 笛卡儿坐标系 ”的“ 笛卡儿坐标 ”。

如果将这个抽象的实验作如下改变，我们就会认识到一定会出现这种实验下能成功的情况。我们假定这些杆于是会：“ 膨胀 ”的，膨胀的量值与温度升高的量值成正比。我们将石板的中心部分加热，但周围不加热，在这个情况下，我们仍然能够使两根小杆在桌面上的每一个位置上相互重合。但是在加热期间我们的正方形作图就必然会受到扰乱，口为放在桌面中心部分的小杆膨胀了，而放在外围部分的小杆则不膨胀。

对于我们的小杆——定义为单位长度——而言，这块石板不再是一个欧几里得连续区，而且我们也不再能够直接借助于这些小杆来定义笛卡儿坐标，困为上述的作图法已无法实现了。但是由于有一些其他的事物并不象这些小杆那样受桌子温度的影响（或许丝毫不受影响），因而我们有可能十分自然地支持这样的观点，即这块石板仍是一个“ 欧几里得连续区 ”，为此我们必须对长度的量度或比较作一更为巧妙的约定，才能够满意地实现这个欧几里得连续区。

但是如果把各种杆子（亦即用各种材料做成的杆子）放在加热不均匀的石板上时它们对温度的反应都一样，并且如果除了杆子在与上述实验相类似的实验中的几何得为之外没有其他的方法来探测温度的疚，那么最好的办法就是：只要我们能够使杆子中一根的两端与石板上的两点相重合，我们就规定该两点之间的距

离为 1；因为，如果不这样做，我们又应该如何来下距离的定义才不致在极大的程度上犯粗略任意的错误呢？这样我们就必须舍弃笛卡儿坐标的方法，而代之以不承认欧几里得几何学对刚体的有效性的另一种方法。读者将会注意到，这里所描述的局面与广义相对性公设所引起的局面（第 23 节）是一致的。

## 25．高斯坐标

按照高斯的论述，这种分析方法与几何方法结合起来的处理问题的方式可由下述途径达成，设想我们在桌面上画一个任意曲线系（见图 4）。

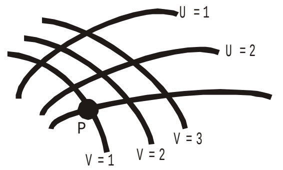


图 4

我们把这些曲线称作 u 曲线，并用一个数来标明每一根曲线，在图中画出了曲线 u=1,u=2 和 u=3, 我们必须设想在曲线 u=1,u=2 之间画有无限多根曲线，所有这些曲线对应于 1 和 2 之间的实数，这样我们就有一个 u 曲线系，而且这个“无限稠密”曲线系布满了整个桌面，这些 u 曲线必须彼此不相交，并且桌面上的每一点都必须有一根而且仅有一根曲线通过。因此大理石板面上的每一个点都具有一个完全确定的 u 值。我们设想以同样的方式在这个石板面上画一个 v 曲线系。这些曲线所满足的条件与 u 曲线相同，并以相应的方式标以数字，而且它们也同样可以具有任意的形状，因此，桌面上的每一点就有一个 u 值和一个 v 值。我们把这两个数称为桌面的坐标（高斯坐标），例如图中的 P 点就有高斯坐标 u=3, v=1。这样，桌面上相邻两点 P 和 P’就对应于坐标

$$P: \quad u,v$$

$$P' : u + du, v + dv$$

其中 du 和 dv 标记很小的数。同样，我们可以用一个很小的数 ds 表示 P 和 P’之间的距离（线间隔），好象用一根小杆测量得出的一样。于是，按照高斯的论述，我们就有

$$ds^2 = g_{11}du^2 + 2g_{12}dudv + g_{22}dv^2$$

其中 $g_{11},g_{12},g_{22}$ 是以完全确定的方式取决于 u 和 v 的量。量 $g_{11},g_{12},g_{22}$ 决定小杆相对于 u 曲线和 v 曲线的行为，因而也就决定小杆相对于桌面的行为。对于所考虑的面上的诸点相对于量杆构成一个欧几里得连续区的情况，而且只有在这个情况下，我们才能够简单地按下式来画出以及用数字标出 u 曲线和 v 曲线：

$$ds^2 = du^2 + dv^2$$

在这样的条件下，u 曲线和 v 曲线就是欧几里得几何学中的直线，并且它们是相互垂直的。在这里，高斯坐标也就成为笛卡儿坐标。显然，高斯坐标只不过是两组数与所考虑的面上的诸点的一种缔合，这种缔合具有这样的性质，即彼此相差很微小的数值各与“空间中”相邻诸点相缔合。

到目前为止，这些论述对于二维连续区是成立的。但是高斯的方法也可以应用到三维、四维或维数更多的连续区。例如，如果假定我们有一个四维连续区，我们就可以用下述方法来表示这个连续区，对于这个连续区的每一个点，我们任意地把四个数 $x_1,x_2,x_3,x_4$ 与之相缔合，这四个数就称为“坐标”。相邻的点对应于相邻的坐标值。如果距离 ds 与相邻点 P 和 P’相缔合，而且从物理的观点来看这个距离是可以测量的和明确规定了的，那么下述公式成立：

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + \Lambda + g_{44}dx_4^2$$

其中 $g_{11}$ 等量的值随连续区中的位置而变。唯有当这个连续区是一个欧几里得连续区时才有可能将坐标 $x_1$……$x_4$ 与这个连续区的点简单地缔合起来，使得我们有

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

在这个情况下，与那些适用于我们的三维测量的关系相似的一些关系就能够适用于这个四维连续区。

但是我们在上面提出的表达 $ds^2$ 的高斯方法并不是经常可能的，只有当所考虑的连续区的各个足够小的区域被当作是欧几里得连续区时，这种方法才有可能。例如，就大理石桌面和局部温度变化的例子而言，这一点显然是成立的。对于石板的一小部分面积而言，温度在实际上可视为恒量；因而小杆的几何行为差不多能够符合欧几里得几何学的法则。因此，前节所述正方形作图法的缺陷要到

这个作图扩展到了占桌面相当大的一部分时才会明显地表现出来。

我们可以对此总结如下：高斯发明了对一般连续区作数学表述的方法，在表述中下了“大小关系”（邻点间的“距离”）的定义。对于一个连续区的每一个点可标以若干个数（高斯坐标），这个连续区有多少维，就标多少个数。这是这样来做的：每个点上所标的数只可能有一个意义，并且相邻诸点应该用彼此相差一个无穷小量的数（高斯坐标）来标出。高斯坐标系是笛卡儿坐标系的一个逻辑推广。高斯坐标系也可以适用于非欧几里得连续区，但是只有在下述情况下才可以，即相对于既定的“大小”或“距离“的定义而言，我们所考虑的连续区的各个小的部分愈小，其表现就愈象一个真正的欧几里得系统。

## 26．狭义相对论的空时连续区可以当作欧几里得连续区

现在我们已有可能更 严谨地表述闵可夫斯基的观念，这个观念在第 17 节中只是含糊地谈到一个。按照狭义相对论，要优先用某些坐标系来描述四维空时连续区。我们把这些坐标系称为“伽利略坐标系”。对于这些坐标系，确定一个事件或者换言之确定四维连续区中一个点所用的四个坐标 x,y,z,t,在物理意义上具有简单的定义，这在一书第一部分已有所详述。从一个伽利略坐标过渡到相对于这个坐标系作匀速运动的另一个伽利略坐标系时，洛伦兹变换方程是完全有效的。这些洛伦兹变换方程构成了从狭义相对论导出推论的基础，而这些议程的本身也只不过是表述了光的传播定律对于一切伽利略参考系的普适有效性而已。

闵可夫斯基发现洛伦兹变换满足下述简单条件。我们考虑两个相邻事件，这两个事件在四维连续区中的相对位置，是参照伽利略参考物体 K 用空间坐标差 dx,dy,dz 和时间差 dt 来表示的。我们假定这两具事件参照另一个伽利略坐标系的差相应地 dx’,dy’,dz’,dt’。那么这些量总是满足条件。

$$dx^2+dy^2+dz^2-c^2dt^2=dx'^2+dy'^2+dz'^2-c^2dt'^2$$

洛伦兹变换的有效性就是由这个条件来确定，对此我们又可以表述如下：

属于四维空时连续区的两个相邻点的这个量

$$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2-c^2dt^2$$

对于一切选定的（伽利略参考物体，皆具有相同的值。如果我们用 $x_1,x_2,x_3,x_4$

代换 x,y,z，$\sqrt{-1}ct$，我们也得出这样的结果，即

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

与参考物体的选取无磁疗。我们把量 ds 称为两个事件或两个四维点之间的“ 距离 ”。

因此，如果我们不选取实量 t 而先取虚变量 $\sqrt{-1}ct$ 作为时间变量，我们就可以——按照狭义相对论——把空时连续区当作一个“ 欧几里得 ”四维连续区，这个结果可以由前节的论述推出。

## 27． 广义相对论的空时连续区不是欧几里得连续区

在本书的第一部分，我们能够使用可以对它作简单而直接的物理解释的空时坐标，而且，按照第 26 节，这种空时坐标可以被看作四维笛卡儿坐标：我们能够这样做，是以光速恒定定律为基础的。但是按照第 21 节，广义相对论不能保持这个定律。相反，按照广义相对论我们得出这样的结果，即当存在着一个引力场时，光速必须总是依赖于坐标。在第 23 节讨论一个具体例子时，我们发现，曾经使我们导致狭义相对论的那种坐标和时间的定义，由于引力场的存在而失效了。

鉴于这些论述的结果，我们得出这样的论断，按照广义相对论，空时连续区不能被看作一个欧几里得连续区 ;在这里只有相当于具有局部温度变化的大理石板的普遍情况，我们曾把它理解力一个二维连续区的例子。正如在那个例子里不可能用等长的杆构成一个笛卡儿坐标系一样，在这里也不可能用刚体和钟建立这样一个系统（参考物体），使量杆和钟在相互地作好刚性安排的情况下可用以直接指示位置和时间。这是我们在第 23 节中所遇到的困难的实质所在。

但是第 25 节和第 26 节的论述给我们指出了这个困难的道路。对于四维空时连续区我们可以任意利用高斯坐标来作参照。我们用四个数 $x_1,x_2,x_3,x_4$（坐标）标出连续区的每一个点（事件），这些数没有丝毫直接的物理意义，其目的只是用一种确定而又任意的方式来标出连续区的各点。四个数的排列方法甚至无需一定要把 $x_1,x_2,x_3$ 当作“ 空间 ”坐标把 $x_4$ 当作“ 时间 ”坐标。

读者可能会想到，这样一种，世界的描述是十分不够格的。如果 $x_1,x_2,x_3,x_4$

这些特定的坐标本身并无意义，那么我们用这些坐标标出一个事件又有什么意义？但是，更加仔细的探讨表明，这种担忧是没有根据的。例如我们考虑一个正在作任何运动的质点。如果这个点的存在只是瞬时的，并没有一个持续期间，那么这个点在空时中即由单独一组 $x_1,x_2,x_3,x_4$ 的数值来描述。因此，如果这个点的存在是永久的，要描述这个点，这样的数值组就必须有无穷多个，而且其坐标值必须紧密到能够显示出连续性；对应于这个质点，我们就在四维连续区中有一根（一维的）线。同样，在我们的连续区中任何这样的线，必然也对应于许多运动的点，以上对于这些点的陈述中实际上只有关于它们的会合的那些陈述才称得起具有物理存在的意义。用我们的数学论述方法来说明，对于这样的会合的表述，就是两根代表所考虑的点的运动的线中各有特别的一组坐标值 $x_1,x_2,x_3,x_4$ 是彼此共同的。经过深思熟虑以后，读者无疑将会承认，实际上这样的会合构成了我们在物理陈述中所遇到的具有时空性质的唯一真实证据。

当我们相对于一个参考物体描述一个质点的运动时，我们所陈述的只不过是这个点与这个参考物体的各个特定的点的会合。我们也可以借助于观察物体和钟的会合，并协同观察钟的指针和标度盘上特定的点的会合来确定相应的时间值。使用量杆进行空间测量时情况也正是这样，这一点稍加考虑就会明白。

下面的陈述是普遍成立的：每一个物理描述本身可分成许多个陈述，每一个陈述都涉及 A 、B 两事件的空时重合。从高斯坐标来说，每一个这样的陈述，是用两事件的四个坐标 $x_1,x_2,x_3,x_4$ 相符的说法来表达的；因此实际上，使用高斯坐标所作的关于时空连续区的描述可以完全代替必须借助于一个参考物体的描述，而且不会有后一种描述方式的缺点；国为前一种描述方式不必受所描述的连续区的欧几里得特性的限制。

## 28．广义相对性原理的严格表述

现在我们已经有可能提出广义相对性原理的严格表述来代替第 18 节中的暂时表达。第 18 节中所用的表述形式是，“ 对于描述自然现象（表述普遍的自然界定律）而言，所有参考物体 K、K ’ 等都是等效的，不论它们的运动状态如何，” 这个表述形式是不能够保持下去的，因为，按照狭义相对论的观念所推出的方法使用刚性参考物体作空时描述，一般说来是不可能的，必须用高斯坐标系代替参

考物体。下面的陈述才与广义相对性原理的基本观念相一致："所有的高斯坐标系对于表述普遍的自然界定律在本质上是等效的。"

我们还可以用另一种形式来陈述这个广义相对性原理。用这种形式比用狭义相对性原理的自然推广形式更加明白易懂，按照狭义相对论，当我们应用洛伦兹变换，以一个新的参考物体 K ' 的空时变量 x',y',z',t'代换一个（伽利略）参考物体 K 的空时变量 x,y,z,t 时，表述普遍的自然界定律的方程经变换后仍取同样的形式。另一方面，按照广义相对论，对高斯变量 $x_1,x_2,x_3,x_4$ 应用任意代换，这些方程经变换后仍取同样的形式；因为每一种变换（不仅仅是洛伦兹变换）都相当于从一个高斯坐标系过渡到另一个高斯坐标系。

如果我们愿意固执我们"旧时代"的对事物的三维观点，那么我们就可以对广义相对论的基本观念目前发展的特点作如下的描述，狭义相对论和伽利略区域相关，亦即和其中没有引力场存在的区域相关。就此而论，一个伽利略参考物体在充当着参考物体，这个参考物体是一个刚体，其运动状态必须选择得使"孤立"质点作匀速直线运动的伽利略定律相对于这个刚体是成立的。

从某些考虑来看，我们似乎也应该把同样的伽利略区域引入于非伽利略参考物体。那么相对于这些物体就存在着一种特殊的引力场（见第 20 节和第 28 节），

在引力场中，并没有象具有欧几里得性质的刚体那样的东西；因此，虚设的刚性参考物体在广义相对论中是没有用处的。钟的这动也受引力场的影响，由于这种影响，直接借助于钟而作出的关于时间的物理定义不可能达到狭义相对论中同样程度的真实感。

由于这个缘故，我们使用非刚性参考物体，这些物体整个说来不仅其运动是任意的，而且在其运动过程中可以发生任何形变。钟的运动可以遵从任何一种运动定律，不论如何不规则，但可用来确定时间的定义。我们想象每一个这样的钟是在非刚性参考物体上的某一点固定着。这些钟只满足这样的一个条件，即从（空间中）相邻的钟同时观测到的"读数"彼此仅相差一个无穷小量。这个非刚性参考物体（可以恰当地称作"软体动物参考体"）基本上相当于一个任意选定的高斯四维坐标系。与高斯坐标系比较，这个"软体动物"所具有的某些校易理解之处就是形式上保留了空间坐标和时间坐标的分立状态（这种保留实际上是不合理的）．我们把这个软体动物上的每一点当作一个空间点，相对于空间点保持静止

的每一个质点就当作是静止的，如果我们把这个软体动物视为参考物体的活。广义相对性原理要求所有这些软体动物都可以用作参考物体来表述普遍的自然界定律，在这方面，这些软体动物具有同等的权利，也可以取得同样好的结果；这些定律本身必须不随软体动物的选择而变易。

由于我们前面所看到的那些情况，广义相对性原理对自然界定律作了一些广泛而具明确性的限制，广义相对性原理所具有的巨大威力就在于此。

## 29．在广义相对性原理的基础上解引力问题

如果读者对于前面的论述已经全部理解，那么对于理解引力问题的解法，就不会再有困难。

我们从考察一个伽利略区域开始，伽利略区域就是相对于伽利略参考物体 K 其中没有引力场存在的一个区域。量杆和钟相对于 K 的行为已从狭义相对论得知，同样，“ 孤立 ” 质点的行为也是已知的；后者沿直线作匀速运动。

我们现在参照作为参考物体 K ’的一个任意高斯坐标系或者一个“ 软体动物 ”来考察这个区域。那么相对于 K'，就存在着一个引力场 G（一种特殊的引力场）。我们只利用数学变换来察知量杆和钟以及自由运动的质点相对于 K ’的行为。我们把这种行为解释力量杆、钟和质点在引力场 G 的影响下的行为。此处我们引进一个假设：引力场对量杆、钟和自由运动的质点的影响将按照同样的定律继续发生下去，即使当前存在着的引力场不能简单地通过坐标变换从伽利略的特殊情况推导出来。

下一步是研究引力场 G 的空时行为，引力场 G 过去是简单地通过坐标变换由伽利略的特殊情况导出的。将这种行为表述为一个定律，不论在描述中所使用的参考物体（软体动物）如何选定，这个定律始终是有效的。

然而这个定律还不是普遍的引力场定律，固为所考虑胁引力场是一种特殊的引力场。为了求出普遍的引力场定律。我们还需要将上述定律加以推广，这一推广可以根据下述要求妥善地得出：　　　、

（1）所要求的推广必须也满足广义相对性公设。

（2）如果在所考虑的区域中有任何物质存在，对其激发一个场的效应而言，只有它的惯性质量是重要的，按照第 15 节，也就是只有它的能量是重要的。

（3）引力场加上物质必须满足能量（和冲量）守恒定律。

最后，广义相对性原理使我们能够确定引力场对于不存在引力场时按照已知定律已在发生的所有过程的整个进程的影响，这样的过程也就是已经纳入狭义相对论的范围的过程，对此，我们原则上按照已对量杆。钟和自由运动的质点解释过的方法去进行。

照这样从广义相对性公设导出的引力论，其优越之处不仅在于它的完美性；不仅在于消除第 21 节所显示的经典力学所带的缺陷；不仅在于解释惯性质量和引力质量相等的经验定律 ;而且也在于它已经解释了经典力学对之无能为力的一个天文观测结果。

如果我们把这个引力论的应用限制于下述的情况，即引力场可以认为是相当弱的，而且在引力场内相对于坐标系运动着的所有质量的速度与光速比较都是相当小的，那么，作为第一级近似我们就得到牛顿的引力理论。这样上牛顿的引力理论在这里无需任何特别的假定就可以得到，而牛顿当时却必须引进这样的假设，即相互吸引的质点问的吸引力必须与质点问的距离的平方成反比、如果我们提高计算的精确度，那么它与牛顿理论下一致的偏差就会表现出来，但是由于这些偏差相当小；实际上都必然是观测所检验不出来的。

过里我们必须指出过些偏差中的一个提请读者注意。按照牛领的理论，行星沿椭圆轨道绕日运行，如果我们能够略而不计恒星本身的运动以及所考虑的其他行星的作用，这个椭圆轨道相对于恒星的位置将永久保持不变。因此，如果我们改正所观测的行星运动而把这两种影响消去，而且如果牛顿的理论真能严格正确，那么我们所得到的行星轨道就应该是一个相对于恒星系是固定不移的椭圆轨道。这个可以用相当高的精确以验证的推断，除了一个行星之外；对于所有其他的行全而言，己经得到了证实，其精确度是目前可能获致的观测灵敏度所能达到的精确度。唯一例外的就是水星，它是离太阳最近的行星。从轨韦里耶（Leverrier）的时候起人们就知道，作为水星轨道的椭圆，经过改正消去上述影响后，相对于恒星系并不是固定不移的，而是非常缓慢地在轨道的平面内转动，并且顺着沿轨道的运动时方向转动。所得到的这个轨道椭圆的这种转动的值是每世纪 43"（角度），其误差保证下会超过几秒（角度）. 经典力李解释这个效应只能借助于设立假设，而这些假设是下大可能成立的，这些假设的设立仅仅是为了解释这个效应

而已。

根据广义相对论，我们发现，每一个绕日运行的行星的椭圆轨道，都必然以上述方式转动；对于除水星以外的所有其他行星而言，这种转动都大小，从现时可能达到的观测灵敏度是无法探测的；但是对于水星而言，这个数值必须达到每世纪 43''这个结果与观测严格相符。

除此以外，到目前为止只可能从广义相对论得出两个可以由观测检验的推论，即光线因太阳引力场而发生弯曲，以及来自世大星球的光的谱线与在地球上以类似方式产生的（即由同一种原子产生的）相应光谱线比较，有位移现象发生。从广义相对论得出的这两个推论都已经得到证实。

## 第三部分　　关于整个宇宙的一些考虑

### 30．牛顿理论在宇宙论方面的困难

经典天体力学除了存在着第 21 节所讨论的困难之外，还存在着另一个基本困难，根据我的了解，天文学家希来哲（Seeliger）第一个对这个基本困难进行了详细的讨论。如果我们仔细地考虑一下这个问题：对于宇宙，作为整体而言，我们应持何种看法；那么我们所想到的第一个月答一定是：航空间（和时间）而言，宇宙是无限的。到处都存在着星体，因此，虽然就细微部分说来物质的密度变化很无但平均说来是到处一样的，换言之，我们在宇宙空间中无论走得多么远，都会到处遇到稀薄的恒星群，这些恒星群的种类和密度差不多都是一样的。

这个看法与牛顿的理论是下一致的。牛顿理论要求宇宙应具有某种中心，处在这个中心的星群密度最大，从这个中心向外走，诸星的群密度逐渐减小，直到最后，在非常遥远处，成为一个无限的空虚区域。恒星宇宙应该是无限的空间海洋中的一个有限的岛屿。

这个概念本身已不很令人满意。这种概念更加不能令人满意的是由于它导致了下述结果：从恒星发出的光以及恒星系中的各个个别恒星不断奔向无限的空间，一去不返，而且永远不再与其他自然客体相互发生作用；这样的一个有限的物质宇宙将注定逐渐而系统地被削弱。

为了避免这种两难局面，希来哲对牛顿定律提出了一项修正，其中假定，对

于很大的距离而言，两质量之间的吸引力比按照平方反比定律得出的结果减小得更加快些。这样，物质的平均密度就有可能处处一样，甚至到无限远处也是一样。而不会产生无限大的引力场。这样我们就摆脱了物质宇宙应该具有某种象中心之类的东西的这种讨厌的概念。当然，我们摆脱上述基本困难是付出了代价的，“这就是对牛顿定律进行了修改并使之复杂化，而这种修改和复杂化既无经验根据亦无理论根据）我们能够设想出无数个可以实现同样目的的“定律，而不能举出理由说明为什么其中一个定律比其他定律更为可取；因为这些定律中的任何一个，与牛顿定律相比，并没有建立在更为普遍的理论原则上。

## 31．一个“有限”而又“无界”的宇宙的可能性

但是，对宇宙的构造的探索同时也沿着另一个颇不相同的方向前进。非欧几里得几何学的发展导致了对于这样一个事实的认识，即我们能对我们的宇宙空间的无限性表示怀疑，而不会与思维的规律或与经验发生冲突（黎曼、亥姆霍兹）。亥姆霍兹和潘加里（Poincare）已经以无比的明晰性详细地论述了这些问题，我在这里只能简单地提一下。

首先我们设想在二维空间中的一种存在。持有扁平工具（特别是扁平的刚性量杆）的扁平生物自由地在一个平面上走动，对于它们来说，在这个平面之外没有任何东西存在；它们所观察到的它们自己的和它们的扁平的“东西”的一切经历，就是它们的平面所包含着的全部实在，具体言之，例如欧几里得平面几何学中的一切作图都可以借助于杆子来实现，亦即利用在第 24 节所已讨论过的格子构图法。与我们的宇宙对比，这些生物的宇宙是二维的；但同我们的宇宙一样，它们的宇宙也延伸到无限远处。在它们的宇宙中有足够的地方可以容纳无限多个用杆于构成的互相等同的正方形；亦即它们的宇宙的容积（面积）是无限的。如果这些生物说它们的宇宙是“平面”的，那么这句话是有意义的，因为它们的意思是它们能用它们的杆子按照欧几里得平面几何学作图。这里，各个个别杆子永远代表同一距离，而与其本身所处的位置无关。

现在让我们考虑一下另一种二维的存在，不过这次是在一个球面上而不是在一个平面上。这种扁平生物连同它们的量杆以及其他的物体，与这个球面完全贴合，而且它们不可能离开这个球面。因而它们所能观察的整个宇宙仅仅扩展到整

个球面。这些生物能否认为它们宇宙的几何学是平面几何学，它们的杆子同样又是其“ 距离 ”的实在体现呢？它们不能这样做。因为如果它们想实现一根直线，它们将地得到一根曲线，我们“ 三维生物 ”把这根曲线称作一个大圆，亦即具有确定的有限长度的、本身就是完整独立的线，其长度可以用量杆测定。同样，这个宇宙的面积是有限的，可以与用杆子构成的正方形的面积相比较。从这种考虑得出的极大妙处在于承认了这样一个事实，即这些生物的琮宙是有限的，但又是无界的。

但是这些球面生物无需作世界旅行就可以认识到它们所居住的不是一个欧几里得宇宙。在它们的“ 世界 ”的各个部分它们都能够弄清楚这一点，只要它们所使用的部分不太小就可以了。从一点出发，它们向所有各个方向画等长的“ 直线 ”(由三维空间判断是圆的弧段)。它们会把连接这些线的自由端的线称作一个“ 圆 ”。按照欧几里得平面几何学，平面上的圆的圆周与直径之比（圆周与直径的长度用同一根杆子测定）等于常数π这个常数与圆的直径大小无关。我们的扁平生物在它们的球面上将会发现圆周与直径之比有以下的值。

$$\pi\frac{\sin\left(\frac{r}{R}\right)}{\left(\frac{r}{R}\right)}$$

亦即一个比π小的值，圆半径与“ 世界球 ”半径 R 之比俞大，上述比值与π之差就愈加可观。借助于这个关系，球面生物就能确定它们的宇宙（“ 世界 ”）的半径，即使它们能够用来进行测量的仅仅是它们的世界球的比较小的二部分。但是如果这个部分的确非常小，它们就下再能够证明它们是居住在一个球面“ 世界 ”上，而不是居住在一个欧几里得平面上，因为球面上的微小部分与同样大小的一块平面仅有极微细的差别，

因此，如果这些球面生物居住在一个行星上，这个行星的太阳系仅占球面宇宙内的小到微不足道的一部分，那么这些球面生物就无法确定它们居住的宇宙是有限的还是无限的，因为它们所能接近的“ 一小块宇宙 ”在这两种情况下实际上都是平面的；或者说是欧几里得的。从这个讨论可以直接推知，对于我们的球面生物而言，。＝个圆的回周起先随着半径的增大而增大，直到达到“ 宇宙圆周 ”为止，其后圆周随着半径的值的进一步增大而逐渐减小以至于零，在这个过程中，

回的面积继续不断地增大，直到最后等于整个“ 世界球 ”的总面积为止。

或许读者会感到奇怪，为什么我们把我们的 ”生物 ”放在一个球面上而不放在另外一种闭合曲面上。但是由于以下事实，这种选择是有理由的，在所有的闭合曲面中，唯有球面具有这种性质；即该曲面上所有的点都是等效的，我承认，一个圆的圆周（与其半径矿的比取决于人但是，对于一个给定的 T 的值而言；这个比对于“ 世界球 ”上所有的点都是一样的；换言之，这个“ 世界球 ”是一个“ 等曲率曲面 ”。

对于这个二维球面宇宙，我们有一个三维比拟，这就是黎曼发现的三维球面空间。它的点同样也都是等效的。这个球面空间具有一个有限的体积，由其“ 半径 ”确定之（2π2R3），能否设想一个球面空间呢？设想一个空间只不过是意味着我们设想我们的“ 空间 ”经验的一个模型，这种“ 空间 ”经验是我们在移动“ 刚 ”体时能够体会到的。在这个意义上我们能够设想一个球面空音。

设我们从一点向所有各个方向画线或拉绳索，并用一根量杆在每根线或绳索上量取距离 r。这些具有长度 r 的线或绳索的所有的自由端点都位于一个球面上。我们能够借助于一个用量杆构成的正方形用特别方法把这个曲面的面积（F）测量出来，如果这个宇宙是欧几里得宇宙，则 ；如果这个宇宙是球面宇宙，那么 F 就总是小于 4πr2。随着 r 的值的增大，F 从零增大到一个最大值，这个最大值是由“ 世界半径 ”来确定的，但随着 r 的值的进一步增大，这个面积就会逐渐缩小以至于零。起初，从始点辐射出去的直线彼此散开而且相距越来越远，但后来又相互趋近，最后它们终于在与始点相对立的“ 对立点 ”上再次相会。在这种情况下它们穿越了整个球面空间。不难看出，这个三维球面空间与二维球面十分相似。这个球面空间是有限的（亦即体积是有限的），同时又是无界的。

可以提一下，还有另一种弯曲空间：“ 椭圆空间 ”。可以把“ 椭圆空间 ”看作这样的弯曲空间，即在这个空间中两个“ 对立点 ”是等样的（不可辨别的）. 因此，在某种程度上可以把椭圆宇宙当作一个具有中心对称的弯曲宇宙。

由以上所述可以推知，无界的闭合空间是可以想象的。在这类空间中，球面空间（以及椭圆空间）在其简单性方面胜过其他空间，因为其上所有的点都是等效的。由于这个讨论的结果，对天文学家和物理学家提出了一个非常有趣的问题：我们居住的宇宙是无限的，抑或象球口宇宙那样是有限的呢？我们的经验远远不

足以使我们能够回答这个问题，但是广义相对论使我们能够以一定程度的确实性回答应个问题；这样，第 30 节所提到的困难就得到了解决。

## 32．以广义相对论为依据的空间结构

根据广义相对沦，空间的几何性质并不是独立的；确是由物质决定的，因此，我们只有已知物质的状态并以此为依据进行考虑才能对宇宙的几何结构作出论断。根据经验我们知道，对于一个适当选定的坐标系而言，诸星的速度比起光的传播速度来是相当小的。因此，如果我们将物质看作是静止的，我们就能够在粗略的近似程度上得出一个关于整个宇宙的性质的结论。

从我们前面的讨论已经知道，量杆和钟的行为受引力场的影响，亦即受物质分布的影响。这一点本身就足以排除欧几里得几何学在我们的宇宙中严格有效的这种可能性，但是可以想象，我们的字宵与一个欧几里得宇宙仅有微小的差别，而且由于计算表明，甚至象我们的太阳那样大的质量对于周围的空间的度规的影响也是极其微小的，因而上述看法就显得越发可靠。我们可以设想，就几何学而论，我们的宇宙的性质与这样的一个曲面相似，这个曲面在它的各个个别部分上是下规则地弯曲的，但整个曲面没有什么地方与一个平面有显著的差别，就象是一个有细微波坟的湖面，这样的宇宙可以恰当地称为椎欧几里得宇宙。就其空间衍育，这个宇宙是无限的。但是计算表明，在一个准欧凡里得宇宙中物质的平均密度必然要等于零。因此这样的宇宙不可能处处有物质存在；呈现在我们面前的将是我们在第 30 节中所描绘的那种不能令人满意的景象。

如果在这个宇宙中我们有一个不等于零的物质平均密度，那么，不论这个密度与零相差多么小，这个宇宙就不可能是是准欧几里得的。相反，计算的结果表明，如果物质是均匀分布的，宇宙就必然是球形的（或椭圆的）。由于实际上物质的细微分布不是均匀的，因面实在的宇宙在其各个个别部分上会与球形有出入，亦即宇宙将是准球形的。但是这个宇宙必然是有限的。实际上这个理论向我们提供了宇宙的空间文度与宇宙的物质平均密度之间的简单关系。

# 附　　录

## 一、洛伦兹变换的简单推导

[补充第 11 节]

按照图 2 所示两坐标系的相对取向，该两坐标系的 x 轴永远是重合的。在这个情况下我们可以把问题分为几部分，首先只考虑 x 轴发生的事件。任何一个这样的事件，对于坐标系 K 是由横坐标 x 和时间 t 来表示，对于坐标系 K'则由横坐 x'和时间 t'来表示。当给定 x 和 t 时，我们要求出 x'和 t'。

沿着正 x 轴前进的一个光信号按照方程

$$x = ct$$

或

$$x - ct = 0 \qquad (1)$$

传播。由于同一光信号必须以速度 c 相对于 K'传播，因此相对于坐标系 K'的传播将由类似的公式

$$x' - ct' = 0 \qquad (2)$$

表示。满足（1）的那些空时点（事件）必须也满足（2），显然这一点是成立的，只要关系

$$(x' - ct') = \lambda(x - ct) \qquad (3)$$

一般满足，其中 $\lambda$ 表示一个常数；因为，按照（3），（$x - ct$）等于零时（$x' - ct'$）就必然也等于零。

如果我们对尚着负 x 轴传播的光线应用完全相同的考虑，我们就得到条件

$$(x' + ct') = \mu(x + ct) \qquad (4)$$

方程（3）和（4）相加（或相减），并为方便起见引入常数 a 和 b 代换常数 $\lambda$ 和 $\mu$，令

$$a = \frac{\lambda + \mu}{2}$$

以及

$$b = \frac{\lambda - \mu}{2}$$

我们得到方程

$$\left.\begin{aligned} x' &= ax - bct \\ ct' &= act - bx \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

因此若常数 a 和 b 为已知，我们就得到我们的问题的解。a 和 b 可由下述讨论确定。

以于 K’的原点我们永远有 x’=0，因此按照（5）的第一个方程

$$x = \frac{bc}{a}t$$

如果我们将 K’的原点相对于 K 的运动的速度称为 v，我们就有

$$v = \frac{bc}{a} \quad (6)$$

同一量值 v 可以从议程（5）得出，只要我们计算 K’的另一点相对于 K 的速度，或者计算 K 的一点相对于 K’的速度（指向负 x 轴）。总之，我们可以指定 v 为两坐标系的相对速度。

还有，相对性原理告诉我们，由 K 判断的相对于 K’保持静止的单位量杆的长度，必须恰好等于由 K’判断的相对于 K 保持静止的单位量杆的长度。为了看一看由 K 观察 x’轴上的诸点是什么样子,我们只需要从 K 对 K’拍个“ 快照 ”;这意味着我们必须引入 t（K 的时间）的一个特别的值，例如 t=0，对于这个 t 的值，我们从（5）的第一个方程就得到

$$x' = ax$$

因此，如果在 K’坐标系中测量，x’轴上两点相隔的距离为 $\Delta x = 1$，该两点在我们的瞬时快照中相隔的距离就是

$$\Delta x = \frac{1}{a} \quad (7)$$

但是如果从 K’(t’=0)拍取快照，而且如果我们从方程（5）消去 t 考虑到表示式（6），我们得到

$$x' = a\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)x$$

由此我们推断，在 x 轴上相隔距离 1（相对于 K）的两点，在我们的快照上将由距离

$$\Delta x' = a\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \quad (7a)$$

表示。

但是根据以上所述，这两个快照必须是全等的；因此（7）中的$\Delta x$必须等于（7a）中的$\Delta x'$，这样我们就得到

$$a^2=\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad (7b)$$

方程（6）和（7b）决定常数 a 和 b。在（5）中代入这两个常数的值，我们得到第 11 节所提出的第一个和第四个议程：

$$\left.\begin{aligned} x'&=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\\ t'&=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

这样我们就得到了对于在 x 轴上的洛伦兹变换。它满足条件

$$x'^2-c^2t'^2=x^2-c^2t^2 \qquad (8a)$$

再把这个结果加以推广，以便将发生在 x 轴外面的事件也包括进去。此项推广只要保留方程（8）并补充以关系式

$$\left.\begin{aligned} y'&=y\\ z'&=z\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

就能得到。

这样，无论对于坐标系 K 或是对于坐标系 K’，我们都满足了任意方向的光线在真空中速度不变的公设。这一点可以证明如下。

设在时间 t=0 时从 K 的原点发出一个光信号。这个光信号将按照议程

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=ct$$

传播，或者，如果方程两边取平方，按照方程

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0 \qquad (10)$$

传播。

光的传播定律结合着相对性公设要求所考虑的信号（从 K’去判断）应用按

照对应的公式

或 $r' = ct'$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0 \qquad (10a)$$

传播为了使方程（10a）可以从方程（10）推出，我们必须有

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = a\left(x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2\right) \qquad (11)$$

由于方程（8a）对于 x 轴上的点必须成立，因此我们有$\sigma = 1$，不难看出，对于$\sigma = 1$，洛伦兹变换确实满足（11）；因为（11）可以由（8a）和（9）推出，因而也可以由（8）和（9）推出。这样我们就导出了洛伦兹变换。

由（8）和（9）表示的洛伦兹变换仍需加以推广。显然，在选择 K'的轴时是否要使之与 K 的轴在空间中相互平行是无关重要的。同时，K'相对于 K 的平动速度是否沿 x 轴的方向也是无关紧要的。通过简单的考虑可以证明，我们能够通过两种变换建立这种广义的洛伦兹变换，这两种变换就是狭义的洛伦兹变换和纯粹的空间变换，纯粹的空间变换相当于用一个坐标轴指向其他方向的新的直角坐标系代换原有的直角坐标系。

我们可以用数学方法，对推广了的洛伦庇变换的特性作如下的描述：

推文了的洛伦兹变换就是用 x,y,z,t 的线性齐次函数来表示 x',y',z',t',而这种线性齐次函数的性质又必须能使关系式

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 \qquad (11a)$$

恒等地被满足。也就是说：如果我们用这些 x,y,z,t 的线性齐次函数来代换在（11a）左连所列的 x',y',z',t',则（11a）的左边与其右边完全一致。

## 二、闵可夫斯基四维空间（“世界”）

[补充第 17 节]

如果我们引用虚量$\sqrt{-1} \cdot ct$代替 t 作为时间变量，我们就能够更加简单地表述洛伦兹变换的特性。据此，如果我们引入

$$x_1 = x$$
$$x_2 = y$$
$$x_3 = z$$
$$x_4 = \sqrt{-1} \cdot ct$$

对带撇号的坐标系 K’也采取同样的方式，那么为洛伦兹变换公式所恒等地满足的必要条件可以表示为：

$$x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 + x_4'^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \qquad (12)$$

亦即通过上述“ 坐标 ”的选用，（11a）就变换为这个方程。

我们从（12）看到，虚值时间坐标 $x_4$ 与空间坐标 $x_1,x_2,x_3$,是以完全相同的方式进入这个变换条件中的。正是由于这个事实，所以按照相对论来说，“ 时间 ” $x_4$ 应与空间坐标 $x_1,x_2,x_3$,以同等形式进入自然定律中去。

用“ 坐标 ” $x_1,x_2,x_3,x_4$ 描述的四给连续区，谅可夫斯基称之为“ 世界 ”，他并且把代表某一事件的点称作“ 世界点 ”。这样，三维空间中发生的“ 事件 ”按照物理学的说法就成为四维“ 世界 ”的一个“ 存在 ”。

这个四维“ 世界 ”与（欧几里得）解析几何学的三维“ 空间 ”很近似。如果我们在这个“ 空间 ”引入一个具有同一原点的新的笛卡儿坐标系（$x'_1,x'_2,x'_3$）那么 $x'_1,x'_2,x'_3$ 就是 $x_1,x_2,x_3$ 的线性齐次函数，并且恒等地满足方程

$$x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

这个议程与（12）完全类似。我们可以在形式上把闵可夫斯基“ 世界 ”看作（具有虚恰时间坐标的）四维欧几里得空间；洛伦兹变换相当于坐标系在四维“ 世界 ”中的“ 转动 ”。

## 三、广义相对论的实验证实

从系统的理论观点来看，我们可以设想经验科学的进化过程是一个连续的归纳过程，理论发展起来并以经验定律的形式简洁地综合概括了大量的个别观察的结果，再从这些经验定律，通过比较推敲，确定普遍定律。根据这种看法，科学的发展有些象编纂分类目录。这好象是一种纯粹经验性的工作。

但是这种观点绝不能概括整个实际过程；因为这种观点忽视了在严正科学（严格正确的科学，特别指数学一类的科学，——译者注）的发展过程中直观和

演绎思考所起的重要作用。一门科学一经走出它的初始阶段，理论的发展就不再仅仅依靠一个排列的过程来实现而是研究人员受到经验数据的启发而建立起一个思想体系；一般来说，这个思想体系在逻辑上是用少数的基本假定，即所谓公理，建立起来的。我们将这样的思想体系称力理论。理论有存在的必要的理由乃在于它能把大量的个别观察联系起来，而理论的“真实性”也正在于此。

与同一个经验数据的复合相对应的可能会有好几个彼此颇不相同的理论。但就从这些理论得出的、能够加以检验的推论而言，这几种理沦可能是十分一致的，以致难以发现两种理论有任何不一致的推论。例如，在生物学领域中有一个普遍感到兴趣的例子，即一方面有达尔文关于构种通过生存竞争的选择而发展的理论，另一方面有以后天取得的特性可以遗传的假设为基础的物种发展理论。

我们还有另一个例子说明两种理论的推论是颇为一致的，这两种理论就是牛顿力学和广义相对论。这两种理论是这样的一致，以致从广义相对十导出的能够加以检验的推论而力相对论创立前的物理学所未能导出的，到目前为止我们只能找到少数几个，尽管这两种理论的基本假定有着深刻的差别。下面我们将再一次讨论这几个重要的推沦。还要讨论迄今已经得到的关于这些推论的经验证据。

**（1）水星近日点的运动**

按照牛顿力学和牛顿的引力定律，绕太阳运行的行星围绕大阳（或者说得更正确些，围绕太阳和这个行星的共同重心）描画一个椭圆。在这样的体系中，太阳或者共同重心位于轨道椭圆的一个焦点上，因而在二个行星年的过程中，太阳和行星之间的距离由极小增为极大；随后，减至极小。如果我们在计算中不应用牛顿定律，而引进二个稍有不同的引力定律，我们就会发现，按照这个新的定律，在行星运动的过程中。太阳和行星之间的距离仍表现出周期性的变化；但在这个情况下，太阳和行星的连线（向径）在这样的一个周期中（从近日点一离太阳最近的点一到近日点）所扫过的角将不是 360 度”。因而轨道曲线将不是一个闭合曲线，随着时间的推移轨道曲线将充满轨道平面的一个环形部分，亦即分别以太阳和行星之间的最大距离和最小距离为半径的两个圆之间的环形部分。

按照广义相对论（广义相对论当然与牛顿的理论不同），行星在其轨道上的运动应与牛顿一开普勒定律有微小的出入，即从一个近日点走到下一个近日点期

间，太阳一行星向径所扫过的角度比对应于公转整一周的角度要大，这个差的值由

$$+\frac{24\pi^3 a^2}{T^2c^2\left(1-e^2\right)}$$

决定。

（注意：公转整一周对应子物理学中惯用的角的绝对量度中的 2π角；从一个近日点到下一个近日点期间，太阳一行星向径所扫过的角大于 2π角，上式表出的量值就是这个差。）在此式中，a 表示椭圆的半长轴，e 是椭圆的偏心率，c 是光速，T 是行星公转周期。我们的结果也可以表达如下：按照广义相对论，椭圆的长轴绕太阳旋转，旋转的方向与行星的轨直运动方向相同。按照理论的要求，这个转动对于水星而言应达到每世纪 43 ”（角度），但是对于我们的太阳系的其他行星而言，这个转动的量值应该是很小的，是必然观测不到的。（特别是由于下一颗行星——金星——的轨道几乎正好是一个圆，这样就更加难于精确地确定近日点的位置）

事实上天文学家已经发现，按照牛顿的理论计算所观测的水星运动时所达到的精确度是不能满足现时能够达到的观测灵敏度的。在计入其余行星对水星的全部摄动影响以后，发现（勒韦里耶于 1859 年，牛柯姆[Newcomb]于 1895 年）仍然遗留下一个无法解释的水星轨道近日点的移动问题，此种移动的量值与上述的每世纪+43”（角度）并无显著的差别。此项经验结果的测不准范围只达到几秒。

### （2）光线在引力场中的偏转

在第 22 节已经提到，按照广义相对论，一道光线穿过引力场时其路程发生弯曲，此种变曲情况与抛射一物体通过引力场时其路发生弯曲相似。根据这个理论，我们应该预期一道光线经过一个天体的近傍时将发生趋向该天体的偏转。对于经过距离太阳中心⊿个太阳半径处的一道光线而言，偏转角（a）应等于

$$\alpha=\frac{1.7''}{\Delta}$$

可以补充一句，按照理论，这个偏转的一半是由于太阳的牛顿引力场造成的；另一半是太阳导导致的空间几何形变（“ 变曲 ”）造成的。

这个结果可以在日全食时对恒星照象从实验上进行检验。我们之所以必须等

待日全食的唯一原因是由于在所有其他的时间里大气受阳光强烈照射以致看不见位于太阳圆面附近的恒星。所预言的疚可以清楚地从图 5 中看到。如果没有太阳（S），一颗实际上可以视为位于无限远的恒星，由地球上观测，将在方向 $D_1$ 看到。但是由于来自恒星的光经过太阳时发生偏转，这颗恒星 $D_2$ 看到，亦即这颗恒星的视位置比它的真位置离太阳的中心更远一些。

在实践中检验这个问题是按照下述方法进行的。在日食时对太阳附近的恒星拍照。此外，当太阳位于天空的其他位置时，亦即在早几个月或晚几个月时，对这些恒星拍摄另一张照片。与标准照片比较，日食照片上恒星的位置应沿径向外移（离开太阳的中心），外移的量值对应于角 a。

英国皇家学会和皇家天文学会对这个重要的推论进行了审查，我们深为感激。这两个学会没有被战争和战争所引起的物质上和精神上的种种困难所挫折，他们装备了两个远征观测队——一个到巴西的索布拉尔（Sobral），一个到西非的比林西卑岛（principe）——并派出了英国的几位最著名的天文学家[艾丁顿、柯庭汉（cottingham）、克罗姆林（crommelin）、戴维逊（Davidson）]，拍摄了 1919 年 5 月 29 日的日食照片。预料到在日食期间拍摄的恒星照片与其他用作比较的照片之间的相对差异只有一毫米的百分之几。因此，为拍报照片所需的照片之间的相对差异只有一毫米的百分之几。因此，为拍摄照片所需的调准工作以及随后对这些照片的量度都需要有很高的准确度。

测量的结果十分圆满地证实了这个理论。观测所得和计算所得的恒星位置偏差（以秒计算）的直角分量有如下表所列：

| 恒星号码 | 第一坐标 | | 第二坐标 | |
|---|---|---|---|---|
| | 观测值 | 计算值 | 观测值 | 计算值 |
| 11 | -0.19 | -0.22 | +0.16 | +0.02 |
| 5 | +0.29 | +0.31 | -0.46 | -0.43 |
| 4 | +0.11 | +0.10 | +0.83 | +0.74 |
| 3 | +0.20 | +0.12 | +1.00 | +0.87 |
| 6 | +0.10 | +0.04 | +0.57 | +0.40 |
| 10 | -0.08 | +0.09 | +0.35 | +0.32 |
| 2 | +0.95 | +0.85 | -0.27 | -0.09 |

**（3）光谱线的红向移动**

在第 23 节中曾经表明，在一个相对于伽利略系 K 而转动的 K’系中，构造完全一样而且被认定为相对于转动的参考物体保持静止的钟，其走动的时率与其所在的位置有关。现在我们将要定量地研究这个相倚关系。放置于距圆盘中心 r 处的一个钟有一个相对于 K 的速度，这个速度由

$$v=\omega r$$

决定，其中$\omega$表示圆盘 K’ 相对于 K 的转动角速度。设 $v_0$ 表示这个钟相对于 K 保持静止时，在单位时间内相对于 K 的滴嗒次数（这个钟的“时率”），那么当这个钟相对于 K 以速度 v 运动、但相对于圆盘保持静止时，这个钟的“时率”，按照第 12 节，将由

$$v=v_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

决定，或者以足够的准确度由

$$v=v_0\left(1-\frac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{c^2}\right)$$

决定。此式也可以写成下述形式：

$$v=v_0\left(1-\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\omega^2r^2}{2}\right)$$

如果我们以$\phi$表示钟所在的位置和圆盘中心之间的离心力势差，亦即将单位质量从转动的圆盘上钟所在的位置移动到圆盘中心为克服离心力所需要作的功（取负值），那么我们就有

$$\phi=-\frac{\omega^2r^2}{2}$$

由此得出

$$v=v_0\left(1+\frac{\phi}{c^2}\right)$$

首先我们从此式看到，两个构造完全一样的钟，如果它们的位置与圆盘中心的距离不一样，那么它们走动的时率也不一样。由一个随着圆盘转动的观察者来看，这个结果也是有效的。

现在从圆盘上去判断，圆盘系处在一个引力场中，而引力场的势为$\phi$，因此，

我们所得到的结果对于引力场是十分普遍地成立的。还有，我们可以将发出光谱线的一个原子当作一个钟，这样下述陈述即得以成立：

一个原子吸收的或发出的光的频率与该原子所处在的引力场的势有关。

位于一个天体表面上的原子的频率与处于自由空间中的（或位于一个比较小的天体的表面上的）同一元素的原子的频率相比要低一些。这里 $\phi=-K\frac{M}{r}$ ，其中 K 是牛顿引力常数，M 是天体的质量，因此，在恒星表面上产生的光谱线与同一元素在地球表面上所产生的光谱线比较，应发生红向移动，移云贵的量值是

$$\frac{v_0-v}{v_0}=\frac{K}{c^2}\cdot\frac{M}{r}$$

对于太阳而言，理沦预计的红向移动约等于波长的百万分之二。对于恒星而言，不可能得出可靠的计算结果，因为质量 M 和半径 r 一般都是未知的。

此种效应是否存在还是一个未决问题，” 目前（1920 年）天文学家正在以很大的热情从事工作以求这个问题的解决。由于对于太阳而言此种效应很小，因而此种效应是否存在难以作出判断。格雷勃（Gtebe〕和巴合姆（Bachem）根据他们自己以及艾沃舍德（Evrershed）和史瓦兹希耳德（Schwarzschild）对氰光谱带的测量，认为此种效应的存在差下多已经没有疑问；而其他的研究人员，特别是圣约翰(St.John)，根据他们的测量结果，得出了相反的意见。

对恒星进行的统计研究指出）光谱线朝向折射较小的一端的乎均位移肯定是存在的；但是，这些位移实际上是否由引力效应导致的，直到目前为止，根据对现有的数据的研究，还不能得出任何确定的结论。在艾·傅峦德里希（E.Freundlich）写的题为《广义相对论的验证》的一篇论文中[见柏林 Julius Springer 出版的《自然科学》（ie Naturwissenschaften）1919 年第 35 期第 520 页]，已将观测的结果收集在一起，并从我们这里所注意的问题的角度对这些结果进行了详尽的讨论。

无论如何在未来的几年中将会得出一个确定的结论。如果引力势导致的光谱线红向移动并不存在，那么广义相对论就不能成立。另一方面，如果光谱线的位移确实是引力势引起的 :那么对于此种位移的研究将会为我们提供关于天体的质量的重要情报。

【英文版附注】光谱线的红向位移已为亚当斯（Adams）于 1924 年通过时

天狼星的密度很大的伴星的观测确定地予以证实，无狼垦伪伴里所产生的这种效应要比太阳产生的这种效应大三十倍左右。

罗伯特·伍·罗森

## 四、以广义相对论为依为依据的空间结构

[补充第 32 节]

自从这本小册子的第一版出版以来，我们对于宇宙太空的结构的认识（“宇宙论问题”）已服重要的发展，即使是关于这个问题的一本通俗著作，也是应该提到这个重要的发展的。

关于这个问题我原来的论述系基于两个假设：

（1） 整个宇宙空间中的物质有一个平均密度，这个平均密度处处相同而且不等于零。

（2） 宇宙空间的大小（“半径”）与时间无关。

按照文义相对论，这两个假设已证明是一致的，但只是在场方程中加上一个假设项之后才能如此，而这样的一项不是理也并不是很自然的（“场方程的宇宙项”）。

假设（2）当时在我看来是不可避免的，因为我当时认为，如果我们离开这个假设，就要陷入无休止的空想。

但是，早在二十年代，苏联数学家夫里德曼（Friedman）就已经证明，从纯粹的理论观点看来，作另一种不同的假设是自然的。他看到，如果决心舍弃假设（2）那么在引力场方程中不引入这个不大自然的宇宙项对于保留假设（1）仍是可能的。亦即原来的场方程可以有这样的一个解，其中“世界半径”依赖于时间（膨胀的宇宙空间）。在这个意义上我们可以说，按照夫里德曼的观点，这个理论要求宇宙空间具有膨胀性。

几年以后哈勃（Hubble）对河外星云（“银河”）的专门研究证明，星云发出的光谱线有红向位移，此红向位移随着星去的距离有规则地增大。就我们现有的知识而言，这种现象可以依照多普勒原理解释为太空中整个恒星系的膨胀运动——按照夫里德曼，这是引力场议程所要求的，因此，在某种程度上可以认为哈勃的发现是这个理论的一个证实。

但是这里确实引起了一个不可思议的困难局面。如果将哈勃发现的银河光谱线位移解释为一种膨胀（从理论的观点看来这是没有多少疑问的），那么，依此推断，此种膨胀“仅仅”起源于大约十亿年以前；而按照天文物理学，各个个别恒星和恒星系的发生和发展很可能需要长得多的时间。如何克服这种矛盾，仍毫无所知。

我还需要提一下，我们还不能从宇宙空间膨胀理论以及天文学的经验数据得出关于（三维）宇宙空间的有限性或无限性的结论；而原来的宇宙空间“静态”假设则导致了宇宙空间的闭合性（有限性）。

## 五、相对论与空间问题

牛顿物理学的特点是承认空间和时间乃是和物质一样地有其独立而实际的存在，这是因为在牛顿的运动定律中出现了加速度的观念。但是，按照这一理论，加速度只可能指“相圣于空间的加速度”。因此，为了使牛顿运动定律中出现的加速度能够被看作是一个具有意义的量，就必须把牛顿的空间看作是“静止的”，或者最少是“非加速的”。对于时间而言，情况完全相同，时间当然也同样与加速度的要领有关。牛顿本人以及与他同时代的有识之士都感到，把空间本身和空间的运动状态同样地说成为具有物理实在性是不很妥当的；但是，为了使力学具有明确的意义，当时没有别的办法。

要众把一般的空间，尤其是一无所有的空间，视为具有物理实在性，的确是一种苛刻的要求，自远古以来哲学家们就已一再拒绝作这样的假设。笛卡儿曾大体上按照下述方式进行论证：空间与广延性是同一的，但广延性是与物体相联系的；因此，没有物体的空间是不存在的。亦即一无所有的空间是不存在的。这个论点的弱点主要有如下述。文延性概念起源于我们能把固体铺展开来或拼靠在一起的经验，这一点当然是对的。但不能由此得出结论说，如果某此事例本身不是构成广延性概念的源由，这个概念就不可能适用于这些事例。照这样来推广概念是否合理，可以间接地由其对于理解经验结果时所具有的价值来证明。因此，关于广延性的要领仅能适用于物体的断言，就其本身而论肯定是没有根据的。但是以后我们将会看到，广义相对论绕了一个大弯仍旧证实了笛卡儿的概念。使笛卡儿得出他的十分吸引人的见解的，肯定是这样的感觉，即只要不是万不得已的情

况，我们不应该把象空间这一类无法“ 直接体验 ”的东西视为具有实在性。

以我们通常的思想习惯为基础来考虑，空间观念或这一观念的必要性的心理起源，远非表面看来那样明显。古代的几何学家所研究的是概念上的东西（直线、点、面），并没有真正研究到空间本身，象后来在解析几何学上所做到的那样。但是，空间观念仍可以从某些原始经验得到一些启示。例如：假定有一个已经造好了的箱子。我们可以按照某种方法把物体排列在箱子里面，把它装满。这种排列物体的可能性是“ 箱子 ”这个物质客体的属性，是随着箱子而产生的，也就是随着被箱子“ 被包围着的空间 ”而产生的。这个“ 被包围着的空间 ”因不同的箱子而异，人们很自然地认为这个“ 被乌黑着的空间 ”因不同的箱子而异，人们很自然地认为这个“ 被包围着的空间 ”在任何时刻都不依赖于箱子里面真有物体存在与否。当箱子里面没有物体时，箱子的空间看起来似乎是“ 一无所有的 ”。

到目前为止，我们的空间概念是同箱子联系在一起的。但是，我们知道，使箱子空间具有容纳物体的可能性并不取决于箱壁的厚薄如何。能不能把箱壁的厚度缩减为零而又使这个“ 空间 ”不致因此而消失呢？显然这种求极限的方法是很自然的。这样，在我们的思想中就只剩下了没有箱子的空间，一个本身自然存在原空间；虽然，如果我们把这个要领的起源忘掉的话，这个空间似乎还是很不实在。人们能够了解，把空间看作与物质客体无关且可以脱离物质而存在的东西，是和笛卡儿的论点相反的。（但是这并没有防碍他在解析几何学中把空间作为一个基本概念来处理。）当人们指出水银气压计中有真空存在时，肯定就完全驳倒了所有持有笛卡儿见解的人决。但是不可否认，甚至在这初始阶段，空间的概念或者空间被看作是独立而实在的东西，已带有某些不能令人满意之处了。

用什么方法能够把物体装空间（例如箱子），是三维欧几里得几何学的课题。欧几里得几何学的公理体系很容易使人迷惑，使人忘记它所讨论的仍是可以成为现实的东西。

如果空间概念是按照上述方式形成的，如果从“ 填满 ”箱子的经验推论下去，那么这个空间根本上是一个有界的空间。但是，这这种限制看来并不是必要的，因为显然我们总可以用一个比较大的箱子把那个比较小的箱子装进去。这样看来，空间又好象是无界的。

在这里我不准备讨论关于三维性质的和欧几里得性质的空间概念如何能溯

源于比较原始的经验。我想首先从其他角度来讨论一下空间概念在物理学思想发展过程中所起的作用。

当一个小箱子 s 在一个大箱子 S 的全空空间中处于相对静止的状态时，s 的全空空间就是 S 的全空空间的一部份，而且把 s 和 S 的全空空间一起包括进去的同一个“空间”，既属于箱子 s。但是，当 s 相对于 S 运动时，这个概念就不那么简单了。人们就要认为 s 总是乌黑判 同一空间，但其所乌黑的 S 的一部分空间则是可变的。这样就有必要认定每一个箱子各有其特别的、无界的空间，并且有必要假定这两个空间彼此作相对运动。

在人们注意到这种复杂情况以前，空间看来好象是物体在其中游来游去的一种无界的媒质或容器。但是现在必须记得，空间有无限多个，这些空间彼此作相对运动。认为空间是客观存在的、是不依赖于物质的这种概念系属于现代科学兴起以前的思想。但是关于存在着无限多个，这些空间彼此作相对运动。认为空间是客观存在的、是不依于物质的这种概念系属于现代科学兴起以前的思想。但是关于存在着无限多个作相对运动的空间的观念则是现代科学兴起以后的思想。后一观念在逻辑上的确是无可避免的，但是这种观念甚至在现代科学思想中也远未起过重要的作用。

关于时间概念的心理起源又是怎样的呢？这个概念无疑是与“回想”相联系的，而且也与感觉经验和对这些经验的回忆这两者之间的辨别相联系。感觉经验与回忆（或简单重现）之间的辨别是否在心理上由我们直接感到的呢？这一点就其本身而言是有疑问的。每一个人都有过这样的经验，就是曾经怀疑某件事是通过自己的感官真正经验过的呢，还是只不过是一个梦。在这两种可能性之间进行辨别的能力大概最初是脑子要整理出次序来的一种活动的结果。

如果一个经验是与一个“回忆”联系在一起的，那么就认为这个经验与“此刻的经验”相比是“较早的”。这是一种用于回忆经验的排列概念次序的原则，而贯彻这个原则的可能性就产生了主观的时间概念，亦即关于个人经验的排列的时间概念。

使时间要领具有客观意义是什么意思呢？我们举一个例子。某甲（“我”）有这样的经验：“天空正在闪电”。与此同时，某甲还经验到某乙的这样的一种行为，某甲可以把这种行为与他本身关于“天空正在闪电”的经验联系起来。这样某甲

就把“ 天空正在闪电 ”的经验与某乙联系起来。对于某甲来说，他认为其他的人也参与了“ 天空正在闪电 ” 的经验。“ 天空正在闪电 ” 廉洁不再被解释为一种个人独有的经验，而是解释为其他人的经验（或者最终解释为仅仅是一种“ 潜在的经验 ”）。这样就产生了这样的解释 ：“ 天空正在闪电 ” 本来是进入意识中的一个“ 经验 ”，而现在也可以解释为一个（客观的）“ 事件 ” 了。当我们谈到“ 实在的外部世界 ” 时，所指的就是所有事件的总和。

我们已经看到，我们感到必须为我们的经验规定一种时间排列，大体上如下所述。如果β尺于α，而$\gamma$又迟于β，则$\gamma$也尺于α（“ 经验的序列 ”）。对于我们已经与经验联系起来的“ 事件 ”而言，这方面的情况又是如何的呢？乍看起来似乎显然可以假定事件的时间排列是存在的，这种排列与经验 的时间排列是一致的。一般来说，人们已不自觉地作出了这个假定，直到产生疑问为止。为了获得客观世界的观念，还需要有另一个辅助概念 ：事件不仅确定于时间，而且也确定于空间。

在前几段中我们曾试图描述空间、时间和事件诸概念在心理上如何能与经验联系起来。从逻辑上说业，这些概念是人类智力的自由创造物，是思考的工具，这些概念能把各个经验相互联系起来，以便更好地考察这些经验。要认识这些基本概念的经验起源，就应该弄清楚我们实际上在多大的范围内受这些概念的约束。这样我们就可以认清我我们所具有的自由 ；要在必要的时间合理地利用这种自由总是相当困难的。

这里关于空间-时间-事件诸概念（我们将把这些概念螽 称为“ 类空 ” 概念，以有别于心理学方面的要领的心理起源方面，我们还要作一些必要的补充。我们曾经利用箱子以及在箱子里面排列物质客体的例子把空间概念与经验联系起来。因此，此种概念的形成就已经以物质客体（例如“ 箱子 ”）的概念为前提。同样，对于客观的时间要领的形成人也起着物质客体的作用。所以，依我看来，物质客体概念的形成必须先于我们的时差空概念。

所有这些类空概念，与心理学方面的痛若、目标和目的等一类的概念一样，同属于现代科学兴起以前的思想。目前物理思想的特点，和整个自然科学思想的特点一样，是在原则上力求完全用“ 类空 ”概念来说明问题，力求借助于这些概念来表述一切具有定律形式的关系。物理学家设法把颜色和音调归之于振动 ；生

理学家设法把思想和痉归之于神经作用。这样就从事件存在的因果关系中消除了心理因素，这种心理因素从而在任何情况下都不构成因果关系中的一个独立环节。目前“ 唯物主义 ”一词无疑正是指的这种观点，亦即认为完全用“ 类空 ”要领来理解一切关系在原则上是可能的。（因为“ 物质 ”已失去了作为基本概念的地位。）

为什么必须把自然科学思想中的基本观念从柏拉图的奥林巴斯天界上[希腊神话传说奥林巴斯山（在希腊北部）是太古时代希腊诸神居住之处，这里指很大的架势而言。——译者注]拖下来并设法把它们的世俗血统揭发出来呢？答曰为了使这些观念摆脱与世隔绝的禁令，从而能够在构成观念或要领方面获得更大的自由。休谟和马赫首先提出这种中肯的想法，他们在这方面具有不配的功劳。

科学从科学发展前的思想中将空间、时间和物质客体（其中重要的特例是“ 固体 ”）的概念接收过来，加以修正，使之更加确切。在这方面第一个重要的成就是欧几里得几何学的发展。我们决不应该只看到欧几里得几何学的公理体系而看不到它的经验起源（把固体铺展开来或拼靠在一起的可能性）。具体说来三维性和欧几里得特性都是起源于经验的（空间可以完全用结构相同的“ 立方体 ”充满）。

由于发现了刚性的物体是不存在的，使得空间概念更加微秒了。一切物体都弹性形变，它们的体积随着温度的变化而改变。因此，几何结构（其全等的可能性由欧几里得几何学来描述）的表示不能脱离物理概念。但是由于物理学毕竟还须假手于几何学始能建立其中的一些概念，因而几何学的经验性内容只能就整个物理学的体制来陈述和检验。

关于这个空间概念还不能忘却原子论及其对物质的有限的可分割性的概念；因为比原子还小的空间是无法量度的。原子论还迫使我们在原则上放弃认为可以清楚地和静止地划定固体界面的这种观念。严格说来，甚至在宏观领域中，对于相互接触的固体的可能位形而言，精确的定律也是不可能有的。

尽管如此，还是没有人想放弃空间概念。因为在自然科学的最圆满的整个体系，中，空间概念看来是不可缺少的，在十九世纪，惟有马赫曾经认真地考虑过舍弃空间概念，而用所有质点之间的瞬时距离的总和的要领来代替它。（他这样做是为了试图求得对惯性的满意的理解。

### （1）场

在牛顿力学中，空间和时间起着双重作用。第一，空间和时间起着所发生的物理事件的载体或框架的作用，相对于此载体或框架，事件是由其空间坐标和时间来描述的。原则上物质被看作是由“ 质点 ”所组成，质点的运动构成物理事件。倘若我们要把物质看作是连续的，我们只能在人们不愿意或不能够描述物质的分立结构的情况下暂时作这样的假定，在这种情况下，物质的微小部分（体积元）同样可以当作质点来处理 ；至少我们可以在只考运动而不考虑此刻不可能或者没有必要归之于运动的那些事件（例如温度变化、化学过程）的范围内照这样来处理。空间和时间的第二个作用是当作一种 “ 惯性系 ”。在可以设想的所有参考系中，惯性系被认为具有这样的好处，就是惯性定律对于惯性系是有效的。

这里，主要之点是 ：人们曾设想，不依赖于主观认识的 “ 物理实在 ” 是由空时（为一方）以及与空时作相对运动的永远存在的 质点（为另一方）所构成（至少在原则上是这样）。 这个关于空时独立存在的观点，可以用这种断然的说法来表达，如果物质消失了，空时本身（作为表演物理事件的一种舞台）仍将依然存在。

理论的发展打破了这种观点。这个发展最初似乎与空时问题毫下相干。这个发展就是再现了场的概念以及最后在原则上要用这个概念来取代粒子（质点）观念的趋势。在经典的体制中，场的概念是在物质被看作连续体的情况中作为一种辅助性的概念而出来的。命名如，在考虑固体的热传导时，物体的状态是由物体每一点在每一个确定时刻的温度来描述的。在数学方法上，这就是意味着将温度 T 表示为温度场，亦即表示为空间坐标的时间 t 的一个数学表示式（或函数）。热传导定律被表述为一种局部关系（微分方程），基中包括热传导的所有特殊情况。这里，温度就是场的概念的一个简单的例子。这是一个量（或量的复合），是坐标和时间的函数。另一个例子就是对液体运动的描述。在每一个点上每一时刻都有一个速度，其值即由该速度对于一个坐标系的轴的三个 “ 分量 ” 来加以描述（矢量）。这里，在每一个点的速度的各个分量（场分量）也是坐标（x,y,z）和时间（t）的函数。

上面所提到的场的特性是它们只存在于有质之中 ；它们仅仅用来描述这种物质的状态。按照场概念的历史发展看来，没有物质的地方就不可能有场存在。但

是，在十九世纪的头二十五年中，人们证明，如果把光看作一种波动场——与弹性固件的机械振动场完全相似，那么光的士涉和运动现象就能够解释得极为清楚。因此人们就感到有必要引进一种在没有有质物质的情况下也能存在于“一无所有的空间”中的场。

这一情况产生了一个自相矛盾的局面。因为，按照其起源，场概念似乎仅限于描述有质全内部的状态。由于人们确信每一种场都应看作此场概念只应限于描述有质体内部的状态这一点就显得更加确切了。因此人们感到不得不假定，甚至在一向被认为是一无所有的空间中也到处存在着某种形式的物质，这种物质称为“以太”。

将场概念从场必须有一个机械载体与之相联系的假定中解放出来，这在物理思想发展中是在心理方面最令人感到兴趣的事件之一。十九世纪下半叶，从法拉第和麦克斯韦的研究成果中越来越清楚地看到，用场描述电磁过程大大胜过了以质点的力学概念为基础的处理方法。由于在电动力学中引进场的概念，麦克斯韦成功地预言了电磁波的存在，由于电磁波与光波在传播速度方面是相等的，它们在本质上的同一性也是无可怀疑的了。因此、光学在原则上就成为电动力学的一部分，这个巨大成就的一个心理效果是，与经典物理学的机械唯物论体制相对立的场概念逐渐赢得了更大的独立性。

但是最初人们还是认为理所当然地必须把电磁场解释为以大的状态，并且极力设法把这种状态解释为机械性的状态。由于这种努力总是遭到失败，科学界才逐渐接受了放弃此种机械解释的主张。然而人们仍然确信电磁场必然是以大的状态，十九世纪和二十世纪之交，情况就是这样。

以太学说带来了一个问题：相对于有质体而言，以大的行为从力学观点看来是怎样的呢？以太参与物体的运动呢、还是以太各个部分彼此相对地保持静止状态呢？为了解决这个问题，人们曾经做了许多巧妙的实验，这方面应提到下列两个重要事实：由于地球周年运动而产生的恒星的“光行差”和“多普勒效应”——即恒星相对运动对其发射到地球上的光的频率上的影响、（对已知的发射频率而言）．对于所有这些事实和实验的结果，除了迈克耳孙上莫雷实验以外，洛沦兹根据下述假定都作出了解释。这个假定就是以太不参与有质体的运动，以太各个部分相互之间完全没有相对运动。这样，以大看来好象就体现一个绝对静止的

空间。但是洛伦兹的研究工作还取得了更多的成就。洛伦兹根据下述假定解释了当时所知道的在有质体内部发生的所有电磁和光学过程。这就是，有质物质对于电场的影响一以及电场对于有质物质的影响一完全是由于 :物质的组成粒子带有电荷，而这些电荷也参与了粒子的运动，洛伦兹证明了，迈克耳孙-莫雷实验所得出的结果至少与以太处于静止状态的学说并不矛盾。

尽管肩有这些辉煌的成就，以大学说的这种光景仍然不能完全令人满意，其理由有如下述：经典力学（无可怀疑，经典力学在很高的近似程度上是成立的）告诉我们，一切惯性系或惯性 “ 空间 ” 对于自然律的表达方式都是等效的；亦即从一惯性系过渡到另一惯性系，自然律是不变的。电磁学和光学实验也以相当高的准确度告诉我们同样的事实。但是，电磁理论基础却告诉我们，必须优先选取一个特别的惯性系，这个特别的惯性系就是静止的光以太，电磁理论基础的这一种观点实在非常不能令人满意，难道不会有也简经典力学那样去支持惯性系的等效性（狭义相对性原理）的修正理论么？

狭义相对论囱答了这个问题。狭义相对论从麦克斯韦-洛伦兹理论中采角了关字在真空中光速保持恒定的假定。为了使这个假定与惯性系的等效性（狭义相对性原理）相一致，必须放弃 “ 同时性 ”，带有绝对性质的观念；此外，对于从一个惯性系过渡到另一个惯性系，必须引用时间和全向坐标的洛伦兹变换 :狭义相对论的全部内容包括在下述公设中 :自然界定律对千洛伦兹变换是不变的 :这个要求的重要实质在于它用一种确定的方式限定了所有的自然律。

狭义相对论对于空间问题的观点如何？首先我们必须注意不要认为实在世界的四维性是狭义相对论第一次提出的新看法。甚至早在红典物理学中，事件就由四个数来确定）即三个空间坐标和一个时间坐标；因此全部物理 “ 事件 ” 被认为是寓存于一个四维连续流形中的。但是，根据经典力学，这个四维连续区客观地分割为一维的时间和三维的空间两部分，而只有三维空间才存在着同时的事件。一切惯性系都作了同样的分割。两个确定的事件相对于一个惯性系的同时性也就含有途向个事件相对手一切惯性系的同时性。我们说经典力学的时间是绝对的就是这个意思。狭义相对论的合法则与此不同。所有与一个选定的事件同时的诸事件就一个特定的惯性系而言确实是存在的，但是这不再能说成为与惯性系的选择无关的了的了。于是四维连续区不再能够客观地分割为两个部分，而是整个

连续区包含了所有同时事件；所以“此刻”对于具有空间广延性的世界失去了它的客观意义。由于这一点，如果要表未客观关系的意义而不带有不必要的国袭的任意性话，那未空间和时间必须看作是具有客观上不可分割性的一个四维连续区。

狭义相对论揭示了一切惯性系的物理等效性，因而也就证明了关于静正的以大的假设是不能成立的、因此必须放弃将电磁场看作物质载体的一种状态的观点。这样，场就成为物理描述中不能再加分解的基本概念，正如在牛顿的理论中物质概念不能再加分解一样。

到目前为止，我们一直把注意力放在探讨狭义相对论在哪一方面修改了空时概念，现在我们来看看狭义相对论从经典力学吸取了哪些基本观念。在狭义相对论中，自然律也是仅在引用惯性系作为空时描述的基础时才是有效的。惯性原理和光速恒定原理只有对于一个惯性系才是有效的。场定律也是只有对于惯性系才能说是有意义和有效的。因此，如同在经典力学中一样，在狭义相对论中，空间也是表述物理实在的一个独立部分。如果我们设想把物质和场移走，那么惯性空间（或者说得更确切些，这个空间连同联系在一起的时间）依然存在。这个四维结构（闵可夫斯基空间）被看作是物质和场的载体。各惯性空间连同联系在一起的时间，只是由线性起来的一种特选的四维坐标系。由于在这个四维结构中不再存在着客观地代表“此刻”的作一部分，事物的发生和生成的概念并不是完全用不着了，而是更为复杂化了。因此，将物理实在看作一个四维存在，而不是象直到目前为止那样，将它看作一个三维存在的进化，似乎更加自然些。

狭义相对论的这个刚性四维空间，在某种程度上类似于洛化兹的刚性三维以太，只不过它是四维的罢了。对于狭义相对论而言，下述陈述也是合适的：物理状态的描述假设了空间是原来就已经给定的，而且是独立存在的。因此，连狭义相对论也没有消除笛卡儿对“空虚空间”是独立存在的或者竟然是先验性存在的这种见解所表示的怀疑这里作初步讨论的真正目的就是要说明广义相对论在多大的程度上解决了这些疑问。，

### （2）广义相对论的空间概念

广义相对论的起因主要是力图对惯性质量和引力质量的同等性有所了解。我

们从一个惯性系 $S_1$ 来说起，这个惯性系的空间从物理的观点盾来是空虚的。换句话说，在所考虑的这部分空间中，既没有物质（按照通常的意义），也没有场（按照狭义相对论的意义）。设有另一个参考系 $S_2$ 相对于 $S_1$ 作匀加速运动。这时候 $S_2$ 就不是一个惯性系。对于 $S_2$ 来说，每一个试验物体的运动都具有一个加速度，这个加速度与试验物体的物理性质和化学性质无关。因此，相对于 $S_2$，最少就第一级近似而言，就存在着一种与引力场无法区分的状态。因此，下述概念是与可观察的事实相符的：$S_2$ 也可以相当于一个“ 惯性系 ”；不过相对于 $S_2$ 又另存在匀）引力场（关于这个引力场的起源，这里不必去管它）。因此，当讨论的体系中包括引力场时，惯性系就失去了它本身的客观意义（假定这个“ 等效原理 ” 可以推广到参考系的任何相对运动）。如果在这些基本观念的基础上能够建立起一个合理的理论，那么么这个理论本身将满足惯性质量与引力质量相等的事实，而这个事实是已被经验所充分证实的。

从四维的观点来考虑，四个坐标的一种非线性变换对应于从 $S_1$ 到 $S_2$ 的过渡。这里产生了一个问题：哪一种非线性变换是可能的，或者说，洛伦兹变换是怎样推广的？下述考虑对于回答这个问题具有决定性的意义。

设早先的理论中的惯性系具有这个性质：坐标差由固定不移的“ 刚性 ”量杆测量，时间差由静止的钟测量。对第一个假定还须补充以另一个假定，即对于静止的量杆的相对展开和并接而言，欧几里得几何学关于“ 长度 ”的诸定理是成立的。这样，经过初步的考虑，就可以从狭义相对论的结果得出下述结论：对于相对于惯性系（$S_1$）作加速运动的参考系（$S_2$）而言，对坐标标作此种直接的物理解释不再是可能的了，但是，如果情况是这个的话，坐标现在就只能表示“ 邻接 ”的级或秩，也就是只能表示空意愿 维级，但一点也不能表示空意愿 度规性质。这样我们就意识到从已有的变换推广到任意连续变换的可能性。而这里就已具有广义相对性原理的含义：“ 自然律对于任意连续的坐标变换必须是协变的 ”。这个要求（连带着自然律应具有最大可能的逻辑简单性的要求）远比狭义相对性原理更为有力地限制了一切自然律。

这一系列的观念主要是以场作为一个独立的要领为基础的。因为，对于 S2 有效的情况被解释为一种引力场，而并不问其是否存在着产生这个引力场的质量。借助于这一系列的观念，还可以理解到为什么纯引力场定律比起一般的场（例

如在有电磁场存在的时候）的定律来，它与广义相对论有更为直接的联系。也就是说，我们有充分的理由假定，“ 没有场 ” 的闵可夫斯基空间表示自然律中可能有的一种特殊情况，事实上这是可以设想的最简单的特殊情况。就其度规性质而言，这样的空间的特性可由下述的方式表示：$dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2$ 等于一个三维 “ 类空 ” 截面上无限接近的两点的空间间隔的实测值（用单位标准长度量度）的平方（毕达哥拉斯定律）；而 $dx_4(x_1,x_2,x_3)$ 的两个事件的时间间隔（以适当的计时标准量度）。这一切只不过是意味着将一种客观的度规意义赋予下面这个量

$$dS^2=dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2-dx_4^2 \qquad (1)$$

这点也不难借助于洛伦兹变换来予以证明。从数学观点上来说，这个事实对应于这个条件：$dS^2$ 对于洛伦兹变换是不变的。

如果按照广义相对性原理的意义，令这个空间（参照方程（1））作一任意连续的坐标变换，那么这个具有客观意义的量 dS 在新的坐标系中即以下列关系式表示：

$$dS^2=g_{ik}dx_i dx_k$$

此式的右边要对指标 I 和 k 从 11，12，…直到 44 的全部组合求和。这里诸 $g_{ik}$ 项也并不是新坐标的任意函数，而是必须正好使形式（la）经过四个坐标的连续的变换仍能还原为形式（1）的这样一类函数。为了使这一点成为可能，诸函数 $g_{ik}$ 必须满足某些普遍协变条件方程，这些方程是在建立广义相对论以前半个多世纪时由黎曼导出的（“ 黎曼条件 “ ）。按照等效原理，当诸函数 $g_{ik}$ 满足黎曼条件时，（la）就以普遍协变形式描述了一种特殊的引力场。

由此推论，当黎曼条件被满足时，一般的纯引力场的定律即必然被满足；但这个定律必然比黎曼条件弱或限制得较少。这样，纯引力的场定律实际上即可完全确定。这个结果不想在这里详加论证。

现在我们已有可能来考察一下，对空间概念要作多么大的修改才能过渡到广义相对论去。按照经典力学以及按照狭义相对论，空间（空时）的存在不依赖于物质或场。为了能够描述充满空间并依赖于坐标的东西，必须首先设想空时或惯性系连同其度规性质是已经存在的，否则，对于 “ 充满空间的东西 ” 的描述就没有意义。而根据广义相对论，与依赖于坐标的 “ 充满空间的东西 ” 相对立的空间

是不能脱离此种“ 充满空间的东西 ”而独立存在的。这样，我们知道，一个纯引力场是可以用从解引力方程而得到的 $g_{ik}$（作为坐标的函数）来描述的。如果我们设想将引力场亦即诸函数 $g_{ik}$ 除去，剩下的就不是（1）型的空间，而是绝对的一无所有，而且也不是“ 拓扑空间 ”。因为诸函数 $g_{ik}$ 不仅描述场，而且同时也描述这个流形的拓扑和度规结构性质。由广义相对论的观点判断，（1）型的空间并不是一个没有场的空间，而是 $g_{ik}$ 场的一种特殊情况，对于这种特殊情况，诸函数 $g_{ik}$——指对于所使用的坐标系而言（坐标系本身并无客观意义）——具有不领带于坐标的值。一无所有的空间，亦即没有场的空间，是不存在的。空时是不能独立存在的，只能作为场的结构性质而存在。

因此，笛卡儿认为一无所有的空间并不存在的见解与真理相去并不元。如果仅仅从有质物体来理解物理实在，那么上述观念看来的确是荒谬的。将场视为物理实在，的表象的这种观念，再把广义相对性原理结合在一起，才能说明笛卡儿观念的真义所在；“ 没有场 ” 的空间是不存在的。

（3）广义的引力论

根据以上所述，以广义相对论为基础的纯引力场论已不难获得，因为我们可以确信，“ 没有场 ”的闵可夫斯基空间其度规若与（1）一致一定会满足场的普遍定律。而从这个特殊情况出发，加以推广，就能导出引力定律，并且在此推广过程中实际上可以避免任意义性。至于理论上进一步的发展，则广义相对性原理并没有十分明确地作出了决定；在过去几十年中，人们曾经朝着各个不同方向进行控索。所有这些努力的共同点是将物理实在看成一个场，而且是作为由引力场推广出来的一个场，因而这个场的场定律是纯引力场定律的一种推广。经过长期探索之后，对于这一推广我认为我现在已经找到了最自然的形式，但是我还不能判明这个推广的定律能否经得起经验事实的考验。

在前面的一般论述中，场定律的个别形式问题还是次要的。目下的问题主要是这里所设想的这种场论究竟能否达到其本身的目标。也就是说，这样的场论能否用场来透彻地描述物理实在，包括四维空间在内。目前这一代的物理学家对这个问题倾向于作否定的回答。依照目前形式的量子论，这一代的物理学家认为，一个体系的状态是不能直接规定的，只能对从该体系中所能获得的测量结果给予

统计学的陈述而作间接的规定。目前流行的看法是，只有物理实在的概念这样削弱之后，才能体现已由实验证实了的自然界的二重性（粒子性和波性）。我认为，我们现有的实际知识还不能作出如此深远的理论否定；在相对论性场论的道路上，我们不应半途而废。